Гідравліка, гідро та пневмоприводи

Лекція 2
Основне рівняння гідростатики. Закон Паскаля. Види тиску та його вимірювання. Сила гідростатичного тиску на плоскі та криволінійні поверхні

Викладач: доцент кафедри МІтаАТ
к.т.н. Степчин Я.А.

Основне рівняння гідростатики

Основне рівняння гідростатики визначає повний тиск у будь-якій точці нерухомої рідини, тобто під дією однієї масової сили – сили тяжіння та тиску навколишнього середовища p_0.

Стан рідини, що перебуває в рівновазі, описує основне диференціальне рівняння рівноваги рідини:

$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz).$$

де dp – повний диференціал тиску; X, Y, Z – проекції одиничної масової сили на координатні осі; dx, dy, dz – зміна координат точки.

Якщо на рідину діє лише сила тяжіння, то X = Y = 0, а Z = - g.

Після підстановки можна записати:

$$dp = -\rho g dz.$$

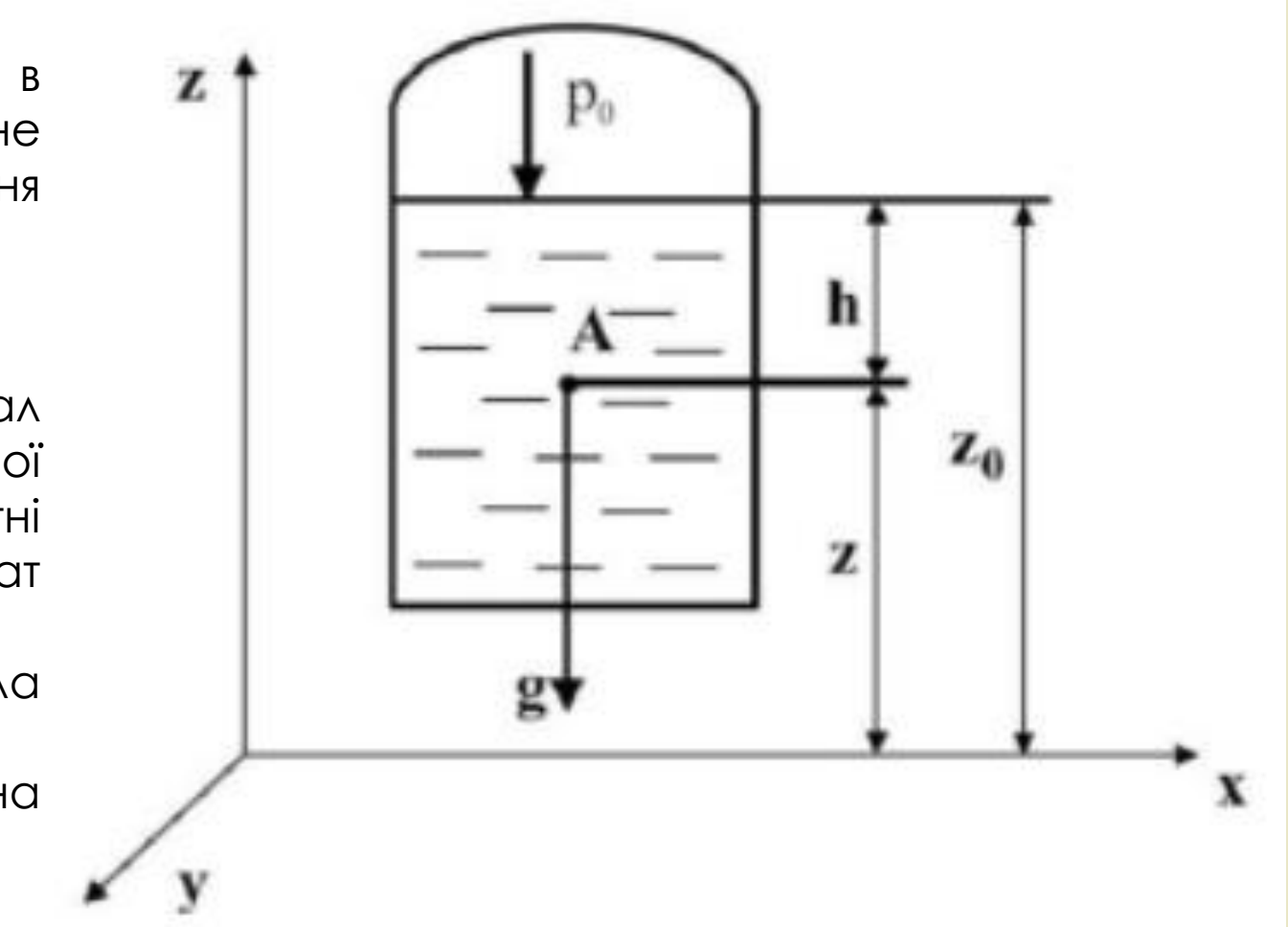


Рис. 1. Схема рівноваги рідини

Після інтегрування основне рівняння рівноваги рідини має вигляд: $p = -\rho g z + C$, або $\frac{p}{\rho g} + z = const$,

де p – тиск у точці А, розміщеній на висоті z від горизонтальної площини порівняння.

Це рівняння виражає розподіл тиску в рідині, що перебуває в стані спокою.

Для визначення постійної інтегрування С підставимо параметри вільної поверхні, для якої за $z = z_0$, $p = p_0$:

$$\frac{p}{\rho g} + z = \frac{p_0}{\rho g} + z_0 .$$

Звідси знаходимо:

$$p = p_0 + \rho g(z_0 - z) .$$

Якщо замінити $z_0 - z = h$, де h – глибина розміщення точки А відносно поверхні рідини:

$$p = p_0 + \rho g h .$$

3

Останнє рівняння – це друга форма запису основного рівняння гідростатики.

Згідно з цим рівнянням тиск p у довільній точці нерухомої рідини дорівнює сумі тисків – тиску p на вільній поверхні й тиску p_h від ваги стовпа рідини висотою h. Відповідно, **тиск, прикладений до зовнішньої поверхні рідини, передається всім точкам цієї рідини і за всіма напрямками однаково** (закон Паскаля).

Закон Паскаля. Види тиску та його вимірювання

Закон Паскаля: тиск, прикладений до зовнішньої поверхні рідини, передається всім точкам цієї рідини і за всіма напрямками однаково.

На законі Паскаля побудований принцип дії різних гідравлічних пристроїв: гідравлічного преса, гідравлічного акумулятора, мультиплікатора тиску тощо.

Гідравлічний прес складається з двох камер А і В з поршнями П, з'єднаних трубопроводом (рис. 2). Тиск, що виникає під поршнем під дією сили F_1, дорівнює $\mathbf{p = F_1/S_1}$.

Згідно закону Паскаля тиск р передається на поверхню поршня $П_2$ і створюється сила F_2:

$$\mathbf{F_2 = pS_2}$$

Силу F2 називають пресовою.

$$\mathbf{F_2 = F_1S_2/S_1}$$

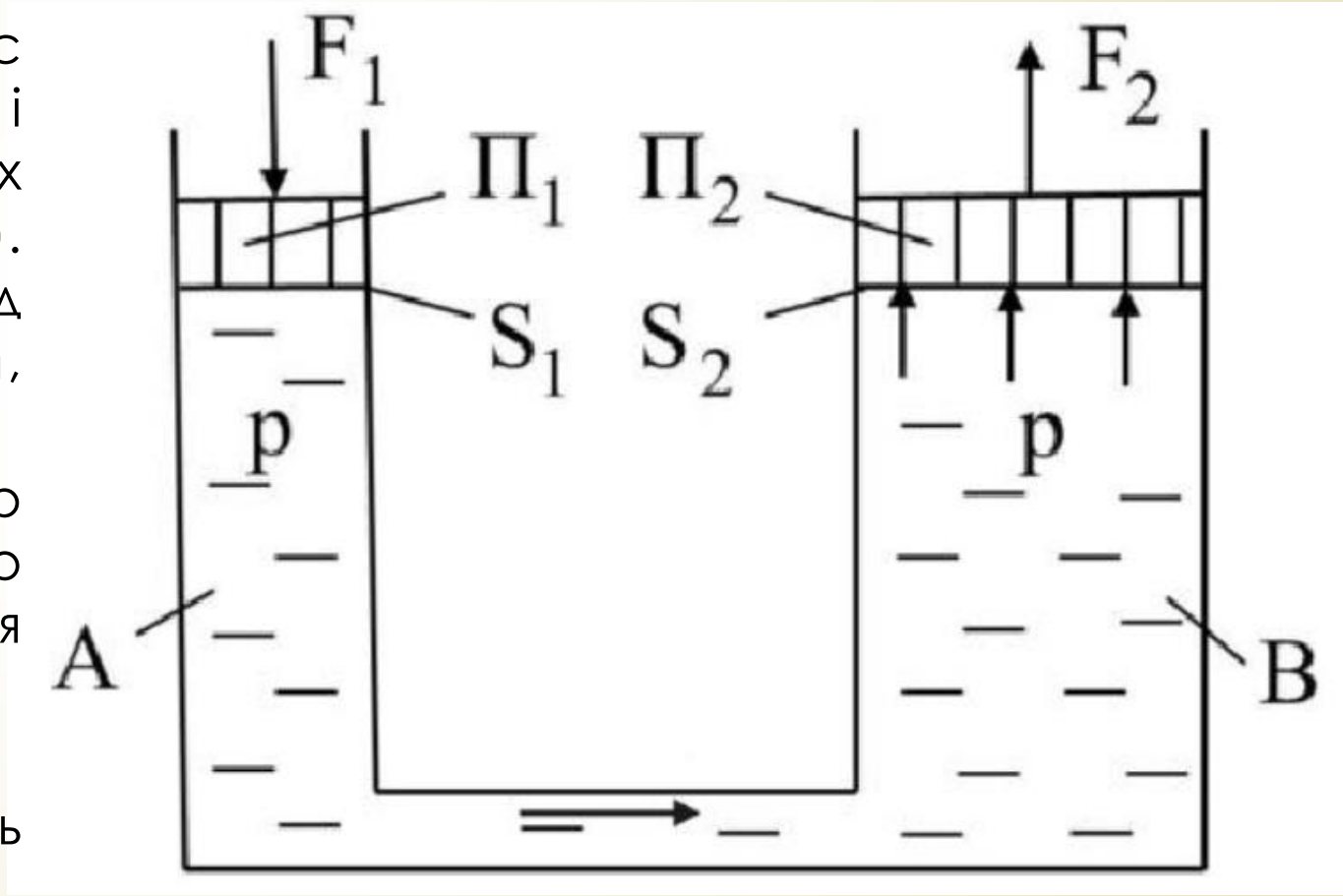


Рис. 2. Схема роботи гідравлічного преса

Гідравлічний акумулятор (рис. 3) служить для акумулювання, тобто накопичення енергії. Його застосовують для виконання короткочасної роботи.

Гідравлічний акумулятор складається з плунжера 1, розміщеного в циліндрі 2, що піднімається разом із вантажем 3 у разі заряджання акумулятора (нагнітанні рідини в циліндр). У разі розрядження акумулятора циліндр, зісковзуючи по плунжеру, рухається вниз, і рідина під тиском подається до споживача.

У разі заряджання акумулятора циліндр піднімається вгору, сила тертя буде спрямована вниз.

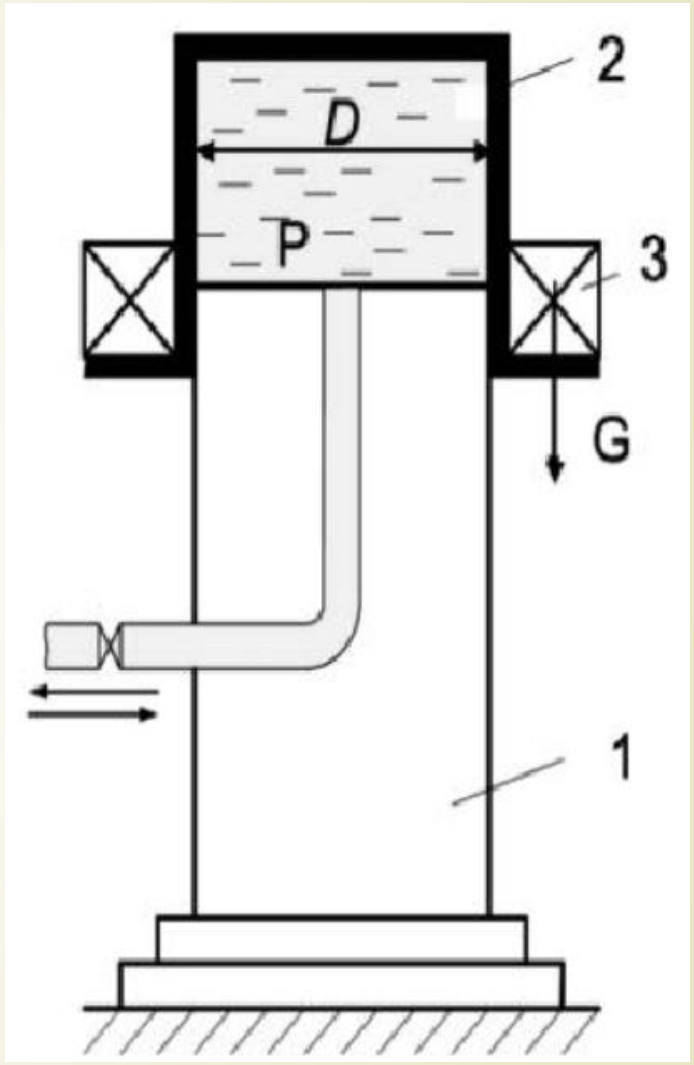
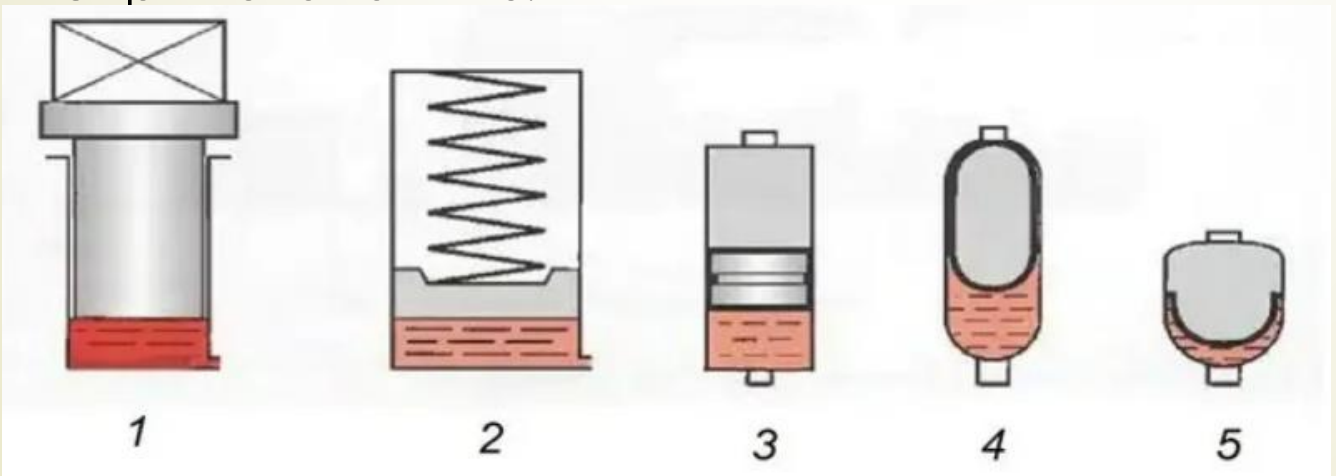


Рис. 3 Схема гідравлічного акумулятора



Тиск під час зарядження визначається з рівняння:

$$G + F_m - F_1 = 0,$$

де G – вага вантажу; F_m – сила тертя; F_1 – сила тиску.
Сила тиску на поршень дорівнює

$$F_1 = p_1 \frac{\pi D^2}{4},$$

де D – діаметр поршня.
Після підстановки:

$$G + F_m - p_1 \frac{\pi D^2}{4} = 0$$

З останнього рівняння визначають тиск p_1 під час зарядження акумулятора:

$$p_1 = \frac{4(G + F_m)}{\pi D^2}.$$

У разі розрядження акумулятора циліндр рухається вниз, сила тертя спрямована вгору.
Рівняння рівноваги циліндра набирає вигляду:

$$G - F_m - F_2 = 0,$$

де F2 – сила тиску на поршень під час розрядження акумулятора

$$F_2 = p_2 \frac{\pi D^2}{4}$$

Тоді: $G - F_m - F_2 \frac{\pi D^2}{4} = 0.$

Тиск p_2 у разі розрядження акумулятора:

$$p_2 = \frac{4(G - F_m)}{\pi D^2}.$$

Гідравлічний мультиплікатор (рис. 4) дозволяє підвищити тиск у рідині. Мультиплікатор складається з циліндрів 1, 2 і поршня 3. Тиск у лівій порожнині мультиплікатора буде більшим, ніж у правій, настільки, наскільки площа правого поршня S_2 більша від площі лівого S_1. Підбором площ S_1 і S_2 можна одержати необхідну величину відношення тисків – p_1/p_2

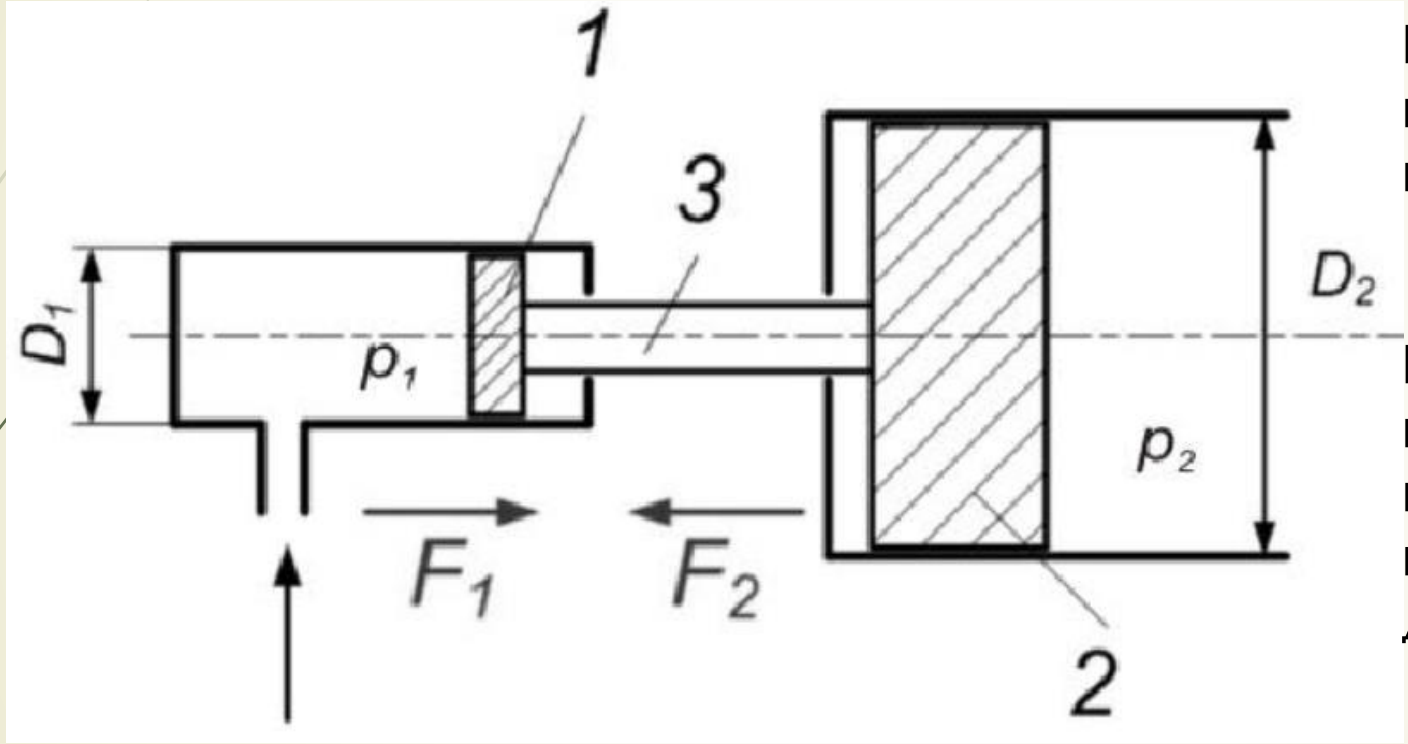


Рис. 4. Схема гідравлічного мультиплікатора

П'єзометрична висота – це висота рідини, що відповідає певному тиску p:

$$H_p = p/\rho g$$

П'єзометрична площина – це уявна горизонтальна поверхня, у всіх точках якої гідростатичний тиск рідини дорівнює атмосферному

Вирізняють тиск **абсолютний** і **атмосферний**. Якщо тиск р відраховують від абсолютного нуля (рис. 5), то його називають абсолютним $p_{абс}$, якщо від атмосферного $p_{атм}$, то - **надлишковим** $p_н$, або **манометричним** $p_м$.

Тиск у будь-якій точці рідини називається абсолютним $p_{абс}$ і його визначають за формулою:

$$p_{абс} = p_0 + \rho g h,$$

де p_0 - тиск на вільній поверхні рідини;

ρgh – вага стовпа рідини висотою к.

Абсолютний тиск:

$$\boldsymbol{P_{абс} = P_a + P_м}\ .$$

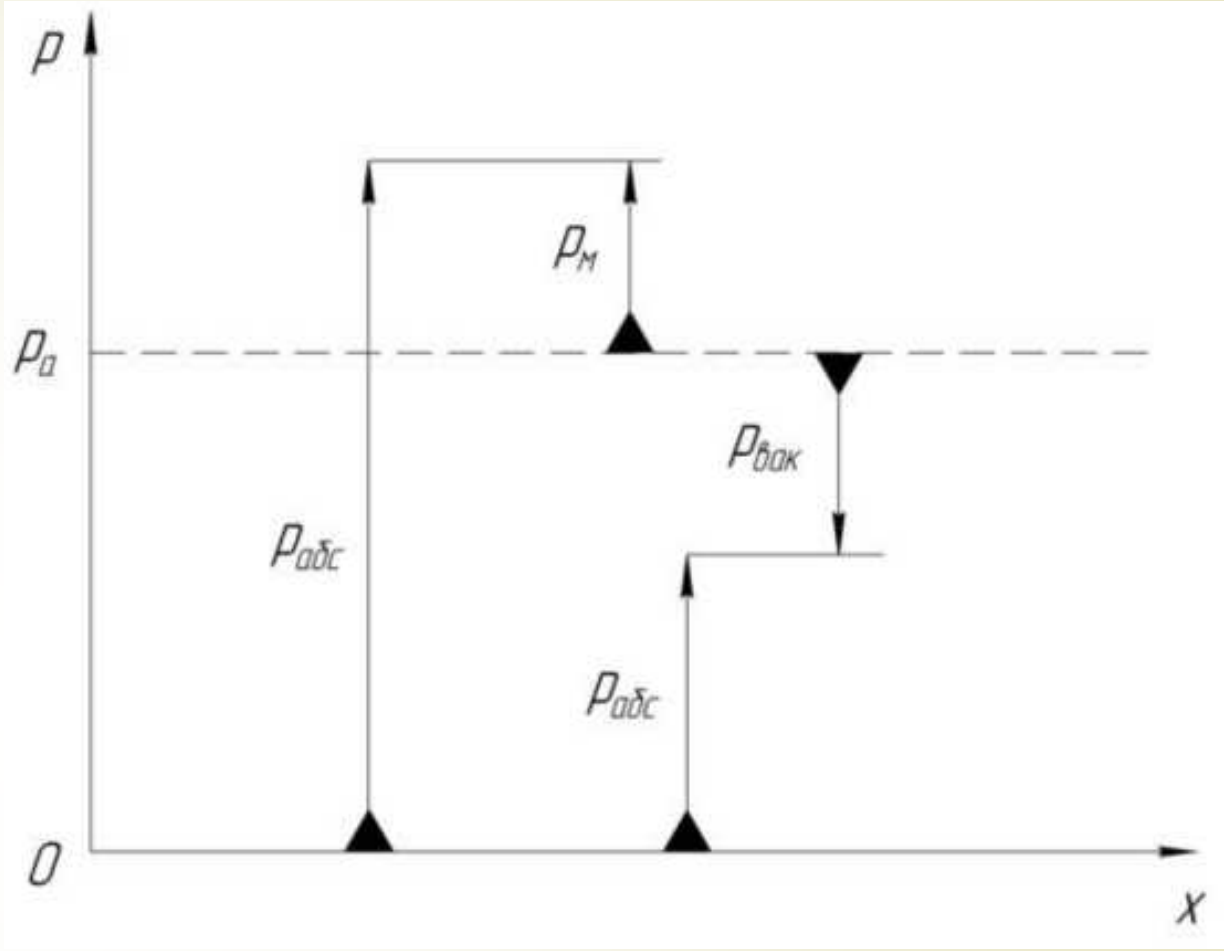


Рис. 5 Види тиску

Вакуум (вакуумметричний тиск) – це недостача тиску до атмосферного або різниця між атмосферним та абсолютним тиском:

$$p_{вак} = p_a - p_{абс}$$

Для вимірювання тиску використовують рідинні, механічні (пружинні й мембранні) та електричні прилади: барометр, п'єзометр, вакуумметр, дифманометр, мановакуумметр.

Барометр (рис. 6) складається з відкритої чашки, заповненої ртуттю, та скляної трубки, верхній кінець якої запаяний, а нижній – опущений у чашку під рівень ртуті.

У верхній частині трубки повітря відсутнє, тому в ній діє тиск насиченої пари р ртуті. Значення атмосферного тиску обчислюють за формулою:

$$p_a = p_{нп} + \rho_{рт} g h ,$$

де $p_{нп}$ – тиск насиченої пари; ρ – густина ртуті; h – висота підняття ртуті в скляній трубці.

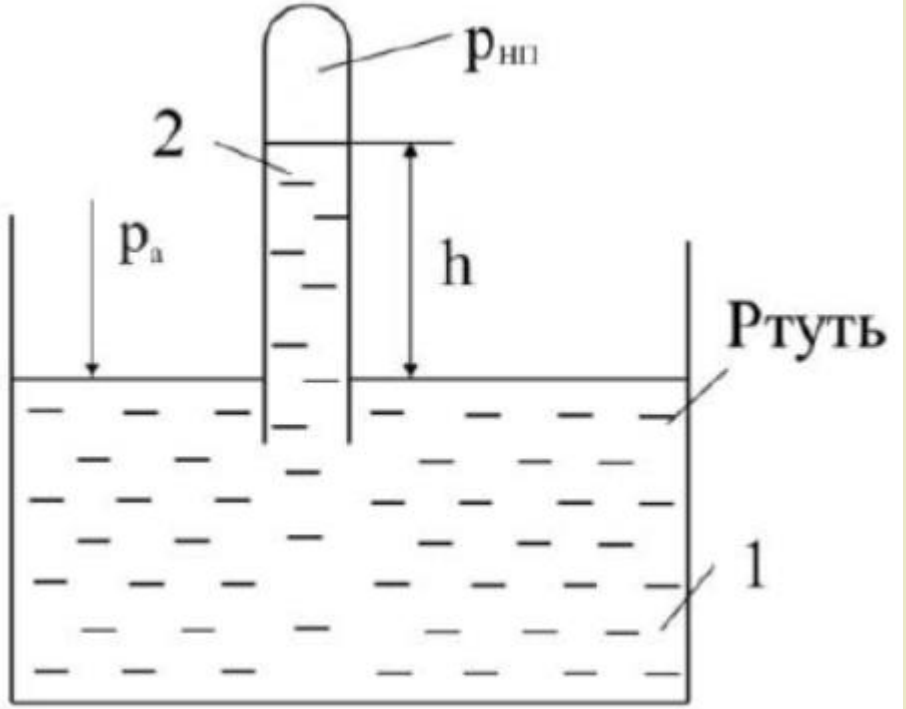


Рис. 5. Барометр: 1 - чашка із ртуттю; 2 - скляна трубка

Диференціальний манометр використовують для вимірювання різниці тисків у двох резервуарах або різниці тисків у двох точках одного й того самого резервуара:

$$p_1 - p_2 = \Delta p\,, \qquad \Delta p = \rho g h\,,$$

$$\Delta p = gh(\rho_2 - \rho_1),$$

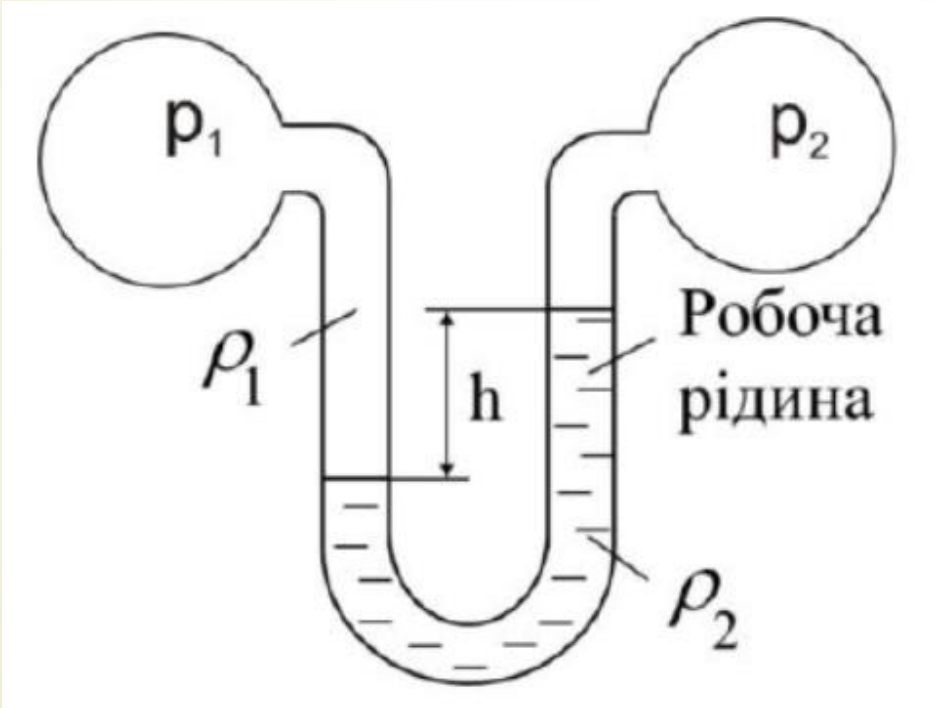


Рис. 7. Диференціальний манометр

Пружинний манометр (рис. 8) складається з корпусу 5, пружної манометричної трубки 4, передавального механізму 3, стрілки 2 та шкали 1. За дії тиску рідини пружина розпрямляється.

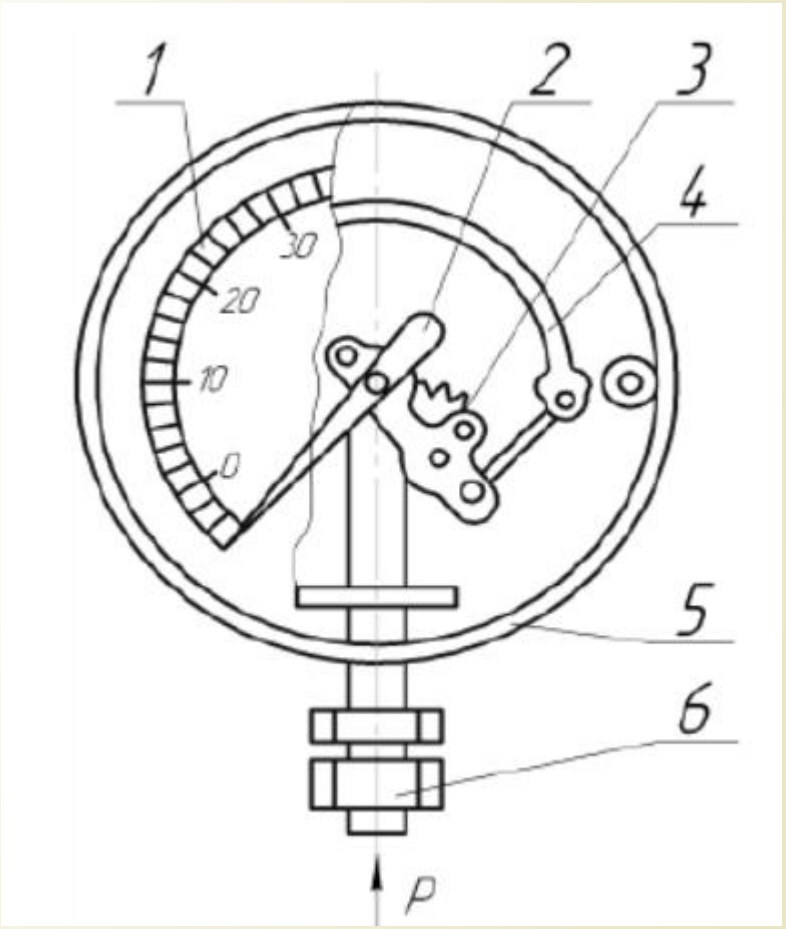


Рис. 8. Пружинний манометр

Сила гідростатичного тиску на плоскі та криволінійні поверхні

Сила тиску на плоску поверхню

Є плоска стінка АВ, занурена в рідину і нахилена під кутом α (рис. 9).

Абсолютний тиск в області нескінченно малої смужки dω дорівнюватиме:

$$p = p_0 + \rho g h ,$$

де p_0 – тиск на вільній поверхні рідини.

Елементарна сила тиска, що діє на площину dω :

$$dF = p d\omega = (p_0 + \rho g h) d\omega .$$

Ураховуючи, що h = y sinα: $dF = (p_0 + \rho g y \sin\alpha) d\omega .$

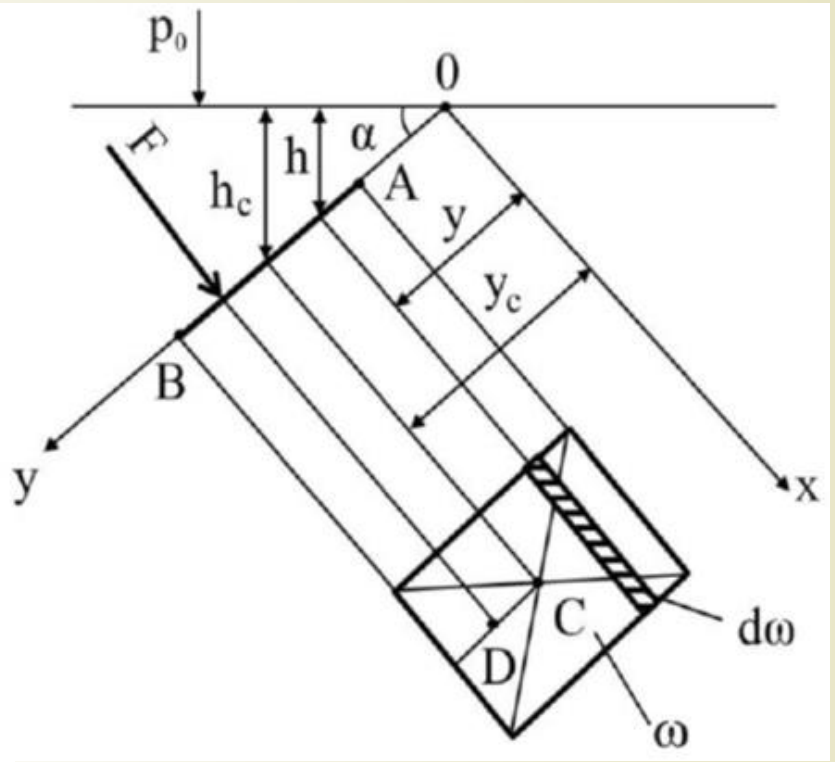


Рис. 9. Схема для визначення сили тиску на плоску поверхню

11

Для визначення повної сили F після інтегрування на всій площині ω:

$$F = \int_\omega p_0 d\omega + \int_\omega \rho g y \sin\alpha d\omega = p_0\omega + \rho g \sin\alpha \int_\omega y d\omega .$$

Кінцево повна сила тиску:

$$F = (p_0 + \rho g h_c)\omega .$$

Тобто сила від сумарного абсолютного тиску, що діє на плоску стінку, занурену в рідину, дорівнює добутку площі фігури на величину абсолютного тиску в її центрі ваги.

Поняття про центр тиску

Центр тиску – це точка прикладання рівнодійної сили тиску.
Зовнішній тиск p_0 передається всім точкам рідини однаково, тому сила F_0 буде прикладена в центрі ваги плоскої стінки АВ (точка С).
Сила від надлишкового гідростатичного тиску F_p розподіляється по площі фігури нерівномірно, збільшуючись із глибиною занурення, і буде знаходитися нижче від точки С.
Сумарна сила F буде прикладена в центрі тиску (точка Д), координату якого визначають за формулою:

$$y_D = y_C + \frac{I_0}{y_C \omega},$$

де I_0 – момент інерції плоскої стінки відносно центра осі, що проходить через центр ваги плоскої фігури.

Сила тиску на криволінійну поверхню

Для циліндричної поверхні AB, зануреної в рідину (рис. 10) рівнодійна сила тиску F рідини на криволінійну поверхню складається з горизонтальної Fг та вертикальної Fв складових:

$$F = \sqrt{F_г^2 + F_в^2}$$

Горизонтальна складова Fг дорівнює силі тиску рідини на вертикальну проєкцію цієї поверхні:

$$F_г = (p_0 + \rho g h_c) S_в ,$$

де Fв – вертикальна проєкція криволінійної поверхні;

p_0 – тиск на вільній поверхні рідини;

h_c – відстань від вільної поверхні до центра ваги її вертикальної проєкції.

Вертикальна складова Fв сили тиску дорівнює вазі рідини в об'ємі тіла тиску:

$$F_в = \rho g V_{тт} ,$$

де ρ – густина рідини; V – об'єм тіла тиску.

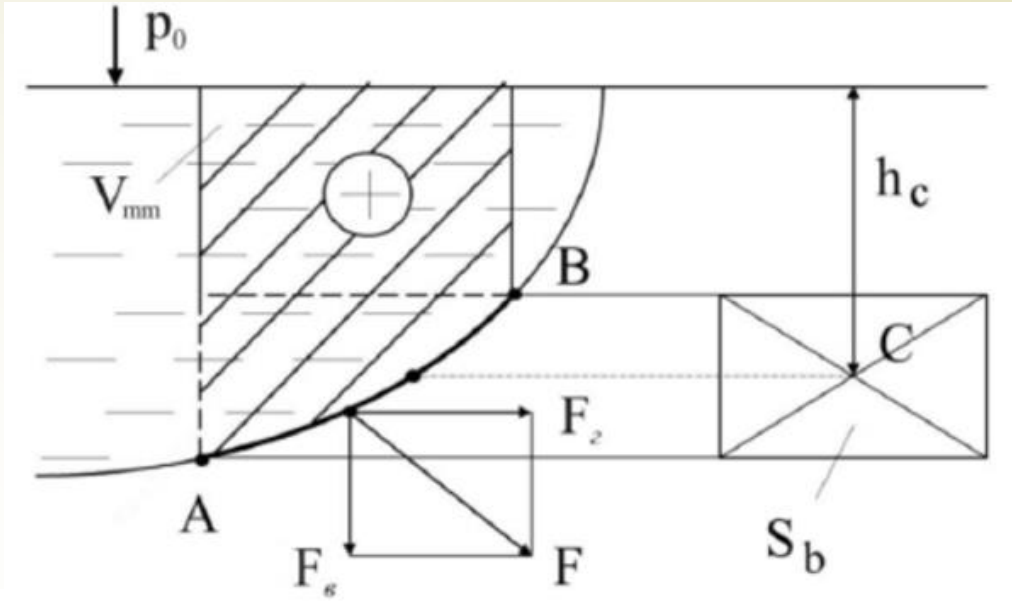


Рис. 10. Сила тиску рідини на циліндричну поверхню

Об'єм тіла тиску – це об'єм тіла, обмеженого криволінійною поверхнею, п'єзометричною площиною та вертикальними площинами, що проходять по контуру криволінійної поверхні.

Закон Архімеда

За законом Архімеда **на тіло, занурене в рідину, діє виштовхувальна сила F_A, спрямована вгору, що дорівнює вазі рідини, витісненої тілом**:

$$F_A = \rho_p g V ,$$

де V – об'єм зануреної в рідину частини тіла;
ρ_p – густина рідини.

Можливі три випадки стану тіла в рідині:
1) якщо $G > F_A$ – тіло потоне;
2) якщо $G = F_A$ – тіло плаває всередині рідини на глибині, на яку воно занурене;
3) якщо $G < F_A$ – тіло піднімається вгору (воно випливає доти, доки вага тіла G не порівняється із силою F_A, що дорівнює вазі об'єму зануреної частини тіла).

Оскільки на тіло діє виштовхувальна сила, вага його в рідині G_p буде меншою, ніж у повітрі:

$$G_p = G(1 - \frac{\rho_P}{\rho m}),$$