Гідравліка, гідро та пневмоприводи

Лекція 4

РЕЖИМИ РУХУ РІДИНИ. МІСЦЕВІ ГІДРАВЛІЧНІ ОПОРИ

Викладач: доцент кафедри МІтаАТ
к.т.н. Степчин Я.А.

Режими руху рідини. Число Рейнольдса

Досліди, які вперше провів Озборн Рейнольдс у 1883 році (рис. 1), показують, що в одному й тому самому трубопроводі, по якому протікає рідина, мають місце якісно різні режими руху рідини: ламінарний та турбулентний.

2

За малих швидкостей струминки рідини рухаються окремою струминкою без перемішування - **ламінарний** режим. При збільшенні швидкості рідини потік фарби буде розмиватись утворюючи вихори – **турбулентний** режим.

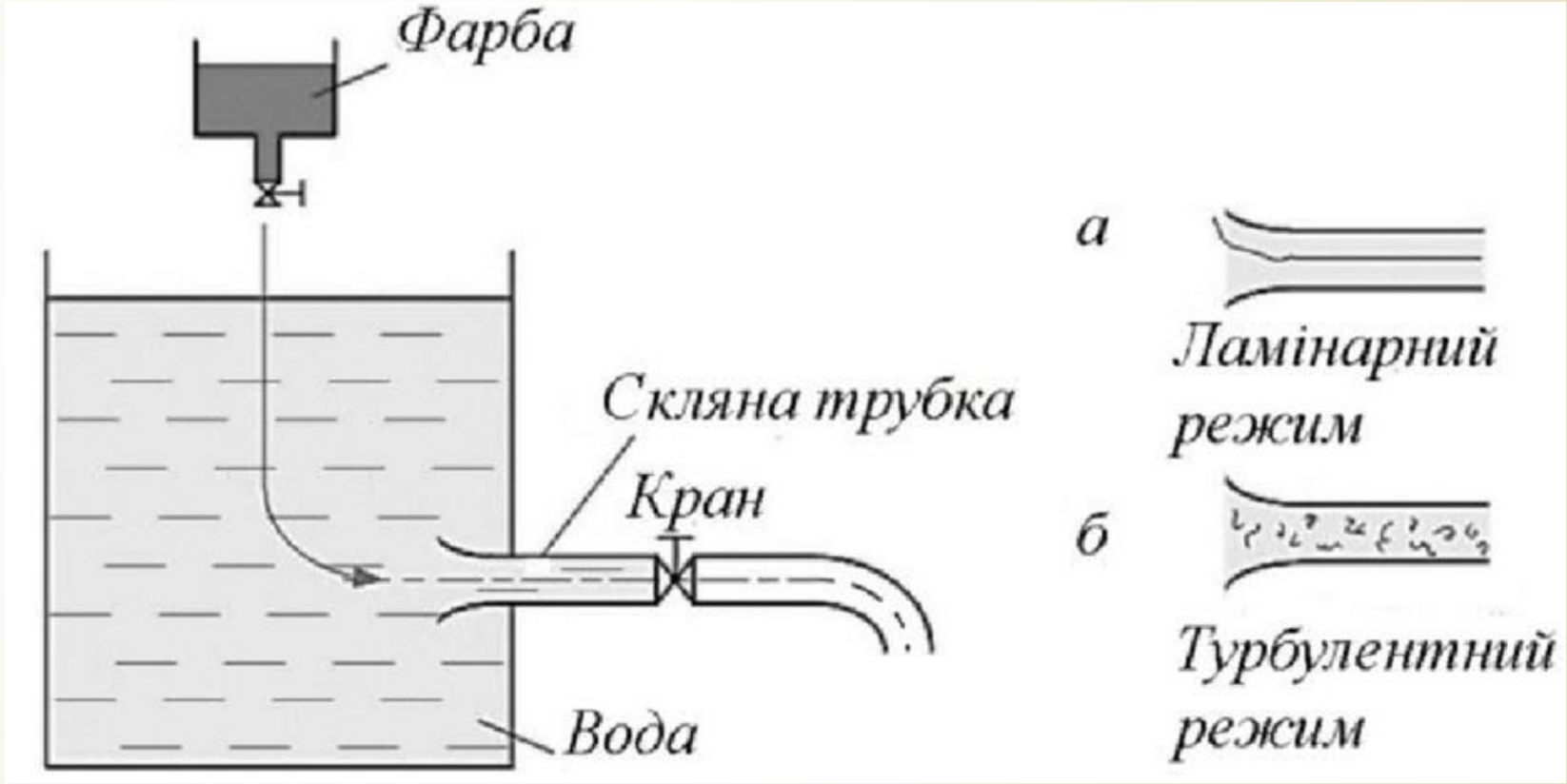


Рис. 1. Установка Рейнольдса для дослідження режиму руху рідини

Ламінарним називають потік рідини, за якого частинки рідини рухаються паралельно одна одній без перемішування сусідніх шарів. Назва режиму походить від латинського «lamina», що означає шар або пластина.

Турбулентним називають потік рідини, за якого частинки рухаються хаотично, об'єм рідини перемішується, і Її частинки обертаються. Водночас відбувається пульсація швидкостей і тиску. Назва цього режиму походить від латинського «turbulentus», що означає вируючий, неспокійний.

Для аналітичного визначення режиму руху рідини використовують безрозмірний параметр – критерій або число Рейнольдса:

$$Re = \frac{Vd}{\nu}$$

де V – швидкість руху рідини;
d – діаметр трубопроводу;
ν – кінематична в'язкість.

Фізичний зміст числа Рейнольдса – це відношення сил інерції елементарного об'єму рідини до сил в'язкості на поверхні цього об'єму.

Число Рейнольдса, що відповідає швидкості переходу ламінарного режиму в турбулентний, називають критичним ($Re_{кр}$).
Експериментально визначено, що критичне число Рейнольдса для круглих труб дорівнює $Re_{кр} = 2320$.

Число Re порівнюють із критичним $Re_{кр}$ і встановлюють режим руху рідини:
а) якщо $Re < Re_{кр} = 2320$ – режим ламінарний;
б) у діапазоні чисел Рейнольдса $2\,320 < Re < 4\,000$ – рух несталий, тобто можна бути як ламінарний, так і турбулентний рух (перша перехідна зона).
в) якщо $Re > 4\,000$, спостерігається сталий турбулентний рух.
На практиці мають місце як ламінарний, так і турбулентний рух:

Сталий ламінарний режим спостерігається в тонких капілярних трубках під час руху в'язкої рідини (нафти, мастила), при фільтрації води в шарах ґрунту. Турбулентний рух спостерігається у водопровідних трубах, а також у трубах, по яких протікають бензин, гас, спирт та інші малов'язкі рідини.

Гідравлічні втрати

Втрати питомої енергії (напору), або гідравлічні втрати, залежать від форми і розмірів русла, швидкості течії та в'язкості рідини.
В'язкість рідини є першопричиною всіх гідравлічних втрат, але не завжди основною. Як показують досліди, здебільшого гідравлічні втрати пропорціональні квадрату середньої швидкості. Тому в гідравліці їх прийнято виражати в частках швидкісного напору $V^2/2g$ і визначати за формулою:

$$h_{вт} = \zeta \frac{V^2}{2g},$$

де ζ (дзета) показує, яка частка або частина у швидкісному напорі належить до гідравлічних втрат.
Гідравлічні втрати можна визначити і в частках тиску (Па):

$$p_{вт} = \rho g h = \zeta \frac{\rho V^2}{2}.$$

Гідравлічні втрати поділяють на два основні види: **місцеві втрати $h_м$** і **втрати за довжиною труби (поздовжні втрати) $h_{тр}$**.

1. **Місцеві втрати напору** зумовлені місцевими гідравлічними опорами – це ділянки труб і каналів із різкою або поступовою зміною розмірів чи форми. Прикладом місцевих опорів (рис. 2) можуть бути засувка, діафрагма, дифузор, коліно і т. ін.
Місцеві втрати напору також виражають у частках швидкісного напору.

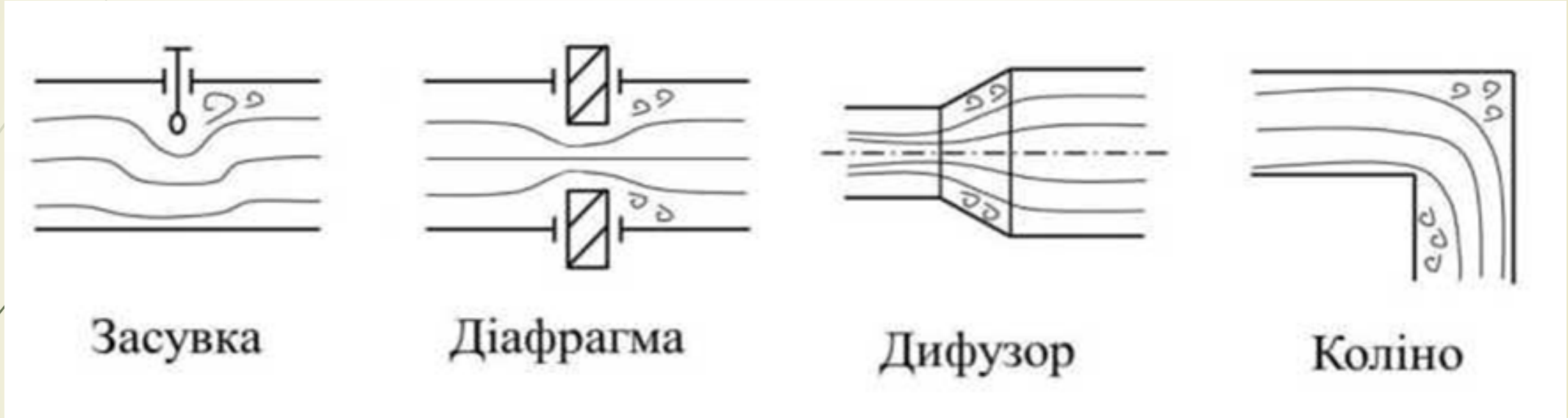


Рис. 2. Приклади місцевих опорів

Втрати напору в місцевих опорах визначають за формулою Вейсбаха:

$$h_м = \zeta_м \frac{V^2}{2g},$$

де ζ – коефіцієнт місцевого опору, який беруть за даними експериментів; V – швидкість руху рідини.

2. **Втрати напору на тертя** за довжиною виникають під час протікання рідини по трубах і каналах за рівномірного або нерівномірного руху. Механізм виникнення цих втрат пов'язаний із внутрішнім тертям. У загальному випадку ці втрати залежать від довжини і діаметра трубопроводу, властивостей рідини (в'язкості) і для різних рідин будуть різними (рис. 3).

Для визначення поздовжніх втрат напору використовують формулу Дарсі - Вейсбаха:

$$h_{mp} = \lambda \frac{l}{d} \frac{V^2}{2g},$$

де λ – гідравлічний коефіцієнт тертя (коефіцієнт Дарсі);
l – довжина трубопроводу;
d – діаметр; V – середня швидкість рідини в трубі.
Гідравлічний коефіцієнт тертя λ залежить від в'язкості і швидкості рідини (режиму руху) та якості поверхні трубопроводу.

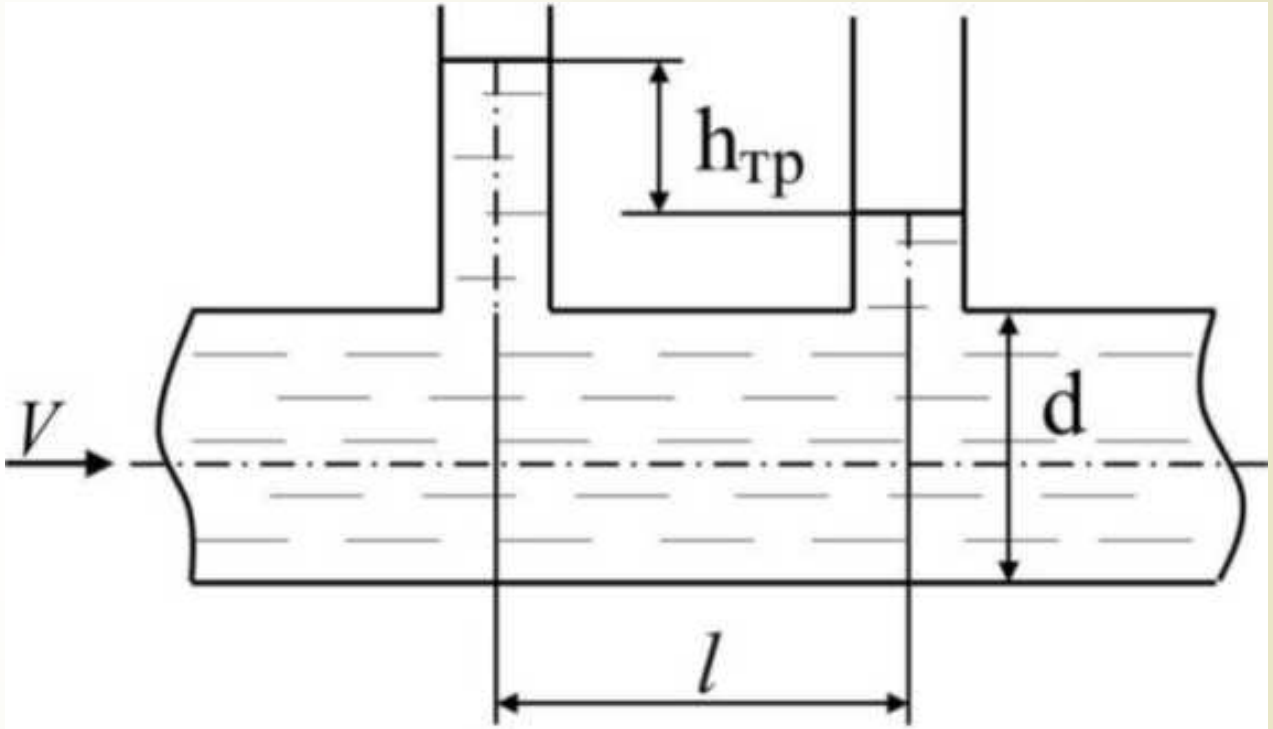


Рис. 2. Втрати напору за довжиною труби постійного перерізу

Ламінарний рух рідини. Закон Пуазейля

Теорія ламінарного руху (строго упорядкованого, почасового, без перемішування шарів) базується на законі тертя Ньютона.

Для усталеного ламінарного руху рідини в круглій трубі з внутрішнім діаметром $d = 2r_o$ (рис. 4) у горизонтальній ділянці труби, на відрізку L між двома перерізами 1-1 та 2-2 можна визначити втрати на тертя.

Рівняння Бернуллі для перерізів 1-1 і 2-2:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + h_{тр}$$

де p_1 і p_2 – тиски в перерізах.

Спростимо рівняння Бернуллі.

Діаметр трубопроводу сталий, тоді $V_1 = V_2$. Крім того, $z_1 = z_2$.

$\alpha_1 = \alpha_2 = const$ (коеф. кінетичної енергії – коеф. Коріоліса), для ламінарного режиму $\alpha = 2$.

Після підстановки і скорочень:

$$\frac{p_1}{2g} - \frac{p_2}{2g} = h_{тр},$$

де $h_{тр}$ – втрати напору на тертя за довжиною.

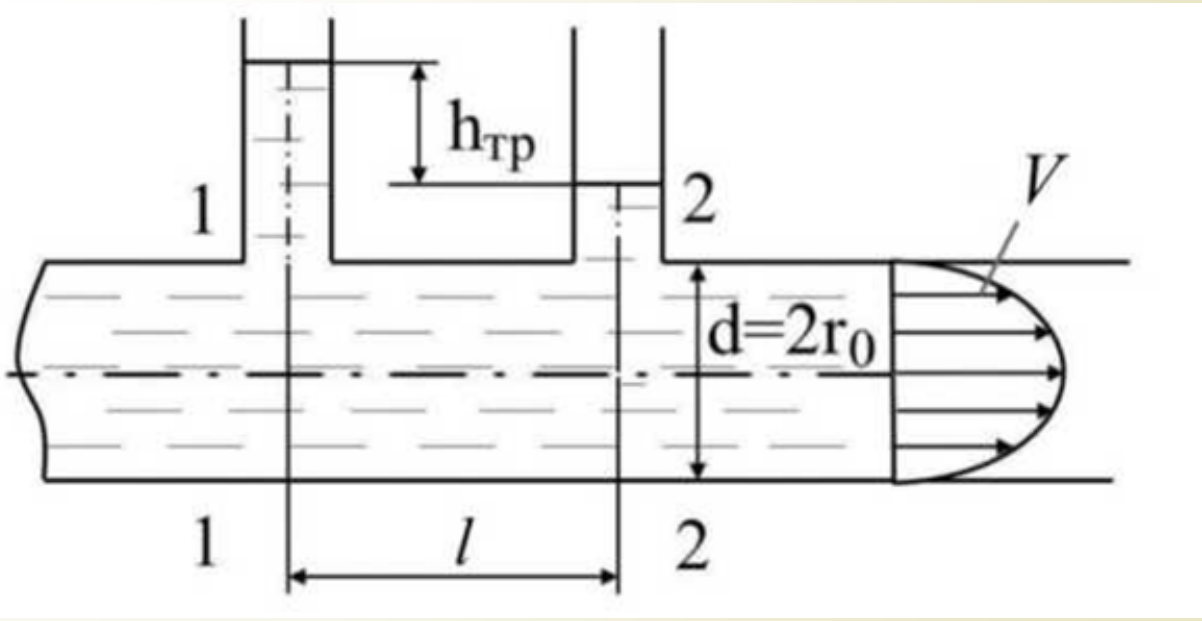


Рис. 4. Схема труби з усталеним рухом рідини

Звідси одержимо: $h_{тр} = \frac{p_1 - p_2}{\rho g}$, або $h_{тр} = \frac{p_{тр}}{\rho g}$.

Швидкість рідини в окремих точках перерізу круглої труби можна визначити за формулою Стокса:

$$V = \frac{p_{тр}(r_0^2 - r^2)}{4\mu l},$$

де $p_{тр}$ – втрати тиску на тертя за довжиною;
r_0 – радіус труби;
r – відстань від центра перерізу труби до точки, в якій визначають швидкість (поточний радіус).

$$p_{тр} = \rho g h_{тр}.$$

Розподіл швидкостей у трубі за ламінарного режиму показано на рис. 5.

Максимальне значення швидкості в трубі буде за умови, що r = 0 та V = Vmax:

$$V_{max} = \frac{p_{тр} r_0^2}{4\mu l}$$

Середня швидкість у круглій трубі за ламінарного режиму руху дорівнює половині максимальної швидкості.

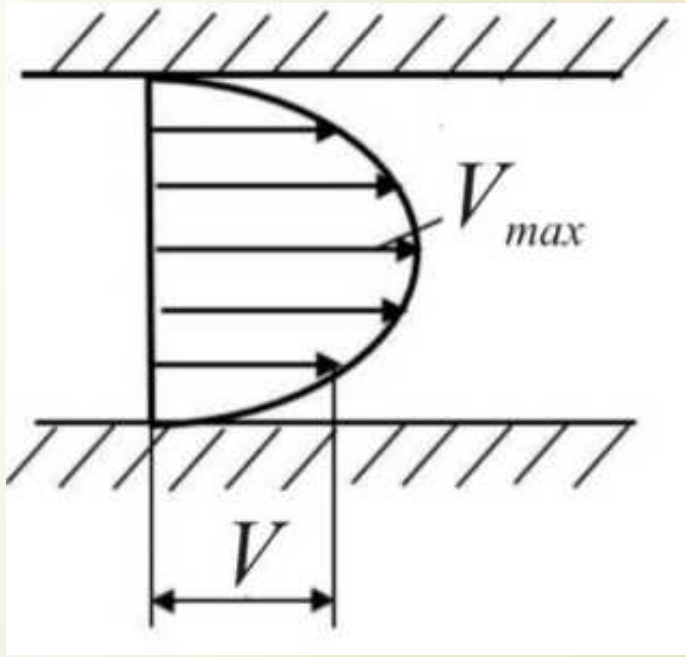


Рис. 5. Розподіл швидкостей у трубі за ламінарного режиму

Ралежність втрат напору в круглій трубі за ламінарного режиму можна встановити після перетворень формул:

$$h_{тр} = \frac{p_{тр}}{\rho g}$$ та $$V_{ср} = \frac{Q}{\pi r_0^2} = \frac{p_{тр} r_0^2}{8 \mu l}$$

$$p_{тр} = \frac{8 \mu l Q}{\pi r_0^4}.$$

одержимо:

Підставимо у вираз для $h_{тр}$: $$h_{тр} = \frac{8 \mu l Q}{\rho g \pi r_0^4}.$$

Після підстановки $\mu = \nu\rho$, $r_0 = d/2$ одержимо формулу закону Пуазейля:

$$h_{тр} = \frac{128 \nu l Q}{\pi g d^4}.$$

Закон Пуазейля: за ламінарного режиму руху рідини в трубі круглого перерізу втрати напору на тертя пропорційні витраті і в'язкості у першому степені, обернено пропорціональні діаметру в четвертому степені і не залежать від характеристики поверхні стінок труби.

Формулу закону Пуазейля можна звести до вигляду формули Дарсі-Вейсбаха:

$$h_{mp} = \lambda \frac{l}{d} \frac{V^2}{2g}.$$

Після заміни витрати Q:

$$Q = V \frac{\pi d^2}{4}$$

і множення чисельника і знаменника на V формула закону Пуазейля матиме вигляд:

$$h_{mp} = \frac{128 \nu l V \pi d^2}{\pi g d^4 4} \cdot \frac{V}{V} = \frac{64\nu}{Vd} \frac{l}{d} \frac{V^2}{2g}$$

З урахуванням числа Рейнольдса:

$$h_{mp} = \frac{64}{\mathrm{Re}} \frac{l}{d} \frac{V^2}{2g}.$$

або:

$$h_{\text{тр}} = \lambda_{\text{л}} \frac{l}{d} \frac{V^2}{2g}$$

де $\lambda_л$ – гідравлічний коефіцієнт тертя для ламінарного режиму: $\lambda_л = 64/\mathrm{Re}$

Турбулентний рух рідини

Структура турбулентного руху в трубі складніша, ніж у ламінарного: рідина перемішується, виникають пульсації тиску, а швидкості окремих частинок рідини змінюються з часом за величиною і напрямком.

Місцева миттєва швидкість u окремої частинки з часом коливається навколо деякого середнього значення – осередненої швидкості V_{oc} (рис. 6). Тому його наближено можна розглядати усталеним за умови, що місцева швидкість буде дорівнювати осередненій:

$$V_{oc} = \frac{1}{t}\int_0^t u dt,$$

де u – миттєва швидкість.

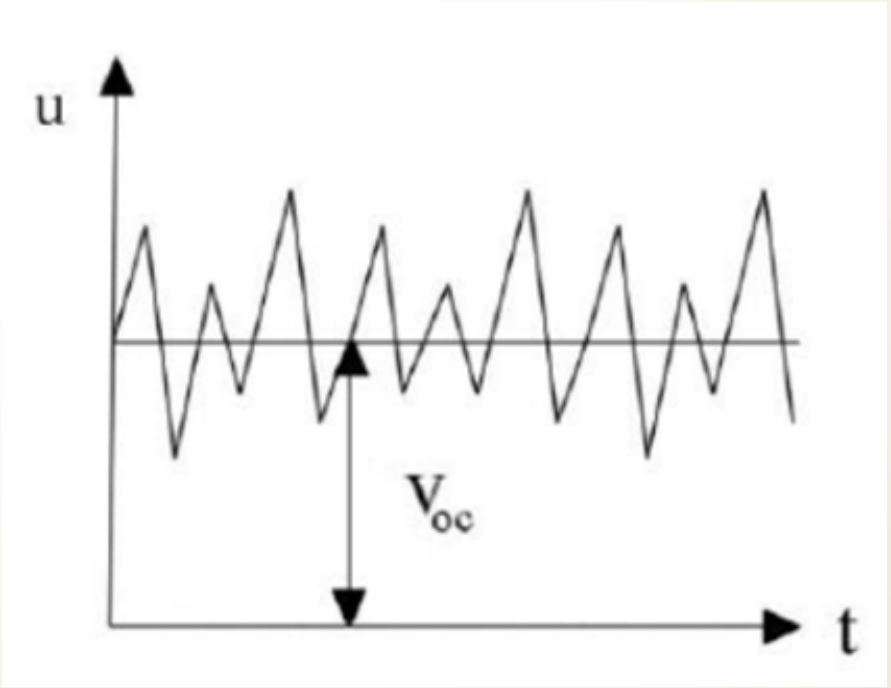


Рис. 6. Коливання швидкості за турбулентного режиму

Структуру потоку під час турбулентного руху рідини (рис. 7) відрізняється від ламінарного руху: біля стінки має місце дуже тонкий ламінарний шар (0,1 …3 мм), а після перехідної зони утворюється турбулентне ядро потоку. Розподіл швидкостей у поперечному перерізі турбулентного потоку (рис. 8) більш рівномірний, а нарощування швидкості біля стінок швидше.

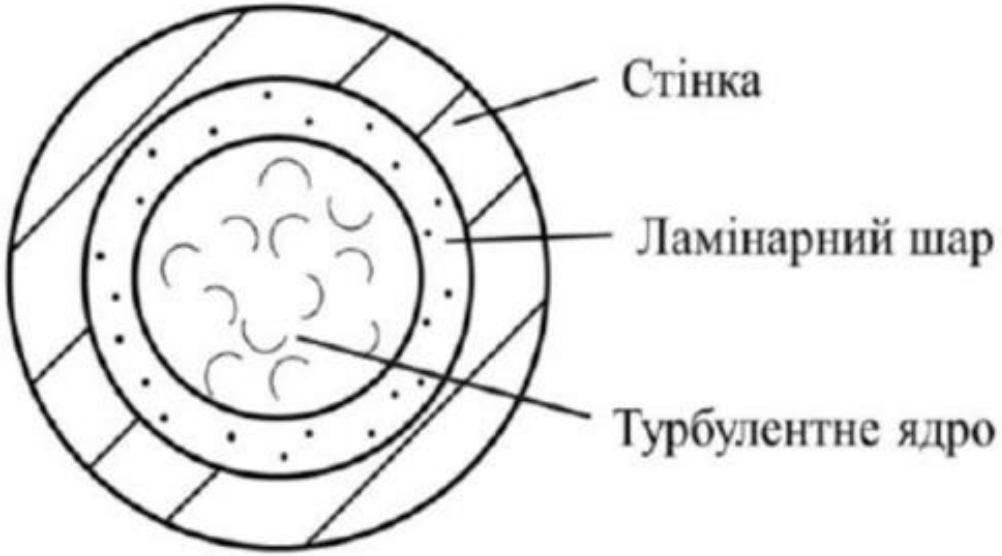


Рис. 7. Структура потоку в перерізі труби за турбулентного режиму

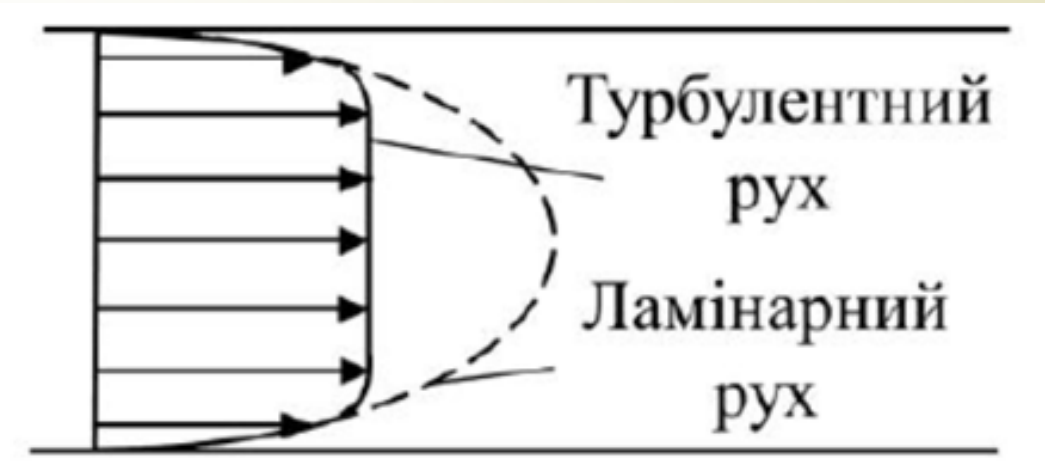


Рис. 8. Розподіл швидкостей у поперечному перерізі труби

Коефіцієнт Коріоліса α для турбулентного потоку менший, ніж для ламінарного і залежить від числа Рейнольдса:
для Re = 4000 α = 1,13; для Re = 3·106 α = 1,025.
Для практичних обчислень наближено приймається α = 1.

Втрати напору на тертя в трубах. Формула Дарсі-Вейсбаха

Під час ламінарного руху залежність втрат напору на тертя $h_{тр}$ близька до лінійної (рис. 9). Під час турбулентного – втрати напору наростають більш інтенсивно, і крива близька до параболи.

Через складність турбулентного руху під час розрахунків використовують експериментальні дані.

Основною розрахунковою формулою для визначення втрат напору під час турбулентного руху є формула Дарсі - Вейсбаха:

$$h_{тр} = \lambda_т \frac{l}{d} \frac{V^2}{2g},$$

де λт – гідравлічний коефіцієнт тертя за турбулентного режиму (коефіцієнт Дарсі).

За турбулентного режиму втрати напору пропорційні квадрату швидкості.

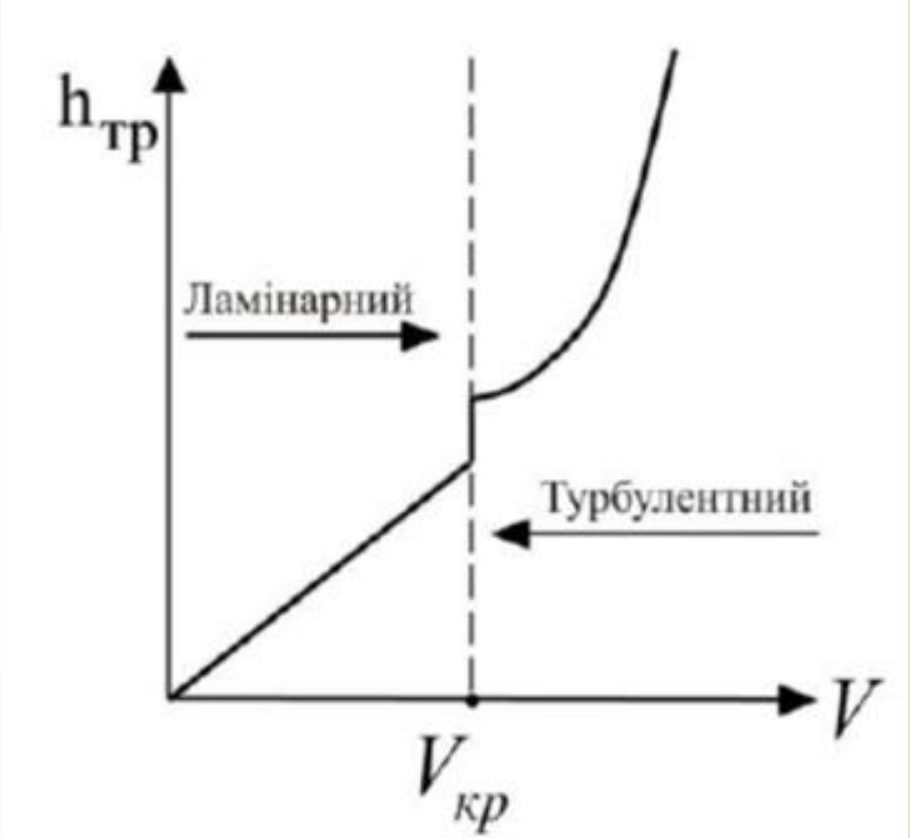


Рис. 9. Залежність втрат напору на тертя від швидкості рідини

Коефіцієнт Дарсі λт залежить від діаметра труби d, числа Рейнольдса Re та шорсткості труби Δе:

$$\lambda m = f\ (Re,\ \Delta/d\ ).$$

Під час розрахунків використовують значення еквівалентної шорсткості труби Δе – уявної висоти виступів на внутрішній поверхні труб, яка під час обчислення спричиняє такі самі втрати напору, як і за наявності дійсних виступів.

Поняття про гідравлічно гладкі й шорсткі труби

1. Гідравлічно гладкі труби

Якщо шорсткість труби не впливає на її опір, то трубу називають гідравлічно гладкою (рис. 10).

У зоні гідравлічно гладких труб число Рейнольдса має значення

4 000 < Re < 10d/Δe

і коефіцієнт Дарсі $\lambda_т$ залежить лише від числа Рейнольдса.

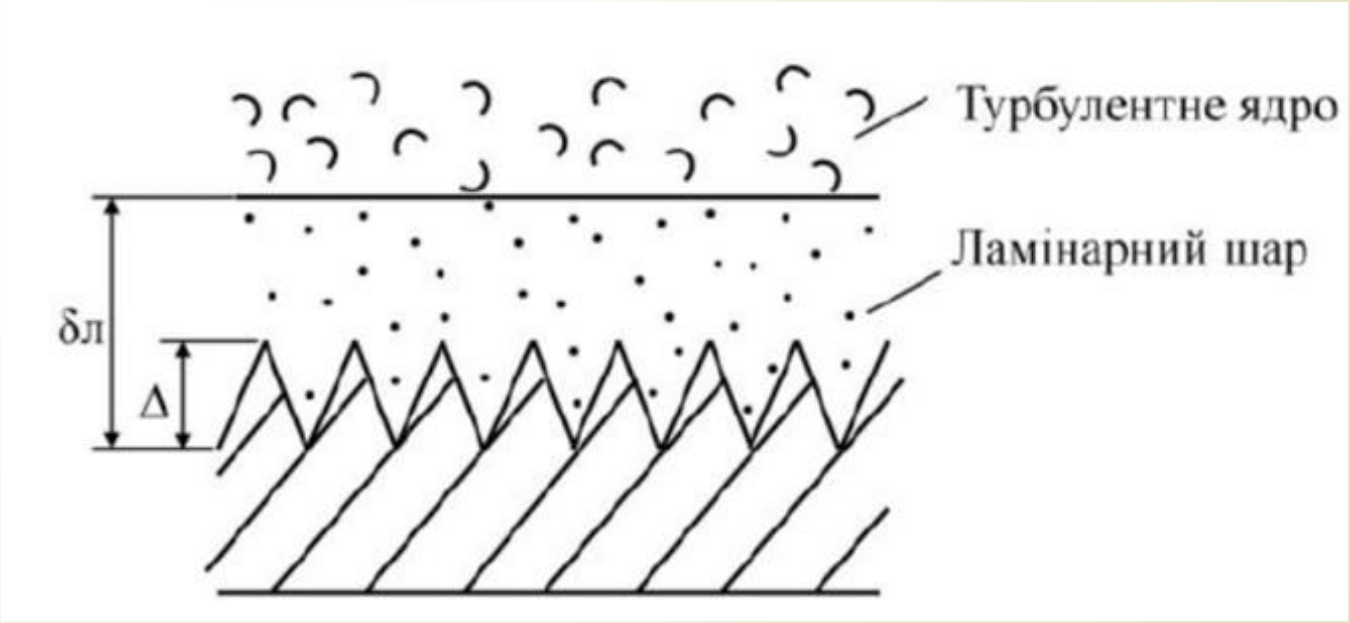


Рис. 10. Гідравлічно гладка труба

Коефіцієнт Дарсі обчислюють за формулою Блазіуса:

$$\lambda_m = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}$$

2. Гідравлічно шорсткі труби

Якщо виступи шорсткості Δ більші, ніж товщина ламінарного шару $\delta_л$, і виступають за нього (рис. 11), то таку трубу називають гідравлічно шорсткою.

Є дві області шорсткості: **перехідна та квадратична.**

У **перехідній** області число Рейнольдса становить:

$10d/\Delta e < Re < 500d/\Delta e$.

На коефіцієнт Дарсі будуть впливати як шорсткість, так і число Рейнольдса.

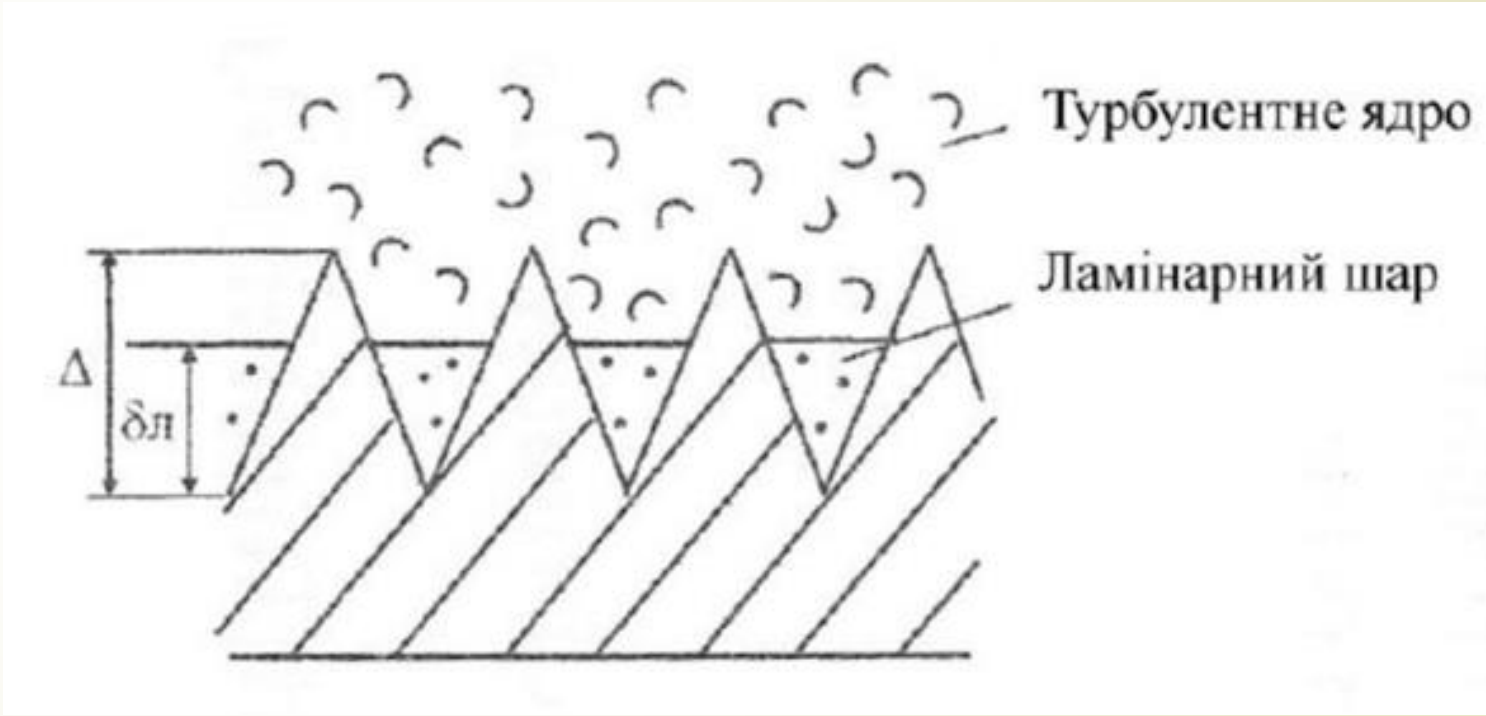


Рис. 11. Гідравлічно шорстка труба

У цій зоні для визначення гідравлічного коефіцієнта тертя користуються формулою Альтшуля (або за графіками І. Нікурадзе):

$$\lambda_m = 0,11\left(\frac{68}{Re}+\frac{\Delta e}{d}\right)^{0,25}$$

де Δ_e – еквівалентна шорсткість труби.

У **квадратичній** області гідравлічно шорстких труб, тобто за Re > 500d/Δe ($Re>10^5$), коефіцієнт Дарсі $\lambda_т$ залежить лише від шорсткості труби і його можна обчислити за формулою Шифринсона:

$$\lambda_m = 0,11\left(\frac{\Delta e}{d}\right)^{0,25}$$

Формула Альтшуля є універсальною для всіх зон турбулентного режиму

Місцеві гідравлічні опори. Основні види. Коефіцієнт місцевих втрат

У місцевих гідравлічних опорах унаслідок зміни конфігурації потоку на коротких ділянках змінюються швидкості руху рідини за величиною і напрямом, а також утворюються вихори, що є причиною місцевих втрат напору.

Місцевими опорами є **розширення та звуження русла, поворот, діафрагма, вентиль, кран** тощо (рис. 12).

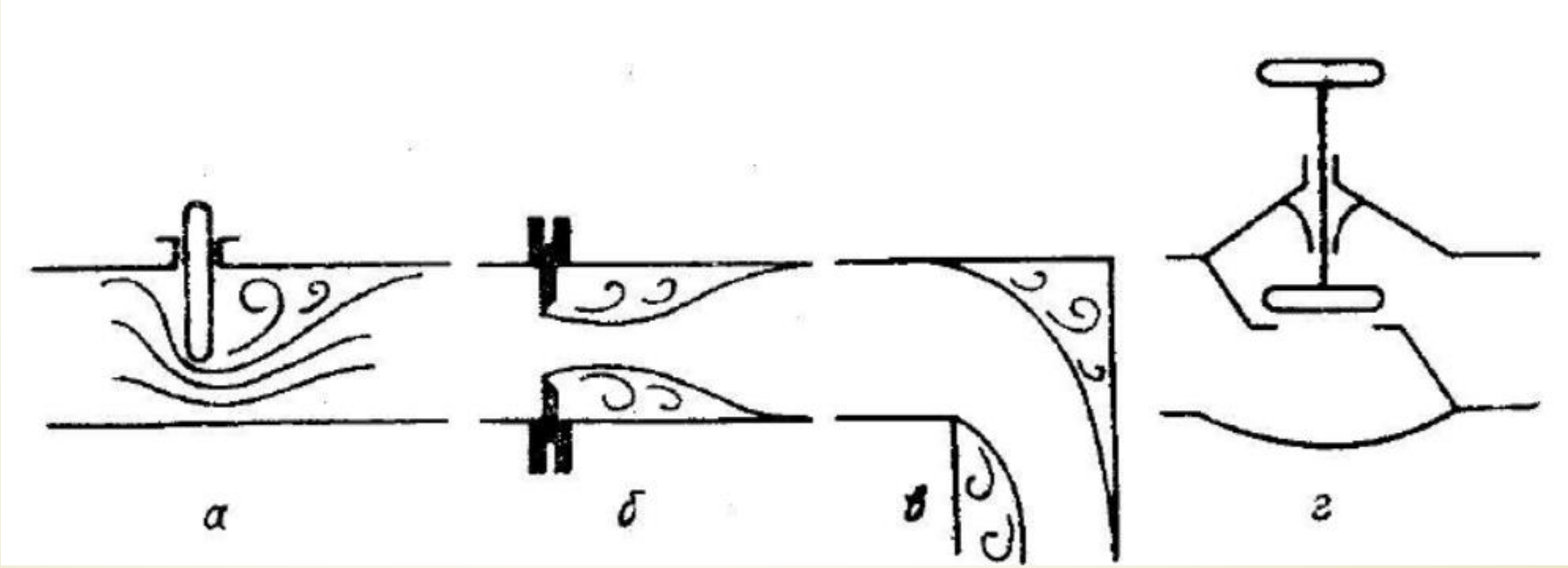


Рис. 12. Місцеві гідравлічні опори:
а – засувка; б – діафрагма; в – поворот; г – вентиль

Втрати напору в місцевих опорах визначають за формулою Вейсбаха:

$$h_м = \zeta_м \frac{V^2}{2g}$$

За турбулентного режиму коефіцієнт місцевого опору ζ залежить в основному від виду місцевого опору, а за ламінарного – від числа Рейнольдса. Для всіх місцевих опорів цей коефіцієнт визначають експериментально.

1 Раптове (різке) розширення труби (рис. 13).

У разі раптового розширення труби потік зривається з кута і поступово розширюється. Між потоком і стінкою труби утворюються вихори, які й є причиною втрат енергії. Втрати напору в цьому разі визначають за теоремою Борда:

$$h_{рр} = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g},$$

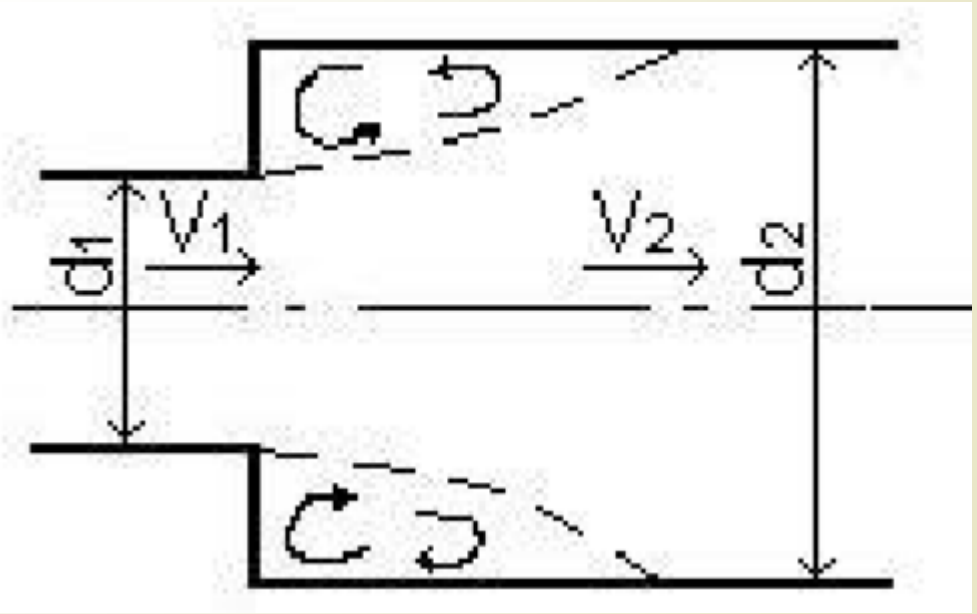


Рис. 13. Раптове розширення труби

Формулу можна записати у вигляді:

$$h_{pp} = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2 \frac{V_1^2}{2g} = \zeta_{pp} \frac{V_1^2}{2g}$$

Тоді:

$$\zeta_{pp} = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2$$

Під час витікання рідини з труби в резервуар виникає різке розширення потоку. У цьому разі $S_2 >> S_1$ (площа резервуара значно більша від площі труби). Коефіцієнт втрат на виході з труби буде **$\zeta_{вих} = 1$.**

2. Раптове звуження труби (рис. 14) приводить до менших втрат енергії, ніж раптове розширення. У цьому разі втрати напору обумовлені тертям потоку під час входу у вузьку трубу і втратами на вихороутворення. Втрати напору в разі раптового звуження труби визначають за формулою:

$$h_{рз} = \zeta_{рз} \frac{V_2^2}{2g},$$

де $\zeta_{рз}$ визначають за формулою Ідельчика:

$$\zeta_{рз} = 0,5 \cdot (1 - \frac{S_2}{S_1}).$$

Для випадку перетікання рідини з резервуара в трубу: $S_2/S_1 = 0$, а коефіцієнт опору **$\zeta_{рз} = 0,5$.**

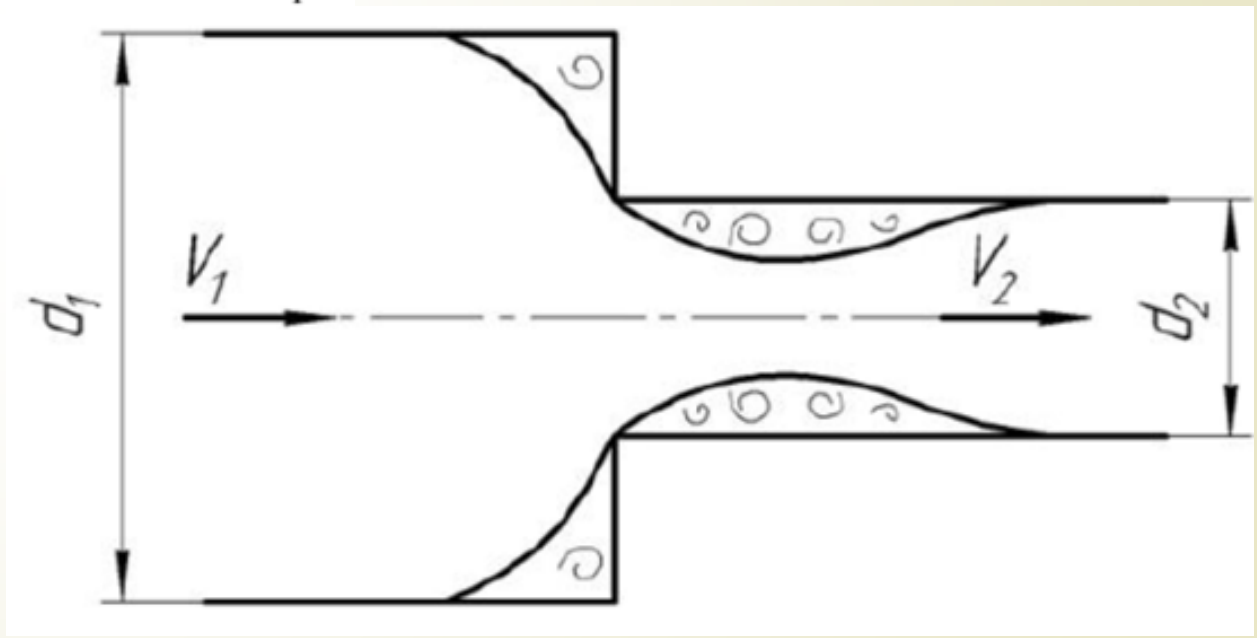


Рис. 14. Раптове звуження труби

3 Поступове розширення труби, або дифузор (рис. 15)

Рух рідини в дифузорі супроводжується зменшенням швидкостей і зростанням тиску з перетворенням кінетичної енергії рідини на енергію тиску. Частинки рідини біля стінок зупиняються і рухаються зворотно створюючи вихори.

Втрати напору в дифузорі умовно поділяють на втрати на тертя $h_{тр}$ і втрати на вихороутворення $h_{вих}$:

$$h_{диф} = h_{тр} + h_{вих}$$

Загалом втрати напору в дифузорі розраховують за формулою:

$$h_{диф} = \zeta_{диф} \frac{V_1^2}{2g},$$

де $\zeta_{диф}$ – коефіцієнт втрат дифузора;
V_1 – швидкість руху рідини до розширення.
Коефіцієнт втрат $\zeta_{диф}$ залежить від кута розширення дифузора α і найменший при α = 6°.

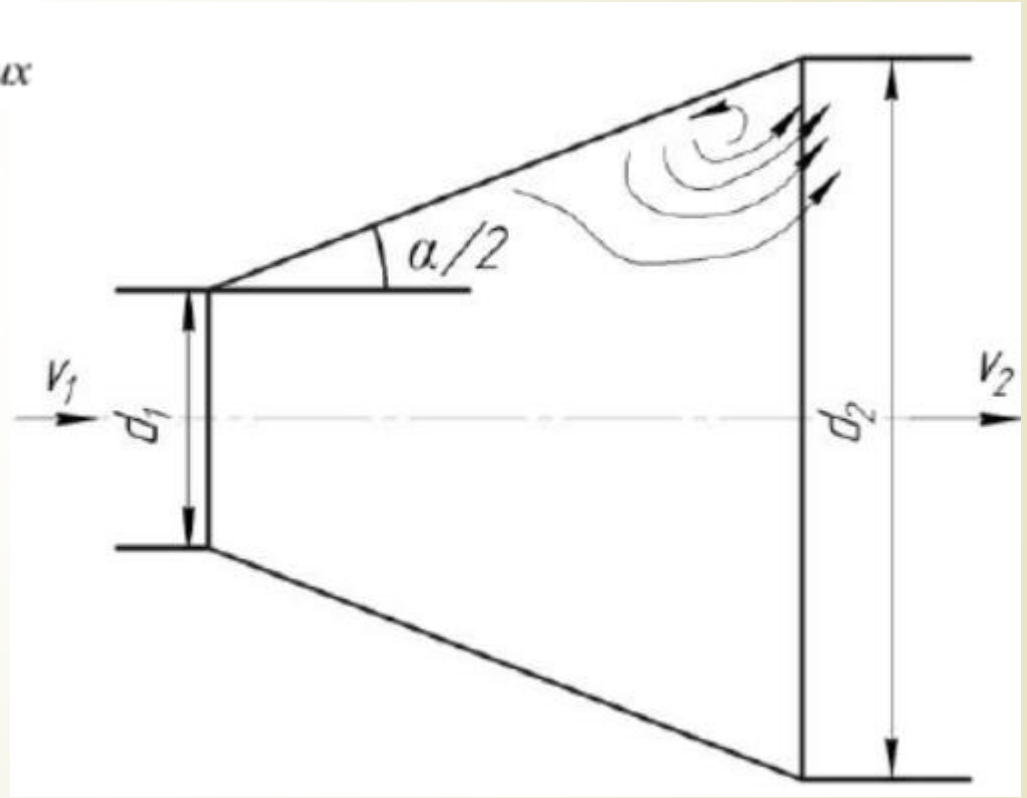


Рис. 15. Поступове розширення труби

4. Поступове звуження труби

Ділянку труби з поступовим звуженням називають конфузором (рис. 16). Рух рідини в конфузорі супроводжується зростанням швидкості та зменшенням тиску. У конфузорі мають місце лише втрати на тертя.

Причини для виникнення вихорів відсутні і тому опір конфузора завжди менший, ніж опір дифузора.

Втрати напору в конфузорі розраховують за формулою:

$$h_{кон} = \zeta_{кон} \frac{V_2^2}{2g},$$

де $\zeta_{кон}$ – коефіцієнт втрат у конфузорі;

V_2 – швидкість рідини після звуження

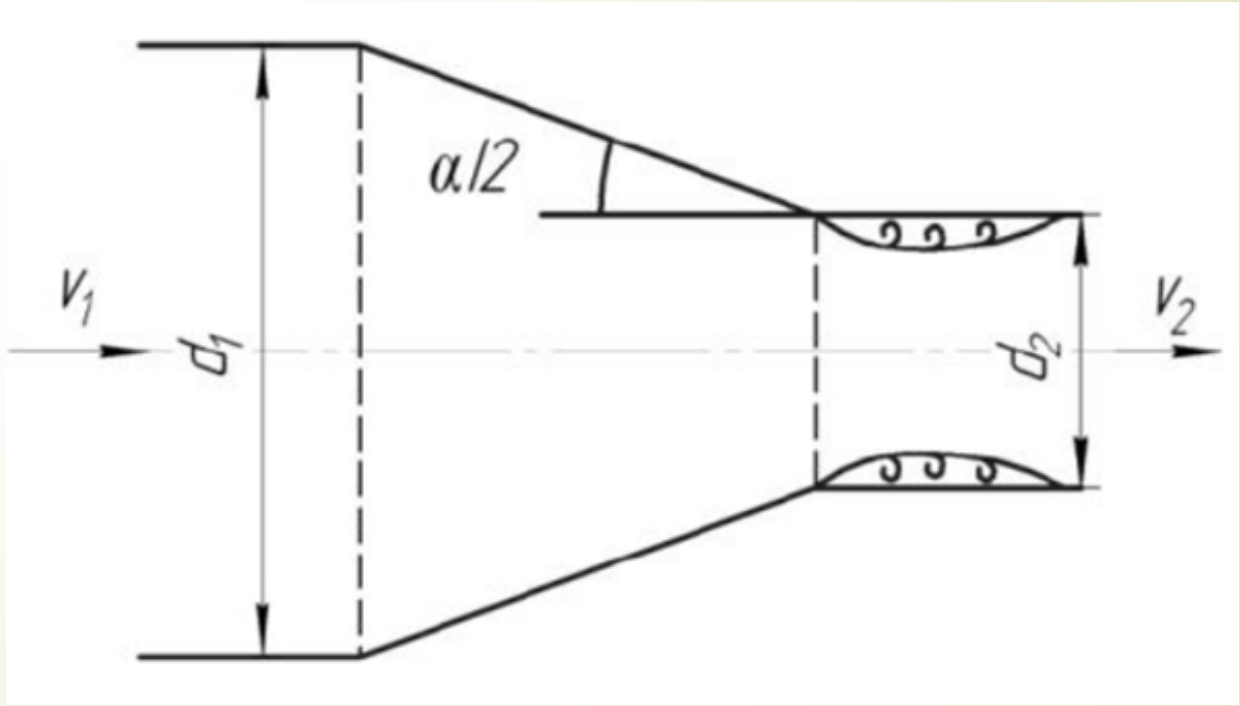


Рис. 16. Поступове звуження труби

5. Поворот труби

Раптовий поворот труби (рис. 17) спричиняє значні втрати напору, оскільки в ньому відбуваються відрив потоку і вихороутворення.

Втрати напору під час повороту труби визначають за формулою:

$$h_{пов} = \zeta_{пов} \frac{V^2}{2g},$$

де $\zeta_{пов}$ – коефіцієнт втрат під час повороту труби, що залежить від кута її повороту (рис. 18).

Якщо кут $\delta > 90°$, то $\zeta_{пов} = 1$.

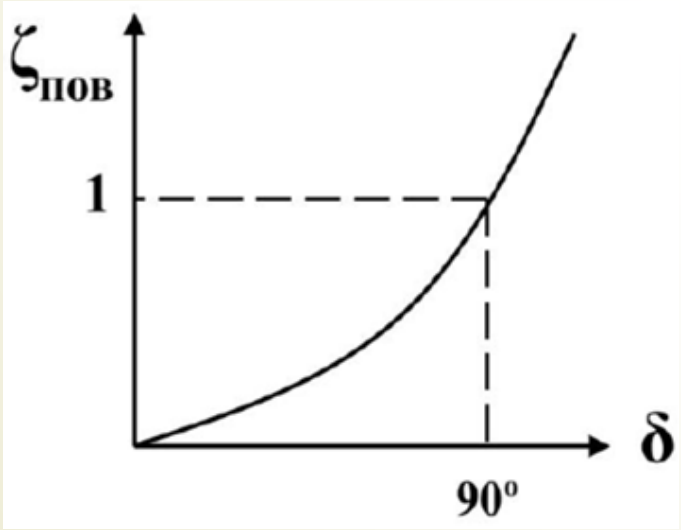


Рис. 18. Залежність коефіцієнта $\zeta_{пов}$ від кута повороту δ

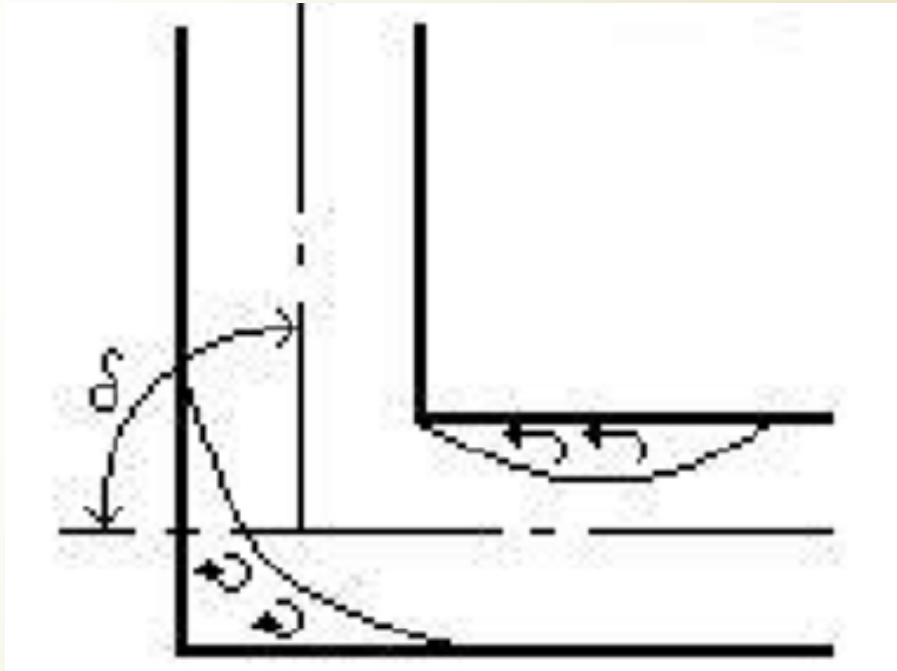


Рис. 17. Поворот труби

Для зменшення опору поворот труби виконують поступовим – як закруглене коліно, або відвід (рис. 19). Плавність повороту труби порівняно з різким поворотом значно зменшує вихороутворення і опір. Зменшення опору пропорційне відносному радіусу заокруглення R/d.
Коефіцієнт опору залежить від відношення R/d та кута δ.

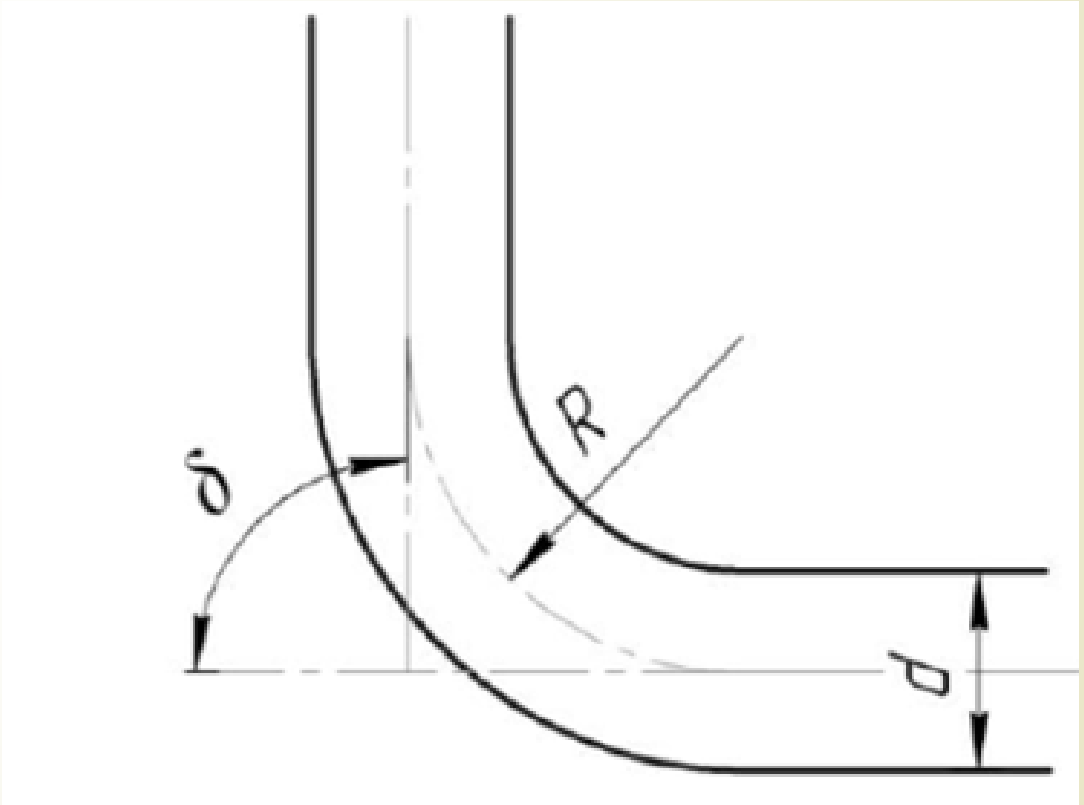


Рис. 19. Плавний поворот труби