ЗАТВЕРДЖЕНО

Науково-методичною радою
Державного університету
«Житомирська політехніка»
протокол від 4 вересня 2025р.
№5

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ
для проведення практичних занять з навчальної дисципліни ОК24 «Надійність та діагностування в електроенергетиці»

для здобувачів вищої освіти освітнього ступеня «бакалавр»
спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»
освітня програма «Комп’ютеризоване управління енергетичними системами»
факультет комп’ютерно-інтегрованих технологій, мехатроніки і робототехніки
кафедра робототехніки, електроенергетики та автоматизації
ім. проф. Б.Б. Самотокіна

Схвалено на засіданні кафедри інформаційно-вимірювальних технологій
25 серпня 2025р., протокол № 8
Завідувач кафедри
____ Юрій ПОДЧАШИНСЬКИЙ

Розробник: кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри інформаційно-вимірювальних технологій ЧЕПЮК Ларіна

Житомир
2025

ЗМІСТ

Практична заняття № 1
Застосування основних теорем теорії ймовірностей при аналізі надійності електроустановок

Теоретичні відомості

Ймовірність безвідмовної роботи за статистичними даними про відмови оцінюється виразом

$$P\cdot(t)=\frac{n(t)}{N}, \tag{1.1}$$

де $n(t)$ – число виробів, які не відмовили до моменту часу t;

N – число виробів, поставлених на випробування;

$P\cdot(t)$ – статистична оцінка ймовірності безвідмовної роботи виробів.

Для ймовірності відмови за статистичними даними справедливо співвідношення

$$q\cdot(t)=\frac{n-N(t)}{N}, \tag{1.2}$$

де $n-N(t)$ – число виробів, які відмовили до моменту часу t;

$q\cdot(t)$ – статистична оцінка ймовірності відмови виробів.

Частота відмов за статистичними даними про відмови визначається виразом

$$f\cdot(t)=\frac{\Delta n(t)}{N\cdot\Delta t}, \tag{1.3}$$

$f\cdot(t),$ – статистична оцінка частоти відмов виробу;

Δt – інтервал часу.

Інтенсивність відмов за статистичними даними про відмови визначається формулою

$$\lambda\cdot(t)=\frac{\Delta n(t)}{\Delta t\cdot n(t)}, \tag{1.4}$$

де $n(t)$ – число виробів, які не відмовили до моменту часу t;

$\Delta n(t)$ – число відмов виробів на ділянці часу $(t, t+\Delta t)$;

$\Delta t\cdot n(t)$ – статистична оцінка інтенсивності відмов виробів.

Середній час безвідмовної роботи вироби за статистичними даними оцінюється виразом

$$m_t = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i, \qquad (1.5)$$

де t_i – час безвідмовної роботи i – го виробу;

N – загальне число виробів, поставлених на випробування;

m – статистична оцінка середнього часу безвідмовної роботи вироби.

Для визначення m_t за формулою (1.5) необхідно знати моменти виходу з ладу всіх N виробів. Можна визначати m_t з рівняння

$$m_t \approx \sum_{i=1}^{m} n_i t_{cp\,i}, \qquad (1.6)$$

де n_i – кількість поламаних виробів на інтервалі часу;

$$t_{cp\,i} = \frac{t_{i+1}+t_i}{2}; \quad m = \frac{t_k}{\Delta t}; \quad \Delta t = t_{i+1} - t_i$$

t_i – час початку i–го інтервалу; t_i – час кінця i–го інтервалу, t_k – час, протягом якого вийшли з ладу всі вироби; Δt – інтервал часу.

$$D_t = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{n}(t_i - m_t)^2, \qquad (1.7)$$

де D_t – статистична оцінка дисперсії часу безвідмовної роботи вироби.

Завдання

1. На випробування поставлено N однотипних виробів. За t годин відмовило S виробів. Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи $P(t)$ та статистичну оцінку $q(t)$.

Табл.1.1

Варіант	*N*	*t, годин*	*S*
1	500	2000	50
2	600	2500	60
3	700	3000	55
4	800	3500	75
5	900	2000	65
6	1000	2500	70
7	1100	3000	80
8	1200	3500	75
9	1300	2000	70
10	1400	2500	85
11	1500	3000	80
12	1600	3500	75
13	1700	2000	90
14	1800	2500	85
15	1900	3000	75
16	2000	3500	90
17	2100	2000	80
18	2200	2500	75
19	2300	3000	85
20	2500	3000	70
21	1500	3000	80
22	1600	3500	75
23	1700	2000	90
24	1800	2500	85
25	1900	3000	75
26	2000	3500	90
27	2100	2000	80
28	2200	2500	75
29	2300	3000	85
30	2400	3500	90

Завдання 2. На випробування було поставлено N однотипних виробів. За перші 3000 годин відмовило m виробів, а за інтервал часу 3000 – 4000 годин відмовило ще l виробів. Потрібно визначити статистичну оцінку частоти та інтенсивності відмов виробів в проміжку часу 3000 – 4000 год.

Табл.2.2

Варіант	N	m	l
1	2500	50	20
2	2600	60	30
3	2700	55	20
4	2800	75	25
5	2900	65	35
6	1000	40	30
7	1100	45	20
8	1200	35	25
9	1300	40	20
10	1400	45	25
11	1500	40	20
12	1600	45	25
13	1700	50	30
14	1800	55	35
15	1900	45	25
16	2000	50	20
17	2100	80	30
18	2200	55	25
19	2300	65	35
20	2400	50	30
21	2500	45	25
22	2600	40	35

Завдання 3. На випробування поставлено N виробів. За час t год. відмовило p виробів, тобто n(t) = 400 – 200 = 200. За інтервал часу (t, t + Δt), де Δt = 100 годин, відмовило p виробів, тобто A n (t) = 100. Потрібно визначити P(t), q(t), f(t), λ(t).

Табл.2.3

Варіант	*N*	*t, годин.*	*p*
1	400	3000	60
2	410	3500	50
3	420	2000	40
4	430	2500	45
5	440	3000	55
6	350	3500	40
7	360	2000	50
8	370	2500	45
9	380	3000	40
10	390	3500	25
11	400	2000	20
12	410	2500	25
13	420	3000	30
14	430	3500	35
15	440	2000	25
16	350	2500	20
17	360	3000	30
18	370	3500	25
19	380	2000	35
20	390	2500	30
21	400	3500	30
22	410	3100	35

Приклади рішення задач

Завдання 1. Випробування поставлено 1000 однотипних виробів, за 3000 годин. Відмовило 80 виробів. Потрібно визначити P (t), q (t) при t = 3000 год. Рішення. В даному випадку N = 1000; n (t) = 1000–80 = 920; N–n (t) = 1000–920 = 80. Тому за (1.1) і (1. 2) визначаємо

$$P(3000) = \frac{n(t)}{N} = \frac{920}{1000} = 0.92;$$

$$q(3000) = \frac{n - N(t)}{N} = \frac{80}{1000} = 0.08;$$

$$q(3000) = 1 - F(3000) = 0.08.$$

Завдання 2. На випробування було поставлено 1000 однотипних виробів. За перші 3000 годин відмовило 80 виробів, а за інтервал часу

3000 – 4000 год. відмовило ще 50 виробів. Потрібно визначити статистичну оцінку частоти та інтенсивності відмов виробів в проміжку часу 3000 – 4000 год.

Рішення. В даному випадку N = 1000; t = 3000 год.; Δt = 1000 годину; Δп (t) = 50; n (t) = 920.

За формулами (1.3) і (1.4) знаходимо

$$f(t) = f(3000) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t} = \frac{50}{1000 \cdot 1000} = 5 \cdot 10^{-5}\ 1/\textit{год};$$

$$\lambda(t) = \lambda(3000) = \frac{\Delta n(t)}{t \cdot n(t)} = \frac{100}{100 \cdot 200} = 5 \cdot 10^{-3}\ 1/\textit{год};$$

Завдання 3. На випробування поставлено N = 400 виробів. За час t = 3000 год. відмовило 200 виробів, тобто n (t) = 400–200 = 200. За інтервал часу (t, t + Δt), де Δt= 100 годину, відмовило 100 виробів, т. Е. A n (t) = 100. Потрібно визначити P (3000), q (3100), f (3000), λ (3000).

Рішення. За формулою (1.1)

$$P(3000) = \frac{n(t)}{N} = \frac{200}{400} = 0{,}5;$$

$$P(3100) = \frac{n(t)}{N} = \frac{100}{400} = 0{,}25.$$

Використовуючи формули (1.3) і (1 4), отримаємо

$$f(t) = f(3000) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t} = \frac{10}{400 \cdot 1000} = 2.5 \cdot 10^{-3}\ 1/\textit{год};$$

$$\lambda(t) = \lambda(3000) = \frac{\Delta n(t)}{t \cdot n(t)} = \frac{100}{100 \cdot 200} = 5 \cdot 10^{-3}\ 1/\textit{год};$$

Практична заняття № 2
Випадкова величина. Числові характеристики і закони розподілу випадкових величин

Теоретичні відомості

Випишемо формули, по яких визначатися кількісні характеристики надійності виробу

$$p(t) = \exp(-\int_0^1 \gamma(t)dt = 1 - \int_0^1 f(t)dt \qquad (2.1)$$

$$q(t) = 1 - p(t) \qquad (2.2)$$

$$f(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\frac{dq(t)}{dt} \qquad (2.3)$$

$$\gamma(t) = \frac{f(t)}{p(t)} \qquad (2.4)$$

$$m_t = \int_0^\infty p(t)dt \qquad (2.5)$$

де p(t) – вірогідність безвідмовної роботи виробу на інтервалі часу від 0 до t;

q(t) – вірогідність відмови виробу на інтервалі часу від 0 до t;

f(t) – частота відмов виробу або щільність вірогідності часу безвідмовної роботи виробу Т;

γ(t) – інтенсивність відмов виробу;

m_t – середній час безвідмовної роботи виробу.

Формули (2.1) - (2.5) для експоненціального закону розподілу часу безвідмовної роботи виробу наберуть вигляду

$$p(t) = e^{-\gamma t} \qquad (2.6)$$

$$q(t) = 1 - e^{-\gamma t} \qquad (2.7)$$

$$f(t) = y \cdot e^{-\gamma t} \qquad (2.8)$$

$$y(t) = \frac{y \cdot e^{-yt}}{e^{-yt}} = \gamma \qquad (2.9)$$

Формули (2.1) - (2.5) для експоненціального закону розподілу часу безвідмовної роботи виробу наберуть вигляду

$$p(t) = 0.5 - \Phi(U) \qquad U = \frac{t - m}{\sigma} \tag{2.10}$$

$$q(t) = 0.5 + \Phi(U) \qquad \Phi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^U e^{\frac{U^2}{2}} \, dU \tag{2.11}$$

$$f(t) = \frac{\varphi(U)}{\sigma_t} \qquad \Phi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{U^2}{2}} \, dU \tag{2.12}$$

$$\gamma(t) = \frac{\varphi(U)}{\sigma_t} \cdot \frac{1}{0.5 - \Phi(U)} \tag{2.13}$$

де φ(U) – функція Лапласа, що має властивості

$$\Phi(U) = 0 \tag{2.15}$$

$$\Phi(-U) = -\Phi(U) \tag{2.16}$$

$$\Phi(\infty) = 0{,}5 \tag{2.17}$$

Значення функції φ(U) Лапласа приведені в додатку П. 7.13 [1]. Значення функції приведені в додатку П. 7.17 [1].

Тут m_t – середнє значення випадкової величини Т;

σ^2 – дисперсія випадкової величини Т; Т – час безвідмовної роботи;

t

Формули (2.1) – (2.5) для закону розподілу Вейбулла часу безвідмовної роботи виробу має вигляд

$$p(t) = e^{-at^k} \tag{2.18}$$

$$q(t) = 1 - e^{-at^k} \tag{2.19}$$

$$f(t) = akt^{k-1} \cdot p(t) \tag{2.20}$$

–

$$m(t) = \frac{\frac{1}{k}\Gamma \cdot \left(\frac{1}{k}\right)}{a^{\frac{1}{k}}}$$

де a, k – параметри закону розподілу Вейбулла.

Г(x) – гамма–функція, значення якої приведені в додатку П. 7.18 [1].

Формули (2.1) – (2.5) для закону розподілу Релея часу безвідмовної роботи виробу має вигляд

$$f(t) = \frac{t^2}{2\sigma_t^2} \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}\right) \tag{2.21}$$

$$\gamma(t) = \frac{t^2}{2\sigma_t^2} \tag{2.22}$$

$$m(t) = \sigma_t\sqrt{\frac{\pi}{2}} \tag{2.23}$$

де σ_t – міра розподілу випадкової величини T; T – час безвідмовної роботи виробу.

Завдання

1. Час роботи елементу повністю підпорядкований експериментальному закону розподілу з параметром γ (табл.2.1).

Необхідно вичислити кількісні характеристики надійності елементу p(t), q(t), f(m), m_t, t=1000 час.

Табл.3.1

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
γ	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
γ	2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9
Варіант	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
γ	3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9

2. Час роботи елементу повністю підпорядкований нормальному закону з параметрами m_t, σ_t (табл.2.2). Необхідно вичислити кількісні характеристики надійності p(t), γ (t), f(m), m_t, для t = 1000 годин.

Табл.2.2

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m_t,	4000	5000	6000	7000	8000	9000	6000	7000	8000	9000
σ_t	1000	1000	1000	1000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
m_t	5000	6500	7000	8500	9000	5500	6000	7500	8000	9500
σ_t	3000	3000	3000	3000	3000	4000	4000	4000	4000	4000
Варіант	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
m_t	5000	6000	7500	8000	9500	5000	6500	7000	8500	9000
σ_t	4000	4000	4000	4000	4000	3000	3000	3000	3000	3000

3. Час роботи виробу повністю підкоряється закону розподілу Релея. Потрібно вичислити кількісні характеристики надійності виробу $p(t)$, $\gamma(t)$, $f(t)$, m_t, t =1000 година, якщо параметр розподілу σ_t (табл.3.2).

Табл.2.3

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
σ_t	3000	3000	3000	3000	3000	4000	4000	4000	4000	4000
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
σ_t	1000	1000	1000	1000	2000	2000	2000	2000	2000	2000

4. Час безвідмовної роботи виробу підкоряється закону Вейбулла з параметрами k, a (1/годин), а час роботи виробу t (годин) (табл.2.4). Потрібно вичислити кількісні характеристики виробу $p(t)$, $\gamma(t)$, $f(t)$, m_t.

Табл.2.4

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
a	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}
t	100	100	100	100	100	200	200	200	200	200
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
k	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
a	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}
t	150	150	150	150	150	250	250	250	250	250
Варіант	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
k	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
a	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}
t	125	125	125	125	125	175	175	175	175	175

Приклади рішення

Завдання 1. Час роботи елементу повністю підпорядкований експериментальному закону розподілу з параметром $\gamma = 2{,}5 \cdot 10^{-5} 1/$ година.

Необхідно вичислити кількісні характеристики надійності елементу $p(t)$, $q(t)$, $f(m)$, m_t, t=1000 час.

Рішення:

Використовуємо формули (2.6), (2.7), (2.8), (2.10), для $p(t)$, $q(t)$, $f(m)$, m_t.

1. Вичислимо вірогідність безвідмовної роботи $p(t) = e^{-yt} = e^{-0.0025} = 0{,}9753$

Використовуючи ці таблиці П. 7.14 отримаємо

$p(1000) = e^{-2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot 1000} = e^{-0.0025} = 0{,}9753$

2. Вичислимо вірогідність відмови $q(1000)$. Маємо

$q(1000) = 1 - p(1000) = 0{,}0247$

3. Вичислимо частоту відмов

$f(t) = y(t)\ \ p(t) = 2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot t}$ $f(1000) = 2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot 1000}$

4. Вичислимо середній час безвідмовної роботи

$$m_t = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{2{,}5 \cdot 10^{-5}} = 40000 \text{ годин}$$

Завдання 2. Час роботи елементу повністю підпорядкований нормальному закону з параметрами m_t = 8000 годин, σ_t = 2000 годин. Необхідно вичислити кількісні характеристики надійності $p(t)$, $\gamma(t)$, $f(m)$, m_t, для t = 1000 годин.

Рішення:

Скористаємося формулами (2.11), (2.12), (2.13), (2.14) для $p(t)$, $\gamma(t)$, $f(m)$, m_t.

1. Вичислимо вірогідність безвідмовної роботи

$$p(t) = 0.5 - \Phi(U) \qquad\qquad U = \frac{t - m_t}{\sigma_t}$$

$$U = \frac{10000 - 8000}{2000} = 1\Phi(1) = 0{,}3413$$

$$P(10000) = 0{,}5 - 0{,}3413 = 0{,}1587$$

2. Визначимо частоту відмови f(t)

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_t} \cdot \exp \cdot \left[\frac{(t - m_t)^2}{2\sigma_t^2}\right]$$

Введемо позначення

$$\varphi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{U^2}{2}} \quad \varphi(-U) = \varphi(U)$$

Тоді

$$f(t) = \frac{\varphi(U)}{\sigma_t}; \quad U = \frac{(t - m_t)}{\sigma_t}$$

$$f(1000) = \frac{\varphi(1)}{2000} = \frac{0.242}{2000} = 12{,}1 \cdot 10^{-5}\ 1/\text{годин}$$

3. Розрахуємо інтенсивність безвідмовної роботи елементу

$$\gamma(t) = \frac{f(t)}{p(t)}$$

$$\gamma(10000) = \frac{f(10000)}{p(10000)} = 12{,}1 \cdot \frac{10^{-5}}{0.1587} = 76{,}4 \cdot 10^{-5}\quad 1/\text{годин}$$

4. Середній час безвідмовної роботи елементу $m_t = 8000$ годин

Завдання 3. Час роботи виробу повністю підкоряється закону розподілу Релея. Потрібно вичислити кількісні характеристики надійності виробу p(t), γ(t), f(t), m_t, t =1000 година, якщо параметр розподілу σ_t = 1000 години

Рішення:

Скористаємося формулами (2.18), (2.21), (2.22), (2.23) для p(t), γ(t), f(t), m_t

1. Вичислимо вірогідність безвідмовної роботи p(t)

$$p(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}\right)$$

$$p(1000) = \exp\left(-\frac{1000^2}{2 \cdot 1000^2}\right) = e^{-0.5} = 0{,}606$$

2. Визначимо частоту відмови f(t)

$$f(t) = \frac{t \cdot p(t)}{\sigma_t^2}$$

$$f(1000) = \frac{1000 \cdot 0.606}{1000^2} = 0{,}606 \cdot 10^{-3} \quad 1/\text{годин}$$

σ

3. Розрахуємо інтенсивність відмов

$$\gamma(t) = \frac{t}{\sigma_t^2}$$

$$\gamma(t) = \frac{1000}{1000^2} = 10^{-3} \quad 1/\text{годин}$$

4. Визначити середній час безвідмовної роботи виробу

$$m_t = \sigma_t\sqrt{\frac{\pi}{2}} = 1000 \cdot 1{,}253 = 1253 \text{ годин}$$

Завдання 4. Час безвідмовної роботи виробу підкоряється закону Вейбулла з параметрами $k = 1{,}5$, $a = 10^{-4}$ $1/\text{годин}$, а час роботи виробу $t = 100$ годин. Вимагається вичислити кількісні характеристики виробу p(t), γ(t), f(t), m_t

Рішення

1. Визначимо вірогідність безвідмовної роботи p(t) по формулі (2.18)
2. Маємо

$$p(t) = \exp\left(-at^k\right) \qquad p(100) = \exp(10^{-4} \cdot 100^{1,5}); \qquad x = 100^{15}$$

$$\lg x = 1{,}5\lg 100 = 3; \quad x = 100; \qquad p(100) = e^{-0,1} = 0{,}9048$$

3. Визначимо частоту відмов

$$\gamma(100) = \frac{f(100)}{p(100)} = 1{,}35 \cdot 10^{-3}$$

4. Визначимо середній час безвідмовної роботи виробу $m(t)$

$$m(t) = \frac{\frac{1}{k}\Gamma \cdot \left(\frac{1}{k}\right)}{a^{\frac{1}{k}}} = \frac{\frac{1}{1,5}\Gamma \cdot \left(\frac{1}{1,5}\right)}{10^{-4\frac{1}{1,5}}} = \frac{0{,}666 \cdot \Gamma(0{,}666)}{10^{-2,666}}$$

Оскільки $z\Gamma(z) = \Gamma(z +)$, то

$$m(t) = \frac{\Gamma(1{,}666)}{10^{-2,666}}$$

$$x = 10^{-2,666}; \qquad \lg x = -2{,}666 \cdot \lg 10 = -2{,}666 = 3{,}333; \qquad x = 0.00215$$

Використовуючи додатки П. 7.18 [1], отримаємо

$$m(t) = \frac{0{,}90167}{0{,}00215} = 426 \text{ годин}$$

Практичне заняття №3
Методи статистичної обробки результатів спостережень

Теоретичні положення

До виробів, що відновлюються, відносяться такі елементи, які після відмов можуть бути відремонтовані для виконання своїх функцій. При цьому можливо, що відмови безперервно працюючої системи усуваються миттєво, кількість відновлень не обмежена, профілактика відмов відсутня. Якщо всі відмови є незалежними, однаково розподіленими випадковими величинами, моменти відмов утворюють простий відновлення. Роботу відновлюваного елемента можна подати у вигляді інтервалів, що випадково чергуються – працездатності Q_i та відновлення (ремонту, простою) r_{yi}. Вважаючи, що всі величини Q_i і r_{yi} є незалежними випадковими, можна визначити показники безвідмовності для інтервалів працездатності, показники відновлюваності для інтервалів ремонту (простою) та комплексні показники.

Ймовірність відновлення (закінчення ремонту)

$$V(t_0) = \frac{M(0) - M(t_0)}{M(0)}, \tag{3.1}$$

де $M(0)$ – кількість об'єктів, що поставленні на відновлення;

Ймовірність невідновлення на заданому інтервалі

$$V(t_0) = \frac{M(t_0)}{M(0)}, \tag{3.2}$$

де $M(t_0)$ – кількість відмов, що залишилися не відновленими на момент часу t_0.

Щільність розподілу часу відновлення

$$g(t) = \frac{\Delta m(t, \Delta t)}{M(0)\Delta t}, \tag{3.3}$$

де $\Delta m(t, \Delta t)$ – кількість об'єктів, ремонт яких закінчено в інтервалі часу $\Delta)$, починаючи з моменту часу t.

Інтенсивність відновлення

$$\mu(t) = \frac{\Delta m(t, \Delta t)}{M(t)\Delta t}, \tag{3.4}$$

де $M(t)$ – число об'єктів, відновлених до моменту часу t.

Середній час відновлення

$$\tau = \frac{1}{M(0)} \sum_{i=1}^{M(0)} r_i, \tag{3.5}$$

де r_i – поточний час відновлення.

Комплексні показники надійності.

Коефіцієнт готовності

$$K_Г = \frac{\overline{T}}{\overline{T} + \overline{\tau}}, \qquad (3.6)$$

де $\overline{T}$ – середній час напрацювання на відмову.

Коефіцієнт простою

$$K_П = \frac{\overline{\tau}}{\overline{T} + \overline{\tau}}, \qquad (3.7)$$

де $\overline{\tau}$ – середній час відновлення.

Завдання

1. За час роботи агрегату сталося 4 відмови. Час відновлення становило відповідно $\tau_1 = 10$, $\tau_2 = 20$, $\tau_3 = 18$, $\tau_4 = 13$ годин. Визначити середній час відновлення агрегату. Чисельні значення для інших варіантів наведено в табл. 3.1:

$$\tau = \frac{10 + 20 + 18 + 13}{4} 15{,}2 \text{ годин.} \qquad ($$

2. Пристрій має середній час безвідмовної роботи $\overline{T} =$ годин та середній час відновлення $\overline{\tau} =$ 2 години. Визначити коефіцієнт готовності $K_Г$, коефіцієнт простою $K_П$. Чисельні значення для інших варіантів наведено в табл. 3.1:

$$K_Г = \frac{80}{80 + 2} = 0{,}976,$$

$$K_П = \frac{2}{80 + 2} = 0{,}024.$$

3. Інтенсивність відмов пристрою дорівнює λ = 0,02 1/годин, а середній час відновлення $\overline{\tau} =$ 10 год. Визначити коефіцієнт готовності. Чисельні значення для інших варіантів наведено в табл. 3.1):

$$\overline{T} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0{,}02} = 50 \text{ } годин;$$

$$K_Г = \frac{50}{50 + 10} = 0{,}83.$$

4. Середній час безвідмовної роботи агрегату дорівнює 230 годин, середній час відновлення – 12 год. Визначити коефіцієнт готовності. Чисельні значення для інших варіантів наведено в табл. 3.1.

5. Інтенсивність відмов пристрою, що відновлюється, дорівнює λ=0,025 1/годин. Середній час відновлення $\overline{\tau}=160$ годин. Визначити ймовірність того, що в момент часу t=20 годин пристрій буде в справному стані. Чисельні значення для інших варіантів наведено в табл. 3.1. При рішенні необхідно користуватися додатком 1:

$$P(20)=\exp(-0{,}025\cdot 20)=0{,}9750;$$

$$\overline{T}=\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{0{,}025}=40\ \textit{годин};$$

$$K_{\Gamma}=\frac{40}{40+160}=0{,}2.$$

6. Коефіцієнт готовності відновлюваного пристрою K_{Γ} = 0.8, а середній час відновлення $\overline{\tau}=$ = 200 годин. Визначити коефіцієнт готовності та ймовірність того, що в момент часу t = 20 годин пристрій буде в справному стані. Чисельні значення для інших варіантів наведено в табл. 3.1. При рішенні необхідно користуватися додатком 1:

$$K_{\Gamma}=\frac{\overline{T}}{\overline{T}+\overline{\tau}},$$

$$0{,}8=\frac{\overline{T}}{\overline{T}+200},\quad 0{,}8\cdot\overline{T}+0{,}8\cdot 200=\overline{T},$$

$$\overline{T}=\frac{32}{0{,}2}=160\ \textit{годин};$$

$$P(20)=e^{-\lambda t}=e^{-\frac{t}{\overline{T}}}=e^{-\frac{20}{160=}}=e^{-0{,}125}\exp(-0{,}125)=0{,}88.$$

Таблиця 3.1 Дані для розрахунків

Вар.	1				2		3		4		5			6		
	τ_1, год.	τ_2, год.	τ_2, год.	τ_3, год.	$T^{\sim}$, год.	$\tau^{\sim}$, год.	λ	$\tau^{\sim}$, год.	$T^{\sim}$, год.	$\tau^{\sim}$, год.	λ	τ_1, год.	t, год.	Кг	$\tau^{\sim}$, год.	t, год.
1	10	20	18	13	80	2	0.02	10	230	12	0.025	160	20	0.80	200	20
2	25	32	33	42	100	4	0.04	30	450	20	0.015	200	20	0.74	400	55
3	28	30	35	40	90	3	0.03	20	300	10	0.020	100	20	0.70	300	35
4	30	35	40	48	110	5	0.05	40	470	80	0.030	300	30	0.58	500	65
5	40	40	48	50	120	6	0.06	50	500	50	0.037	350	30	0.29	600	75
6	50	55	60	65	130	10	0.07	60	580	120	0.042	350	40	0.65	700	85
7	60	62	66	68	140	20	0.08	70	600	20	0.025	400	20	0.95	800	95
8	70	72	74	78	150	30	0.09	80	250	50	0.034	400	50	0.88	900	95
9	80	30	40	20	160	40	0.1	90	350	100	0.033	500	70	0.67	1000	85
10	90	28	15	14	170	50	0.02	80	510	90	0.015	500	80	0.71	900	75
11	100	90	80	70	180	60	0.03	70	470	40	0.010	600	100	0.82	800	65
12	120	60	50	30	190	70	0.04	60	310	30	0.025	600	200	0.79	700	35
13	12	20	18	15	70	3	0.02	20	230	14	0.025	170	40	0.80	300	25
14	25	34	33	43	100	4	0.03	40	450	30	0.015	200	20	0.74	400	55
15	28	30	35	40	90	3	0.03	20	300	10	0.020	100	20	0.70	300	35
16	30	35	40	48	110	5	0.05	40	470	80	0.030	300	30	0.58	500	65
17	40	40	48	50	120	6	0.06	50	500	50	0.037	350	30	0.29	600	75
18	50	55	60	65	130	10	0.07	60	580	120	0.042	350	40	0.65	700	85
19	65	62	66	68	140	25	0.08	70	600	20	0.025	400	20	0.95	800	95
20	75	72	74	78	150	30	0.09	80	250	50	0.034	400	50	0.88	900	95
21	85	30	40	20	160	40	0.1	90	350	100	0.033	500	70	0.67	1000	85
22	95	28	15	14	175	50	0.02	80	510	90	0.015	500	80	0.71	900	75
23	110	90	80	70	185	60	0.03	70	470	40	0.010	600	100	0.82	800	65
24	125	60	50	30	195	70	0.08	60	310	30	0.025	600	200	0.79	700	35
25	45	32	33	42	105	4	0.07	30	450	20	0.015	200	120	0.76	300	50
26	28	38	35	44	95	3	0.03	20	300	10	0.025	150	20	0.70	300	30
27	30	35	40	48	115	15	0.03	45	470	90	0.030	300	50	0.58	500	65
28	40	40	48	50	125	6	0.06	50	520	50	0.037	350	30	0.29	600	70

29	50	52	60	65	135	10	0.07	60	580	120	0.042	350	40	0.65	700	85
30	60	62	62	68	140	20	0.08	70	600	20	0.025	400	20	0.95	800	95

Контрольні питання

1. Що таке виріб, що відновлюється, наведіть графік його роботи.
2. Дайте визначення та формулу для ймовірності відновлення щільності розподілу часу відновлення та інтенсивності відновлення.
3. Дайте визначення комплексних показників надійності: коефіцієнта готовності, середнього напрацювання на відмову, середнього часу відновлення та коефіцієнта простою.

Таблиця значень функції e^{-U}

U	*U*									
	0	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009
0,00	1,0000	0,9990	0,9980	0,9970	0,9960	0,9950	0,9940	0,9930	0,9920	0,9910
0,01	0,9900	0,9891	0,9881	0,9871	0,9861	0,9851	0,9841	0,9831	0,9821	0,9811
0,02	0,9802	0,9792	0,9782	0,9773	0,9763	0,9753	0,9743	0,9734	0,9724	0,9714
0,03	0,9704	0,9695	0,9685	0,9675	0,9666	0,9656	0,9646	0,9637	0,9627	0,9618
0,04	0,9608	0,9598	0,9588	0,9579	0,9570	0,9560	0,9550	0,9541	0,9531	0,9522
0,05	0,9512	0,9502	0,9493	0,9484	0,9474	0,9465	0,9455	0,9446	0,9436	0,9427
0,06	0,9418	0,9408	0,9399	0,9389	0,9380	0,9371	0,9361	0,9352	0,9343	0,9333
0,07	0,9324	0,9315	0,9305	0,9296	0,9287	0,9277	0,9268	0,9259	0,9250	0,9240
0,08	0,9231	0,9222	0,9213	0,9204	0,9194	0,9185	0,9176	0,9167	0,9158	0,9148
0,09	0,9139	0,9130	09121	0,9112	0,9103	0,9094	0,9085	0,9076	0,9066	0,9057
	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,1	0,9048	0,8958	0,8869	0,8781	0,8694	0,8607	0,8521	0,8437	0,8353	0,8270
0,2	0,8187	0,8106	0,8025	0,7945	0,7866	0,7788	0,7711	0,7634	0,7558	0,7483
0,3	0,7408	0,7334	0,7261	0,7189	0,7118	0,7047	0,6977	0,6907	0,6839	0,6771
0,4	06703	0,6637	0,6570	0,6505	0,6440	0,6376	0,6313	0,6250	0,6188	0,6126
0,5	0,6065	0,6005	0,5945	0,5886	0,5825	0,5769	0,5712	0,5655	0,5599	0,5543
0,6	0,5488	0,5434	0,5379	0,5326	0,5273	0,5220	0,5169	0,5117	0,5066	0,5016
0,7	0,4966	0,4916	0,4868	0,4819	0,4771	0,4724	0,4677	0,4630	0,4584	0,4538
0,8	0,4493	0,4449	0,4404	0,4360	0,4317	0,4274	0,4232	0,4190	0,4148	0,4107
0,9	0,4066	0,4025	0,3985	0,3946	0,3906	0,3867	0,3829	0,3791	0,3753	0,3716
1,0	0,3679	0,3642	0,3606	0,3570	0,3535	0,3499	0,3465	0,3430	0,3396	0,3362
1,1	0,3329	0,3296	0,3263	0,3230	0,3198	0,3166	0,3135	0,3104	0,3073	0,3042
1,2	0,3012	0,2982	0,2952	0,2923	0,2894	0,2865	0,2837	0,2808	0,2780	0,2753
1,3	0,2725	0,2698	0,2671	0,2645	0,2618	0,2595	0,2567	0,2541	0,2516	0,2491
1,4	0,2466	0,2441	0,2417	0,2393	0,2369	0,2346	0,2322	0,2299	0,2276	0,2254
1,5	0,2231	0,2209	0,2187	0,2165	0,2144	0,2122	0,2104	0,2080	0,2060	0,2039
1,6	0,2019	0,1999	0,1979	0,1959	0,1940	0,1920	0,1901	0,1882	0,1864	0,1845
1,7	0,1827	0,1809	0,1791	0,1773	0,1755	0,1738	0,1720	0,1703	0,1686	0,1670
1,8	0,1653	0,1637	0,1620	0,1604	0,1588	0,1572	0,1557	0,1541	0,1526	0,1511
1,9	0,1496	0,1481	0,1466	0,1451	0,1437	0,1423	0,1409	0,1395	0,1381	0,1367
2,0	0,1353	0,1340	0,1327	0,1313	0,1300	0,1287	0,1275	0,1262	0,1249	0,1237
2,1	0,1224	0,1212	0,1200	0,1188	0,1176	0,1165	0,1153	0,1142	0,1130	0,1119
2,2	0,1108	0,1097	0,1086	0,1075	0,1065	0,1054	0,1044	0,1033	0,1023	0,1013
2,3	0,1003	0,0993	0,0983	0,0973	0,0963	0,0954	0,0944	0,0935	0,0926	0,0916
2,4	0,0907	0,0898	0,0889	0,0880	0,0872	0,0863	0,0854	0,0846	0,0837	0,0829
2,5	0,0821	0,0813	0,0805	0,0797	0,0789	0,0781	0,0773	0,0765	0,0758	0,0750
2,6	0,0743	0,0735	0,0728	0,0721	0,0714	0,0707	0,0699	0,0693	0,0686	0,0679
2,7	0,0672	0,0665	0,0659	0,0652	0,0646	0,0639	0,0633	0,0627	0,0620	0,0614
2,8	0,0608	0,0602	0,0596	0,0590	0,0584	0,0578	0,0573	0,0567	0,0561	0,0556
2,9	0,0550	0,0545	0,0539	0,0534	0,0529	0,0523	0,0518	0,0513	0,0508	0,0503

	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
3	0,0498	0,0450	0,0408	0,0368	0,0334	0,0302	0,0273	0,0247	0,0224	0,200
4	0,0183	0,0166	0,0150	0,0136	0,0123	0,0111	0,0101	0,0091	0,0082	0,0074
5	0,0067	0,0061	0,0055	0,0050	0,0045	0,0041	0,0037	0,0033	0,0030	0,0027
6	0,0025	0,0022	0,0020	0,0018	0,0017	0,0015	0,0014	0,0012	0,0011	0,0010
7	0,0009	0,0008	0,0007	0,00007	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0004	0,0004
8	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001

Практичне заняття №4.
Структурна надійність схем електричних з'єднань ЕС і ПС

Мета: оволодіти навичками розрахунку надійності роботи системи при логічному паралельному та логічному послідовному з’єднаннях елементів.

Короткі теоретичні відомості

Одним з найбільш поширених логічних зв’язків нерезервованих систем є логічне з’днання. Залежно від схеми, розрізняють послідовне та паралельне логічні з’єднання.

Логічне послідовне з’єднання – це з’єднання, коли відмова хоча б одного елемента системи призводить до відмови системи в цілому. У цьому випадку час безвідмовної роботи системи дорівнює мінімальному значенню часу напрацювання до відмови елементів, з яких складається система (рис. 4.1).

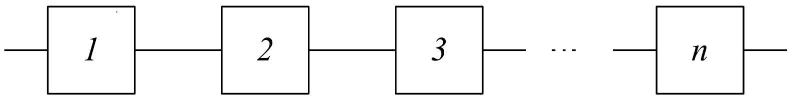


Рисунок 4.1 – Логічна послідовна схема з′єднання n елементів

Якщо позначити ймовірність безвідмовної роботи i–го елемента системи $0 < P_i(t) < 1$, то ймовірність $P(t)$ безвідмовної роботи декількох логічно послідовно з’єднаних елементів, згідно з теоремою множення дорівнює добутку ймовірностей безвідмовної роботи кожного елемента:

$$P(t) = P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot \ldots P_n(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t) . \tag{4.1}$$

Очевидно, що чим більша кількість елементів, з’єднаних логічно послідовно, тим ймовірність безвідмовної роботи системи буде меншою.

Логічне паралельне з’єднання – це таке логічне з’єднання елементів, при якому відмова будь-якого елемента не призводить до відмови всієї системи; система вийде з ладу тільки після відмови всіх елементів (рис.4.2). Середній час напрацювання до відмови системи T_o у цьому випадку дорівнює максимальному середньому часу напрацювання відмови T_{imax} елементів системи.

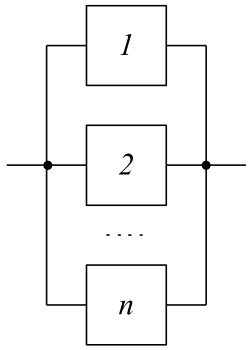


Рисунок 4.2 – Логічна паралельна схема з’єднання *n* елементів

Імовірність безвідмовної роботи при логічному паралельному з’єднанні визначається, виходячи з ймовірностей відмови одного елемента:

$$Q_i(t)=1-P_i(t), \qquad (4.2)$$

де $P_i(t)$ – імовірність безвідмовної роботи одного елемента.

Тоді ймовірність відмов кількох логічно паралельно з’єднаних елементів $Q(t)$ дорівнює добутку ймовірностей відмов кожного елемента:

$$Q(t)=Q_1(t)\cdot Q_2(t)\cdot\ldots Q_n(t)=\prod_{i=1}^{n} Q_i(t). \qquad (4.3)$$

З урахуванням (4.2) і (4.3) запишемо ймовірність безвідмовної роботи системи:

$$P(t)=1-\prod_{i=1}^{n}\left[1-P_i(t)\right]. \qquad (4.4)$$

Для $n=2$ імовірність безвідмовної роботи системи визначають як імовірність того, що або перший, або другий елемент працездатний. Цій логічній функції згідно з (4.4) відповідає такий вираз:

$$P(t)=1-[1-P_1(t)][1-P_2(t)]= P_1(t)+ P_2(t)- P_1(t)P_2(t). \qquad (4.5)$$

Для $n=3$ імовірність безвідмовної роботи системи знаходять як імовірність того, що або перший, або другий, або третій елемент працездатний. Цій логічній функції відповідає такий вираз:

$$P(t) = 1 - [1 - P_1(t)][1 - P_2(t)][1 - P_3(t)] = P_1(t) + P_2(t) + P_3(t) - P_1(t)P_2(t) - \\ - P_2(t)P_3(t) - P_1(t)P_3(t) - P_1(t)P_2(t)\,P_3(t). \qquad (4.6)$$

Приклади розв'язання завдань

Приклад 1. Якою буде ймовірність безвідмовної роботи машини постійного струму, структурна схема надійності якої складається з колекторно–щіткового ($P_к=0.92$) і підшипникового ($P_п=0.95$) вузлів, обмоток якоря ($P_я=0.99$) і збудження ($P_з=0.99$).

Розв'язок:

При виході з ладу кожного з наведених вузлів буде мати місце відмова всієї машини, тобто структурна схема надійності являє собою чотири логічно послідовно з'єднаних блоки. Імовірність безвідмовної роботи такої системи:

$$P_{мпс} = P_к \cdot P_п \cdot P_я \cdot P_в = 0.92 \cdot 0.95 \cdot 0.99^2 = 0.856\,.$$

Приклад 2. В енергетичній системі при перевищенні струму навантаження на *20%* вимикач розмикає коло. Імовірність того, що вимикач працює правильно, складає $P_в=0.98$. Як забезпечити ймовірність розмикання кола більшою, ніж $P_с=0.999$?

Розв'язок:

Для забезпечення заданої надійності необхідно *M* вимикачів з'єднати послідовно. Увімкнені послідовно *M* вимикачів дублюють один одного (їх функціональне призначення – розрив кола), тому структурна схема надійності являє собою логічне паралельне з'єднання елементів.

Оскільки ймовірність безвідмовної роботи при паралельному з'єднанні: $P_c = 1 - \prod_{j=1}^{M}\left(1 - P_j\right)$ і враховуючи, що кількість вимикачів не може бути дробовим числом, отримуємо, що для забезпечення необхідної надійності потрібно ввімкнути два вимикача ($M=2$). При цьому ймовірність аварійного розмикання кола буде дорівнювати *0.9996*.

Приклад 3. Задана структурна схема блока пускорегулювальної апаратури (рис. 4.3). Імовірності безвідмовної роботи елементів наведені. Визначити ймовірність безвідмовної роботи системи в цілому.

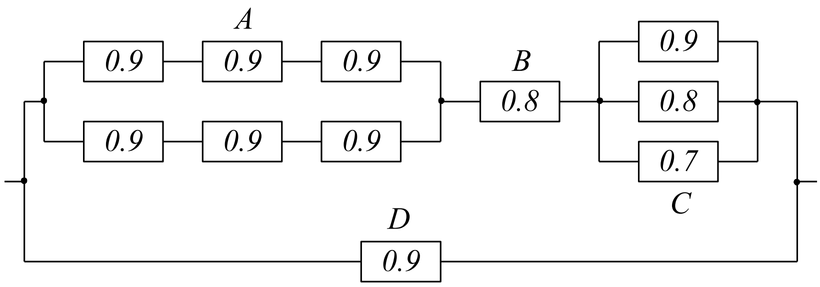


Рисунок 4.3 – Структурна схема блока пускорегулювальної апаратури

Розв'язок:

Наведена система складається з двох (кола *ABC* і *D*) паралельних ланцюгів різної надійності.

Ланцюг *ABC*: $P_A = 1-\left(1-0.9^3\right)^2 \approx 0.93$; $P_C = 1-(1-0.9)\cdot(1-0.8)\cdot(1-0.7) = 0.994$.

Імовірність безвідмовної роботи ланцюга *ABC*:

$$P_{ABC} = P_A \cdot P_B \cdot P_C = 0.93 \cdot 0.8 \cdot 0.994 = 0.74.$$

Імовірність безвідмовної роботи системи:

$$P_\Sigma = 1-(1-P_{ABC})\cdot(1-P_D) = 1-(1-0.74)\cdot(1-0.9) = 0.974.$$

Приклад 4. Яку ймовірність безвідмовної роботи повинні мати елементи в певний момент часу, щоб імовірність безвідмовної роботи системи, яка складається з шести послідовно з'єднаних таких компонентів, у той самий момент часу була не меншою ніж 0.95.

Розв'язок:

Імовірність безвідмовної роботи системи повинна бути $P_c(t) \ge 0.95$.

Оскільки $P_c(t) = P_j(t)^6$, то $P_j(t) \ge P_c(t)^{1/6} = 0.95^{1/6} = 0.9915$.

Приклад 5. Якою повинна бути ймовірність безвідмовної роботи кожного з п'яти однаково надійних елементів, щоб при їх логічному паралельному з'єднанні система мала ймовірність безвідмовної роботи не менше, ніж *0.95*.

Розв'язок:

Запишемо ймовірність безвідмовної роботи системи $P(t) = 1 - (1 - P_i(t))^5 \geq 0.95$. З цього виразу отримуємо $P_i(t) \geq 1 - 0.05^{1/5} = 0.45$.

Приклад 6. Знайти ймовірність безвідмовної роботи системи, наведеної на рисунку.

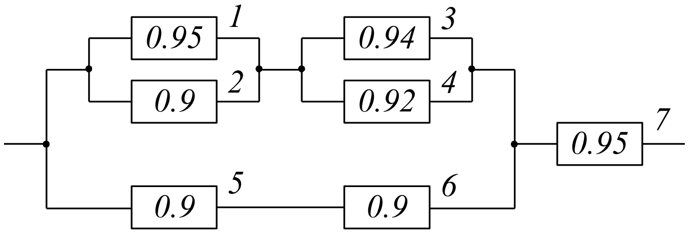


Рисунок 5 – Структурна схема системи

Визначаємо ймовірності безвідмовної роботи окремих кіл:

$$P_{12} = 1 - (1 - P_1) \cdot (1 - P_2) = 0.995;\ P_{34} = 1 - (1 - P_3) \cdot (1 - P_4) = 0.9952;\ P_{56} = P_5 \cdot P_6 = 0.81;$$

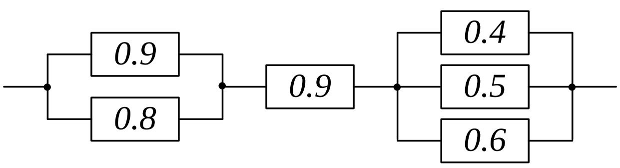
$$P_{1-4} = P_{12} \cdot P_{34} = 0.99;\ P_{1-6} = 1 - (1 - P_{1-4}) \cdot (1 - P_{56}) = 0.9981.$$

Імовірність безвідмовної роботи системи: $P_c = P_{1-6} P_7 = 0.9482$.

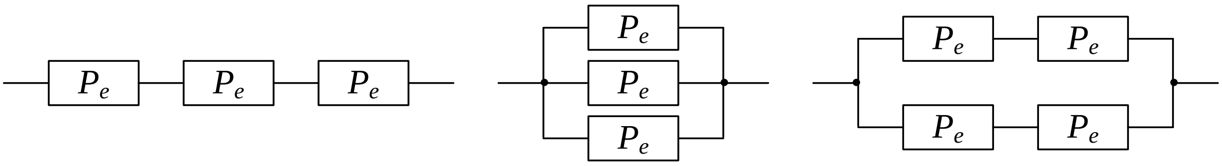
Завдання до теми

Завдання № 1. Розрахувати ймовірність безвідмовної роботи системи, яка складається з п'яти однаково надійних елементів з імовірністю безвідмовної роботи *0.9* для випадків логічного послідовного і логічного паралельного з'єднання.

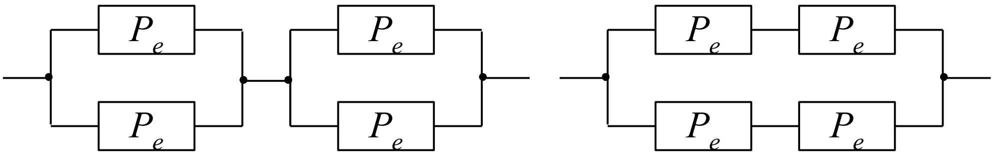
Завдання № 2. Визначити ймовірність безвідмовної роботи наведеної системи.



Завдання № 3. Система складається з елементів, які з’єднані за логічними схемами. Визначити ймовірність безвідмовної роботи елемента P_e, якщо ймовірність безвідмовної роботи системи становить *0.92*.



Завдання № 4. Визначити ймовірність безвідмовної роботи систем, якщо елементи є однаково надійними і $P_e=0.9$.



Контрольні питання

1. Логічне послідовне з’єднання.
2. Логічне паралельне з’єднання.
3. Яким чином розраховується надійність системи при послідовному з’єднанні елементів?
4. Яким чином розраховується надійність системи при паралельному з’єднанні елементів?
5. Яким чином розраховується надійність системи при змішаному (послідовно–паралельному) з’єднанні елементів?

Практичне заняття № 5

Застосування формул послідовного, паралельного і змішаного з'єднань при оцінці надійності схем

Короткі теоретичні відомості

Основною перешкодою зведення будь–якої логічної схеми до логічного послідовного і паралельного з’єднання є логічні з’єднання “зірка” і “трикутник”. У таких випадках для розрахунку надійності системи необхідно користуватися еквівалентною заміною “зірки” на “трикутник” або навпаки.

Розглянемо можливість цієї еквівалентної заміни. Завдяки такій заміні з’являється можливість приведення логічних схем до логічного послідовного і паралельного з’єднання (рис. 5.1).

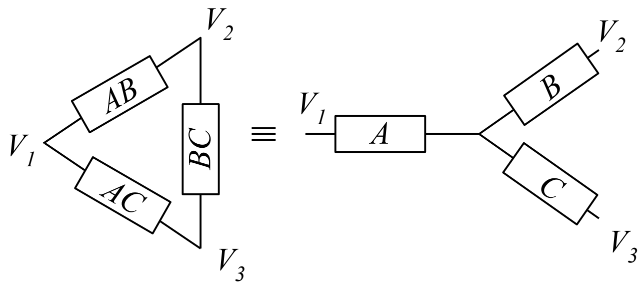


Рисунок 5.1 – Логічне з’єднання “трикутник” та “зірка”

Позначимо елементи „трикутника” *AB*, *BC*, *AC*, а елементи „зірки” *A*, *B*, *C*, причому вершини “трикутника” і “зірки” V_1, V_2, V_3 залишаються без змін. Еквівалентність заміни означає, що ймовірність безвідмовної роботи системи з логічним з’єднанням “трикутник” є такою самою, як і системи з логічним з’єднанням “зірка”. Розглянемо три випадки:

а) входом системи є вершина V_1, а виходом V_3 ;

б) входом системи є вершина V_2, а виходом V_3;

в) входом системи є вершина V_1, а виходом V_2.

Імовірність безвідмовної роботи для випадку а) при з’єднанні “зіркою” визначимо як $P_A(t)\cdot P_C(t)$. Для з’єднання “трикутником” імовірність безвідмовної роботи розраховується як $P_{AC}(t)+P_{AB}(t)\cdot P_{BC}(t)–P_{AC}(t)\cdot P_{AB}(t)\cdot P_{BC}(t)$.

Оскільки ймовірність безвідмовної роботи в обох випадках повинна бути однаковою, то:

$$P_A(t)P_C(T)=P_{AC}(t)+P_{AB}(t)P_{BC}(t)–P_{AB}(t)P_{BC}(t)P_{CA}(t). \quad (5.1)$$

Аналогічним чином складають рівняння і для випадків б) і в):

$$P_B(t)\ P_C(t)=\ P_{BC}(t)+\ P_{AB}(t)\ P_{AC}(t)–\ P_{AB}(t\ )P_{BC}(t)\ P_{CA}(t). \quad (5.2)$$

$$P_A(t)\ P_B(t)=\ P_{AB}(t)+\ P_{CA}(t)\ P_{BC}(t)–\ P_{AB}(t\ )\ P_{BC}(t)\ P_{CA}(t). \quad (5.3)$$

Увівши наступні позначення:

$$P_{BC}(t)=x_1;\ \ P_{AC}(t)=x_2;\ \ P_{AB}(t\ )=x_3;\ \ P_A(t)=a;\ \ P_B(t)=b;\ \ P_C(t)=c,$$

отримаємо рівняння (5.1)–(5.3) у вигляді:

$$\begin{aligned} &a\cdot b=E_3=x_3+x_2\cdot x_2–x_1\cdot x_2\cdot x_3.\\ &b\cdot c=E_1=x_1+x_2\cdot x_3–x_1\cdot x_2\cdot x_3;\\ &a\cdot c=E_2=x_2+x_1x_3–x_1\cdot x_2\cdot x_3; \end{aligned} \quad (5.4)$$

У результаті перемноження одержимо:

$$a\cdot b\cdot c=\sqrt{E_1\cdot E_2\cdot E_3}=E_4. \quad (5.5)$$

Розділивши рівняння (5.5) по черзі на кожне з рівнянь, системи (5.4), запишемо формули еквівалентних перетворень у вигляді:

$$a=E_4/E_1; \quad (5.6)$$

$$b=E_4/E_2; \quad (5.7)$$

$$c=E_4/E_3. \quad (5.8)$$

Таким чином, використовуючи залежності (5.6) – (5.8) з урахуванням уведених позначень, розраховуються параметри еквівалентної “зірки”.

Приклади розв’язання завдань

Приклад 1. Нехай імовірності безвідмовної роботи елементів, з’єднаних у “трикутник”, становлять $x_1=0.7;$ $x_2=0.8;$ $x_3=0.9$. Визначити параметри надійності еквівалентної “зірки”.

Розв’язок:

Визначимо функції E_1, E_2, E_3, E_4 згідно з (5.4) і (5.5):

$$E_1=x_1+x_2\cdot x_3-x_1\cdot x_2\cdot x_3=0.916; \qquad E_2=x_2+x_1\cdot x_3-x_1\cdot x_2\cdot x_3=0.926;$$

$$E_3=x_3+x_2\cdot x_3-x_1\cdot x_2\cdot x_3=0.956; \qquad E_4=\sqrt{0.916\cdot 0.926\cdot 0.956}=0.900497.$$

Знайдемо ймовірності безвідмовної роботи елементів еквівалентної “зірки”: $a = P_A(t) = \frac{E_4}{E_1} = 0.983075$; $b = P_B(t) = \frac{E_4}{E_2} = 0.972458$; $c = P_C(t) = \frac{E_4}{E_3} = 0.941942$.

Приклад 2. Провести зворотний перехід від “зірки” до “трикутника” для параметрів еквівалентної “зірки” з прикладу 1: $a=0.983075$; $b=0.972458$; $c=0.941942$. Визначити x_1, x_2, x_3.

Розв’язок:

Для вирішення використовуємо систему (5.4), яку розв’язуємо відносно x_1, x_2, x_3. Оскільки аналітичний вираз x_1, x_2, x_3 практично неможливо отримати, тому систему (5.4) розв’язуємо числовими ітераційними методами. Для цього визначаємо невідомі:

$$x_1 = \frac{b \cdot c - x_2 \cdot x_3}{1 - x_2 \cdot x_3}. \qquad x_2 = \frac{a \cdot c - x_1 \cdot x_3}{1 - x_1 \cdot x_3}. \qquad x_3 = \frac{b \cdot a - x_2 \cdot x_1}{1 - x_2 \cdot x_1}.$$

Нульове наближення $x_2^{(0)}$ і $x_3^{(0)}$ слугує для визначення першого наближення $x_1^{(1)}$ відповідно до виразу (5.9), яке використовується разом з $x_3^{(0)}$ для знаходження $x_2^{(1)}$ згідно з виразом (5.10), а $x_1^{(1)}$ і $x_2^{(1)}$ дають змогу розрахувати $x_3^{(1)}$ за формулою (5.11). Ітераційний процес триває поки x_1, x_2, x_3 не вийдуть за сталі значення.

Результати розрахунків для трьох різних нульових наближень ($x_2^{(0)}=x_3^{(0)}=0.6$, $x_2^{(0)}=x_3^{(0)}=0.1$, $x_2^{(0)}=0.8$; $x_3^{(0)}=0.9$) наведені в таблиці 5.1.

Таблиця 5.1 – Результати розрахунків для трьох нульових наближень

Ітерації Невідомі	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_1	—	0.8687	0.7147	0.6886	0.6957	0.6957	0.6979	0.6990	0.6995	0.6998	0.6999
x_2	0,6	0.8454	0.8166	0.8074	0.8074	0.8017	0.8008	0.8004	0.8002	0.8001	0.8
x_3	0,6	0.8343	0.8943	0.9009	0.9009	0.9005	0.9003	0.9001	0.9001	0.9	0.9
x_1	—	0.9152	0.7493	0.6780	0.6823	0.6905	0.6953	0.6977	0.6989	0.6995	0.6997
x_2	0,1	0.9185	0.8383	0.8160	0.8078	0.8038	0.8019	0.8009	0.8004	0.8002	0.8001
x_3	0,1	0.7240	0.8817	0.9015	0.9020	0.9011	0.9006	0.9003	0.9001	0.9001	0.9
x_1	—	0.7									

	–										
x_2	0.8	0.8									
x_3	0.9	0.8343									

Тобто нульові наближення $x_2^{(0)}$ і $x_3^{(0)}$ впливають на обсяг і час обчислень. Чим ближче вони до істинних значень, тим потрібна менша кількість ітерацій.

У складних логічних схемах елементів з’єднання “трикутника” і “зірки” поєднуються. У зв’язку з тим, що еквівалентна заміна “трикутника” на “зірку” зведена до відомих аналітичних залежностей, рекомендується при розрахунку надійності системи проводити саме таку заміну.

Приклад 3. На рисунку наведена логічна схема системи з п’ятьма елементами, які мають параметри: P_1=0.9; P_2=0.95; P_3=0.99; P_4=0.85; P_5=0.93. Визначити ймовірність безвідмовної роботи системи.

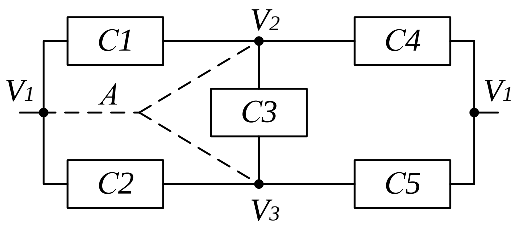


Рисунок 5.2 – Логічна схема системи

У логічній схемі можна виділити дві групи з’єднань “трикутником” (*C1*, *C2*, *C3* і *C3*, *C4*, *C5*) і дві групи з’єднань “зіркою” (*C1*, *C3*, *C4* і *C2*, *C3*, *C5*). Будь-яку з цих груп можна перетворити на еквівалентне з’єднання іншого типу. Замінимо “трикутник” *C1*, *C2*, *C3* на “зірку”. Позначимо вершини “трикутника” *V1*, *V2*, *V3*. Заміна цього “трикутника” на “зірку” показана пунктиром. Це дає змогу отримати логічну схему з’єднань (рис. 5.3). Елементам *C1*, *C2*, *C3* відповідають елементи *AB*, *AC*, *BC*. Це означає, що $P_1=x_3$, $P_2=x_2$, $P_3=x_1$.

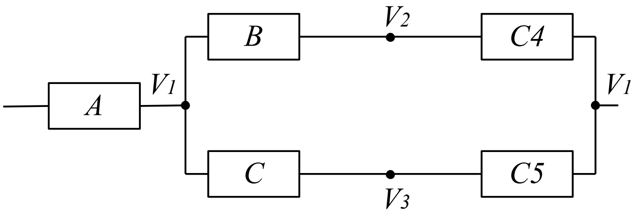


Рисунок 5.3 – Логічна схема з’єднань після заміни “трикутника” на “зірку”

Відповідно до (5.4) знайдемо:

$E_1 = x_1 + x_2 \cdot x_3 - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 0.99855$; $E_2 = x_2 + x_1 \cdot x_3 - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 0.99455$;

$E_3 = x_3 + x_2 \cdot x_3 - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 0.99405$; $E_4 = \sqrt{0.99855 \cdot 0.99455 \cdot 0.99405} = 0.99358$.

Тоді $a = P_A(t) = \dfrac{E_4}{E_1} = 0.99502$; $b = P_B(t) = \dfrac{E_4}{E_2} = 0.99902$; $c = P_C(t) = \dfrac{E_4}{E_3} = 0.99953$.

Як видно з рис. 5.3, отримано логічне послідовне і паралельне з’єднання. Таким чином, імовірність безвідмовної роботи системи:

$$P = P_A \cdot \left(P_B \cdot P_C + P_C \cdot P_{C5} - P_B \cdot P_{C4} \cdot P_C \cdot P_{C5}\right) = 0.98445.$$

Завдання до теми

Завдання № 1. Розрахувати ймовірність безвідмовної роботи системи, логічна схема якої показана на рис. 5.4, використовуючи еквівалентну заміну “трикутника” на “зірку”. Імовірність безвідмовної роботи елементів: $P_1=0.80$; $P_2=0.85$; $P_3=0.90$; $P_4=0.95$; $P_5=0.93$.

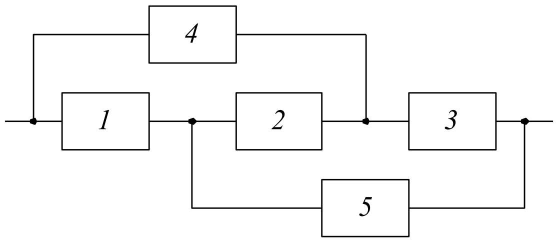


Рисунок 5.4 – Логічна схема системи

Завдання № 2. Розрахувати ймовірність безвідмовної роботи системи з шести елементів, замінивши “зірку” на еквівалентний “трикутник”. Імовірність безвідмовної роботи елементів: $P_1=0.85$; $P_2=0.83$; $P_3=0.80$; $P_4=0.90$; $P_5=0.95$, $P_6=0.98$.

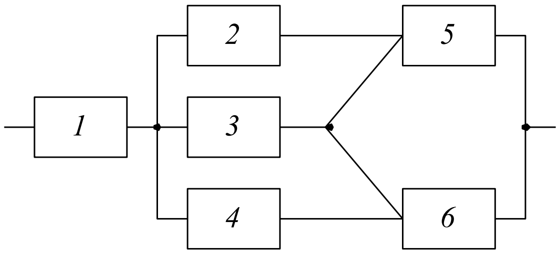


Рисунок 5.5 – Логічна схема системи

Контрольні питання

1. З’єднання елементів “зіркою” та “трикутником”.
2. Розрахунок надійності при еквівалентній заміні “зірки” на “трикутник”.
3. Розрахунок надійності при еквівалентній заміні “трикутника” на “зірку”.

Практичне заняття 6
Метод мінімальних перетинів для розрахунку надійності складних структур

При роботі систем з складною структурою є деяка група елементів, одночасна відмова яких приводить до розриву функціональних зв'язків, які з'єднують вхід і вихід структури.

Чим складніша структура, тим більше у її складі елементів і тим складніше виявити в такій системі набору елементів, мінімальної кількості, відмова яких приводить до відказу системи. Це пов'язано з необхідністю перебору варіантів. Так аналіз структури із n елементів потребує розгляд 2^n-*1* варіантів сполук.

Набір елементів системи, відмови яких приводить до відмови системи в цілому, тобто до розриву всіх зв'язків між входом і виходом в теорії надійності називають **перерізом.**

Якщо виявити всі перерізи, які є у заданій структурі і визначити їх надійність, то є можливість визначити надійність структури в цілому.

Розглянемо, які перерізи є у заданій структурі рис. 6.1.

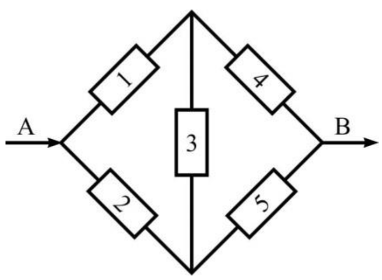


Рис. 6.1. Схема структури системи

В приведеній структурі (рис. 6.1) перерізи утворюють групи елементів: <u>1,2</u>; <u>4,5</u>; <u>1,2,3</u>; <u>1,4,5</u>; <u>1,3,5</u>; <u>2,4,5</u>; <u>2,3,4</u>; <u>3,4,5</u>; <u>1,2,4,5</u>; <u>1,2,3,4</u>; <u>1,2,3,5</u>; <u>2,3,4,5</u>. Всього в приведеній схемі може бути 32 варіанти різних утворень елементів. Перерізів є всього 13 варіантів.

Серед багатьох структур перерізів є можливість виділити такі утворення, які формуються із мінімальної кількості елементів. Це так звані **мінімальні перерізи.** Із наведених перерізів мінімальними є наступні: 1,2; 4,5; 1,3,5; 2,3,4. Тобто, це такі перерізи, у яких немає більше можливості віднімати з лишніх елементів без втрати властивості перерізу.

В теорії надійності проведені дослідження, які доказують, що надійність послідовно з'єднаних мінімальних перерізів визначає нижню границю надійності системи. Причому, яким вища надійність елементів, які входять в структуру, тим точніші розрахунки мінімальних перерізів *S*, які відображають надійність всієї структури.

Вважається, що дієвість методу розрахунку мінімальних перерізів забезпечується при умові:

$$\sum \tau_i < T_{\min}$$

де: τ_i – інтенсивність ремонту;

T_{min} – напрацювання на відказ елементу.

Надійність складної структури (рис. 6.1) можливо перетворити в спрощену послідовно-паралельну схему з'єднання елементів (рис. 6.5).

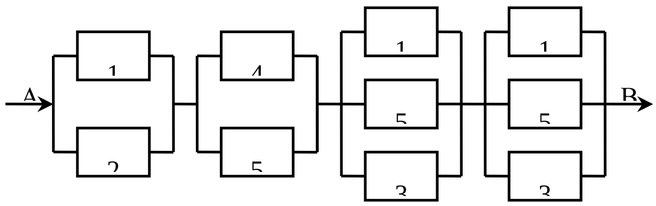


Рис. 6.2 Модифікована схема місткової схеми з'єднання елементів схеми рис. 6.1

Приклад. Визначити надійність схеми рис. 6.1, елементний склад якої мають такі показники:

$$z_1 = 0{,}20\,рік^{-1};\ \tau_1 = 4г; \quad z_2 = 2{,}00;\ \tau_2 = 12{,}5;$$

$$z_3 = 3{,}50;\ \tau_3 = 20; \qquad z_4 = 0{,}50;\ \tau_4 = 10;$$

$$z_5 = 5{,}50;\ \tau_5 = 15;$$

Рішення.

$$\sum_1^5 \tau = 61{,}5г;\ T_{\min} = \omega_{\max}^{-1} = \omega_5^{-1} = \frac{8760}{5{,}5} = 1593 \geq 61{,}5г$$

Умова значно більшого значення напрацювання між відмовами над ремонтом витримується.

Подання системи у вигляді нової структури (рис. 6.2) дозволяє методом еквівалентного спрощення перейти до структури з послідовним з’єднанням елементів. Група елементів 1 і 2 заміняється на еквівалентний елемент 6; 4 і 5 – на 7; 1, 5, 3 – на 8; 2, 3, 4 – на 9.

$$\omega_6 = \omega_1 \cdot \omega_2 \cdot (\tau_1 + \tau_2) \cdot 8760^{-1} = 0{,}753 \cdot 10^{-3}\,1/\text{рік};$$

$$\tau_6 = \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} = 3{,}03год.$$

$$\omega_7 = \omega_4 \cdot \omega_5 \cdot (\tau_1 + \tau_2) \cdot 8760^{-1} = 5{,}993 \cdot 10^{-3}\,1/рік;$$

$$\tau_7 = \frac{\tau_4 \cdot \tau_5}{\tau_4 + \tau_5} = 6{,}67год.$$

$$\omega_8 = \omega_1\tau_1 \cdot \omega_5\tau_5 \cdot \omega_3\tau_3 \cdot \left(\tau_1^{-1} + \tau_3^{-1} + \tau_3^{-1}\right) \cdot 8760^{1-3} = 1{,}8 \cdot 10^{-6}\,1/рік;$$

$$\tau_8 = \left(\tau_1^{-1} + \tau_3^{-1} + \tau_5^{-1}\right) = 2{,}4 год.$$

$$\omega_9 = \omega_2\tau_2 \cdot \omega_3\tau_3 \cdot \omega_4\tau_4 \cdot \left(\tau_2^{-1} + \tau_3^{-1} + \tau_4^{-1}\right) \cdot 8760^{1-3} = 370 \cdot 10^{-6}\, 1/рік;$$

$$\tau_9 = \left(\tau_2^{-1} + \tau_3^{-1} + \tau_4^{-1}\right) = 5{,}08 год.$$

Остаточно показники надійності структури мають вигляд:

$$\omega_c = \omega_6 + \omega_7 + \omega_8 + \omega_9 = 7{,}1 \cdot 10^{-3}\, 1/рік;$$

$$\tau_c = \frac{1}{\omega_c}\left(\omega_6\tau_6 + \omega_7\tau_7 + \omega_8\tau_8 + \omega_9\tau_9\right) = 6{,}2 год.$$

2. Порядок визначення мінімальних перерізів

Для структури, які подані на рис. 6.1 не складно показати, які перерізи є мінімальні. Але якщо число елементів і їх зв’язків буде достатньо велике, то вибір мінімальних перерізів є трудомістким процесом, а кількість можливих утворень елементів збільшується за степеневою залежністю.

Для аналізу схем і вибору мінімальних перерізів частіше і простіше всього застосовувати елементи теорії графів. Структуру системи подають у вигляді замкнутого графа, який має один вхід і один вихід Е (рис. 6.3). Замкнутим називають графа, який не містить елементи, по яких не проходить ні один із шляхів, які зв’язують вхід графа з виходом.

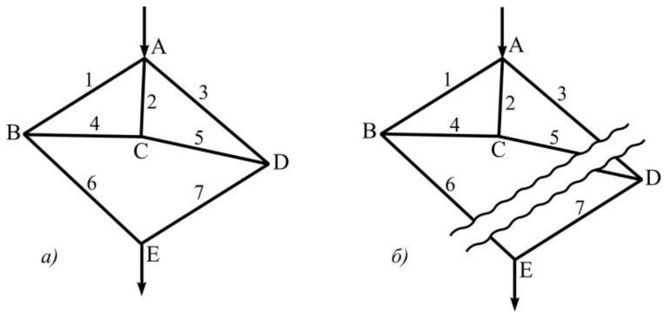


Рис. 6.3. Структурна схема системи (*а*) і розірвана схема (*б*)

Якщо розірвати ребра графа таким чином, щоб одна частина вершин була приєднана тільки входу, а інша – тільки до виходу, то ми отримаємо дві нові структури, які можна назвати деревами: *N* – дерево (тобто дерево, яке містить *N* вершин) і (*M*-*N*) – дерево.

При цьому обірвані ребра утворюють мінімальні перерізи. На рис. 6.3, *б* мінімальний переріз утворюють елементи 3, 5, 6.

Для пошуку мінімальних перерізів будуються можливі дерева графів. Для цього до одної із вершин графа (входу або виходу) послідовно приєднують одну за другою вершини, які безпосередньо зв’язані ребрами з попереднім деревом.

Алгоритм визначення мінімальних перерізів наступний.

1. Складається матриця безпосередніх перерізів зв’язків вершин-ребер графа.

2. Складається масив *N* – дерев графа послідовним приєднанням до N_i – дерева вершин, безпосередньо зв’язаних з одною із вершин, які вже належать N_{i-1} дереву.

3. Для кожного N_i – дерева вибираються перерізи.

4. Складається масив перерізів, із яких вибираються мінімальні.

Приклад розрахунку. Визначити мінімальні перерізи, які є в структурі, поданій на рис. 6.3, а.

Рішення.

1. Складається матриця безпосередніх зв'язків вершин і ребер графа. Наприклад, вершина *A* безпосередньо зв'язана з ребрами 1,2,3; вершина *B* – з ребрами 1, 4, 6 і так далі. Матриця зв'язків для графа, який розглядається буде мати такий вид.

Вершини	Ребра, які зв'язані з вершиною
A	1, 2, 3
B	1, 4, 6
C	2, 4, 5
D	3, 5, 7
E	6, 7

2. Складається масив *N* – дерев.

Перше дерево N_1 – це вершина *A*. Із вершини *A* виходять ребра 1, 2, 3. Потім до вершини А приєднують вершини *B, C, D*, які будуть наступними *N* – деревами *AB, AC, AD*. Далі, до дерева *AB* приєднують вершину *D*, оскільки вона зв'язана з однією із вершин N_2 – дерева, тобто *A*. Тоді отримаємо N_3 – дерево *ABD*. Крім цього, до N_2 – дерева приєднується вершина *C* і так далі, поки не будуть розглянуті всі вершини, за винятком вершини *E* – виходу графу.

Таким чином, визначається масив *N* – дерев графа:

A, AB, AC, AD, ABC, ABD, AC, ABCD.

3. Для кожного N_i – дерева визначаються перерізи. За матрицею ребра-вершини в стовпчик виписуються всі ребра, які безпосередньо зв'язані з вершинами *N* – дерев (табл. 6.1).

Таблиця 6.1

Сукупність дерева-графів системи

N - дерево	A	AB	AC	AD	ABC	ABD	ACD	ABCD
Ребра	123	$\cancel{1}23$	$1\cancel{2}3$	$12\cancel{3}$	$\cancel{1}\cancel{2}3$	$\cancel{1}2\cancel{3}$	$1\cancel{2}\cancel{3}$	$\cancel{1}\cancel{2}\cancel{3}$
		$\cancel{1}46$	$\cancel{2}45$	$\cancel{3}57$	$\cancel{1}\cancel{4}6$	$\cancel{1}46$	$\cancel{2}4\cancel{5}$	$\cancel{1}\cancel{4}6$
					$\cancel{2}\cancel{4}5$	$\cancel{3}57$	$\cancel{3}\cancel{5}7$	$\cancel{2}\cancel{4}\cancel{5}$
								$\cancel{3}\cancel{5}7$
Перерізи	123	2346	1345	1257	356	24567	147	67

Ребра, які входять в сукупність ребер N_{i} – дерев, парною кількістю раз виключаються (в таблиці перекреслюються), а ті ребра які залишилися, виписуються у нижню частину таблиці 6.1.

4. Вибираються мінімальні перерізи і множини отриманих перерізів. Для цього всі перерізи подають в порядку збільшення числа елементів і уточнюються, чи не містяться в перерізах з великою кількістю елементів перерізу містить переріз з кожним числом елементів. Так переріз *ABD-24567*, містить переріз, який утворений деревом *ABCD*-67. Тому переріз 2, 4, 5, 6, 7 виключається. Ті перерізи, які залишалися, є мінімальними. Для наведеного прикладу мінімальним перерізом є: 6, 7; 1, 2, 3; 1, 4, 7; 3, 5, 6; 1, 2, 5, 7; 1, 3, 4, 5; 2, 3, 4, 6. Інших мінімальних перерізів в графі не міститься.

У випадку, коли модель системи подана у вигляді орієнтованого графа, пошук мінімальних перерізів має свої особливості.

В матрицю зв’язків відповідні ребра вносять із спеціальними позначками. Знаком «+» позначують ребра, які входять у вершину, а знаком «–» ребра, які виходять із вершини. Позначки в таблиці дерев-графів системи, які в попередньому випадку викреслюються попарно ребра, які вказані два рази, незалежно від того, із якою позначкою. Крім того, викреслюються також всі ребра, які входять в сукупність ребер N – дерева із позначкою «–».

Практичне заняття 7
Алгоритм і розрахунок надійності складних структур

Теоретичні відомості

Система – сукупність взаємодіючих елементів, призначених для самостійного виконання заданих функцій.

Елемент – найпростіша складова частина системи.

Технічна система складається із декількох окремих елементів, кожний з яких має різний рівень надійності. Від сполучення цих надійностей залежить загальний рівень надійності системи в цілому. Для розрахунку імовірності безвідмовної роботи системи необхідно знати, до якого типу з’єднання (з точки зору теорії надійності) належить комбінація її елементів – до послідовного чи паралельного.

Системою із послідовним з'єднанням елементів (рис. 7.1) називається система, у якій відмовлення будь-якого елемента викликає відмовлення всієї системи. Наприклад, електричну машину зазвичай розглядають як пристрій із послідовно з’єднаних елементів, оскільки відмовлення в роботі будь-якого з них завжди пов’язане із зупинкою машини.

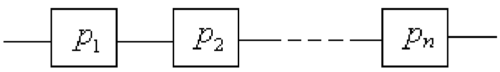


Рис. 7.1. Система із послідовним з’єднанням елементів

У системі з послідовним з'єднанням для безвідмовної роботи протягом деякого напрацювання t необхідно і достатньо, щоб кожний з її n елементів працював безвідмовно протягом цього напрацювання. У подальшому для спрощення замість $P(t), Q(t)$ використаємо скорочений запис P, Q. Вважаючи відмовлення елементів незалежними, імовірність одночасної безвідмовної роботи n елементів визначається за теоремою множення імовірностей: імовірність спільної появи незалежних подій дорівнює добутку імовірностей цих подій

$$P = p_1 p_2 \ldots p_n = \prod_{i=1}^{n} p_i \,. \qquad (7.1)$$

Із формули (7.1) очевидно, що надійність послідовної системи виявляється тим нижчою, чим більша кількість елементів (наприклад, при $p_1 = p_2 = \ldots = p_n = \; = 0{,}95$ і $n = 10$ маємо $P = 0{,}60$, при $n = 15$ $P = 0{,}46$, а при

$n = 20 \;\; P = 0{,}36$). Крім того, оскільки всі співмножники в правій частині виразу (5.1) не перевищують одиниці, імовірність безвідмовної роботи такої системи не може перевищувати імовірність безвідмовної роботи найменш надійного з її елементів (принцип "гірше гіршого").

Системою із паралельним з'єднанням елементів (рис. 7.2) називається система, відмовлення якої відбувається тільки у випадку відмовлення всіх її елементів. Такі схеми надійності характерні для технічних систем, у яких елементи резервуються, тобто паралельне з'єднання використовується як метод підвищення надійності. Проте такі системи зустрічаються і самостійно (наприклад, системи двигунів чотиримоторного літака чи паралельне включення діодів у потужних випрямлячах).

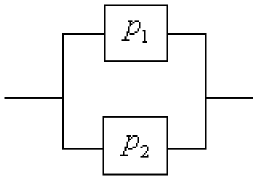


Рис. 7.2. Система із паралельним з’єднанням елементів

Для відмовлення системи із паралельним з'єднанням елементів протягом напрацювання t необхідно і достатньо, щоб усі її елементи відмовили протягом цього напрацювання. Таким чином відмовлення системи полягає в спільному відмовленні всіх елементів, імовірність чого (при допущенні незалежності відмовлень) може бути знайдена за теоремою множення імовірностей як добуток імовірностей відмовлення елементів:

$$Q = q_1 q_2 \ldots q_n = \prod_{i=1}^{n} q_i = \prod_{i=1}^{n} (1 - p_i). \tag{7.2}$$

Відповідно, імовірність безвідмовної роботи

$$P = 1 - Q = 1 - \prod_{i=1}^{n} q_i = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - p_i), \tag{7.3}$$

тобто, надійність системи з паралельним з'єднанням підвищується при збільшенні числа елементів (наприклад, при $p_n = 0{,}9$ и $n = 2 \;\; P = 0{,}99$, а при $n = 3 \;\; P = 0{,}999$**).**

Оскільки $q_i < 1$, добуток у правій частині (7.3) завжди менше кожного зі співмножників, тобто імовірність відмовлення системи не може бути вищою імовірності відмовлення найбільш надійного її елемента ("краще кращого") і навіть з порівняно ненадійних елементів можлива побудова цілком надійної системи.

Систему типу “m з n” можна розглядати як варіант системи із паралельним з'єднанням елементів, відмовлення якої відбудеться, якщо з n елементів, з'єднаних паралельно, працездатними виявляться менше ніж m елементів ($m < n$).

На рис. 7.3 представлена система "2 з 5", що працездатна, якщо з п'яти її елементів працюють будь-які два, три, чотири чи всі п'ять (на схемі пунктиром обведені функціонально необхідні два елементи, причому виділення елементів *1* і *2* зроблено умовно, насправді всі п'ять елементів рівнозначні). Системи типу "m з n" найчастіше зустрічаються в електричних і зв'язкових системах (при цьому елементами виступають сполучні канали), технологічних лініях, а також при структурному резервуванні.

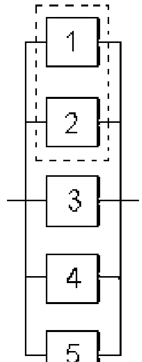


Рис. 7.3. Система "2 з 5"

Розрахунок надійності системи "m з n" може здійснюватись комбінаторним методом, в основі якого лежить формула біноміального розподілу. Біноміальному розподілу підкоряється дискретна випадкова величина k – кількість появ деякої події в серії з n дослідів, якщо в окремому досліді імовірність появи події складає p. При цьому імовірність появи події рівно k разів визначається

$$P_k = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, \qquad (7.4)$$

де C_n^k - біноміальний коефіцієнт, називаний "числом сполучень по k з n" (тобто скількома різними способами можна реалізувати ситуацію "k з n"):

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}. \qquad (7.5)$$

Оскільки для відмовлення системи "m з n" достатньо, щоб кількість справних елементів була меншою за m, імовірність відмовлення може бути знайдена за теоремою додавання імовірностей для k = 0, 1, ... (m-1):

$$Q = \sum_{k=0}^{m-1} P_k = \sum_{k=0}^{m-1} C_n^k p^k (1-p)^{n-k}. \qquad (7.6)$$

Аналогічним чином можна знайти імовірність безвідмовної роботи як суму (7.8) для k=m, m+1, ... , n:

$$P = \sum_{k=m}^{n} P_k = \sum_{k=m}^{n} C_n^k p^k (1-p)^{n-k}. \qquad (7.7)$$

Очевидно, що $Q+P=1$, тому в розрахунках варто вибирати ту з формул (7.6), (7.7), що у даному конкретному випадку містить меншу кількість доданків.

Для системи "2 з 5" (рис. 7.3) за формулою (7.7) одержимо:

$$P = C_5^2 p^2(1-p)^3 + C_5^3 p^3(1-p)^2 + C_5^4 p^4(1-p) + C_5^5 p^5 = 10p^2(1-p)^3 + \\ +10p^3(1-p)^2 + 5p^4(1-p) + p^5 = 10p^2 - 20p^3 + 15p^4 - 4p^5. \quad (7.8)$$

Імовірність відмовлення тієї ж системи за (6.6):

$$Q = C_5^0(1-p)^5 + C_5^1 p(1-p)^4 = (1-p)^5 + 5p(1-p)^4 = \\ = 1 - 10p^2 + 20p^3 - 15p^4 + 4p^5, \quad (7.9)$$

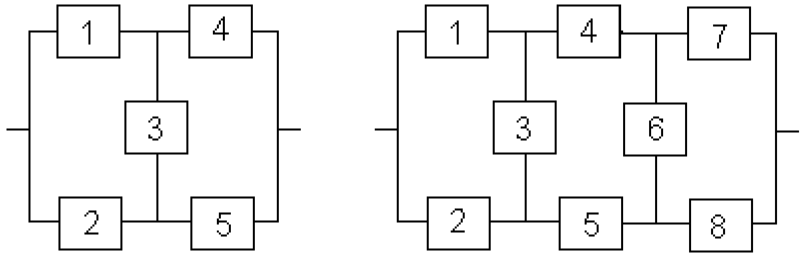
що, як видно, дає той же результат для імовірності безвідмовної роботи.

У табл. 7.1 приведені формули для розрахунку імовірності роботи систем типу "m з n" при $m < n \le 5$.

Таблиця 7.1

m	Загальна кількість елементів, n				
	1	2	3	4	5
1	p	$2p-p^2$	$3p-3p^2+p^3$	$4p-6p^2+4p^3-p^4$	$5p-10p^2+10p^3-5p^4+p^5$
2	-	p^2	$3p^2-2p^3$	$6p^2-8p^3+3p^4$	$10p^2-20p^3+15p^4-4p^5$
3	-	-	p^3	$4p^3-3p^4$	$10p^3-15p^4+6p^5$
4	-	-	-	p^4	$5p^4-4p^5$

Місткова структура (рис. 7.4) не зводиться до паралельного чи послідовного типу з'єднання елементів, а являє собою паралельне з'єднання послідовних ланцюжків елементів з діагональними елементами, включеними між вузлами різних паралельних гілок (елемент 3 на рис. 7.4, *а*, елементи 3 і 6 на рис. 7.4, *б*). Працездатність такої системи визначається не тільки кількістю елементів, що відмовили, але і їхнім положенням у структурній схемі. Наприклад, працездатність технічної системи , схема якої наведена на рис. 7.4, *а*, буде втрачена при одночасному відмовленні елементів 1 і 2, чи 4 і 5, чи 1,3 і 5 чи 2, 3 і 4. У той же час відмовлення елементів 1 і 5, чи 2 і 4, чи 1, 3 і 4, чи 2, 3 і 5 не викличе відмовлення системи.



а *б*

Рис. 7.4. Місткові схеми

Для аналізу надійності місткової схеми можна скористатися методом розкладання щодо особливого елемента, заснованим на відомій у математичній логіці теоремі про розкладання функції логіки по будь-якому аргументу. Відповідно до неї, можна записати:

$$P = p_i \, P\big|_{p_i=1} + q_i \, P\big|_{p_i=0}, \tag{7.10}$$

де p_i **і** $q_i = 1 - p_i$ – імовірності безвідмовної роботи і відмовлення *i*-го елемента; $P\big|_{p_i=1}$ і $P\big|_{p_i=0}$ – імовірності працездатного стану системи за умови, що *i*-й елемент абсолютно надійний і що *i*-й елемент відмовив.

Для місткової схеми (рис. 7.4, *а*) як особливий елемент доцільно вибрати діагональний елемент 3. При $p_3 = 1$ місткова схема перетворюється в паралельно - послідовне з'єднання (рис. 7.5, *а*), а при $p_3 = 0$ – у послідовно - паралельне (рис. 7.5, *б*).

а *б*

Рис. 7.5. Перетворення місткової схеми при абсолютно надійному (*а*) та такому, що відмовив (*б*) центральному елементі

Для перетворених схем можна записати:

$$P\big|_{p_i=1} = \left[1 - (1 - p_3)(1 - p_2)\right] \cdot \left[1 - (1 - p_4)(1 - p_5)\right], \tag{7.11}$$

$$P\big|_{p_i=0} = 1 - (1 - p_1 p_4)(1 - p_2 p_5). \tag{7.12}$$

Тоді на підставі формули (7.10) одержимо:

$$P = p_3\left[1-(1-p_1)(1-p_2)\right]\cdot\left[1-(1-p_4)(1-p_5)\right]+ \\ +(1-p_3)\left[1-(1-p_1p_4)(1-p_2p_5)\right]. \qquad (7.13)$$

Цим методом можна скористатися і при розкладанні щодо декількох "особливих" елементів. Наприклад, для двох елементів (i, j) вираз (7.10) набуде вигляду:

$$P = p_i p_j P\Big|_{\substack{p_i=1\\p_j=1}} + p_i q_j P\Big|_{\substack{p_i=1\\p_j=0}} + q_i p_j P\Big|_{\substack{p_i=0\\p_j=1}} + q_i q_j P\Big|_{\substack{p_i=0\\p_j=0}}. \qquad (7.14)$$

Імовірність безвідмовної роботи місткової схеми (рис. 7.4, *б*) при розкладанні щодо діагональних елементів 3 і 6 за (7.14) визначиться:

$$P = p_3 p_6 P\Big|_{\substack{p_3=1\\p_6=1}} + p_3 q_6 P\Big|_{\substack{p_3=1\\p_6=0}} + q_3 p_6 P\Big|_{\substack{p_3=0\\p_6=1}} + q_3 q_6 P\Big|_{\substack{p_3=0\\p_6=0}}. \qquad (7.15)$$

Більшість реальних технічний систем має складну ***комбіновану структуру***, частину елементів якої утворить послідовне з’єднання, іншу частину – паралельне, окремі гілки чи елементи структури гілки утворять місткові схеми чи схеми типу "m з n". У цих випадках доцільно попередньо зробити декомпозицію системи, розбивши її на прості підсистеми – групи елементів, методика розрахунку надійності яких відома. Потім ці підсистеми в структурній схемі надійності заміняються квазіелементами з імовірностями безвідмовної роботи, рівними обчисленим імовірностям безвідмовної роботи цих підсистем. При необхідності таку процедуру можна виконати кілька разів поки квазіелементи, що залишилися, не утворять структуру, методика розрахунку надійності якої також відома.

Як приклад розглянемо комбіновану систему, представлену на рис. 7.6. Тут елементи 2 і 5, 4 і 7, 9 і 12, 11 і 14 попарно утворять один з одним послідовні з'єднання. Замінимо їх відповідно квазіелементами A, B, C, D, для яких розрахунок надійності елементарно виконується за формулою 7.1. Елементи 15, 16, 17 і 18 утворять паралельне з'єднання, а елементи 3, 6, 8, 10 і 13 - систему "3 з 5". Відповідні квазіелементи позначимо E і F. У результаті перетворена схема набуде вигляду, показаного на рис. 7.7, *а*. У ній у свою чергу елементи A, B, C, D, F утворять місткову схему, що замінюється квазіелементом G. Схема, отримана після таких перетворень (рис. 7.10,*б*), утворить послідовне з'єднання елементів 1, G, E, 19, для яких справедливе співвідношення 7.1.

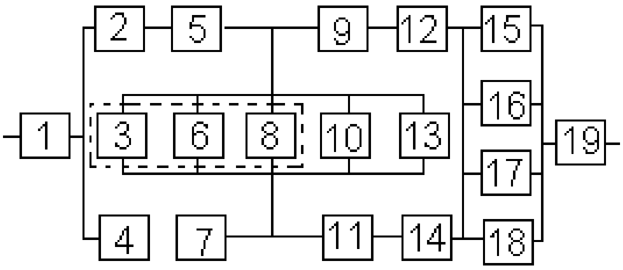
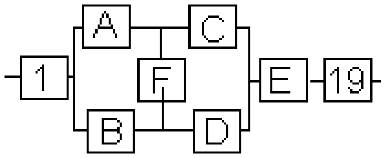
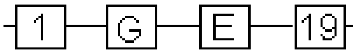


Рис. 7.6. Вихідна схема



а



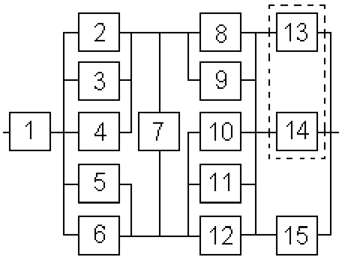
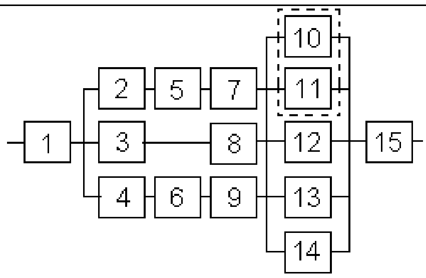
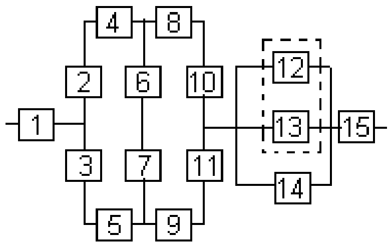
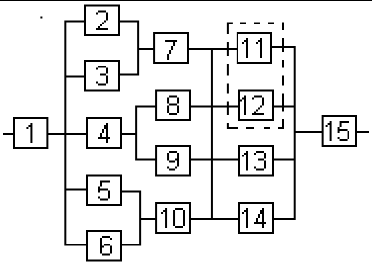
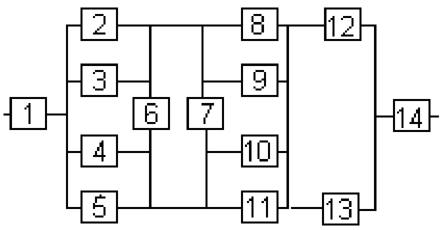
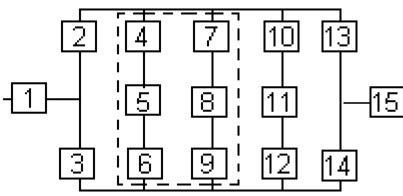
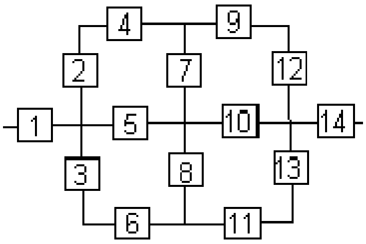
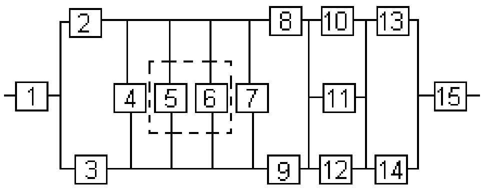
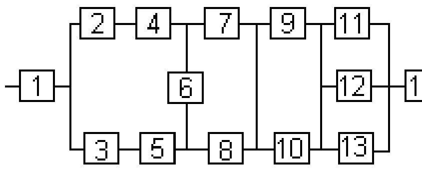
б

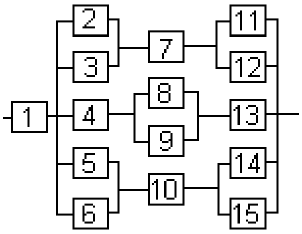
Рис. 7.7. Перетворені схеми

Завдання

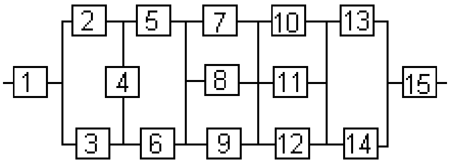
За структурною схемою надійності електромеханічної системи, відповідно до варіанту завдання, побудувати залежність імовірності безвідмовної роботи системи від часу напрацювання в діапазоні зниження імовірності до рівня 0,1 – 0,2.

Усі елементи системи працюють у режимі нормальної експлуатації. Значення інтенсивності відмовлень елементів системи наведені у табл. 7.2.

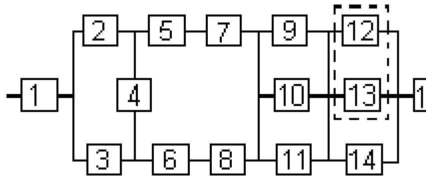
 Варіант 1	 Варіант 2	 Варіант 3
 Варіант 4	 Варіант 5	 Варіант 6
 Варіант 7	 Варіант 8	 Варіант 9



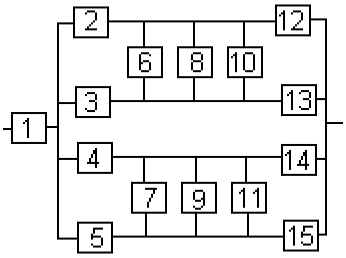
Варіант 10



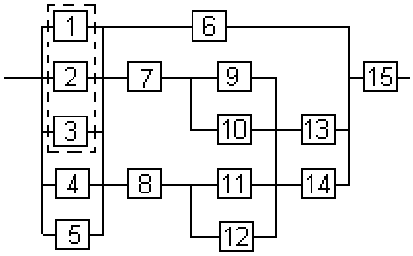
Варіант 11



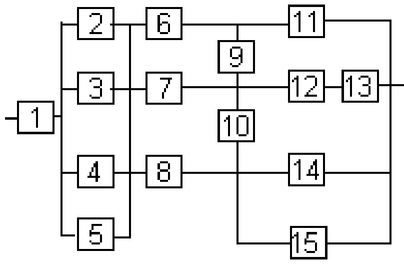
Варіант 12



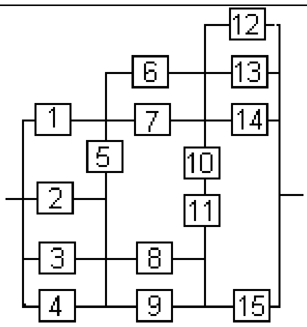
Варіант 13



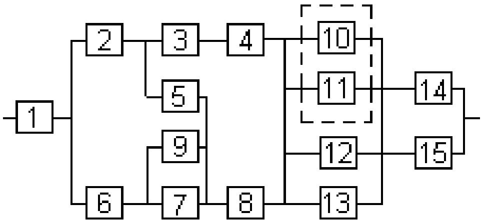
Варіант 14



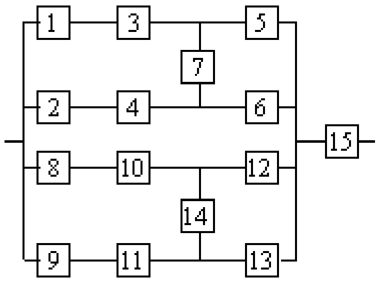
Варіант 15



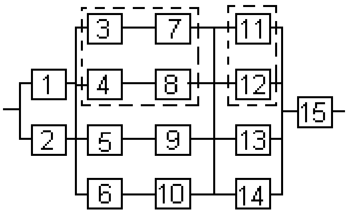
Варіант 16



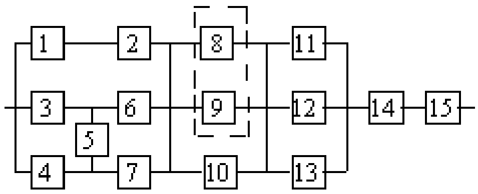
Варіант 17



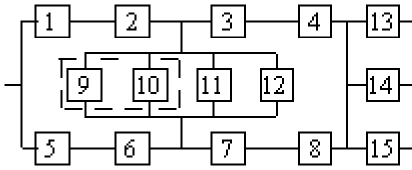
Варіант 18



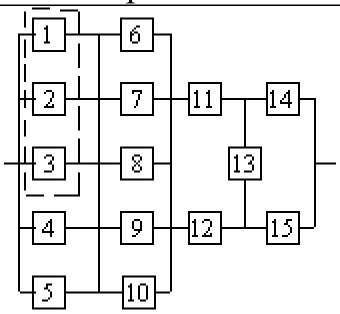
Варіант 19



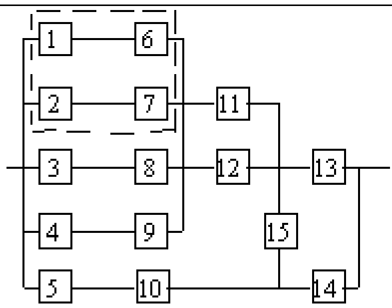
Варіант 20



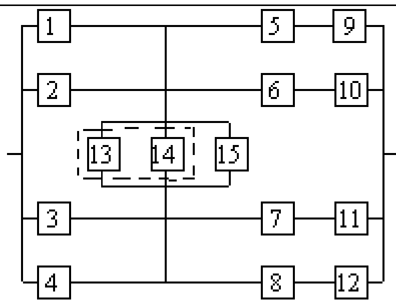
Варіант 21



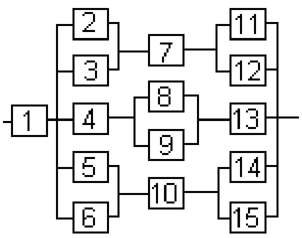
Варіант 22

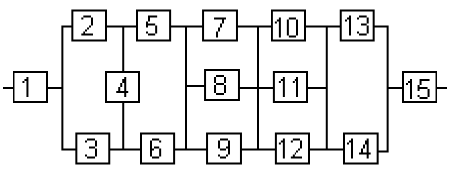


Варіант 23

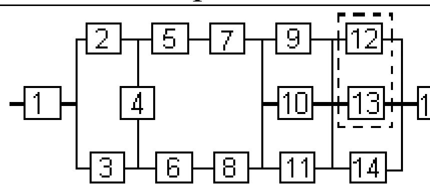


Варіант 24

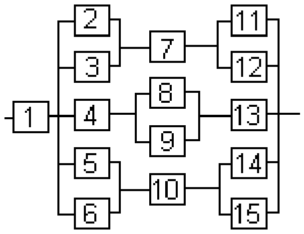
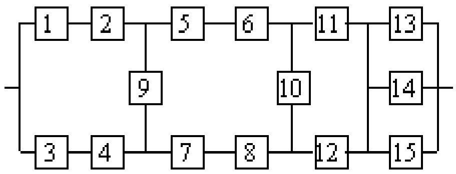
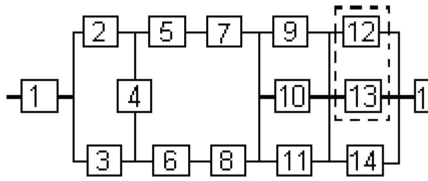




Варіант 26



Варіант 27

Варіант 25		
 Варіант 28	 Варіант 29	 Варіант 30

Таблиця 7.2

Вихідні дані

<table>
<tr><td rowspan="2">№ вар.</td><td colspan="15">Інтенсивності відмовлень елементів, $\lambda_i \times 10^{-6}$, год$^{-1}$</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0,1</td><td colspan="5">1,0</td><td>0,5</td><td colspan="5">1,0</td><td colspan="3">0,1</td></tr>
<tr><td>2</td><td>0,2</td><td colspan="8">0,5</td><td colspan="5">1,0</td><td>0,1</td></tr>
<tr><td>3</td><td>0,1</td><td colspan="4">1,0</td><td colspan="2">2,0</td><td colspan="4">1,0</td><td colspan="3">5,0</td><td>0,2</td></tr>
<tr><td>4</td><td>0,05</td><td colspan="5">1,0</td><td colspan="4">0,5</td><td colspan="4">0,2</td><td>0,02</td></tr>
<tr><td>5</td><td>0,1</td><td colspan="4">0,5</td><td colspan="2">1,0</td><td colspan="4">0,5</td><td colspan="2">1,0</td><td>0,1</td><td>-</td></tr>
<tr><td>6</td><td>0,05</td><td colspan="2">0,2</td><td colspan="9">0,5</td><td colspan="2">0,2</td><td>0,1</td></tr>
<tr><td>7</td><td>0,01</td><td colspan="12">1,0</td><td>0,1</td><td>-</td></tr>
<tr><td>8</td><td>0,01</td><td colspan="2">0,1</td><td colspan="4">10,0</td><td colspan="2">0,2</td><td colspan="3">10,0</td><td colspan="2">0,5</td><td>-</td></tr>
<tr><td>9</td><td>0,01</td><td colspan="2">1,0</td><td colspan="5">5,0</td><td colspan="2">0,2</td><td colspan="3">5,0</td><td>0,1</td><td>-</td></tr>
<tr><td>10</td><td>0,1</td><td colspan="2">5,0</td><td>0,5</td><td colspan="2">5,0</td><td>1,0</td><td colspan="2">3,0</td><td>1,0</td><td colspan="2">5,0</td><td>0,5</td><td colspan="2">5,0</td></tr>
<tr><td rowspan="2">№ вар.</td><td colspan="15">Інтенсивності відмовлень елементів, $\lambda_i \times 10^{-6}$, год$^{-1}$</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr>
<tr><td>11</td><td>0,1</td><td colspan="2">1,0</td><td>2,0</td><td colspan="2">1,0</td><td colspan="3">5,0</td><td colspan="3">3,0</td><td colspan="2">1,0</td><td>0,05</td></tr>
<tr><td>12</td><td>0,1</td><td colspan="2">5,0</td><td>1,0</td><td colspan="2">5,0</td><td colspan="2">10,0</td><td colspan="3">5,0</td><td colspan="3">1,0</td><td>0,2</td></tr>
<tr><td>13</td><td>0,1</td><td colspan="4">10,0</td><td colspan="6">20,0</td><td colspan="4">10,0</td></tr>
<tr><td>14</td><td colspan="5">1,0</td><td>0,2</td><td colspan="2">0,5</td><td>1,0</td><td>0,5</td><td colspan="4">1,0</td><td>0,1</td></tr>
<tr><td>15</td><td>0,1</td><td colspan="4">1,0</td><td colspan="3">0,5</td><td colspan="2">2,0</td><td>0,5</td><td colspan="2">0,2</td><td colspan="2">1,0</td></tr>
<tr><td>16</td><td colspan="2">1,0</td><td colspan="2">2,0</td><td>3,0</td><td colspan="4">5,0</td><td colspan="2">2,0</td><td colspan="3">5,0</td><td>1,0</td></tr>
<tr><td>17</td><td>1,0</td><td colspan="3">2,0</td><td>4,0</td><td colspan="3">2,0</td><td>4,0</td><td colspan="4">5,0</td><td colspan="2">1,0</td></tr>
<tr><td>18</td><td>2,0</td><td>1,0</td><td>2,0</td><td>1,0</td><td colspan="2">5,0</td><td>2,0</td><td colspan="2">5,0</td><td>2,0</td><td>1,0</td><td>2,0</td><td>1,0</td><td>2,0</td><td>1,0</td></tr>
<tr><td>19</td><td colspan="2">5,0</td><td colspan="4">20,0</td><td colspan="4">50,0</td><td colspan="4">30,0</td><td>1,0</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>20</td><td>1,0</td><td>2,0</td><td colspan="2">3,0</td><td>4,0</td><td colspan="2">2,0</td><td colspan="3">3,0</td><td colspan="3">5,0</td><td>0,2</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>21</td><td>6,0</td><td colspan="2">3,0</td><td colspan="2">6,0</td><td colspan="2">3,0</td><td>6,0</td><td colspan="4">20,0</td><td colspan="3">10,0</td></tr>
<tr><td>22</td><td colspan="5">2,0</td><td colspan="5">1,0</td><td colspan="5">0,6</td></tr>
<tr><td>23</td><td colspan="5">10,0</td><td colspan="5">30,0</td><td colspan="2">5,0</td><td colspan="3">2,0</td></tr>
<tr><td>24</td><td colspan="3">3,0</td><td colspan="2">2,0</td><td colspan="2">1,0</td><td colspan="2">2,0</td><td>3,0</td><td colspan="5">2,0</td></tr>
<tr><td>25</td><td>1,0</td><td colspan="2">2,0</td><td colspan="2">1,0</td><td colspan="2">2,0</td><td>1,0</td><td colspan="7">5,0</td></tr>
<tr><td>26</td><td>0,1</td><td colspan="2">1,0</td><td colspan="2">2,0</td><td colspan="2">1,0</td><td>5,0</td><td colspan="7">0,2</td></tr>
<tr><td>27</td><td>0,05</td><td colspan="5">1,0</td><td colspan="4">0,5</td><td colspan="4">0,2</td><td>0,02</td></tr>
<tr><td>28</td><td>0,1</td><td colspan="4">0,5</td><td colspan="2">1,0</td><td colspan="4">0,5</td><td colspan="2">1,0</td><td>0,1</td><td>-</td></tr>
<tr><td>29</td><td>2,0</td><td>1,0</td><td>2,0</td><td>1,0</td><td colspan="2">5,0</td><td>2,0</td><td colspan="2">5,0</td><td>2,0</td><td>1,0</td><td>2,0</td><td>1,0</td><td>2,0</td><td>1,0</td></tr>
<tr><td>30</td><td colspan="2">5,0</td><td colspan="4">20,0</td><td colspan="4">50,0</td><td colspan="4">30,0</td><td>1,0</td></tr>
</table>

Порядок виконання роботи

1. Розбити вихідну систему на підсистеми, що являють собою послідовні, паралельні структури, схеми типу "m з n" або місткові схеми. Визначити імовірність безвідмовної роботи кожної підсистеми через імовірність безвідмовної роботи її складових елементів. Замінити ці підсистеми в структурній схемі надійності квазіелементами A, B, C і т.п. При необхідності процедуру повторювати до тих пір, поки квазіелементи, що залишилися, не утворять просту структуру.

2. Виразити імовірність безвідмовної роботи системи через надійність квазіелементів.

3. Оскільки за умовою всі елементи системи працюють у період нормальної експлуатації, то імовірність безвідмовної роботи елементів з 1 по 14 (або 15) підкоряються експонентному закону:

$$p_i = e^{-\lambda_i t}.$$

Потрібно визначити імовірності безвідмовної роботи кожного з елементів для напрацювань, що вказані у табл. 7.3 та записати результати розрахунків у цю таблицю.

4. Розрахувати імовірності безвідмовної роботи квазіелементів для заданих напрацювань. Результати занести до табл. 7.3.

5. Визначити надійність системи для заданих напрацювань. Результати записати у табл. 7.3.

6. Побудувати графік зміни імовірності безвідмовної роботи системи від часу напрацювання в діапазоні зниження імовірності до рівня $P(t) = 0,1...0,2$, використавши результати розрахунків. Якщо мінімальний рівень надійності системи із табл. 7.3 вищий за потрібний, то необхідно доповнити таблицю розрахунками для декількох більших значень часу напрацювання.

Таблиця 7.3

Розрахунок імовірності безвідмовної роботи системи

Елемент	$\lambda_i \times 10^{-6}$ год$^{-1}$	Напрацювання $t \times 10^6$, годин							
		0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0		
1									
2									
3									
…									
15									
A	-								
B	-								
C	-								
…	-								
P	-								

Контрольні запитання

1. Дати визначення поняттям «система» та «елемент». Навести приклади.
2. Послідовні та паралельні системи у теорії надійності. Приклади.
3. Як розраховується надійність систем із послідовним, паралельним та іншими типами з’єднанням елементів?
4. Чи можна із ненадійних елементів отримати достатньо надійну систему?

Практичне заняття 8
Таблично-логічний метод розрахунку надійності структурних схем і схем РП електростанцій

Відповідно до таблично-логічного методу розрахунку почергово розглядають відмови елементів електроустановки, виявляють їх наслідки в нормальному та ремонтному станах. Розрахунок виконують у табличній формі: по вертикалі фіксують ряд елементів, що враховуються (і-й ряд) у процесі визначення надійності, а по горизонталі - ряд розрахункових режимів (/-й ряд).

До елементів установки належать приєднання (генератори, трансформатори, лінії), вимикачі, збірні шини.

За розрахункові елементи, для яких визначають показники надійності, беруть:

- генерувальні приєднання (генератори або трансформатори енергоблоків та зв'язків);
- лінії, якщо їх аварійне відключення викликає обмеження видачі електроенергії в систему або місцевому споживачу.

Вихідними даними є частота відмов, середній час відновлення, частота та тривалість планових ремонтів елементів електроустановки.

За допомогою таблиці розрахункових зв'язків фіксують наслідки відмов варіативних елементів, а потім визначають частоту та середню тривалість таких розрахункових аварійних ситуацій за рік: аварійних знижень генерувальної потужності та аварійних перерв у електропостачанні споживачів.

Проектування схеми електричних з'єднань має такі етапи: розроблення структурної схеми та обрання електричної схеми РП різних напруг.

Алгоритм визначення показників надійності розподільних пристроїв для електростанцій.

1. Будують ряд урахованих елементів схеми та визначають параметр потоку (частоту) відмов Z_i для вимикачів, а для ліній - добуток питомої частоти відмов (на 100 км довжини лінії) на довжину. Визначаючи кількість операцій для вимикача, частотою відмов трансформаторів та збірних шин можна нехтувати.

Ураховуваними називають елементи, відмова яких у нормальному або ремонтному стані схеми спричиняє аварійне відключення розрахункових елементів. Самі розрахункові елементи немає потреби заносити у вертикальний ряд, адже їх відмова зазвичай не пов’язана з надійністю схеми РП. Отже, вертикальний ряд містить вимикачі, лінії та збірні шини. Автотрансформатори зв’язку як високонадійні до враховуваних елементів можна не вносити.

2. Будують ряд ремонтних (планових та відновних) станів (горизонтальний ряд таблиці) та розраховують згідно з виразом (8.1) їх імовірність (відносну тривалість) упродовж року.

$$q_{\text{р.б}} = \frac{ZT_{\text{в}} + \mu T_{\text{р}}}{8760}, \qquad (8.1)$$

де Z,, Тв, μ., Тр – показники ремонтованого елемента (енергоблока).

Для маневрених електростанцій у ряд станів слід уводити, крім ремонтів, ще й режимні відключення елементів. До режимного ряду заносять лише ті елементи, відключення яких для планового ремонту або з режимних міркувань суттєво знижує надійність розрахункових елементів. Так, наприклад, у схемах із комутацією приєднань через один вимикач до режимного ряду заносять вимикачі та збірні шини, у схемах із комутацією приєднань через два вимикача - лише вимикачі.

3. Визначають імовірність нормального стану схеми:

$$q_0 = 1 - \sum q_j. \qquad (8.2)$$

4. Виконують аналіз відмов елементів за нормального та ремонтного станів схеми. Фіксують у таблиці аварійні ситуації, які призводять до зниження генерувальної потужності: записують у відповідній графі таблиці втрачену генерувальну потужність $\Delta P_Г$.та середній час відновлення нормальної роботи генератора після аварії T_{ij}.

Заповнюючи таблицю, можна розглядати лише ті аварійні ситуації, які спричиняють недовидачу електроенергії в систему (споживачам), а саме:

- відмови вимикачів розрахункових приєднань за всіх станів схеми;
- відмови врахoвуваних елементів у таких ремонтних режимах схеми, в яких розрахункові приєднання на тривалий час відключаються від РП;
- стійкі КЗ на повітряних лініях;
- аварії із відключенням двох та більше розрахункових елементів.

Середній параметр потоку (середню частоту) аварії, спричиненої відмовою *i-го* елемента за j-го стану схеми, обчислюють перемноженням відповідних показників горизонтального Z_i та вертикального q_j рядів:

$$Z_{ij} = Z_i q_j.$$

Під час КЗ на лінії з відмовою вимикача в автоматичному відключенні за нормального стану схеми відображають у графі таблиці, що відповідає стовпцю q_0 та рядку пошкодженої лінії. Середній параметр потоку (середня частота) такої аварійної ситуації

$$Z_{ij} = Z_i q_0 a_{\text{в.авт}}.$$

Значення T_{ij}. оцінюють залежно від характеру аварійної ситуації:

- генератор не можна ввести в роботу, поки не буде виконано відновного ремонту елемента, що відмовив, тоді

$$T_{ij} = T_{\text{в}};$$

- елемент (вимикач), що відмовив, можна відділити роз'єднувачами та відновити роботу генератора відповідними операціями, час вимушеного простою генератора складатиметься із часу оперативних перемикань ($T_{\text{оп}}$=0,5 год) та часу пуску енергоблока з гарячого стану (для ТЕС) $T_{\text{П}}$=0,5 год:

$$T_{ij} = T_{\text{оп}} + T_{\text{п}} = 0,5 + 0,5 = 1,0 \text{ год};$$

- відмова вимикача відбулася під час ремонту суміжного вимикача вузла, до якого приєднано генератор, відновити роботу генератора можна лише після завершення ремонту одного з двох вимикачів.

Згідно з теорією ймовірностей, ураховуючи, що для вимикачів середній час відновлення Тв завжди менший, ніж середній час планового ремонту Тр, отримаємо:

$$T_{ij} = T_{\text{в}.i} - \frac{T_{\text{в}.i}^2}{2T_{\text{р}.j}}, \qquad (8.3)$$

де Тві- - середній час відновлення і-го вимикача після відмови; Тр.j - середня тривалість планового ремонту j-го вимикача.

5. Використовуючи дані таблиці, визначають сумарну тривалість кожної з розрахункових аварійних ситуацій за рік

$$(\sum Z_{ij} T_{ij}).$$

6. Розраховують середньорічний недовідпуск електроенергії в систему:

$$\Delta W_{\text{г}} = \frac{T_{\text{вст}}}{8760} \sum \Delta P_{\text{г}} Z_{ij} T_{ij}.$$

На електростанції з місцевим навантаженням або на підстанції аварія в РП може зумовити порушення електропостачання споживачів. У такому разі середньорічне недовідпущення електроенергії споживачам

$$\Delta W_{\text{спож}} = P_{\max} \frac{T_{\max}}{8760} \sum Z_{ij} T_{ij},$$

де P_{max} - максимальна потужність споживача, кВт; T_{max} - кількість годин використання максимального навантаження, год/рік.

7. Використовуючи отримані значення показників надійності, визначають збиток

$$З = З_0 \Delta W_{\text{г}} = З_0 \frac{T_{\text{вст}}}{8760} \sum \Delta P_{\text{г}} Z_{ij} T_{ij}, \quad (8.4)$$

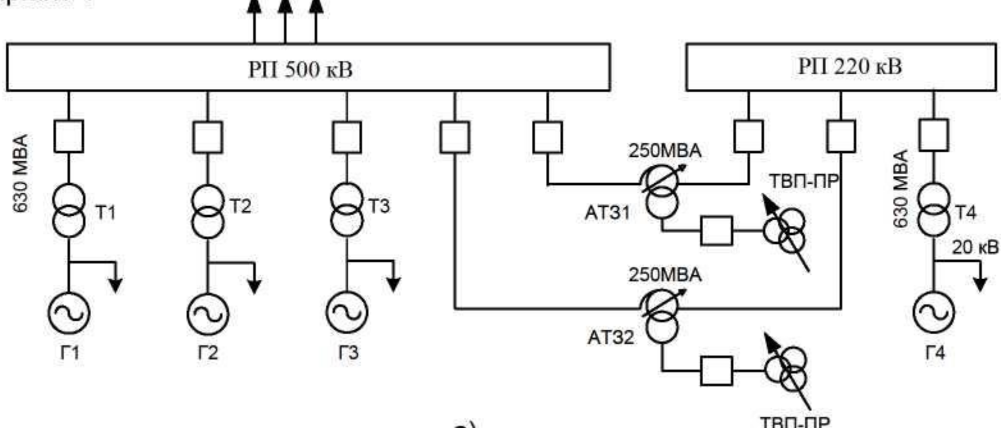
де $З_0$ - питомий збиток від недовідпуску електроенергії, у.о./кВт-год.

Приклад 1. Розрахувати показники надійності трьох варіантів структурної схеми ТЕС 4*500 МВт, подані на рис. 8.1.

Параметри енергоблоків: $P_{ном.г.}$ = 500 МВт; $T_{вст}$ = 7000 год/рік; $P_{вл.п}$ 6 % від $P_{ном.г}$. Параметри промислового району: U = 220 кВ; P_{max} =300 МВт; $\cos\varphi = 0{,}85$. Наявний резерв енергосистеми $P_{рез}$ = 700 МВт.

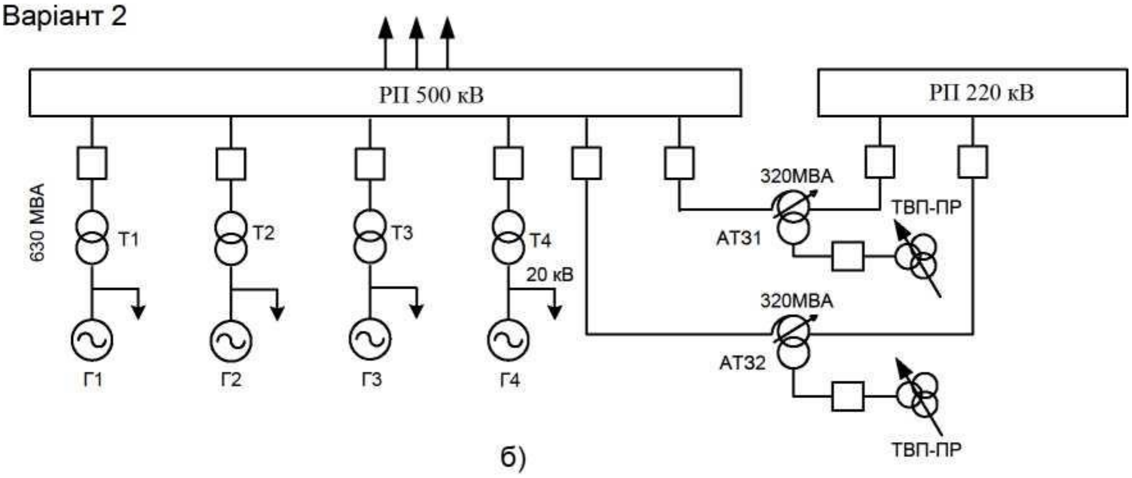
Номінальні потужності трансформаторів та автотрансформаторів вказано на рис. 8.1, максимальні перетоки потужності між РП 220 кВ і 500 кВ (для трьох варіантів - у табл. 8.1, а показники надійності елементів - у табл. 8.2).

Варіант 1



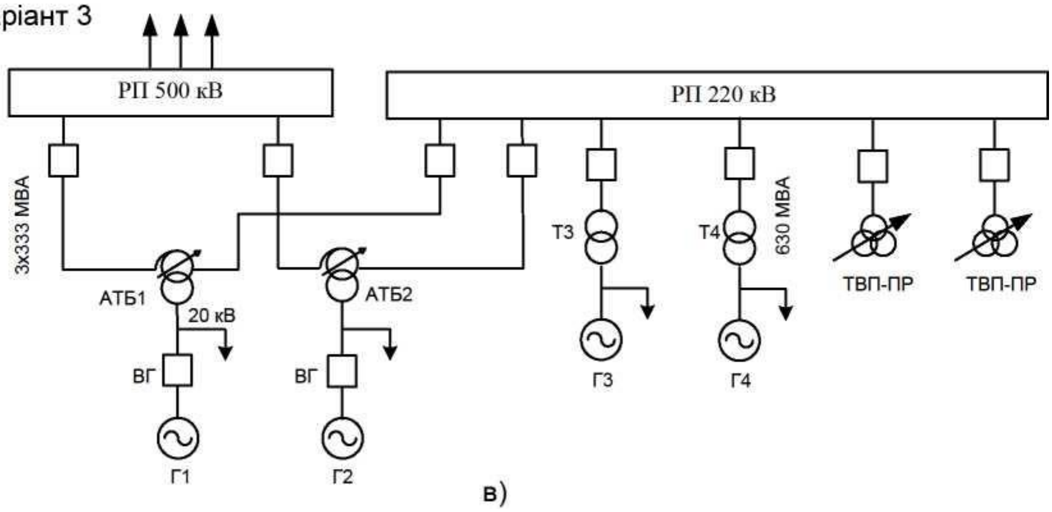
а)

Варіант 2



б)

Варіант 3



в)

Рис. 8.1. Варіанти структурної схеми ТЕС із чотирма блоками по 500 Мвт. *а* - з двома АТЗ та одним блоком на СН; *б* - з двома АТЗ; *в* - з двома АТБ

Табл. 8.1.

Максимальні перетоки потужності між РП 220 кВ і 500 кВ

Варіанти	Нормальний стан схеми	Блок РП 220 кВ перебуває у ремонті
1	260 (із РП 220 кВ у РП 500 кВ)	255 (із РП 500 кВ у РП 220 кВ)
2	225 (із РП 500 кВ у РП 220 кВ)	–
3	812 (із РП 220 кВ у РП 500 кВ)	260 (із РП 220 кВ у РП 500 кВ)

Табл. 8.2

Показники надійності елементів структурної схеми ТЕС

Елементи	Z, 1/рік	$T_в$, год/1	μ, 1/рік	$T_р$, год/1
Енергоблоки 500 МВт	11	120	1	600
Трансформатори з $U_{ВН}$ = 500 кВ	0,04	200	1	70
Трансформатори з $U_{ВН}$ = 220 кВ	0,02	150	1	50
Повітряні вимикачі 20 кВ	0,04	20	0,33	60

Розв’язання.

1. Визначаємо склад ураховуваних елементів у варіантах структурної схеми: трансформаторів (Т) та АТБ, АТЗ між РП 500 кВ та 220 кВ, ВГ. Їх показники надійності наведено в табл. 8.2.

2. Відповідно до виразу (8.1) обчислюємо ймовірність ремонтних режимів елементів:

- енергоблока

$$q_{р.б} = \frac{11 \cdot 120 + 1 \cdot 600}{8760} = 0,219;$$

- автотрансформатора зв’язку АТЗ (трифазного) або блока АТБ (група однофазних АТ) із (7ВН = 500 кВ:

$$q_{р.АТЗ} = \frac{0,04 \cdot 200 + 70}{8760} = 0,0089;$$
$$q_{р.АТБ} = 3 \cdot 0,0089 = 0,0267.$$

3. Відповідно до виразу (8.1) розраховуємо середньорічний недовідпуск електроенергії в систему через відмови трансформаторів блоків:

- для блока, приєднаного до РП 500 кВ:

$$\Delta W_{г} = 500 \cdot 10^{3} \frac{7000}{8760} 0,04(1 - 0,219)200 = 2,50 \cdot 10^{6} \text{ кВт·год/рік};$$

- для блока, приєднаного до РП 220 кВ:

$$\Delta W_{\text{г}} = 500 \cdot 10^3 \frac{7000}{8760} 0,02(1-0,219)150 = 0,936 \cdot 10^6 \text{ кВт·год/рік}.$$

4. Відповідно до виразу (8.3) визначаємо середньорічний недовідпуск електроенергії генератора в систему через відмови у групі з однофазних АТБ та ВГ (варіант 3):

$$\Delta W_{\text{г}} = 500 \cdot 10^3 \frac{7000}{8760}(3 \cdot 0,04 \cdot 200 + 0,04 \cdot 20)(1-0,219) = 7,74 \cdot 10^6 \text{ кВт·год/рік}.$$

5. Оцінюємо можливі наслідки відмов АТЗ за варіантом 1. Аварійна навантажувальна спроможність АТЗ

$$1,4 S_{\text{ном}} = 1,4 \cdot 250 = 350 \text{ МВ·А}.$$

Це більше, ніж максимальні значення перетікання потужності між РП 500 кВ та 220 кВ у розрахункових станах схеми (табл. 8.1): нормальному (260 МВ-А) та під час ремонту блока 4 (255 МВ-А).

Відмову одного АТЗ у період ремонту другого АТЗ можна не враховувати, оскільки середня тривалість таких аварійних ситуацій надзвичайно мала:

$$2 z_i q_j T_{ij} = 2 z_T q_{\text{р.АТС}} 0,5 T_{\text{р.АТ}} = 2 \cdot 0,04 \cdot 0,0089 \cdot 0,5 \cdot 70 = 0,025 \text{ год/рік},$$

де T_{ij} = 0,5$\Gamma_{\text{рАТ}}$-

6. Оцінюємо можливі наслідки відмов АТЗ за варіантом 2. Аварійна пропускна спроможність АТЗ 1,4-320 = 448 МВ-А. Максимальне навантаження мережі 220 кВ становить 255 МВ-А. Таким чином, у разі відмови одного з двох паралельно ввімкнених АТЗ недовидання електроенергії споживачам не буде. Відмову одного АТЗ у період ремонту другого АТЗ, як і у варіанті 1, можна не враховувати.

7. Оцінюємо наслідки втрати транзитної потужності через аварійні відключення АТБ у варіанті 3.

Відповідно до табл. 8.1 найбільше перетікання потужності з РП 220 кВ до РП 500 кВ відбувається за нормального стану схеми та становить 812 МВ-А. У разі аварійного відключення одного АТБ (відмова самого АТБ чи ВГ) - другий продовжує роботу і зможе передати всю транзитну потужність, оскільки

$$1,4 S_{\text{ном}} - S_{\text{НН}} = 1,4 \cdot 1000 - \frac{500 - 0,06 \cdot 500}{0,85} = 967 \;\; MB \cdot A > 812 \;\; MB \cdot A.$$

Розрахуємо середню тривалість найбільш важкої аварійної ситуації в цьому варіанті схеми, коли відмова АТБ (або ВГ) відбувається під час ремонту другого АТБ:

$$\sum z_i q_j T_{ij} = 2(z_{\text{АТБ}} q_{\text{р.АТ}} \cdot 0,5 T_{\text{р.АТ}} + z_{\text{в}} q_{\text{р.АТ}} T'_{\text{ОП}}) =$$
$$= 2(0,04 \cdot 0,0267 \cdot 0,5 \cdot 70 + 0,04 \cdot 0,0267 \cdot 1,0) = 0,226 \text{ год/рік.}$$

Розраховуючи час оперативних перемикань $T'_{\text{ОП}}$, беруть не 0,5 год, а 1,0 год, оскільки, крім операцій роз'єднувачем, у колі ВГ слід відновлювати зв'язок між РП 500 та 220 кВ.

У разі порушення зв'язку між РП 500 та 220 кВ один генератор (Г3 або Г4) доведеться відключати, і тоді недовідпуск потужності в систему 500 кВ становитиме:

$$\Delta P_{\text{г}} = P_{\text{ном.г}}(1-0,06) + S_{\text{пер}} \cos\varphi = 500(1-0,06) + 260 \cdot 0,85 = 691 \text{ МВт.}$$

Тоді згідно з виразом (8.5) середньорічний недовідпуск електроенергії

$$\Delta W_{\text{г}} = 691 \frac{7000}{8760} 0,226 = 0,125 \cdot 10^6 \text{ кВт·год/рік.}$$

8. Визначимо сумарний середньорічний недовідпуск електроенергії в систему:

– за варіантом 1 $\Delta W_{\text{г}} = 3 \cdot 2,50 \cdot 10^6 + 1 \cdot 0,936 \cdot 10^6 = 8,44 \cdot 10^6$ кВт·год/рік;

– за варіантом 2 $\Delta W_{\text{г}} = 4 \cdot 2,50 \cdot 10^6 = 10,00 \cdot 10^6$ кВт·год/рік;

– за варіантом 3 $\Delta W_{\text{г}} = 2 \cdot 7,74 \cdot 10^6 + 2 \cdot 0,936 \cdot 10^6 + 0,125 \cdot 10^6 =$ $= 17,47 \cdot 10^6$ кВт·год/рік.

Недовідпуску електроенергії споживачам енергосистеми немає, адже аварійне зниження генерувальної потужності в усіх випадках не перевищує Ррез = 700 МВт. Енергопостачання споживачів у всіх трьох варіантах дуже надійне, тому показником недовідпуску електроенергії місцевому району навантаження можна нехтувати.

9. Визначимо середньорічні збитки від недовідпуску електроенергії в систему.

Оскільки $\Delta W_{\text{спож}} = 0$, то є лише системні збитки Зс. Розрахуємо значення Зс за виразом (8.6), обравши питомі збитки 0,15 у. о./кВт-год:

– за варіантом 1 $З_с = 0{,}15 \cdot 10^{-3} \cdot 8{,}44 \cdot 10^6 = 1260$ тис. у. о./рік;

– за варіантом 2 $З_с = 0{,}15 \cdot 10^{-3} \cdot 10{,}0 \cdot 10^6 = 1500$ тис. у. о./рік;

– за варіантом 3 $З_с = 0{,}15 \cdot 10^{-3} \cdot 17{,}47 \cdot 10^6 = 2620$ тис. у. о./рік.

Оцінюємо, як відобразиться на надійності трьох варіантів структурної схеми встановлення резервних трансформаторів: трифазного трансформатора 630 МВ-А, (/вн=500 кВ для трьох блоків (Г1-ГЗ) у варіанті 1 та чотирьох блоків (Г1-Г4) у варіанті 2, резервної фази 333 МВ-А, £7ВН = 500 кВ для двох груп однофазних автотрансформаторів (АТБ1, АТБ2) у варіанті 3.

Враховуючи, що в усіх варіантах використовуються потужні великогабаритні трансформатори та автотрансформатори, обираємо час їх заміни резервним Тз по верхній межі - 20 год. Середньорічне недовидання електроенергії в систему через відмови резервованих трансформаторів та автотрансформаторів зменшиться відповідно

у $T_{\text{в.т}} / T_з = 200/20 = 10$ разів.

У результаті отримаємо:

– за варіантом 1:

$$\Delta W_{\text{г}} = 3\frac{2,50}{10}10^6 + 1\cdot 0,936\cdot 10^6 = 1,686\cdot 10^6 \text{ кВт·год/рік;}$$

$$З_{\text{с}} = 0,15\cdot 10^{-3}\cdot 1,686\cdot 10^6 = 253 \text{ тис. у. о./рік;}$$

– за варіантом 2:

$$\Delta W_{\text{г}} = 4\frac{2,50}{10}10^6 = 1,0\cdot 10^6 \text{ кВт·год/рік;}$$

$$З_{\text{с}} = 0,15\cdot 10^{-3}\cdot 1,0\cdot 10^6 = 150 \text{ тис. у. о./рік;}$$

– за варіантом 3:

$$\Delta W_{\text{г}} = 500\cdot 10^3\frac{7000}{8760}(3\cdot 0,04\cdot 200 + 0,04\cdot 20)(1-0,219) + 2\cdot 0,936\cdot 10^6 +$$

$$+0,125\cdot 10^6 = 4,0\cdot 10^6 \text{ кВт·год/рік;}$$

$$З_{\text{с}} = 0,15\cdot 10^{-3}\cdot 4,0\cdot 10^6 = 600 \text{ тис. у. о./рік.}$$

Якщо питомий збиток дорівнює 0,015 у.о./кВт-год, то резервні трансформатори економічно доцільні лише у варіанті 3 (резервна фаза для двох груп однофазних блочних автотрансформаторів).

.