

Лабораторна робота № 1

СИСТЕМИ ЧИСЛЕННЯ

Мета заняття: ознайомитися з системами числення, їх видами та особливостями; розглянути методи та способи переведення чисел із системи в систему; отримати практичні навички переведення чисел із однієї системи числення в іншу.

Теоретичні відомості

Поняття систем числення.

Позиційні і непозиційні системи числення

Система числення – сукупність прийомів і правил найменування і позначення чисел. Найбільш звичною для нас є позиційна десяткова система числення. Як умовні знаки для запису чисел вживаються цифри.

Для того, щоб визначити число, недостатньо просто знати тип і алфавіт системи числення. Потрібно ще додати правила, які дають змогу за значеннями цифр встановити значення числа.

Розрізняють такі типи систем числення:

- непозиційні;
- позиційні;
- змішані.

У **непозиційній системі** числення значення цифри не залежить від позиції, в якій вона розміщена в даному числі. Прикладом непозиційної системи числення є римська. В ній роль цифр відіграють букви алфавіту: I – один, V – п'ять, X – десять, C – сто, L – п'ятдесят, D – п'ятсот, M – тисяча.

Недоліками непозиційних систем є громіздкість зображення числа, а також складність виконання арифметичних операцій.

Змішана система – є узагальненням системи числення з основою b і її часто відносять до позиційних систем числення. Числа у змішаних системах представлені зростаючою послідовністю. Взаємозв'язок між членами цієї послідовності може бути абсолютно різним.

Найвідомішим прикладом змішаної системи числення є представлення часу. Будь-який з членів послідовності можна виразити через мінімальний, тобто через секунду. При цьому величина d – днів h – годин m – хвилин s – секунд відповідає значенню: $d \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 + h \cdot 60 \cdot 60 + m \cdot 60 + s$ секунд.

Також до змішаної системи числення можна віднести послідовність Фібоначчі, кожне число в якій дорівнює сумі двох попередніх чисел послідовності, починаючи з 1, та факторіальну систему числення яка представлена послідовністю факториалів.

Позиційна система – система числення, в якій значення кожної цифри залежить від місця в послідовності цифр у записі числа. Місця розташування символів у числі низиваються розрядами і нумеруються зправа наліво. Характерними рисами цих систем є наочність зображення чисел і відносна простота виконання операцій.

Основа позиційної системи – кількість одиниць молодшого розряду, що утворюють одну одиницю старшого розряду. Відповідно для запису числа в системі числення з основою N потрібно N символів. По суті основа позиційної системи – це кількість цифр, які застосовуються для запису чисел системи.

На сьогодні загальноприйнятою є десяткова позиційна система числення. Її основою є число десять. Для запису числа використовують десять цифр

від 0 до 9. Число у цій системі числення можна представити у вигляді степенів числа десять:

$$(237)_{10} = 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0.$$

Система числення з основою 2 є позиційною системою і нічим не відрізняється від позиційної системи числення з будь-якою основою.

Для комп'ютера ця система числення має перевагу, адже її алфавіт має всього два символи – 0 і 1. Тобто для фіксації її символів досить мати пристрій, який може мати два суттєво різних стійких стани.

Крім двійкової системи у програмуванні вагове місце займають вісімкова і шістнадцяткова системи числення, які використовуються для скороченого запису двійкових чисел.

У вісімковій системі числення використовуються такі цифри: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. В шістнадцятковій системі потрібно 16 символів, серед яких – арабські цифри і п'ять букв латинського алфавіту: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F. Десяткові еквіваленти символів: A = 10, B = 11, C = 12, D = 13, E = 14, F = 15.

Алгоритми переведення чисел з однієї позиційної системи в іншу

Переведення чисел із десяткової системи числення в будь-яку іншу здійснюється шляхом послідовного ділення числа на основу нової системи числення. Ділення виконуємо до тих пір, поки остання частка не стане менше дільника. Отримані остачі від ділення, записані у зворотному порядку, будуть значеннями розрядів числа в новій системі числення. Остання частка дає старшу цифру числа.

Щоб перевести будь-яке число з системи числення p у десяткову систему числення необхідно розкласти це число у многочлен в системі числення p і виконати обрахунок у десятковій системі числення.

Приклад 1: перевести десяткове число 24 у двійкову систему числення.

$$\begin{array}{r}
 24 \overline{) 2} \\
 \underline{24} \quad 12 \overline{) 2} \\
 \underline{0} \quad 12 \quad 6 \overline{) 2} \\
 \quad \quad \underline{0} \quad 6 \quad 3 \overline{) 2} \\
 \quad \quad \quad \underline{0} \quad 2 \quad 1 \\
 \quad \quad \quad \quad \underline{1}
 \end{array}
 \qquad 24_{10} = 11000_2.$$

Перевірка: перевести двійкове число 11000 у десяткову систему числення.

$$\begin{array}{rcccc}
 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\
 11000_2 = 0 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4 = 24_{10}
 \end{array}$$

Приклад 2: перевести десяткове число 387 у вісімкову систему числення.

$$\begin{array}{r}
 387 \overline{) 8} \\
 \underline{384} \quad 48 \overline{) 8} \\
 \quad \quad \underline{3} \quad 48 \quad 6 \\
 \quad \quad \quad \underline{0}
 \end{array}
 \qquad 387_{10} = 603_8.$$

Перевірка: перевести вісімкове число 603 у десяткову систему числення.

$$\begin{array}{rccc}
 2 & 1 & 0 \\
 603_8 = 3 \cdot 8^0 + 0 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^2 = 3 + 6 \cdot 64 = 387_{10}.
 \end{array}$$

Приклад 3: перевести десяткове число 687 у шістнадцяткову систему числення.

$$\begin{array}{r|l}
 687 & 16 \\
 \hline
 672 & 42 \\
 \hline
 15 & 32 \\
 & 10 \\
 & 2
 \end{array}
 \quad 687_{10} = 2AF_{16}.$$

де для шістнадцяткової системи числення 10 це А а 15 це F, тому $687_{10} = 2AF_{16}$.

Перевірка: перевести шістнадцяткове число 2AF у десяткову систему числення.

$$2AF_{16} = 15 \cdot 16^0 + 10 \cdot 16^1 + 2 \cdot 16^2 = 15 + 10 \cdot 16 + 2 \cdot 256 = 687_{10}.$$

Для переведення двійкового числа у десяткову систему числення методом віднімання необхідно від максимально можливого значення, що відповідає заданій кількості біт, відняти 2 в тому степені, розряд якого дорівнює нулю.

Приклад 4: перевести двійкове число 0110010101 у десяткову систему числення методом віднімання.

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\
 (0110010101)_2 & = & (2^{10} - 1) - 2^1 - 2^3 - 2^5 - 2^6 - 2^9 & = & 405_{10}. \\
 10 & 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1
 \end{array}$$

Для переведення двійкового числа у вісімкову або шістнадцяткову системи числення потрібно розбити двійкове число на групи по три (тріади) – для ві-

сімкового та чотири розряди (тетради) – для шістнадцяткового, доповнюючи крайні неповні розряди нулями. Далі потрібно перевести кожну тріаду/тетраду із двійкової системи числення у необхідну. Під час переведення вісімкового та шістнадцяткового чисел у двійкову систему кожна цифра записується двійковою тріадою/тетрадою в залежності від системи з якої переводимо.

Приклад 5: перевести число 10110100011 з двійкової системи числення у вісімкову.

$$10110100011_2 = \underbrace{010}_2 \underbrace{110}_6 \underbrace{100}_4 \underbrace{011}_3 = 2643_8.$$

Приклад 6: перевести число 10110100011 з двійкової системи числення у шістнадцяткову.

$$10110100011_2 = \underbrace{0101}_5 \underbrace{1010}_A \underbrace{0011}_3 = 5A3_{16}.$$

Приклад 7: перевести вісімкове число 731 у двійкову систему числення.

$$731_8 = \underbrace{7}_{111} \underbrace{3}_{011} \underbrace{1}_{001} = 111\ 011\ 001_2.$$

Приклад 8: перевести шістнадцяткове число 8AF у двійкову систему числення.

$$8AF_{16} = \underbrace{8}_{1000} \underbrace{A}_{1010} \underbrace{F}_{1111} = 1000\ 1010\ 1111_2.$$

Завдання на лабораторну роботу

1. Заповнити таблицю значеннями степенів 2, 4, 8 та 16 (табл. 1.1). Степені двійки вивчити на пам'ять.
2. Заповнити таблицю відповідностей еквівалентів десяткової, двійкової, вісімкової і шістнадцяткової систем представлення чисел (табл. 1.2).
3. Заповнити таблицю відповідностей кількості біт двійкового числа діапазону можливих значень, утворених з них (табл. 1.3).
4. Перевести два десяткових числа у двійкову систему числення за даними табл. 1.4 (згідно варіанту). Виконати перевірку переведення.
5. Перевести два десяткових числа у вісімкову систему числення за даними табл. 1.4 (згідно варіанту). Виконати перевірку переведення.
6. Перевести два десяткових числа у шістнадцяткову систему числення за даними табл. 1.4 (згідно варіанту). Виконати перевірку переведення.
7. Перевести два двійкових числа у десяткову систему числення методом віднімання за даними табл. 1.5 (згідно варіанту).
8. Перевести два двійкових числа у вісімкову систему числення за даними табл. 1.5 (згідно варіанту).
9. Перевести два двійкових числа у шістнадцяткову систему числення за даними табл. 1.5 (згідно варіанту). Виконати перевірку переведення.
10. Перевести два вісімкових числа у двійкову систему числення за даними табл. 1.6 (згідно варіанту).
11. Перевести два шістнадцяткових числа у двійкову систему числення за даними табл. 1.7 (згідно варіанту).

Правила формування завдань

Якщо номер варіанта $N = 1$, унікальний номер групи $G = 1$, то значення для 4 завдання згідно таблиці 1.4 будуть мати вигляд:

№ варіанта (N)	Десяткове число 1	Десяткове число 2
1	$33+G$	$8200+G$

$$1 \text{ число} = 33+1=34$$

$$2 \text{ число} = 8200+1=8201$$

Якщо номер варіанта $N = 1$, унікальний номер групи $G = 1$, то значення для 5 завдання згідно таблиці 1.5 будуть мати вигляд:

№ в-та	Q	Двійкове число 1	Двійкове число 2
1	$G = (1, 16, 31) \text{ } Q = 1111$	$\textcolor{red}{Q}000$	$0\textcolor{red}{Q}0011110$

$$1 \text{ число} = \underbrace{1111}_{\textcolor{red}{Q}}000_2$$

$$2 \text{ число} = 0 \underbrace{1111}_{\textcolor{red}{Q}}0011110_2$$

Всі інші завдання формуються аналогічно!!!

Вимоги до оформлення звіту

Звіт оформлюється у текстовому документі і має містити:

1. Правильно оформлену рамку.
2. Тему, мету, номер варіанту.
3. Виконані всі завдання з ходом обрахунків і перевірками.
4. Висновки.

Звіт оформлений неналежним чином і без ходу обрахунків не оцінюється і має бути перероблений!

Таблиця 1.1

Степені цілих чисел

Значення	2^x	4^x	8^x	16^x
1	2 ⁰	4 ⁰	8 ⁰	16 ⁰
2	2 ¹	-	-	-
4	2 ²	4 ¹	-	-
...	...	...	...	...
...	...	...	...	...
1048576	2 ²⁰	4 ¹⁰	-	16 ⁵

Таблиця 1.2

Десяткові, двійкові, вісімкові і шістнадцяткові еквіваленти

Десяткове число	Двійкове число	Вісімкове число	Шістнадцяткове число
0	0000	0	0
1	...	...	...
2	...	...	...
3			
...			
13			
14			
15			

Таблиця 1.3

Таблиця діапазонів значень

Кількість біт	Діапазон значень (max і min)
1(x)	0...1
2(xx)	0...3
...	...
9(xxxxxxxxx)	0...511
10(xxxxxxxxxxx)	0...1023

Таблиця 1.4

Дані для переведення

N – номер варіанта зазначений у рейтинговій таблиці,

G – унікальний номер групи зазначений на сторінці курсу.

№ варіанта (N)	Десяткове число 1	Десяткове число 2
1	7+G	6300+G
2	12+G	1200+G
3	18+G	3400+G
4	25+G	4300+G
5	31+G	5600+G
6	9+G	9600+G
7	14+G	3900+G
8	22+G	4800+G
9	37+G	5400+G
10	43+G	3200+G
11	16+G	6800+G
12	28+G	4100+G
13	35+G	3900+G
14	11+G	9500+G
15	40+G	7300+G
16	19+G	6100+G
17	27+G	1900+G
18	33+G	7200+G
19	8+G	6300+G
20	24+G	3500+G
21	29+G	1500+G
22	45+G	7400+G
23	13+G	8800+G
24	21+G	9700+G
25	36+G	3400+G
26	10+G	8100+G
27	30+G	2200+G
28	17+G	6600+G
29	39+G	7500+G
30	26+G	4700+G
31	15+G	2300+G
32	34+G	1800+G
33	42+G	6100+G
34	23+G	4900+G
35	32+G	2800+G

Таблиця 1.5

Дані для переведення

Q – номер який залежить від унікального номеру групи G зі сторінки курсу.

№ в-та	Q	Двійкове число 1	Двійкове число 2
1	G = (1, 16, 31) Q = 1011	000Q	000Q10110
2		001Q	010Q10110
3		010Q	100Q00010
4		011Q	110Q01101
5	G = (2, 17, 32) Q = 0101	100Q	101Q11000
6		101Q	110Q10111
7		110Q	0011Q0011
8		111Q	0110Q0010
9	G = (3, 18, 33) Q = 1110	00Q0	0000Q1011
10		00Q1	0100Q1011
11		01Q0	1000Q0001
12		01Q1	1101Q0110
13	G = (4, 19, 34) Q = 0011	10Q0	1010Q1100
14		10Q1	1101Q1011
15		11Q0	00111Q001
16		11Q1	01100Q001
17	G = (5, 20, 35) Q = 1001	01Q1	00001Q101
18		10Q0	0Q0011110
19		0Q11	0Q0010011
20		0Q00	0Q1011000
21	G = (6, 21, 36) Q = 0110	0Q01	0Q1011011
22		0Q10	1Q0001000
23		0Q11	1Q0110101
24		1Q00	1Q1100010
25	G = (7, 22, 37) Q = 1100	1Q01	1Q1011101
26		1Q10	00Q001111
27		1Q11	01Q001001
28		Q000	00Q101100
29	G = (8, 23, 38) Q = 0001	Q001	01Q101101
30		Q010	10Q000100
31		Q011	11Q011010
32		Q100	10Q110001
33	G = (9, 24, 39) Q = 1010	Q101	11Q101110
34		Q110	001Q00111
35		Q111	011Q0010

Таблиця 1.6

Дані для переведення

№ в-та	Q	Вісімкове число 1	Вісімкове число 2
1	G=(10, 20, 30, 40) Q = 6	Q351	1Q3502
2		5Q13	40Q231
3		63Q0	613Q07
4		720Q	2064Q5
5		Q604	5721Q3
6	G=(1, 11, 21, 31, 41) Q = 7	2Q75	Q40672
7		41Q6	36Q140
8		350Q	704Q56
9		Q217	1257Q4
10	G=(2, 12, 22, 32, 42) Q = 0	6Q42	Q56031
11		07Q3	47Q205
12		254Q	620Q73
13		Q506	3401Q6
14	G=(3, 13, 23, 33, 43) Q = 1	3Q61	15630Q
15		74Q2	Q07142
16		105Q	62Q754
17		Q437	501Q36
18	G=(4, 14, 24, 34, 44) Q = 2	0Q26	2740Q1
19		56Q3	63715Q
20		617Q	Q34620
21		Q752	17Q063
22	G=(5, 15, 25, 35, 45) Q = 3	1Q30	450Q27
23		20Q4	2601Q5
24		471Q	71340Q
25		Q065	Q65217
26	G=(6, 16, 26, 36) G=(8, 18, 28, 38) Q = 4	7Q43	06Q531
27		32Q7	341Q72
28		540Q	5230Q6
29		Q173	61472Q
30	G=(7, 17, 27, 37) G=(9, 19, 29, 39) Q = 5	4Q56	Q13405
31		60Q2	24Q617
32		316Q	630Q14
33		Q240	4172Q0
34		5Q71	05623Q
35		03Q5	Q41750

Дані для переведення

№ в-та	Q	Шістнадцят- кове число 1	Шістнадцят- кове число 2
1		Q4A7B	Q4A7B60ED
2	G=(1, 17, 33) Q = B	3QC5E	3QC5E92F1
3		7AQ2D	7AQ2D8640
4	G=(2, 18, 34) Q = C	F60QE	F60QE93C7
5		9D3CQ	9D3CQ1A85
6	G=(3, 19, 35) Q = D	Q1E85	2E4B0Q7F6
7		6Q9A2	A7C153QD9
8	G=(4, 20, 36) Q = E	B3Q7F	5B3F80DQ2
9		2E4Q0	80DA4FE6Q
10	G=(5, 21, 37) Q = F	A7C1Q	Q5B3F96C1
11		Q5B3F	3Q8F52D7A
12	G=(6, 22, 38) Q = 0	8Q0DA	9AQ1C604E
13		4FQ96	6E0Q42D5B
14	G=(7, 23, 39) Q = 1	D2AQ7	2D5BQ7A96
15		1C6EQ	73A96QE28
16	G=(8, 24, 40) Q = 2	Q7209	5C0FA8Q3D
17		3Q8F5	8B1462FQ9
18	G=(9, 25, 41) Q = 3	9AQ1C	4F7DC03EQ
19		6E0Q4	Q6C4197B3
20	G=(10, 26, 42) Q = 4	2D5BQ	2Q7B90E5A
21		Q3A96	0EQ5A371C
22	G=(11, 27, 43) Q = 5	7QE28	9D3Q60F82
23		5CQ0F	7A2FQ41DC
24	G=(12, 28, 44) Q = 6	8B1Q3	1C83BQ6F0
25		4F7DQ	59E27AQ4C
26	G=(13, 29, 45) Q = 7	Q6C41	3F06D81Q9
27		2Q7B9	A2C59E37Q
28	G=(14, 30, 46) Q = 8	0EQ5A	QB40D61F8
29		9D3Q6	7Q29C5A0E
30	G=(15, 31, 47) Q = 9	7A2FQ	4DQ83F16B
31		Q0F58	0A7Q92EC5
32	G=(16, 32, 48) Q = A	5Q3E7	61F3Q8D0A
33		1AQ6C	9C27BQ4E1
34		C3BQ2	80D53AQ6F
35		6947Q	2E94C71QB

Контрольні питання

1. Що таке система числення?
2. Які типи систем числення ви знаєте?
3. Що таке основа позиційної системи числення?
4. Які недоліки має непозиційна система?
5. Наведіть приклад непозиційної системи.
6. Наведіть приклад змішаних систем.
7. Які позиційні системи вам відомі? Які з них найчастіше використовуються?
8. Скільки символів і які використовуються в шістнадцятковій системі?
9. Алгоритм переведення з десяткової системи числення в іншу та навпаки.
10. Алгоритм переведення з двійкової системи числення в іншу та навпаки.
11. Алгоритм переведення з вісімкової системи числення в іншу та навпаки.
12. Алгоритм переведення з шістнадцяткової системи числення в іншу та навпаки.