

Лабораторна робота № 1

СИСТЕМИ ЧИСЛЕННЯ

Мета заняття: ознайомитися з системами числення, їх видами та особливостями; розглянути методи та способи переведення чисел із системи в систему; отримати практичні навички переведення чисел із однієї системи числення в іншу.

Теоретичні відомості

Поняття систем числення.

Позиційні і непозиційні системи числення

Система числення – сукупність прийомів і правил найменування і позначення чисел. Найбільш звичною для нас є позиційна десяткова система числення. Як умовні знаки для запису чисел вживаються цифри.

Для того, щоб визначити число, недостатньо просто знати тип і алфавіт системи числення. Потрібно ще додати правила, які дають змогу за значеннями цифр встановити значення числа.

Розрізняють такі типи систем числення:

- непозиційні;
- позиційні;
- змішані.

У **непозиційній системі** числення значення цифри не залежить від позиції, в якій вона розміщена в даному числі. Прикладом непозиційної системи числення є римська. В ній роль цифр відіграють букви алфавіту: I – один, V – п'ять, X – десять, C – сто, L – п'ятдесят, D – п'ятсот, M – тисяча.

Недоліками непозиційних систем є громіздкість зображення числа, а також складність виконання арифметичних операцій.

Змішана система – є узагальненням системи числення з основою b і її часто відносять до позиційних систем числення. Числа у змішаних системах представлені зростаючою послідовністю. Взаємозв'язок між членами цієї послідовності може бути абсолютно різним.

Найвідомішим прикладом змішаної системи числення є представлення часу. Будь-який з членів послідовності можна виразити через мінімальний, тобто через секунду. При цьому величина d – днів h – годин m – хвилин s – секунд відповідає значенню: $d \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 + h \cdot 60 \cdot 60 + m \cdot 60 + s$ секунд.

Також до змішаної системи числення можна віднести послідовність Фібоначчі, кожне число в якій дорівнює сумі двох попередніх чисел послідовності, починаючи з 1, та факторіальну систему числення яка представлена послідовністю факториалів.

Позиційна система – система числення, в якій значення кожної цифри залежить від місця в послідовності цифр у записі числа. Місця розташування символів у числі низиваються розрядами і нумеруються зправа наліво. Характерними рисами цих систем є наочність зображення чисел і відносна простота виконання операцій.

Основа позиційної системи – кількість одиниць молодшого розряду, що утворюють одну одиницю старшого розряду. Відповідно для запису числа в системі числення з основою N потрібно N символів. По суті основа позиційної системи – це кількість цифр, які застосовуються для запису чисел системи.

На сьогодні загальноприйнятою є десяткова позиційна система числення. Її основою є число десять. Для запису числа використовують десять цифр

від 0 до 9. Число у цій системі числення можна представити у вигляді степенів числа десять:

$$(237)_{10} = 7 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^2.$$

Система числення з основою 2 є позиційною системою і нічим не відрізняється від позиційної системи числення з будь-якою основою.

Для комп'ютера ця система числення має перевагу, адже її алфавіт має всього два символи – 0 і 1. Тобто для фіксації її символів досить мати пристрій, який може мати два суттєво різних стійких стани.

Крім двійкової системи у програмуванні вагове місце займають вісімкова і шістнадцяткова системи числення, які використовуються для скороченого запису двійкових чисел.

У вісімковій системі числення використовуються такі цифри: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. В шістнадцятковій системі потрібно 16 символів, серед яких – арабські цифри і п'ять букв латинського алфавіту: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F. Десяткові еквіваленти символів: A = 10, B = 11, C = 12, D = 13, E = 14, F = 15.

Алгоритми переведення чисел з однієї позиційної системи в іншу

Переведення чисел із десяткової системи числення в будь-яку іншу здійснюється шляхом послідовного ділення числа на основу нової системи числення. Ділення виконуємо до тих пір, поки остання частка не стане менше дільника. Отримані остачі від ділення, записані у зворотному порядку, будуть значеннями розрядів числа в новій системі числення. Остання частка дає старшу цифру числа.

Щоб перевести будь-яке число з системи числення p у десяткову систему числення необхідно розкласти це число у многочлен в системі числення p і виконати обрахунок у десятковій системі числення.

Приклад 1: перевести десяткове число 24 у двійкову систему числення.

$$\begin{array}{r}
 24 \overline{) 2} \\
 \underline{24} \quad 12 \overline{) 2} \\
 \underline{0} \quad 12 \quad 6 \overline{) 2} \\
 \quad \quad \underline{0} \quad 6 \quad 3 \overline{) 2} \\
 \quad \quad \quad \underline{0} \quad 2 \quad 1 \\
 \quad \quad \quad \quad \underline{1}
 \end{array}
 \qquad 24_{10} = 11000_2.$$

Перевірка: перевести двійкове число 11000 у десяткову систему числення.

$$\begin{array}{rcccc}
 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\
 11000_2 = 0 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4 = 24_{10}
 \end{array}$$

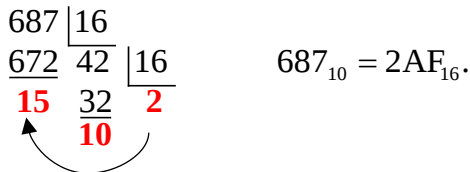
Приклад 2: перевести десяткове число 387 у вісімкову систему числення.

$$\begin{array}{r}
 387 \overline{) 8} \\
 \underline{384} \quad 48 \overline{) 8} \\
 \quad \quad \underline{3} \quad 48 \quad 6 \\
 \quad \quad \quad \underline{0}
 \end{array}
 \qquad 387_{10} = 603_8.$$

Перевірка: перевести вісімкове число 603 у десяткову систему числення.

$$\begin{array}{rccc}
 2 & 1 & 0 \\
 603_8 = 3 \cdot 8^0 + 0 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^2 = 3 + 6 \cdot 64 = 387_{10}.
 \end{array}$$

Приклад 3: перевести десяткове число 687 у шістнадцяткову систему числення.

$$\begin{array}{r|l}
 687 & 16 \\
 \hline
 672 & 42 \\
 \hline
 15 & 32 \\
 & 10 \\
 & 2
 \end{array}
 \quad 687_{10} = 2AF_{16}.$$


де для шістнадцяткової системи числення 10 це А а 15 це F, тому $687_{10} = 2AF_{16}$.

Перевірка: перевести шістнадцяткове число 2AF у десяткову систему числення.

$$2AF_{16} = 15 \cdot 16^0 + 10 \cdot 16^1 + 2 \cdot 16^2 = 15 + 10 \cdot 16 + 2 \cdot 256 = 687_{10}.$$

Для переведення двійкового числа у десяткову систему числення методом віднімання необхідно від максимально можливого значення, що відповідає заданій кількості біт, відняти 2 в тому степені, розряд якого дорівнює нулю.

Приклад 4: перевести двійкове число 0110010101 у десяткову систему числення методом віднімання.

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\
 (0110010101)_2 & = & (2^{10} - 1) - 2^1 - 2^3 - 2^5 - 2^6 - 2^9 & = & 405_{10}. \\
 10 & 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1
 \end{array}$$

Для переведення двійкового числа у вісімкову або шістнадцяткову системи числення потрібно розбити двійкове число на групи по три (тріади) – для ві-

сімкового та чотири розряди (тетради) – для шістнадцяткового, доповнюючи крайні неповні розряди нулями. Далі потрібно перевести кожну тріаду/тетраду із двійкової системи числення у необхідну. Під час переведення вісімкового та шістнадцяткового чисел у двійкову систему кожна цифра записується двійковою тріадою/тетрадою в залежності від системи з якої переводимо.

Приклад 5: перевести число 10110100011 з двійкової системи числення у вісімкову.

$$10110100011_2 = \underbrace{010}_2 \underbrace{110}_6 \underbrace{100}_4 \underbrace{011}_3 = 2643_8.$$

Приклад 6: перевести число 10110100011 з двійкової системи числення у шістнадцяткову.

$$10110100011_2 = \underbrace{0101}_5 \underbrace{1010}_A \underbrace{0011}_3 = 5A3_{16}.$$

Приклад 7: перевести вісімкове число 731 у двійкову систему числення.

$$731_8 = \underbrace{7}_{111} \underbrace{3}_{011} \underbrace{1}_{001} = 111\ 011\ 001_2.$$

Приклад 8: перевести шістнадцяткове число 8AF у двійкову систему числення.

$$8AF_{16} = \underbrace{8}_{1000} \underbrace{A}_{1010} \underbrace{F}_{1111} = 1000\ 1010\ 1111_2.$$

Завдання на лабораторну роботу

1. Заповнити таблицю значеннями степенів 2, 4, 8 та 16 (табл. 1.1). Степені двійки вивчити на пам'ять.
2. Заповнити таблицю відповідностей еквівалентів десяткової, двійкової, вісімкової і шістнадцяткової систем представлення чисел (табл. 1.2).
3. Заповнити таблицю відповідностей кількості біт двійкового числа діапазону можливих значень, утворених з них (табл. 1.3).
4. Перевести два десяткових числа у двійкову систему числення за даними табл. 1.4 (згідно варіанту). Виконати перевірку переведення.
5. Перевести два десяткових числа у вісімкову систему числення за даними табл. 1.4 (згідно варіанту). Виконати перевірку переведення.
6. Перевести два десяткових числа у шістнадцяткову систему числення за даними табл. 1.4 (згідно варіанту). Виконати перевірку переведення.
7. Перевести два двійкових числа у десяткову систему числення методом віднімання за даними табл. 1.5 (згідно варіанту).
8. Перевести два двійкових числа у вісімкову систему числення за даними табл. 1.5 (згідно варіанту).
9. Перевести два двійкових числа у шістнадцяткову систему числення за даними табл. 1.5 (згідно варіанту). Виконати перевірку переведення.
10. Перевести два вісімкових числа у двійкову систему числення за даними табл. 1.6 (згідно варіанту).

11. Перевести два шістнадцяткових числа у двійкову систему числення за даними табл. 1.7 (згідно варіанту).

Вимоги до оформлення звіту

Звіт оформлюється у текстовому документі і має містити:

1. Правильно оформлену рамку.
2. Тему, мету, номер варіанту.
3. Виконані **всі** завдання з ходом обрахунків і перевірками.
4. Висновки.

Звіт оформлений неналежним чином і без ходу обрахунків не оцінюється і має бути перероблений!

Таблиця 1.1

Степені цілих чисел

Значення	2^x	4^x	8^x	16^x
1	2^0	4^0	8^0	16^0
2	2^1	-	-	-
4	2^2	4^1	-	-
...	...	...	...	...
...	...	...	...	...
1048576	2^{20}	4^{10}	-	16^5

Таблиця 1.2

**Десяткові, двійкові, вісімкові і шістнадцяткові
еквіваленти**

Десяткове число	Двійкове число	Вісімкове число	Шістнадцяткове число
0	0000	0	0
1	...	...	...
2	...	...	...
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			

Таблиця 1.3

Таблиця діапазонів значень

Кількість біт	Діапазон значень (max і min)
1(x)	0...1
2(xx)	0...3
...	...
...	...
...	...
9(xxxxxxxxx)	0...511
10(xxxxxxxxxxx)	0...1023

Таблиця 1.4

Дані для переведення

№ варіанта	Десяткове число 1	Десяткове число 2
1	4+N+G	9200+N+G
2	16+N+G	1100+N+G
3	20+N+G	4400+N+G
4	6+N+G	3300+N+G
5	14+N+G	5700+N+G
6	21+N+G	7600+N+G
7	1+N+G	6900+N+G
8	17+N+G	8500+N+G
9	22+N+G	2800+N+G
10	9+N+G	9800+N+G
11	15+N+G	1200+N+G
12	23+N+G	4300+N+G
13	5+N+G	3500+N+G
14	24+N+G	5100+N+G
15	13+N+G	7800+N+G
16	25+N+G	6600+N+G
17	2+N+G	8900+N+G
18	26+N+G	2700+N+G
19	10+N+G	9300+N+G
20	18+N+G	1600+N+G
21	27+N+G	4500+N+G
22	7+N+G	3200+N+G
23	28+N+G	5900+N+G
24	11+N+G	7100+N+G
25	19+N+G	6400+N+G
26	8+N+G	8800+N+G
27	29+N+G	2700+N+G
28	12+N+G	9600+N+G
29	3+N+G	1500+N+G
30	30+N+G	4700+N+G

N – номер варіанта, G – номер групи

Таблиця 1.5

Дані для переведення

№ варіанта	Двійкове число 1	Двійкове число 2
1	10010	1000110001
2	1000011	011111001111
3	011000	10000110100
4	10100	01010111101
5	010101	100101000011
6	11101	01100010100
7	111100	1000001111100
8	1000001	1111001000001
9	101011	1010100111
10	00111	10101111101
11	001111	00111001111
12	1111001	0011111111001
13	111010	1111001111010
14	01100	11101001100
15	011001	01100011001
16	01111	01100101111
17	11111	0111111111
18	111111	10101011111
19	1111111	11111101010
20	101010	11111110101
21	10101	1010110101
22	1010101	1000111111
23	01010	011111010001
24	0101010	100010111110
25	0111001	01111101110
26	01110	0111000111
27	011111	0011110001
28	0111111	01100101110
29	0111110	111100101010
30	10001	00111110001

Таблиця 1.6

Дані для переведення

№ варіанта	Вісімкове число 1	Вісімкове число 2
1	1234	102034
2	2345	103043
3	3456	104035
4	4567	105045
5	5670	200512
6	6701	211513
7	7012	201514
8	1345	210515
9	2456	312456
10	3567	365421
11	4670	304167
12	5701	314276
13	6012	414256
14	7123	434076
15	1470	453565
16	2561	475623
17	3652	525036
18	4743	501764
19	5034	542370
20	6125	561134
21	7216	676265
22	1560	635241
23	2672	605172
24	3704	652237
25	4016	707165
26	5120	724605
27	6232	763546
28	7344	773124
29	0456	173534
30	1567	273645

Таблиця 1.7

Дані для переведення

№ варіанта	Шістнадцяткове число 1	Шістнадцяткове число 2
1	14F83	E0330BD25
2	785A7	8213E147E
3	89523	3962F1483
4	EF489	785A78952
5	C321D	EF49785A7
6	47D1D	1473C321D
7	5A36A	47DD86452
8	3962F	34FE147EF
9	86452	5A6A470DD
10	147EF	3962FC32D
11	BAC43	864528923
12	14763	951CCBD25
13	951CC	3641B5A6A
14	34F0E	147EF361B
15	3641B	34FEBD025
16	BD825	F4053641B
17	D645A	9876A5698
18	F6098	CE063641B
19	4ED62	8213E987D
20	987C6	525A5C68A
21	CC68A	4E62F6E98
22	525A5	F698D645A
23	987D3	3641BB063
24	8213E	987D3A598
25	A5698	D645E0330
26	B0631	E033098D3
27	CE306	A56986096
28	F4105	6D096CE06
29	6D096	CC68AB0631
30	E0330	F698F4A05

Контрольні питання

1. Що таке система числення?
2. Які типи систем числення ви знаєте?
3. Що таке основа позиційної системи числення?
4. Які недоліки має непозиційна система?
5. Наведіть приклад непозиційної системи.
6. Наведіть приклад змішаних систем.
7. Які позиційні системи вам відомі? Які з них найчастіше використовуються?
8. Скільки символів і які використовуються в шістнадцяткової системі?
9. Алгоритм переведення з десяткової системи числення в іншу та навпаки.
10. Алгоритм переведення з двійкової системи числення в іншу та навпаки.
11. Алгоритм переведення з вісімкової системи числення в іншу та навпаки.
12. Алгоритм переведення з шістнадцяткової системи числення в іншу та навпаки.