МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ

Перший курс. Спеціальність «Інженерія програмного забезпечення»

ДОМАШНЯ МОДУЛЬНА КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 1

За матеріалом першої половини семестру

Вимоги до виконання. Усі завдання виконати з повним обґрунтуванням. У задачах на дослідження функцій навести необхідні обчислення, таблиці знаків похідних і побудувати графіки.

Завдання 1. Обчислити границі функцій:

$$\text{a)}\quad \lim_{x\to 0}\frac{\sin^2(5x)}{(3x)^2};$$

$$\text{b)}\quad \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{3}{x}\right)^{2x};$$

$$\text{c)}\quad \lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{4+3x}-2}{x};$$

$$\text{d)}\quad \lim_{x\to 2}\frac{x^3-8}{x^2-4}.$$

Завдання 2. Знайти похідні функцій:

$$\text{a)}\quad y=(x^2+1)^4\ln x;$$

$$\text{b)}\quad y=\frac{e^{2x}}{x^2+1};$$

$$\text{c)}\quad y=\sin^3(2x^2-1);$$

$$\text{d)}\quad y=\ln\left(\frac{x^2+1}{x^2+4}\right).$$

Завдання 3. Обчислити границі, застосовуючи правило Лопіталя:

$$\text{a)}\quad \lim_{x\to 0}\frac{e^{3x}-1}{\sin 2x};\qquad \text{b)}\quad \lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}.$$

Завдання 4. Знайти найбільше та найменше значення функції на заданому сегменті:

$$f(x)=x^3-3x^2-9x+5,\qquad x\in[-2;4].$$

Завдання 5. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = \frac{x^2 + 1}{x - 1}.$$

Визначити область визначення, парність, нулі та знак функції, проміжки монотонності, точки екстремуму, проміжки опуклості й вгнутості, точки перегину та асимптоти. На основі результатів побудувати графік.

Завдання 6. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік:

$$y = x^3 - 3x^2.$$

Визначити область визначення, точки перетину з осями координат, проміжки зростання і спадання, точки екстремуму, проміжки опуклості й вгнутості, точки перегину. Побудувати графік.