ЛІНІЙНА АЛГЕБРА ТА АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ

Перший курс. Спеціальність «Інженерія програмного забезпечення»

ДОМАШНЯ МОДУЛЬНА КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 1

За матеріалом першої половини семестру

Вимоги до виконання. Усі завдання виконати з повним обгрунтуванням, записом основних формул та проміжних обчислень. Результати перевірити там, де це передбачено умовою.

Завдання 1. Комплексні числа.

Дано комплексні числа $z_1 = 3 - 2i$, $z_2 = 1 + 4i$. Обчислити:

а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$;

в) $z_1 z_2$; г) $\dfrac{z_1}{z_2}$.

Знайти модулі й аргументи чисел z_1, z_2 та записати їх у тригонометричній формі.

д) Використовуючи формулу Муавра, обчислити $z = \left(1 + i\sqrt{3}\right)^8$. Результат подати в алгебраїчній формі.

Завдання 2. Дії над матрицями.

Дано матриці

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & -2 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Обчислити:

а) $2A - 3B$; б) AB; в) BA.

Завдання 3. Визначники.

Обчислити визначники:

а) $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & 4 & -3 \\ 2 & 1 & 5 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}$.

Завдання 4. Обернена матриця.

Знайти обернену матрицю до матриці

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Перевірити результат, обчисливши добуток AA^{-1}.

Завдання 5. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

Дано систему

$$\begin{cases} 2x - y + z = 3, \\ x + 3y - 2z = -4, \\ 3x + y + z = 4. \end{cases}$$

Виконати такі завдання:

а) Скласти основну та розширену матриці системи.

б) Знайти ранги основної та розширеної матриць.

в) За теоремою Кронекера — Капеллі дослідити систему на сумісність і визначити кількість її розв'язків.

г) Розв'язати систему трьома способами: методом Крамера, методом Гаусса та матричним методом.