

Лабораторна робота № 1

СИСТЕМИ ЧИСЛЕННЯ

Мета заняття: ознайомитися з системами числення, їх видами та особливостями; розглянути методи та способи переведення чисел із системи в систему; отримати практичні навички переведення чисел із однієї системи числення в іншу.

Теоретичні відомості

Поняття систем числення.

Позиційні і непозиційні системи числення

Система числення – сукупність прийомів і правил найменування і позначення чисел. Найбільш звичною для нас є позиційна десяткова система числення. Як умовні знаки для запису чисел вживаються цифри.

Для того, щоб визначити число, недостатньо просто знати тип і алфавіт системи числення. Потрібно ще додати правила, які дають змогу за значеннями цифр встановити значення числа.

Розрізняють такі типи систем числення:

- непозиційні;
- позиційні;
- змішані.

У **непозиційній системі** числення значення цифри не залежить від позиції, в якій вона розміщена в даному числі. Прикладом непозиційної системи числення є римська. В ній роль цифр відіграють букви алфавіту: I – один, V – п'ять, X – десять, C – сто, L – п'ятдесят, D – п'ятсот, M – тисяча.

Недоліками непозиційних систем є громіздкість зображення числа, а також складність виконання арифметичних операцій.

Змішана система – є узагальненням системи числення з основою b і її часто відносять до позиційних систем числення. Числа у змішаних системах представлені зростаючою послідовністю. Взаємозв'язок між членами цієї послідовності може бути абсолютно різним.

Найвідомішим прикладом змішаної системи числення є представлення часу. Будь-який з членів послідовності можна виразити через мінімальний, тобто через секунду. При цьому величина d – днів h – годин m – хвилин s – секунд відповідає значенню: $d \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 + h \cdot 60 \cdot 60 + m \cdot 60 + s$ секунд.

Також до змішаної системи числення можна віднести послідовність Фібоначчі, кожне число в якій дорівнює сумі двох попередніх чисел послідовності, починаючи з 1, та факторіальну систему числення яка представлена послідовністю факторіалів.

Позиційна система – система числення, в якій значення кожної цифри залежить від місця в послідовності цифр у записі числа. Місця розташування символів у числі низиваються розрядами і нумеруються зправа наліво. Характерними рисами цих систем є наочність зображення чисел і відносна простота виконання операцій.

Основа позиційної системи – кількість одиниць молодшого розряду, що утворюють одну одиницю старшого розряду. Відповідно для запису числа в системі числення з основою N потрібно N символів. По суті основа позиційної системи – це кількість цифр, які застосовуються для запису чисел системи.

На сьогодні загальноприйнятою є десяткова позиційна система числення. Її основою є число десять. Для запису числа використовують десять цифр

від 0 до 9. Число у цій системі числення можна представити у вигляді степенів числа десять:

$$(237)_{10} = 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0.$$

Система числення з основою 2 є позиційною системою і нічим не відрізняється від позиційної системи числення з будь-якою основою.

Для комп'ютера ця система числення має перевагу, адже її алфавіт має всього два символи – 0 і 1. Тобто для фіксації її символів досить мати пристрій, який може мати два суттєво різних стійких стани.

Крім двійкової системи у програмуванні вагове місце займають вісімкова і шістнадцяткова системи числення, які використовуються для скороченого запису двійкових чисел.

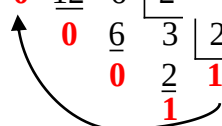
У вісімковій системі числення використовуються такі цифри: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. В шістнадцятковій системі потрібно 16 символів, серед яких – арабські цифри і п'ять букв латинського алфавіту: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F. Десяткові еквіваленти символів: A = 10, B = 11, C = 12, D = 13, E = 14, F = 15.

Алгоритми переведення чисел з однієї позиційної системи в іншу

Переведення чисел із десяткової системи числення в будь-яку іншу здійснюється шляхом послідовного ділення числа на основу нової системи числення. Ділення виконуємо до тих пір, поки остання частка не стане менше дільника. Отримані остачі від ділення, записані у зворотному порядку, будуть значеннями розрядів числа в новій системі числення. Остання частка дає старшу цифру числа.

Щоб перевести будь-яке число з системи числення p у десяткову систему числення необхідно розкласти це число у многочлен в системі числення p і виконати обрахунок у десятковій системі числення.

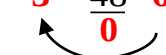
Приклад 1: перевести десяткове число 24 у двійкову систему числення.

$$\begin{array}{r}
 24 \overline{) 2} \\
 \underline{24} \quad 12 \overline{) 2} \\
 \underline{0} \quad 12 \quad 6 \overline{) 2} \\
 \quad \quad \underline{0} \quad 6 \quad 3 \overline{) 2} \\
 \quad \quad \quad \underline{0} \quad 2 \quad 1 \\
 \quad \quad \quad \quad \underline{1}
 \end{array}
 \qquad 24_{10} = 11000_2.$$


Перевірка: перевести двійкове число 11000 у десяткову систему числення.

$$\begin{array}{r}
 4 \ 3 \ 2 \ 1 \ 0 \\
 11000_2 = 0 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4 = 24_{10}
 \end{array}$$

Приклад 2: перевести десяткове число 387 у вісімкову систему числення.

$$\begin{array}{r}
 387 \overline{) 8} \\
 \underline{384} \quad 48 \overline{) 8} \\
 \quad \quad \underline{3} \quad 48 \quad 6 \\
 \quad \quad \quad \underline{0}
 \end{array}
 \qquad 387_{10} = 603_8.$$


Перевірка: перевести вісімкове число 603 у десяткову систему числення.

$$\begin{array}{r}
 2 \ 1 \ 0 \\
 603_8 = 3 \cdot 8^0 + 0 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^2 = 3 + 6 \cdot 64 = 387_{10}.
 \end{array}$$

Приклад 3: перевести десяткове число 687 у шістнадцяткову систему числення.

$$\begin{array}{r|l}
 687 & 16 \\
 \hline
 672 & 42 \\
 15 & 32 \\
 & 10 \\
 & 2
 \end{array}
 \quad 687_{10} = 2AF_{16}.$$

де для шістнадцяткової системи числення 10 це А а 15 це F, тому $687_{10} = 2AF_{16}$.

Перевірка: перевести шістнадцяткове число 2AF у десяткову систему числення.

$$2AF_{16} = 15 \cdot 16^0 + 10 \cdot 16^1 + 2 \cdot 16^2 = 15 + 10 \cdot 16 + 2 \cdot 256 = 687_{10}.$$

Для переведення двійкового числа у десяткову систему числення методом віднімання необхідно від максимально можливого значення, що відповідає заданій кількості біт, відняти 2 в тому степені, розряд якого дорівнює нулю.

Приклад 4: перевести двійкове число 0110010101 у десяткову систему числення методом віднімання.

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\
 (0110010101)_2 & = & (2^{10} - 1) - 2^1 - 2^3 - 2^5 - 2^6 - 2^9 & = & 405_{10}. \\
 10 & 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1
 \end{array}$$

Для переведення двійкового числа у вісімкову або шістнадцяткову системи числення потрібно розбити двійкове число на групи по три (тріади) – для ві-

сімкового та чотири розряди (тетради) – для шістнадцяткового, доповнюючи крайні неповні розряди нулями. Далі потрібно перевести кожну тріаду/тетраду із двійкової системи числення у необхідну. Під час переведення вісімкового та шістнадцяткового чисел у двійкову систему кожна цифра записується двійковою тріадою/тетрадою в залежності від системи з якої переводимо.

Приклад 5: перевести число 10110100011 з двійкової системи числення у вісімкову.

$$10110100011_2 = \underbrace{010}_2 \underbrace{110}_6 \underbrace{100}_4 \underbrace{011}_3 = 2643_8.$$

Приклад 6: перевести число 10110100011 з двійкової системи числення у шістнадцяткову.

$$10110100011_2 = \underbrace{0101}_5 \underbrace{1010}_A \underbrace{0011}_3 = 5A3_{16}.$$

Приклад 7: перевести вісімкове число 731 у двійкову систему числення.

$$731_8 = \underbrace{7}_{111} \underbrace{3}_{011} \underbrace{1}_{001} = 111\ 011\ 001_2.$$

Приклад 8: перевести шістнадцяткове число 8AF у двійкову систему числення.

$$8AF_{16} = \underbrace{8}_{1000} \underbrace{A}_{1010} \underbrace{F}_{1111} = 1000\ 1010\ 1111_2.$$

Завдання на лабораторну роботу

1. Заповнити таблицю значеннями степенів 2, 4, 8 та 16 (табл. 1.1). Степені двійки вивчити на пам'ять.
2. Заповнити таблицю відповідностей еквівалентів десяткової, двійкової, вісімкової і шістнадцяткової систем представлення чисел (табл. 1.2).
3. Заповнити таблицю відповідностей кількості біт двійкового числа діапазону можливих значень, утворених з них (табл. 1.3).
4. Перевести два десяткових числа у двійкову систему числення за даними табл. 1.4 (згідно варіанту). Виконати перевірку переведення.
5. Перевести два десяткових числа у вісімкову систему числення за даними табл. 1.4 (згідно варіанту). Виконати перевірку переведення.
6. Перевести два десяткових числа у шістнадцяткову систему числення за даними табл. 1.4 (згідно варіанту). Виконати перевірку переведення.
7. Перевести два двійкових числа у десяткову систему числення методом віднімання за даними табл. 1.5 (згідно варіанту).
8. Перевести два двійкових числа у вісімкову систему числення за даними табл. 1.5 (згідно варіанту).
9. Перевести два двійкових числа у шістнадцяткову систему числення за даними табл. 1.5 (згідно варіанту). Виконати перевірку переведення.
10. Перевести два вісімкових числа у двійкову систему числення за даними табл. 1.6 (згідно варіанту).
11. Перевести два шістнадцяткових числа у двійкову систему числення за даними табл. 1.7 (згідно варіанту).

Правила формування завдань

Якщо номер варіанта $N = 1$, унікальний номер групи $G = 1$, то значення для 4 завдання згідно таблиці 1.4 будуть мати вигляд:

№ варіанта (N)	Десяткове число 1	Десяткове число 2
1	$33+N+G$	$8200+N+G$

$$1 \text{ число} = 33+1+1=35$$

$$2 \text{ число} = 8200+1+1=8202$$

Якщо номер варіанта $N = 1$, унікальний номер групи $G = 1$, то значення для 5 завдання згідно таблиці 1.5 будуть мати вигляд:

№ в-та	Q	Двійкове число 1	Двійкове число 2
1	$G = (1, 16, 31) \text{ } Q = 1111$	$\textcolor{red}{Q}000$	$0\textcolor{red}{Q}0011110$

$$1 \text{ число} = \underbrace{1111}_{\textcolor{red}{Q}}000_2$$

$$2 \text{ число} = 0 \underbrace{1111}_{\textcolor{red}{Q}}0011110_2$$

Всі інші завдання формуються аналогічно!!!

Вимоги до оформлення звіту

Звіт оформлюється у текстовому документі і має містити:

1. Правильно оформлену рамку.
2. Тему, мету, номер варіанту.
3. Виконані всі завдання з ходом обрахунків і перевірками.
4. Висновки.

Звіт оформлений неналежним чином і без ходу обрахунків не оцінюється і має бути перероблений!

Таблиця 1.1

Степені цілих чисел

Значення	2^x	4^x	8^x	16^x
1	2 ⁰	4 ⁰	8 ⁰	16 ⁰
2	2 ¹	-	-	-
4	2 ²	4 ¹	-	-
...	...	...	...	...
...	...	...	...	...
1048576	2 ²⁰	4 ¹⁰	-	16 ⁵

Таблиця 1.2

Десяткові, двійкові, вісімкові і шістнадцяткові еквіваленти

Десяткове число	Двійкове число	Вісімкове число	Шістнадцяткове число
0	0000	0	0
1	...	...	...
2	...	...	...
3			
...			
...			
13			
14			
15			

Таблиця 1.3

Таблиця діапазонів значень

Кількість біт	Діапазон значень (max і min)
1(x)	0...1
2(xx)	0...3
...	...
...	...
9(xxxxxxxxxx)	0...511
10(xxxxxxxxxxxx)	0...1023

Таблиця 1.4

Дані для переведення

N – номер варіанта зазначений у рейтинговій таблиці,

G – унікальний номер групи зазначений на сторінці курсу.

№ варіанта (N)	Десяткове число 1	Десяткове число 2
1	33+N+G	8200+N+G
2	22+N+G	1200+N+G
3	30+N+G	3400+N+G
4	16+N+G	4300+N+G
5	24+N+G	5600+N+G
6	12+N+G	9600+N+G
7	31+N+G	3900+N+G
8	27+N+G	4800+N+G
9	11+N+G	5400+N+G
10	19+N+G	3200+N+G
11	25+N+G	6800+N+G
12	20+N+G	4100+N+G
13	15+N+G	3900+N+G
14	17+N+G	9500+N+G
15	23+N+G	7300+N+G
16	13+N+G	6100+N+G
17	10+N+G	1900+N+G
18	16+N+G	7200+N+G
19	14+N+G	6300+N+G
20	11+N+G	3500+N+G
21	7+N+G	1500+N+G
22	9+N+G	7400+N+G
23	12+N+G	8800+N+G
24	15+N+G	9700+N+G
25	3+N+G	3400+N+G
26	8+N+G	8100+N+G
27	4+N+G	2200+N+G
28	2+N+G	6600+N+G
29	6+N+G	7500+N+G
30	1+N+G	4700+N+G
31	4+N+G	2300+N+G
32	8+N+G	1800+N+G
33	15+N+G	6100+N+G
34	10+N+G	4900+N+G
35	3+N+G	9800+N+G

Таблиця 1.5

Дані для переведення

Q – номер який залежить від унікального номеру групи G зі сторінки курсу.

№ в-та	Q	Двійкове число 1	Двійкове число 2
1	G = (1, 16, 31) Q = 1111	Q000	0Q0011110
2		Q001	0Q0010011
3		Q010	0Q1011000
4		Q011	0Q1011011
5	G = (2, 17, 32) Q = 1110	Q100	1Q0001000
6		Q101	1Q0110101
7		Q110	1Q1100010
8		Q111	1Q1011101
9	G = (3, 18, 33) Q = 1101	0Q00	00Q001111
10		0Q01	01Q001001
11		0Q10	00Q101100
12		0Q11	01Q101101
13	G = (4, 19, 34) Q = 1100	1Q00	10Q000100
14		1Q01	11Q011010
15		1Q10	10Q110001
16		1Q11	11Q101110
17	G = (5, 20, 35) Q = 1011	00Q0	001Q00111
18		00Q1	011Q0010
19		01Q0	000Q10110
20		01Q1	010Q10110
21	G = (6, 21, 36) Q = 1010	10Q0	100Q00010
22		10Q1	110Q01101
23		11Q0	101Q11000
24		11Q1	110Q10111
25	G = (7, 22, 37) Q = 1001	000Q	0011Q0011
26		001Q	0110Q0010
27		010Q	0000Q1011
28		011Q	0100Q1011
29	G = (8, 23, 38) Q = 1000	100Q	1000Q0001
30		101Q	1101Q0110
31		110Q	1010Q1100
32		111Q	1101Q1011
33		01Q1	00111Q001
34		10Q0	01100Q001
35		0Q11	00001Q101

Таблиця 1.6

Дані для переведення

№ в-та	Q	Вісімкове число 1	Вісімкове число 2
1	G=(10, 20, 30, 40) Q = 0	5Q34	0Q2034
2		23Q5	13Q043
3		341Q	105Q35
4		456Q	1057Q5
5		0Q70	20052Q
6	G=(1, 11, 21, 31, 41) Q = 1	63Q1	Q31513
7		700Q	2Q0514
8		Q756	21Q415
9		3Q37	312Q46
10		46Q0	3654Q6
11	G=(2, 12, 22, 32, 42) Q = 2	236Q	60416Q
12		Q701	Q21426
13		4Q12	5Q1456
14		72Q3	73Q076
15		142Q	553Q63
16	G=(3, 13, 23, 33, 43) Q = 3	Q566	1365Q7
17		0Q52	25036Q
18		45Q3	Q02764
19		301Q	7Q2370
20		Q725	56Q134
21	G=(4, 14, 24, 34, 44) Q = 4	7Q46	676Q65
22		15Q3	6354Q1
23		267Q	60513Q
24		Q504	Q22237
25		4Q06	7Q0165
26	G=(6, 16, 26, 36) G=(8, 18, 28, 38) Q = 6	51Q2	72Q105
27		323Q	763Q16
28		Q044	7731Q1
29		0Q16	67353Q
30		15Q7	Q17365
31	G=(7, 17, 27, 37) G=(9, 19, 29, 39) Q = 7	336Q	4Q3211
32		Q276	57Q313
33		7Q20	232Q52
34		21Q0	7650Q1
35		561Q	54372Q

Дані для переведення

№ в-та	Q	Шістнадцят- кове число 1	Шістнадцят- кове число 2
1		Q4F83	Q0330BD25
2	G=(1, 17, 33) Q = 0	7Q5A7	8Q13E147E
3		89Q23	39Q2F1483
4	G=(2, 18, 34) Q = 1	EF4Q9	785Q78952
5		C321Q	EF49Q85A7
6	G=(3, 19, 35) Q = 2	Q7D1D	1473CQ21D
7		5Q36A	47DD86Q52
8	G=(4, 20, 36) Q = 3	39Q2F	34FE147QF
9		864Q2	5A6A470DQ
10	G=(5, 21, 37) Q = 4	147EQ	Q962FC32D
11		QAC43	8Q4528923
12	G=(6, 22, 38) Q = 5	1Q763	95QCCBD25
13		95QCC	364QB5A6A
14	G=(7, 23, 39) Q = 6	34FQE	147EQ361B
15		3641Q	34FEBQ025
16	G=(8, 24, 40) Q = 7	QD825	F40536Q1B
17		DQ45A	9876A56Q8
18	G=(9, 25, 41) Q = 8	F6Q98	CE063641Q
19		4EDQ2	Q213E987D
20	G=(10, 26, 42) Q = 9	987CQ	5Q5A5C68A
21		QC68A	4EQ2F6E98
22	G=(11, 27, 43) Q = A	5Q5A5	F69QD645A
23		98QD3	3641QB063
24	G=(12, 28, 44) Q = B	821QE	987D3Q598
25		A569Q	D645E0Q30
26	G=(13, 29, 45) Q = C	Q0631	E033098Q3
27		CQ306	A5698609Q
28	G=(14, 30, 46) Q = D	F4Q05	QD096CE06
29		6D0Q6	CQ68AB631
30	G=(15, 31, 47) Q = E	E033Q	F6Q8F4A05
31		QD096	FF2Q589E1
32	G=(16, 32, 48) Q = F	3QA59	30A9Q31D0
33		64Q1B	69CBFQ135
34		335Q8	36AB80Q11
35		1291Q	353DFECQ0

Контрольні питання

1. Що таке система числення?
2. Які типи систем числення ви знаєте?
3. Що таке основа позиційної системи числення?
4. Які недоліки має непозиційна система?
5. Наведіть приклад непозиційної системи.
6. Наведіть приклад змішаних систем.
7. Які позиційні системи вам відомі? Які з них найчастіше використовуються?
8. Скільки символів і які використовуються в шістнадцятковій системі?
9. Алгоритм переведення з десяткової системи числення в іншу та навпаки.
10. Алгоритм переведення з двійкової системи числення в іншу та навпаки.
11. Алгоритм переведення з вісімкової системи числення в іншу та навпаки.
12. Алгоритм переведення з шістнадцяткової системи числення в іншу та навпаки.