ВИЩА МАТЕМАТИКА

Перший курс. Економічні спеціальності

ДОМАШНЯ МОДУЛЬНА КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 1

За матеріалом першої половини семестру

Вимоги до виконання. Усі завдання виконати з повним обґрунтуванням, записом основних формул та проміжних обчислень. Результати перевірити там, де це передбачено умовою.

Завдання 1. Матриці та дії над ними

Дано матриці

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & -2 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Обчислити: а) $2A - 3B$; б) AB; в) BA.

Завдання 2. Визначники

Обчислити визначники:

а) $\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & -2 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

Завдання 3. Обернена матриця

Знайти обернену матрицю до матриці

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Перевірити результат, обчисливши добуток AA^{-1}.

Завдання 4. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь

Дано систему

$$\begin{cases} 2x - y + z = 3, \\ x + 3y - 2z = -4, \\ 3x + y + z = 4. \end{cases}$$

а) Скласти основну та розширену матриці системи.

б) Дослідити систему на сумісність.

в) Розв’язати систему двома способами: методом Крамера та методом Гаусса.

г) Перевірити знайдений розв’язок підстановкою.

Завдання 5. Вектори та скалярний добуток

Дано вектори

$$\vec{a} = (2; -1; 3), \qquad \vec{b} = (1; 4; -2).$$

Знайти:

а) $\vec{a} + \vec{b}$; б) $2\vec{a} - 3\vec{b}$;

в) довжини векторів $\vec{a}$ та $\vec{b}$;

г) скалярний добуток $\vec{a} \cdot \vec{b}$;

ґ) косинус кута між векторами та величину цього кута.

Завдання 6. Рівняння прямої на площині

Дано точки $A(2; -1)$, $B(5; 3)$.

а) Скласти рівняння прямої, що проходить через точки A і B.

б) Записати знайдене рівняння у загальному вигляді.

в) Знайти точки перетину прямої з осями координат.

г) Побудувати пряму в декартовій системі координат.

Завдання 7. Взаємне розміщення прямих. Кут між прямими

Дано прямі

$$l_1: \ 2x - 3y + 6 = 0, \qquad l_2: \ 3x + 2y - 4 = 0, \qquad l_3: \ 4x - 6y - 5 = 0.$$

а) Дослідити взаємне розміщення прямих l_1 та l_2.

б) Дослідити взаємне розміщення прямих l_1 та l_3.

в) Знайти кут між прямими l_1 та l_2.

г) Знайти координати точки перетину прямих l_1 та l_2.

Завдання 8. Границі послідовностей і функцій

Обчислити границі:

$$\text{а)} \ \lim_{n\to\infty} \frac{3n^2 - 2n + 1}{5n^2 + n - 4}; \qquad \text{б)} \ \lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2 + 4n} - n\right);$$

$$\text{в)} \ \lim_{x\to 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}; \qquad \text{г)} \ \lim_{x\to 0} \frac{\sin 5x}{3x};$$

$$\text{ґ)} \ \lim_{x\to\infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{2x}.$$