Лабораторне заняття 6.

Тема: Завадостійке кодування: циклічні коди .

Мета: дослідити процес кодування даних за допомогою алгоритмів завадостійкого кодування.

***Завдання 1**: розібрати приклади 1 та 2, виконати аналогічні розрахунки і побудови*

Приклад 1.

У радіосистемі передачі дискретних повідомлень застосовується завадостійке кодування циклічним кодом, здатним виправляти одиничні помилки. Загальна кількість елементарних повідомлень, що передаються, дорівнює М. Визначити кодову комбінацію для повідомлення за номером 10, якщо М = 16.

Розв'язання. Визначимо кількість інформаційних і контрольних символів у кодовій комбінації:

$$k = \log M = \log 16 = 4,\ 2^r - 1 \geq 4 + r,\ r = 3.$$

Кодова комбінація для повідомлення за номером 10 має вигляд 1010 або подана у вигляді двійкового полінома:

$$G(x) = x^3 + x.$$

Для r = 3 обираємо з дод. 2 породжувальний поліном

$$P(x) = x^3 + x^2 + 1.$$

Визначаємо комбінацію циклічного коду за формулою

$$F(x) = G(x) * x^r \oplus R(x),$$

де R (x) – залишок від ділення добутку $G(x) * x^r$ на породжувальний поліном P(x).

$$G(x) * x^r = (x^3 + x) * x^3 = x^6 + x^4,$$

$$\begin{array}{l|l}
\quad x^6 + x^4 & x^3 + x^2 + 1 \\ \cline{2-2}
+ & \quad x^3 + x^2 + 1 \\
\quad x^6 + x^5 + x^3 & \\ \cline{1-1}
\qquad x^5 + x^4 + x^3 & \\
\quad + & \\
\qquad x^5 + x^4 + x^2 & \\ \cline{1-1}
\qquad\quad x^3 + x^2 & \\
\qquad + & \\
\qquad\quad x^3 + x^2 + 1 & \\ \cline{1-1}
\qquad\qquad R(x) = 1 &
\end{array}$$

$F(x) = x^6 + x^4 + 1$, або 1010001

Приклад 2. Цифрова система радіозв'язку використовує завадостійке кодування циклічним кодом, що виправляє одиничні помилки. Довжина кодової комбінації за умов n = 7.

Породжувальний поліном $P(x) = x^3 + x^2 + 1$. Прийнята кодова комбінація 1110001. Перевірте, чи правильно прийнята кодова комбінація і за необхідності виконати виправлення.

Розв'язання. Представимо прийняту кодову комбінацію у вигляді двійкового полінома

$$\hat{F}\,(x) = x^6 + x^5 + x^4 + 1$$

Перевіримо комбінацію шляхом ділення її на породжувальний поліном $\hat{F}$ (x) / P(x):

$$\begin{array}{l|l}
\quad x^6 + x^5 + x^4 + 1 & x^3 + x^2 + 1 \\ \cline{2-2}
+ & \quad x^3 + x \\
\quad x^6 + x^5 + x^3 & \\ \cline{1-1}
\qquad x^4 + x^3 + 1 & \\
\quad + & \\
\qquad x^4 + x^3 + x & \\ \cline{1-1}
\qquad\quad x^4 + x^3 + 1 & \\
\qquad + & \\
\qquad\quad x^4 + x^3 + x & \\ \cline{1-1}
\qquad\qquad R(x) = x + 1 &
\end{array}$$

Наявність ненульового залишку $R^*(x)$ свідчить про помилку в прийнятій кодовій комбінації. Для виправлення помилки необхідно знайти вектор

помилки $E(x) = x^i$, i=0,n-1 і виконати операцію $\hat{F}(x) \oplus \mathrm{E(x)} = \mathrm{F(x)}$, де F(x) — передана комбінація. Запропоновані різні варіанти розв'язання цієї задачі. Розглянемо найпростіший. Знайдемо еталонний залишок, який відповідає помилці в першому (старшому) розряді кодової комбінації. Для цього поділимо вектор помилки в першому розряді на породжувальний поліном E(x)/P(x):

$$
\begin{array}{lll}
 & x^6 & \underline{x^3 + x^2 + 1} \\
+ & & x^3 + x^3 + x \\
 & \underline{x^6 + x^5 + x^3} & \\
 & x^5 + x^3 + x^2 & \\
 & + & \\
 & \underline{x^4 + x^3 + x} & \\
 & R_{em}(x) = x^2 + x &
\end{array}
$$

Зафіксуємо значення еталонного залишку.

Залишок, який був одержаний при діленні прийнятої кодової комбінації на породжувальний поліном, не збігається з еталонним залишком:

$$R_i^*(x) \oplus R_{em}(x) = (x + 1) \oplus (x^2 + x) = x^2 + 1$$

Отже, помилка не в першому розряді. Здійснимо циклічний зсув прийнятої кодової комбінації на один розряд справа наліво і знову поділимо на породжуючий поліном $\left[\hat{F}(x) * x\right]/P(x)$.

$$\hat{F}(x) * x = (x^6 + x^5 + x^4 + 1) * x = x^6 + x^5 + x + 1$$

$$
\begin{array}{ll}
x^6 + x^5 + x + 1 & \underline{|x^3 + x^2 + 1} \\
+ & x^3 + 1 \\
\underline{x^6 + x^5 + x^3} & \\
x^3 + x + 1 & \\
+ & \\
\underline{x^3 + x^2 + 1} & \\
R_2^*(x) = x^2 + x &
\end{array}
$$

$$R_2^*(x) \oplus R_{em}(x) = (x^2 + x) \oplus (x^2 + x) = 0$$

Рівність еталонного та одержаного залишків свідчить про помилку в другому розряді. Якщо рівність не досягнута, описаний процес циклічного зсуву і ділення необхідно продовжувати до досягнення результату

$$R_i^*(x) \oplus R_{em}(x) = 0$$

Номер спотвореного розряду визначається як кількість кроків зсуву плюс одиниця.

Завдання 1.

У системі передачі дискретних повідомлень використовується завадостійке кодування циклічним кодом, що виправляє одиничні помилки. Закодувати повідомлення з порядковим номером *N*, якщо задана загальна кількість елементарних повідомлень *M*

Вихідні дані

Параметр	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
M	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16
N	6	15	14	13	12	11	10	9	8	7

Завдання 2.

У системі передачі дискретних повідомлень використовується завадостійке кодування циклічним кодом, що виправляє одиничні помилки. Закодувати повідомлення з порядковим номером *N*, якщо задана загальна кількість елементарних повідомлень *M*. Ввести помилку в *i*-й розряд і показати процес виправлення комбінації.

Вихідні дані

Параметр	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
M	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16
N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
i	4	3	2	4	3	2	4	3	2	4