# КОМПЛЕКСНА КОНТРОЛЬНА РОБОТА

з лінійної алгебри та аналітичної геометрії

за матеріалом першого семестру

Спеціальність: 122 «Комп’ютерні науки»

**Час виконання:** 90 хвилин. **Завдання 1. Комплексні числа**

Нехай

$$z_1 = 1 + \sqrt{3}\,i, \qquad z_2 = 1 - i.$$

1. Знайти $z_1 + z_2$, $z_1 z_2$ та $\dfrac{z_1}{z_2}$.
2. Записати $z_1$ у тригонометричній формі.
3. За формулою Муавра обчислити $z_1^6$.

## Завдання 2. Матриці та детермінанти (визначники)

Для матриці

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Обчислити детермінант $\det A$.
2. Знайти ранг матриці $A$.
3. Якщо обернена матриця існує, знайти $A^{-1}$.

## Завдання 3. Система лінійних алгебраїчних рівнянь

Розв’язати методом Гаусса систему:

$$\begin{cases} x + y + z = 6, \\ 2x - y + z = 3, \\ x + 2y - z = 2. \end{cases}$$

## Завдання 4. Векторна алгебра

Дано вектори

$$\vec{a} = (1, 2, -1), \qquad \vec{b} = (2, -1, 2).$$

1. Знайти скалярний добуток та кут між векторами.
2. Знайти векторний добуток.
3. Знайти площу паралелограма, побудованого на цих векторах.

## Завдання 5. Пряма на площині

Дано точки $A(1, 2)$ і $B(5, 4)$.

1. Скласти рівняння прямої $AB$ у загальному вигляді.

2. Знайти кутовий коефіцієнт прямої.
3. Знайти відстань від точки $M(2, 5)$ до прямої $AB$.

## Завдання 6. Крива другого порядку

Дано рівняння

$$9x^2 + 4y^2 = 36.$$

1. Визначити тип кривої.
2. Привести рівняння до канонічного вигляду.
3. Знайти півосі, координати фокусів та ексцентриситет.
4. Виконати схематичний рисунок.

## Завдання 7. Аналітична геометрія у просторі

Дано площину

$$\alpha: \quad 2x - y + 2z - 5 = 0$$

і пряму

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}.$$

1. Визначити взаємне розміщення прямої і площини.
2. Якщо вони перетинаються, знайти точку перетину.
3. Знайти кут між прямою і площиною.