

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06-05.01/ 141.00.1/Б /ОК7-1-2024
	<i>Екземпляр № 1</i>	<i>Арк 2 / 1</i>

## **ЗАТВЕРДЖЕНО**

Науково-методичною радою  
Державного університету  
«Житомирська політехніка»  
протокол від 12 вересня 2024 р.  
№ 5

## **МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

### **до практичних робіт з дисципліни «Вища математика»**

для здобувачів вищої освіти освітнього ступеня «бакалавр»  
спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»  
освітньо-професійна програма «Комп'ютеризоване управління енергетичними  
системами»  
факультет комп'ютерно-інтегрованих технологій, мехатроніки і  
робототехніки  
кафедра робототехніки, електроенергетики та автоматизації  
ім. проф. Б.Б. Самотокіна

Рекомендовано на засіданні  
кафедри робототехніки,  
електроенергетики та  
автоматизації  
ім. проф. Б.Б. Самотокіна  
23 серпня 2024 р., протокол № 7

Розробники: старший викладач БОНДАРЧУК Василь, старший викладач  
ГОЛОВНЯ Руслан, доцент СВЕРЧЕВСЬКА Ірина

Житомир  
2024

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06-05.01/ 141.00.1/Б /ОК7-1-2024
	Екземпляр № 1	Арк 2 / 2

Методичні вказівки до практичних робіт з дисципліни «Вища математика» для здобувачів вищої освіти освітнього ступеня «бакалавр» спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» освітньо-професійна програма «Комп'ютеризоване управління енергетичними системами» [Електронне видання]. – Житомир: Державний університет «Житомирська політехніка», 2024. – 54 с.

**Розробники:** старший викладач БОНДАРЧУК Василь, старший викладач ГОЛОВНЯ Руслан, доцент СВЕРЧЕВСЬКА Ірина

**Рецензенти:**

*Анна ГУМЕНЮК* – кандидат технічних наук, доцент кафедри кафедри робототехніки, електроенергетики та автоматизації ім. проф. Б.Б. Самотокіна.

*Олександр ДОБРЖАНСЬКИЙ* – кандидат технічних наук, доцент кафедри кафедри робототехніки, електроенергетики та автоматизації ім. проф. Б.Б. Самотокіна.

Затверджено Вченою радою факультету комп'ютерно-інтегрованих технологій, мехатроніки і робототехніки  
(протокол № 6 від «28» серпня 2024 р.)

Методичні рекомендації призначені для забезпечення підготовки, виконання та захисту практичних робіт з дисципліни «Вища математика» студентами освітнього ступеня «бакалавр» спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» освітньо-професійна програма «Комп'ютеризоване управління енергетичними системами»

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	<b>Ф-20.07-</b> <b>05.02/2/122.00.1/Б/ОК7-</b> <b>2021</b>
	<i>Екземпляр № 1</i>	<i>Арк 64/2</i>

## ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	3
Тема 1. Комплексні числа	7
Тема 2. Лінійна алгебра. Матриці	13
Тема 3. Лінійна алгебра. Визначники	17
Тема 4. Лінійна алгебра. Системи лінійних рівнянь. Метод Гаусса	19
Тема 5. Лінійна алгебра. Системи лінійних рівнянь. Матричний метод	23
Тема 6. Лінійна алгебра. Системи лінійних рівнянь. Формули Крамера	27
Теми 7-8. Векторна алгебра. Вектори та дії над ними. Координати вектора. Базис	31
Тема 9. Векторна алгебра. Скалярний добуток векторів	36
Тема 10. Векторна алгебра. Векторний добуток векторів	41
Тема 11. Векторна алгебра. Мішаний добуток векторів	44
Тема 12-13. Аналітична геометрія. Пряма на площині	47
Тема 14-15. Аналітична геометрія. Площина у просторі. Пряма у просторі	50
Приклади розв'язань завдань	53
Корисні посилання	64

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 3

## ПЕРЕДМОВА

Дані методичні рекомендації орієнтовані у першу чергу на дистанційну форму навчання і створені на основі вже набутого досвіду роботи авторів у змішаному режимі навчання з переходами з аудиторної форми на дистанційну і навпаки.

Посібник охоплює розділи: «Лінійна алгебра», «Векторна алгебра», «Аналітична геометрія». Основним завданням здобувачів освіти є розвиток умінь застосовувати теоретичні знання та формули у розв'язуванні задач, передбачених програмою з дисципліни Вища математика.

Алгебра є одним з найдавніших розділів математики. Перші алгебраїчні поняття виникли ще в Стародавньому Єгипті, Вавилоні та Греції. Тут з'явилися перші алгебраїчні методи розв'язування рівнянь як узагальнення способів розв'язування арифметичних задач практичного змісту.

Значний вплив на розвиток алгебри мали досягнення китайської математики. Так у найпершому з відомих китайських математичних творів «Математика в дев'яти книгах» (II–I ст. до н. е.) викладено метод розв'язування систем лінійних рівнянь «фан-чен», що фактично є методом послідовного виключення невідомих, який був пізніше відкритий вдруге в Європі і названий методом Гаусса.

Створення у XVI–XVII ст. французьким математиком Ф. Вієтом алгебраїчної символіки дало поштовх до вдосконалення методу розв'язування систем лінійних рівнянь за допомогою детермінантів, який став широко відомим як правило Крамера.

Розвитку алгебри сприяли дослідження італійських математиків XVI ст. з пошуку методів розв'язування рівнянь

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64/4

третього, четвертого степенів, що привело до розширення поняття числа та появи комплексних чисел.

Основна задача лінійної алгебри є розв’язування систем алгебраїчних рівнянь. Для цього вивчаються і використовуються визначники і матриці.

У XVIII–XVIII ст. під впливом розвитку природознавства і техніки формується математика змінних величин, одна з галузей якої аналітична геометрія. Геометричні об’єкти досліджуються засобами алгебри за допомогою методу координат. Виклад ідей цього методу в 1637 р. дав французький вчений Р. Декарт у книзі «Геометрія», де запропонував кожному точку на площині характеризувати двома числами – координатами, а кожен лінійний – рівнянням, що пов’язує координати точок цієї лінії.

Розвитку аналітичної геометрії сприяли дослідження П. Ферма, І. Ньютона, А. Клеро, Л. Ейлера. З кінця XIX ст. до аналітичної геометрії увійшли поняття і операції векторної алгебри. Векторна алгебра виникла з розвитком фізики в XIX ст., коли фізичні величини стали характеризувати і числом, і напрямом.

Методичні рекомендації містять вказівки та план вивчення конкретних тем з вищої математики для здобувачів вищої освіти освітнього рівня «бакалавр», що вивчають відповідні розділи дисципліни «Вища математика».

Послідовно має бути актуалізовано теоретичний матеріал відповідних лекцій, розглянуто необхідні правила та формули у вказаних посібниках, розглянуто вже розв’язані вправи та задачі. Після цього робота здобувачів освіти продовжується самостійно, розв’язуються перераховані завдання з вказаних посібників. Далі виконуються індивідуальні завдання. Індивідуальні завдання для

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64/5

самостійного виконання залежно від діючої форми навчання виконуються в аудиторії або у вигляді домашнього завдання.

Посібник може бути корисним при вивченні відповідних тем дисципліни «Вища математика» студентами всіх спеціальностей, що навчаються на технічних факультетах університету.

Основним допоміжним літературним джерелом виступає навчальний посібник «Практикум з вищої математики» за редакцією В.О. Коваля (Практикум з вищої математики: Навч. посібн. / За ред. В.О. Коваля. – Житомир: ЖДТУ, 2008. – 448с.), розроблений викладачами кафедри.

Також можна рекомендувати використовувати навчальну літературу з вищої математики:

1. Михайленко В.В., Добряков Л.Д. Вища математика. Книга 1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: Підручник. – Житомир: ЖДТУ, 2004 р. – 554 с.

2. Дубовик В. П., Юрик І. І. Вища математика: Навч. посібн. – Київ: А.С.К.; 2006. – 648 с.

3. Вища математика: У 2-х кн. / За ред. Г.Л. Кулініча. – К.: Либідь, 2003.

4. Беспальчук В.І., Головня Р.М., Івахненкова В.В. та інші. Збірник задач з математики: у 3-х ч.– Ч. 1.– Житомир: ЖДТУ, 2001. – 162 с.

5. Беспальчук В.І., Головня Р.М., Івахненкова В.В. та інші. Збірник задач з математики: у 3-х ч. – Ч. 2. – Житомир: ЖДТУ, 2001. – 176 с.

При вивченні дисципліни здобувачі вищої освіти мають набути загальні та професійні компетентності.

1. Загальні компетентності:

- здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- здатність до розуміння предметної області та професійної діяльності;

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 6

– здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.

## 2. Фахові компетентності:

– здатність до аналізу, синтезу і оптимізації інформаційних систем та технологій з використанням математичних моделей і методів;

– здатність проводити обчислювальні експерименти, порівнювати результати експериментальних даних і отриманих рішень.

## 3. Програмні результати навчання:

– знання лінійної та векторної алгебри, диференційного та інтегрального числення, теорії функцій багатьох змінних, теорії рядів, диференційних рівнянь для функцій однієї та багатьох змінних, операційного числення, теорії ймовірностей та математичної статистики в обсязі, необхідному для розробки та використання інформаційних систем, технологій та інфокомунікацій, сервісів та інфраструктури організації.

Заключним етапом вивчення курсу є складання заліків та іспитів.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64/7

## Тема 1

### Комплексні числа

#### План роботи

1. Опрацювати матеріал лекції за темою заняття
2. Опрацювати теоретичний матеріал з навчального посібника «Вища математика» Дубовик В. П., Юрик І. І.: пункт 1.4, с. 342-346.
3. Розглянути приклади з навчального посібника «Вища математика» Дубовик В. П., Юрик І. І.: на с. 344, 345, 346
4. Виконати Індивідуальне Завдання (ІЗ 1. Номер варіанта – номер у списку групи)

**Завдання 1.** Задано два комплексних числа  $z_1$  та  $z_2$ .

Виконати дії: 1)  $z_1 + z_2$ ; 2)  $z_1 - \bar{z}_2$ ; 3)  $z_1 \cdot z_2$ ; 4)  $\frac{z_1}{z_2}$ ; 5)  $z_1^3$ .

**1.1.**  $z_1 = 1 - 2i$ ,  $z_2 = 3 + i$ .

**1.2.**  $z_1 = 3 + i$ ,  $z_2 = 1 - 2i$ .

**1.3.**  $z_1 = 4 - 3i$ ,  $z_2 = 2 + i$ .

**1.4.**  $z_1 = -1 + 3i$ ,  $z_2 = 4 - i$ .

**1.5.**  $z_1 = 3 + 2i$ ,  $z_2 = 1 - 3i$ .

**1.6.**  $z_1 = 4 - 3i$ ,  $z_2 = 2 + 2i$ .

**1.7.**  $z_1 = -2 - 3i$ ,  $z_2 = 1 + 3i$ .

**1.8.**  $z_1 = 4 + i$ ,  $z_2 = 3 + 2i$ .

**1.9.**  $z_1 = -2 - 3i$ ,  $z_2 = 1 + 2i$ .

**1.10.**  $z_1 = -1 + i$ ,  $z_2 = -3 - i$ .

**1.11.**  $z_1 = 4 + 5i$ ,  $z_2 = 3 - i$ .

**1.12.**  $z_1 = 2 + 3i$ ,  $z_2 = -1 - i$ .

**1.13.**  $z_1 = 5 + 4i$ ,  $z_2 = 2 + 3i$ .

**1.14.**  $z_1 = -3 + 5i$ ,  $z_2 = 4 + i$ .

**1.15.**  $z_1 = -4 + i$ ,  $z_2 = -3 - i$ .

**1.16.**  $z_1 = 4 - 5i$ ,  $z_2 = 2 + 3i$ .

**1.17.**  $z_1 = 3 + 5i$ ,  $z_2 = 5 - 2i$ .

**1.18.**  $z_1 = 4 - 3i$ ,  $z_2 = 2 + 7i$ .

**1.19.**  $z_1 = -2 + 3i$ ,  $z_2 = -2 - 3i$ .

**1.20.**  $z_1 = 5 + 3i$ ,  $z_2 = -4 - 3i$ .

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64/8

$$1.21. z_1 = -2 - 3i, z_2 = 2 + 5i. \quad 1.22. z_1 = 5 - 3i, z_2 = -1 + 3i.$$

$$1.23. z_1 = 4 + 3i, z_2 = -3 + 2i. \quad 1.24. z_1 = 2 - 3i, z_2 = -1 + 2i.$$

$$1.25. z_1 = -14 + i, z_2 = -3 + 2i. \quad 1.26. z_1 = -4 + 5i, z_2 = -3 + i.$$

$$1.27. z_1 = 2 + 5i, z_2 = 3 - i. \quad 1.28. z_1 = -5 + 4i, z_2 = 4 - 3i.$$

$$1.29. z_1 = 3 + 5i, z_2 = 4 + 3i. \quad 1.30. z_1 = 4 + 5i, z_2 = -3 - 7i.$$

**Завдання 2.** Записати комплексне число  $z$  :

1) в алгебраїчній формі; 2) в тригонометричній формі;

3) в показниковій формі. Знайти  $z^5$  та  $\sqrt{z}$ .

$$2.1. z = \frac{2}{1 - \sqrt{3}i}.$$

$$2.2. z = \frac{2}{1 + i}.$$

$$2.3. z = \frac{-2}{\sqrt{3} - i}.$$

$$2.4. z = \frac{8}{\sqrt{2} - \sqrt{2}i}.$$

$$2.5. z = \frac{2\sqrt{2}}{-1 + i}.$$

$$2.6. z = \frac{4}{\sqrt{3} + i}.$$

$$2.7. z = \frac{-3}{1 + \sqrt{3}i}.$$

$$2.8. z = \frac{4}{\sqrt{2} + \sqrt{2}i}.$$

$$2.9. z = \frac{1}{-1 - i}.$$

$$2.10. z = -\frac{2}{-1 + \sqrt{3}i}.$$

$$2.11. z = \frac{-8}{1 + i}.$$

$$2.12. z = \frac{4}{-1 + \sqrt{3}i}.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64/9

$$2.13. z = \frac{6}{-\sqrt{3} + i}$$

$$2.14. z = \frac{2}{-\sqrt{2} + \sqrt{2}i}$$

$$2.15. z = \frac{2}{-1 - \sqrt{3}i}$$

$$2.16. z = \frac{4}{1 + \sqrt{3}i}$$

$$2.17. z = \frac{3}{1 - i}$$

$$2.18. z = \frac{3}{\sqrt{3} + i}$$

$$2.19. z = \frac{6}{\sqrt{2} + \sqrt{2}i}$$

$$2.20. z = \frac{4}{-1 + \sqrt{3}i}$$

$$2.21. z = \frac{2}{-\sqrt{3} + i}$$

$$2.22. z = \frac{6}{1 - \sqrt{3}i}$$

$$2.23. z = \frac{8}{\sqrt{2} - \sqrt{2}i}$$

$$2.24. z = \frac{8}{2 + 2i}$$

$$2.25. z = -\frac{5}{-1 - \sqrt{3}i}$$

$$2.26. z = \frac{-9}{3 + 3i}$$

$$2.27. z = \frac{10}{1 + \sqrt{3}i}$$

$$2.28. z = \frac{12}{\sqrt{3} + i}$$

$$2.29. z = \frac{8}{\sqrt{2} - \sqrt{2}i}$$

$$2.30. z = \frac{4}{-1 - \sqrt{3}i}$$

### Завдання 3. Виконати дії

$$3.1. a) (1 + 3i)(2 - 4i) + (-1 + 3i)^2$$

$$б) \frac{2 + 3i}{3 - 4i} + \frac{-1 + 2i}{2 + i}$$

$$в) (-1 + i\sqrt{3})^5$$

$$з) \sqrt[4]{-8 - i8\sqrt{3}}$$

$$3.2. a) (2 - 5i)(2 + i) + (3 + 2i)^2$$

$$б) \frac{3 + i}{1 - 3i} + \frac{-5 + 6i}{4 + 2i}$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 10

- в)**  $(-2 + 2i)^4$
- 3.3. а)**  $(2 + i)(3 - 2i) + (2 - 3i)^2$
- в)**  $(-1 - i\sqrt{3})^5$
- 3.4. а)**  $(12 - 3i)(1 + i) + (4 - i)^2$
- в)**  $(2 - 2i)^4$
- 3.5. а)**  $(1 + 3i)(2 - 4i) + (-1 + 3i)^2$
- в)**  $(-1 + i\sqrt{3})^5$
- 3.6. а)**  $(2 - 5i)(2 + i) + (3 + 2i)^2$
- в)**  $(-2 + 2i)^4$
- 3.7. а)**  $(2 + i)(3 - 2i) + (2 - 3i)^2$
- в)**  $(-1 - i\sqrt{3})^5$
- 3.8. а)**  $(12 - 3i)(1 + i) + (4 - i)^2$
- в)**  $(2 - 2i)^4$
- 3.9. а)**  $(1 + 3i)(2 - 4i) + (-1 + 3i)^2$
- в)**  $(-1 + i\sqrt{3})^5$
- 3.10. а)**  $(2 - 5i)(2 + i) + (3 + 2i)^2$
- в)**  $(-2 + 2i)^4$
- 3.11. а)**  $(2 + i)(3 - 2i) + (2 - 3i)^2$
- в)**  $(-1 - i\sqrt{3})^5$
- з)**  $\sqrt[3]{16 - 16i}$
- б)**  $\frac{-2 + i}{3 + 4i} + \frac{3 + 2i}{2 - i}$
- з)**  $\sqrt[4]{-8 + i8\sqrt{3}}$
- б)**  $\frac{4 - 3i}{1 + i} + \frac{-5 + 2i}{4 + 2i}$
- з)**  $\sqrt[3]{16 + 16i}$
- б)**  $\frac{2 + 3i}{3 - 4i} + \frac{-1 + 2i}{2 + i}$
- з)**  $\sqrt[4]{-8 - i8\sqrt{3}}$
- б)**  $\frac{3 + i}{1 - 3i} + \frac{-5 + 6i}{4 + 2i}$
- з)**  $\sqrt[3]{16 - 16i}$
- б)**  $\frac{-2 + i}{3 + 4i} + \frac{3 + 2i}{2 - i}$
- з)**  $\sqrt[4]{-8 + i8\sqrt{3}}$
- б)**  $\frac{4 - 3i}{1 + i} + \frac{-5 + 2i}{4 + 2i}$
- з)**  $\sqrt[3]{16 + 16i}$
- б)**  $\frac{2 + 3i}{3 - 4i} + \frac{-1 + 2i}{2 + i}$
- з)**  $\sqrt[4]{-8 - i8\sqrt{3}}$
- б)**  $\frac{3 + i}{1 - 3i} + \frac{-5 + 6i}{4 + 2i}$
- з)**  $\sqrt[3]{16 - 16i}$
- б)**  $\frac{-2 + i}{3 + 4i} + \frac{3 + 2i}{2 - i}$
- з)**  $\sqrt[4]{-8 + i8\sqrt{3}}$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 11

- 3.12. а)  $(12-3i)(1+i) + (4-i)^2$  б)  $\frac{4-3i}{1+i} + \frac{-5+2i}{4+2i}$   
в)  $(2-2i)^4$  з)  $\sqrt[3]{16+16i}$
- 3.13. а)  $(1+3i)(2-4i) + (-1+3i)^2$  б)  $\frac{2+3i}{3-4i} + \frac{-1+2i}{2+i}$   
в)  $(-1+i\sqrt{3})^5$  з)  $\sqrt[4]{-8-i8\sqrt{3}}$
- 3.14. а)  $(2-5i)(2+i) + (3+2i)^2$  б)  $\frac{3+i}{1-3i} + \frac{-5+6i}{4+2i}$   
в)  $(-2+2i)^4$  з)  $\sqrt[3]{16-16i}$
- 3.15. а)  $(2+i)(3-2i) + (2-3i)^2$  б)  $\frac{-2+i}{3+4i} + \frac{3+2i}{2-i}$   
в)  $(-1-i\sqrt{3})^5$  з)  $\sqrt[4]{-8+i8\sqrt{3}}$
- 3.16. а)  $(12-3i)(1+i) + (4-i)^2$  б)  $\frac{4-3i}{1+i} + \frac{-5+2i}{4+2i}$   
в)  $(2-2i)^4$  з)  $\sqrt[3]{16+16i}$
- 3.17. а)  $(1+3i)(2-4i) + (-1+3i)^2$  б)  $\frac{2+3i}{3-4i} + \frac{-1+2i}{2+i}$   
в)  $(-1+i\sqrt{3})^5$  з)  $\sqrt[4]{-8-i8\sqrt{3}}$
- 3.18. а)  $(2-5i)(2+i) + (3+2i)^2$  б)  $\frac{3+i}{1-3i} + \frac{-5+6i}{4+2i}$   
в)  $(-2+2i)^4$  з)  $\sqrt[3]{16-16i}$
- 3.19. а)  $(2+i)(3-2i) + (2-3i)^2$  б)  $\frac{-2+i}{3+4i} + \frac{3+2i}{2-i}$   
в)  $(-1-i\sqrt{3})^5$  з)  $\sqrt[4]{-8+i8\sqrt{3}}$
- 3.20. а)  $(12-3i)(1+i) + (4-i)^2$  б)  $\frac{4-3i}{1+i} + \frac{-5+2i}{4+2i}$   
в)  $(2-2i)^4$  з)  $\sqrt[3]{16+16i}$
- 3.21. а)  $(1+3i)(2-4i) + (-1+3i)^2$  б)  $\frac{2+3i}{3-4i} + \frac{-1+2i}{2+i}$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 12

- 3.22. а)**  $(-1+i\sqrt{3})^5$       **б)**  $\frac{3+i}{1-3i} + \frac{-5+6i}{4+2i}$   
**в)**  $(-2+2i)^4$       **в)**  $\sqrt[3]{16-16i}$
- 3.23. а)**  $(2+i)(3-2i)+(2-3i)^2$       **б)**  $\frac{-2+i}{3+4i} + \frac{3+2i}{2-i}$   
**в)**  $(-1-i\sqrt{3})^5$       **в)**  $\sqrt[4]{-8+i8\sqrt{3}}$
- 3.24. а)**  $(12-3i)(1+i)+(4-i)^2$       **б)**  $\frac{4-3i}{1+i} + \frac{-5+2i}{4+2i}$   
**в)**  $(2-2i)^4$       **в)**  $\sqrt[3]{16+16i}$
- 3.25. а)**  $(1+3i)(2-4i)+(-1+3i)^2$       **б)**  $\frac{2+3i}{3-4i} + \frac{-1+2i}{2+i}$   
**в)**  $(-1+i\sqrt{3})^5$       **в)**  $\sqrt[4]{-8-i8\sqrt{3}}$
- 3.26. а)**  $(2-5i)(2+i)+(3+2i)^2$       **б)**  $\frac{3+i}{1-3i} + \frac{-5+6i}{4+2i}$   
**в)**  $(-2+2i)^4$       **в)**  $\sqrt[3]{16-16i}$
- 3.27. а)**  $(2+i)(3-2i)+(2-3i)^2$       **б)**  $\frac{-2+i}{3+4i} + \frac{3+2i}{2-i}$   
**в)**  $(-1-i\sqrt{3})^5$       **в)**  $\sqrt[4]{-8+i8\sqrt{3}}$
- 3.28. а)**  $(12-3i)(1+i)+(4-i)^2$       **б)**  $\frac{4-3i}{1+i} + \frac{-5+2i}{4+2i}$   
**в)**  $(2-2i)^4$       **в)**  $\sqrt[3]{16+16i}$
- 3.29. а)**  $(1+3i)(2-4i)+(-1+3i)^2$       **б)**  $\frac{2+3i}{3-4i} + \frac{-1+2i}{2+i}$   
**в)**  $(-1+i\sqrt{3})^5$       **в)**  $\sqrt[4]{-8-i8\sqrt{3}}$
- 3.30. а)**  $(2-5i)(2+i)+(3+2i)^2$       **б)**  $\frac{3+i}{1-3i} + \frac{-5+6i}{4+2i}$   
**в)**  $(-2+2i)^4$       **в)**  $\sqrt[3]{16-16i}$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 13

## Тема 2

### Лінійна алгебра. Матриці

#### План роботи

1. Опрацювати матеріал лекції за темою заняття
2. Опрацювати теоретичний матеріал з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: Розділ 1. п. 1 с. 4
3. Розглянути приклади з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: №№ 1, 2, 4, 5, 6, ,8, 9 (с. 4-7)
4. Виконати самостійно вправи з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: №№ 13, 15, 18 (с. 7-8)
5. Виконати Індивідуальне Завдання (ІЗ 2. Номер варіанта – номер у списку групи)

**Завдання 1.** Дано матриці  $A$  та  $B$ . Знайти  $AB^T$ .

$$1.1. A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$1.2. A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -3 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$1.3. A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 14

$$1.4. A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$1.5. A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 2 & -4 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$1.6. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ -3 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$1.7. A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 2 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$1.8. A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$1.9. A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$1.10. A = \begin{pmatrix} -6 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$1.11. A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$1.12. A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$1.13. A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -2 & -4 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$1.14. A = \begin{pmatrix} -4 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 5 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$1.15. A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & -1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -2 & 7 & 4 \end{pmatrix}.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 15

$$1.16. A = \begin{pmatrix} -2 & 5 & -4 \\ 6 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 4 & -3 \\ 3 & 7 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$1.17. A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 \\ -4 & -2 & -5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 5 & -1 \\ 7 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$1.18. A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -2 & 5 & -7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$1.19. A = \begin{pmatrix} -7 & 5 & -3 \\ 1 & -3 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 1 & 5 & 9 \end{pmatrix}.$$

$$1.20. A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$1.21. A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$1.22. A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$1.23. A = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 9 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$1.24. A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$1.25. A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$1.26. A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & -5 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$1.27. A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -2 & 1 & -4 \end{pmatrix}.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 16

$$1.28. A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 4 \\ -2 & 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -3 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$1.29. A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -6 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 2 \\ 5 & 2 & 7 \end{pmatrix}.$$

$$1.30. A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 5 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 2 & -2 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 17

### Тема 3 Лінійна алгебра. Визначники

#### План роботи

1. Опрацювати матеріал лекції за темою заняття
2. Опрацювати теоретичний матеріал з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Коваля В.О.: Розділ 1. п.2 с. 8-10
3. Розглянути приклади з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Коваля В.О.: №№ 19, 20, 23 (с. 10-12)
4. Виконати самостійно вправи з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Коваля В.О.: №№ 26, 28 (с. 12)
5. Виконати Індивідуальне Завдання (ІЗ 3. Номер варіанта – номер у списку групи)

**Завдання 1.** Обчислити визначник третього порядку наступними способами:

а) за правилом трикутника;

б) розкладанням за елементами будь-якого рядка чи стовпця

$$I.1. \begin{vmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 1 & -7 & 2 \\ 6 & -4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$I.2. \begin{vmatrix} 7 & 3 & -5 \\ 2 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$I.3. \begin{vmatrix} 5 & 1 & -4 \\ 3 & -2 & 7 \\ 4 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$I.4. \begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 5 & 2 & -4 \\ 7 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$I.5. \begin{vmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 8 & 2 & -3 \\ -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$I.6. \begin{vmatrix} 4 & 3 & -1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 18

$$1.7. \begin{vmatrix} 1 & 8 & -1 \\ 3 & 1 & 7 \\ -1 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

$$1.8. \begin{vmatrix} -4 & 3 & 5 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$1.9. \begin{vmatrix} 0 & 2 & -5 \\ 2 & 3 & -3 \\ -4 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

$$1.10. \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & -3 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$1.11. \begin{vmatrix} 4 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$1.12. \begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 2 & 0 & -3 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$1.13. \begin{vmatrix} -3 & 4 & 3 \\ 5 & 7 & -1 \\ 6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$1.14. \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & -3 \\ -2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$1.15. \begin{vmatrix} -3 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$1.16. \begin{vmatrix} 1 & -7 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$1.17. \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

$$1.18. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

$$1.19. \begin{vmatrix} 4 & 2 & 7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$1.20. \begin{vmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 2 & 4 & 8 \\ -1 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

$$1.21. \begin{vmatrix} 2 & 6 & 0 \\ 3 & 5 & 9 \\ -4 & 2 & 8 \end{vmatrix}$$

$$1.22. \begin{vmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 2 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 6 \end{vmatrix}$$

$$1.23. \begin{vmatrix} 9 & 1 & -5 \\ 4 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$1.24. \begin{vmatrix} 8 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ -4 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$1.25. \begin{vmatrix} 1 & 1 & -5 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$1.26. \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$1.27. \begin{vmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 4 & 1 & -2 \\ 7 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$1.28. \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$1.29. \begin{vmatrix} 5 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$1.30. \begin{vmatrix} 2 & 0 & -5 \\ 5 & 8 & -1 \\ 1 & 6 & 2 \end{vmatrix}$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 19

## Тема 4

### Лінійна алгебра. Системи лінійних рівнянь. Метод Гаусса

#### План роботи

1. Опрацювати матеріал лекції за темою заняття
2. Опрацювати теоретичний матеріал з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: Розділ 1. п.4 с. 17-19
3. Розглянути приклади з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: №№ 38, 39, 40, 41 (с. 19-22)
4. Виконати самостійно вправи з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: №№ 54, 56, 57 (с. 32)
5. Виконати Індивідуальне Завдання Ч.1(ІЗ 4. Номер варіанта – номер у списку групи)

#### Завдання 1. Розв'язати систему рівнянь:

Ч.1) методом Гаусса

$$1.1. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = -5, \\ 5x_1 + 2x_2 = 4. \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} 3x_1 + x_2 = 6, \\ 2x_1 - x_2 = -1. \end{cases}$$

$$1.3. \begin{cases} x_1 - 2x_2 = 1, \\ x_1 + 2x_2 = 5. \end{cases}$$

$$1.4. \begin{cases} 2x_1 + x_2 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 = 2. \end{cases}$$

$$1.5. \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 = 2, \\ x_1 - 2x_2 = -5. \end{cases}$$

$$1.6. \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 = 1, \\ x_1 + x_2 = 2. \end{cases}$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 20

$$1.7. \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 = -1, \\ 4x_1 + x_2 = -5. \end{cases}$$

$$1.8. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = -1, \\ x_1 + 2x_2 = 10. \end{cases}$$

$$1.9. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 4, \\ 2x_1 + x_2 = 1. \end{cases}$$

$$1.10. \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 = 1, \\ 4x_1 + x_2 = 11. \end{cases}$$

$$1.11. \begin{cases} 2x_1 + x_2 = 5, \\ x_1 - 2x_2 = 5. \end{cases}$$

$$1.12. \begin{cases} x_1 + 3x_2 = 1, \\ 2x_1 + x_2 = -3. \end{cases}$$

$$1.13. \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 = 1, \\ 2x_1 + x_2 = 5. \end{cases}$$

$$1.14. \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 = 1, \\ 3x_1 + 4x_2 = -2. \end{cases}$$

$$1.15. \begin{cases} 5x_1 - x_2 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 = 9. \end{cases}$$

$$1.16. \begin{cases} -3x_1 + 2x_2 = -8, \\ x_1 - 2x_2 = 4. \end{cases}$$

$$1.17. \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 = 11, \\ 3x_1 + 4x_2 = 6. \end{cases}$$

$$1.18. \begin{cases} 7x_1 - 2x_2 = 16, \\ 3x_1 + 2x_2 = 4. \end{cases}$$

$$1.19. \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 = 3, \\ -3x_1 + 5x_2 = 11. \end{cases}$$

$$1.20. \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 = 3, \\ x_1 + 2x_2 = 9. \end{cases}$$

$$1.21. \begin{cases} 2x_1 - 9x_2 = -3, \\ 4x_1 + 3x_2 = 15. \end{cases}$$

$$1.22. \begin{cases} -5x_1 + 3x_2 = 1, \\ 2x_1 + 5x_2 = 12. \end{cases}$$

$$1.23. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = -1, \\ 3x_1 - 4x_2 = -10. \end{cases}$$

$$1.24. \begin{cases} x_1 - 4x_2 = -9, \\ 2x_1 + 3x_2 = 4. \end{cases}$$

$$1.25. \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 = -4, \\ 4x_1 + 3x_2 = 14. \end{cases}$$

$$1.26. \begin{cases} 2x_1 + x_2 = -4, \\ x_1 - 2x_2 = -7. \end{cases}$$

$$1.27. \begin{cases} -x_1 + 3x_2 = -2, \\ 2x_1 + 5x_2 = -7. \end{cases}$$

$$1.28. \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 = -22, \\ 2x_1 + x_2 = -6. \end{cases}$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 21

$$1.29. \begin{cases} 2x_1 - 5x_2 = 3, \\ 3x_1 + 4x_2 = -7. \end{cases}$$

$$1.30. \begin{cases} 5x_1 - x_2 = 8, \\ 3x_1 + 5x_2 = 16. \end{cases}$$

**Завдання 2.** Розв'язати систему рівнянь:

Ч.1) методом Гаусса;

$$2.1. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

$$2.3. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -9 \end{cases}$$

$$2.5. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

$$2.7. \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 9 \\ x_1 + x_2 - x_3 = -2 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12 \end{cases}$$

$$2.9. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12 \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 = -33 \\ 4x_1 + x_3 = -7 \end{cases}$$

$$2.11. \begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = 6 \\ 5x_2 + 4x_3 = -20 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -22 \end{cases}$$

$$2.13. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

$$2.2. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3 \end{cases}$$

$$2.4. \begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -5 \end{cases}$$

$$2.6. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 11 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -7 \end{cases}$$

$$2.8. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 33 \\ 7x_1 - 5x_2 = 2 \\ 4x_1 + 11x_3 = 39 \end{cases}$$

$$2.10. \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 19 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 11 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$$

$$2.12. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases}$$

$$2.14. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 11 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 22 \end{cases}$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 22

$$\begin{array}{ll}
 2.15. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 12 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases} & 2.16. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15 \end{cases} \\
 2.17. \begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9 \end{cases} & 2.18. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 9 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 11 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 19 \end{cases} \\
 2.19. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -11 \end{cases} & 2.20. \begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -9 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = -2 \\ 3x_2 - 7x_3 = -6 \end{cases} \\
 2.21. \begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9 \end{cases} & 2.22. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases} \\
 2.23. \begin{cases} x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -15 \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 13 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9 \end{cases} & 2.24. \begin{cases} 7x_1 + 4x_2 - x_3 = 13 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -10 \end{cases} \\
 2.25. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 36 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -19 \end{cases} & 2.26. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 12 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 16 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \end{cases} \\
 2.27. \begin{cases} 4x_1 - x_2 = -6 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -14 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -19 \end{cases} & 2.28. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = -11 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 16 \end{cases} \\
 2.29. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 14 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -16 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -8 \end{cases} & 2.30. \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -16 \\ x_1 + 3x_3 = -6 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9 \end{cases}
 \end{array}$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 23

## Тема 5

### Лінійна алгебра. Системи лінійних рівнянь. Матричний метод

#### План роботи

1. Опрацювати матеріал лекції за темою заняття
2. Опрацювати теоретичний матеріал з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: Розділ 1. п.3 с. 13, п.4, с.33
3. Розглянути приклади з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: №№ 30, 31 (с. 14-15), №№ 65, 66 (с. 33-35)
4. Виконати самостійно вправи з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: № 35 (с. 16), № 70 (с. 38)
5. Виконати Індивідуальне Завдання Ч.2 (ІЗ 4. Номер варіанта – номер у списку групи)

**Завдання 1.** Розв'язати систему рівнянь:

Ч.2) матричним методом

$$1.1. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = -5, \\ 5x_1 + 2x_2 = 4. \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} 3x_1 + x_2 = 6, \\ 2x_1 - x_2 = -1. \end{cases}$$

$$1.3. \begin{cases} x_1 - 2x_2 = 1, \\ x_1 + 2x_2 = 5. \end{cases}$$

$$1.4. \begin{cases} 2x_1 + x_2 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 = 2. \end{cases}$$

$$1.5. \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 = 2, \\ x_1 - 2x_2 = -5. \end{cases}$$

$$1.6. \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 = 1, \\ x_1 + x_2 = 2. \end{cases}$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 24

$$1.7. \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 = -1, \\ 4x_1 + x_2 = -5. \end{cases}$$

$$1.8. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = -1, \\ x_1 + 2x_2 = 10. \end{cases}$$

$$1.9. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 4, \\ 2x_1 + x_2 = 1. \end{cases}$$

$$1.10. \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 = 1, \\ 4x_1 + x_2 = 11. \end{cases}$$

$$1.11. \begin{cases} 2x_1 + x_2 = 5, \\ x_1 - 2x_2 = 5. \end{cases}$$

$$1.12. \begin{cases} x_1 + 3x_2 = 1, \\ 2x_1 + x_2 = -3. \end{cases}$$

$$1.13. \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 = 1, \\ 2x_1 + x_2 = 5. \end{cases}$$

$$1.14. \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 = 1, \\ 3x_1 + 4x_2 = -2. \end{cases}$$

$$1.15. \begin{cases} 5x_1 - x_2 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 = 9. \end{cases}$$

$$1.16. \begin{cases} -3x_1 + 2x_2 = -8, \\ x_1 - 2x_2 = 4. \end{cases}$$

$$1.17. \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 = 11, \\ 3x_1 + 4x_2 = 6. \end{cases}$$

$$1.18. \begin{cases} 7x_1 - 2x_2 = 16, \\ 3x_1 + 2x_2 = 4. \end{cases}$$

$$1.19. \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 = 3, \\ -3x_1 + 5x_2 = 11. \end{cases}$$

$$1.20. \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 = 3, \\ x_1 + 2x_2 = 9. \end{cases}$$

$$1.21. \begin{cases} 2x_1 - 9x_2 = -3, \\ 4x_1 + 3x_2 = 15. \end{cases}$$

$$1.22. \begin{cases} -5x_1 + 3x_2 = 1, \\ 2x_1 + 5x_2 = 12. \end{cases}$$

$$1.23. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = -1, \\ 3x_1 - 4x_2 = -10. \end{cases}$$

$$1.24. \begin{cases} x_1 - 4x_2 = -9, \\ 2x_1 + 3x_2 = 4. \end{cases}$$

$$1.25. \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 = -4, \\ 4x_1 + 3x_2 = 14. \end{cases}$$

$$1.26. \begin{cases} 2x_1 + x_2 = -4, \\ x_1 - 2x_2 = -7. \end{cases}$$

$$1.27. \begin{cases} -x_1 + 3x_2 = -2, \\ 2x_1 + 5x_2 = -7. \end{cases}$$

$$1.28. \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 = -22, \\ 2x_1 + x_2 = -6. \end{cases}$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 25

$$1.29. \begin{cases} 2x_1 - 5x_2 = 3, \\ 3x_1 + 4x_2 = -7. \end{cases}$$

$$1.30. \begin{cases} 5x_1 - x_2 = 8, \\ 3x_1 + 5x_2 = 16. \end{cases}$$

**Завдання 2.** Розв'язати систему рівнянь:

Ч.2) матричним методом

$$2.1. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

$$2.2. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3 \end{cases}$$

$$2.3. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -9 \end{cases}$$

$$2.4. \begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -5 \end{cases}$$

$$2.5. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

$$2.6. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 11 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -7 \end{cases}$$

$$2.7. \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 9 \\ x_1 + x_2 - x_3 = -2 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12 \end{cases}$$

$$2.8. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 33 \\ 7x_1 - 5x_2 = 2 \\ 4x_1 + 11x_3 = 39 \end{cases}$$

$$2.9. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12 \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 = -33 \\ 4x_1 + x_3 = -7 \end{cases}$$

$$2.10. \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 19 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 11 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$$

$$2.11. \begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = 6 \\ 5x_2 + 4x_3 = -20 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -22 \end{cases}$$

$$2.12. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases}$$

$$2.13. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

$$2.14. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 11 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 22 \end{cases}$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 26

$$\begin{array}{ll}
 2.15. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 12 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases} & 2.16. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15 \end{cases} \\
 2.17. \begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9 \end{cases} & 2.18. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 9 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 11 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 19 \end{cases} \\
 2.19. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -11 \end{cases} & 2.20. \begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -9 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = -2 \\ 3x_2 - 7x_3 = -6 \end{cases} \\
 2.21. \begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9 \end{cases} & 2.22. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases} \\
 2.23. \begin{cases} x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -15 \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 13 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9 \end{cases} & 2.24. \begin{cases} 7x_1 + 4x_2 - x_3 = 13 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -10 \end{cases} \\
 2.25. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 36 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -19 \end{cases} & 2.26. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 12 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 16 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \end{cases} \\
 2.27. \begin{cases} 4x_1 - x_2 = -6 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -14 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -19 \end{cases} & 2.28. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = -11 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 16 \end{cases} \\
 2.29. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 14 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -16 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -8 \end{cases} & 2.30. \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -16 \\ x_1 + 3x_3 = -6 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9 \end{cases}
 \end{array}$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 27

## Тема 6

### Лінійна алгебра. Системи лінійних рівнянь. Формули

### Крамера

#### План роботи

1. Опрацювати матеріал лекції за темою заняття
2. Опрацювати теоретичний матеріал з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: Розділ 1. п.4, с.38
3. Розглянути приклади з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: №№ 73, 74 (с. 38-39)
4. Виконати самостійно вправи з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: №№ 76, 78 (с. 40)
5. Виконати Індивідуальне Завдання Ч.3 (ІЗ 4. Номер варіанта – номер у списку групи)

#### Завдання 1. Розв'язати систему рівнянь:

Ч.3) за формулами Крамера

$$1.1. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = -5, \\ 5x_1 + 2x_2 = 4. \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} 3x_1 + x_2 = 6, \\ 2x_1 - x_2 = -1. \end{cases}$$

$$1.3. \begin{cases} x_1 - 2x_2 = 1, \\ x_1 + 2x_2 = 5. \end{cases}$$

$$1.4. \begin{cases} 2x_1 + x_2 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 = 2. \end{cases}$$

$$1.5. \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 = 2, \\ x_1 - 2x_2 = -5. \end{cases}$$

$$1.6. \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 = 1, \\ x_1 + x_2 = 2. \end{cases}$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 28

$$1.7. \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 = -1, \\ 4x_1 + x_2 = -5. \end{cases}$$

$$1.8. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = -1, \\ x_1 + 2x_2 = 10. \end{cases}$$

$$1.9. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 4, \\ 2x_1 + x_2 = 1. \end{cases}$$

$$1.10. \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 = 1, \\ 4x_1 + x_2 = 11. \end{cases}$$

$$1.11. \begin{cases} 2x_1 + x_2 = 5, \\ x_1 - 2x_2 = 5. \end{cases}$$

$$1.12. \begin{cases} x_1 + 3x_2 = 1, \\ 2x_1 + x_2 = -3. \end{cases}$$

$$1.13. \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 = 1, \\ 2x_1 + x_2 = 5. \end{cases}$$

$$1.14. \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 = 1, \\ 3x_1 + 4x_2 = -2. \end{cases}$$

$$1.15. \begin{cases} 5x_1 - x_2 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 = 9. \end{cases}$$

$$1.16. \begin{cases} -3x_1 + 2x_2 = -8, \\ x_1 - 2x_2 = 4. \end{cases}$$

$$1.17. \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 = 11, \\ 3x_1 + 4x_2 = 6. \end{cases}$$

$$1.18. \begin{cases} 7x_1 - 2x_2 = 16, \\ 3x_1 + 2x_2 = 4. \end{cases}$$

$$1.19. \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 = 3, \\ -3x_1 + 5x_2 = 11. \end{cases}$$

$$1.20. \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 = 3, \\ x_1 + 2x_2 = 9. \end{cases}$$

$$1.21. \begin{cases} 2x_1 - 9x_2 = -3, \\ 4x_1 + 3x_2 = 15. \end{cases}$$

$$1.22. \begin{cases} -5x_1 + 3x_2 = 1, \\ 2x_1 + 5x_2 = 12. \end{cases}$$

$$1.23. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = -1, \\ 3x_1 - 4x_2 = -10. \end{cases}$$

$$1.24. \begin{cases} x_1 - 4x_2 = -9, \\ 2x_1 + 3x_2 = 4. \end{cases}$$

$$1.25. \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 = -4, \\ 4x_1 + 3x_2 = 14. \end{cases}$$

$$1.26. \begin{cases} 2x_1 + x_2 = -4, \\ x_1 - 2x_2 = -7. \end{cases}$$

$$1.27. \begin{cases} -x_1 + 3x_2 = -2, \\ 2x_1 + 5x_2 = -7. \end{cases}$$

$$1.28. \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 = -22, \\ 2x_1 + x_2 = -6. \end{cases}$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 29

$$1.29. \begin{cases} 2x_1 - 5x_2 = 3, \\ 3x_1 + 4x_2 = -7. \end{cases}$$

$$1.30. \begin{cases} 5x_1 - x_2 = 8, \\ 3x_1 + 5x_2 = 16. \end{cases}$$

**Завдання 2.** Розв'язати систему рівнянь:

Ч.3) за формулами Крамера

$$2.1. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

$$2.2. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3 \end{cases}$$

$$2.3. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -9 \end{cases}$$

$$2.4. \begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -5 \end{cases}$$

$$2.5. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

$$2.6. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 11 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -7 \end{cases}$$

$$2.7. \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 9 \\ x_1 + x_2 - x_3 = -2 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12 \end{cases}$$

$$2.8. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 33 \\ 7x_1 - 5x_2 = 2 \\ 4x_1 + 11x_3 = 39 \end{cases}$$

$$2.9. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12 \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 = -33 \\ 4x_1 + x_3 = -7 \end{cases}$$

$$2.10. \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 19 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 11 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$$

$$2.11. \begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = 6 \\ 5x_2 + 4x_3 = -20 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -22 \end{cases}$$

$$2.12. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases}$$

$$2.13. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

$$2.14. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 11 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 22 \end{cases}$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 30

$$\begin{array}{ll}
 2.15. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 12 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases} & 2.16. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15 \end{cases} \\
 2.17. \begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9 \end{cases} & 2.18. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 9 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 11 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 19 \end{cases} \\
 2.19. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -11 \end{cases} & 2.20. \begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -9 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = -2 \\ 3x_2 - 7x_3 = -6 \end{cases} \\
 2.21. \begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9 \end{cases} & 2.22. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases} \\
 2.23. \begin{cases} x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -15 \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 13 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9 \end{cases} & 2.24. \begin{cases} 7x_1 + 4x_2 - x_3 = 13 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -10 \end{cases} \\
 2.25. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 36 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -19 \end{cases} & 2.26. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 12 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 16 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \end{cases} \\
 2.27. \begin{cases} 4x_1 - x_2 = -6 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -14 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -19 \end{cases} & 2.28. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = -11 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 16 \end{cases} \\
 2.29. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 14 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -16 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -8 \end{cases} & 2.30. \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -16 \\ x_1 + 3x_3 = -6 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9 \end{cases}
 \end{array}$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 31

## Теми 7-8

### Векторна алгебра. Вектори та дії над ними. Координати вектора. Базис

#### План роботи

1. Опрацювати матеріал лекції за темою заняття
2. Опрацювати теоретичний матеріал з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: Розділ 2. п.1, с. 41-42, п.2, с. 45-48, п.3, с. 52-53
3. Розглянути приклади з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: №№ 1, 2 (с. 42-43), №№ 9, 10, 13, 14 (с. 48-49), №№ 17, 18, 19, 20 (с. 50-51), № 34 (с. 53-54)
4. Виконати самостійно вправи з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: №№ 5, 6 (с. 45, №3 23, 28, 29, 30, 31 (с. 51-52), № 37 (с. 55)
5. Виконати Індивідуальне Завдання (ІЗ 5. Номер варіанта – номер у списку групи)

**Завдання 1.** Дано вектори  $\vec{a}$  та  $\vec{b}$ . Знайти: 1)  $\vec{a} + \vec{b}$ ; 2)  $\vec{a} - \vec{b}$ ; 3)  $|\vec{a} + \vec{b}|$

1.1.  $\vec{a} = (3; -2; 1)$ ,  $\vec{b} = (-5; 4; 2)$ .

1.2.  $\vec{a} = (-4; -1; 3)$ ,  $\vec{b} = (2; -4; 1)$ .

1.3.  $\vec{a} = (-3; 2; 4)$ ,  $\vec{b} = (1; -3; 5)$ .

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 32

$$1.4. \vec{a}=(2; -1; 4), \vec{b}=(3; -1; 5).$$

$$1.5. \vec{a}=(-6; 2; 3), \vec{b}=(2; 1; -4).$$

$$1.6. \vec{a}=(2; 3; -2), \vec{b}=(1; 2; -4).$$

$$1.7. \vec{a}=(3; -5; 2), \vec{b}=(-2; 3; 1).$$

$$1.8. \vec{a}=(-4; 2; -3), \vec{b}=(1; -4; 1).$$

$$1.9. \vec{a}=(4; -3; 5), \vec{b}=(2; -5; 1).$$

$$1.10. \vec{a}=(1; -4; 5), \vec{b}=(2; 1; 6).$$

$$1.11. \vec{a}=(-1; 2; -3), \vec{b}=(-2; 4; -3).$$

$$1.12. \vec{a}=(2; -4; 5), \vec{b}=(1; -2; 2).$$

$$1.13. \vec{a}=(3; -2; 3), \vec{b}=(-1; 5; -2).$$

$$1.14. \vec{a}=(4; -1; 3), \vec{b}=(2; -3; 3).$$

$$1.15. \vec{a}=(1; -2; 3), \vec{b}=(1; 1; 3).$$

$$1.16. \vec{a}=(-5; -2; -1), \vec{b}=(4; -4; -2).$$

$$1.17. \vec{a}=(2; -5; -1), \vec{b}=(-3; 5; 1).$$

$$1.18. \vec{a}=(3; -2; 5), \vec{b}=(-7; 3; -5).$$

$$1.19. \vec{a}=(2; -1; -4), \vec{b}=(-3; -1; -5).$$

$$1.20. \vec{a}=(-1; 2; -3), \vec{b}=(5; -6; 4).$$

$$1.21. \vec{a}=(2; 3; 2), \vec{b}=(-1; -5; -4).$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 33

$$1.22. \vec{a} = (7; -5; -2), \vec{b} = (8; -3; 1).$$

$$1.23. \vec{a} = (-4; 0; -1), \vec{b} = (2; -4; -1).$$

$$1.24. \vec{a} = (4; -3; 0), \vec{b} = (-2; 6; 1).$$

$$1.25. \vec{a} = (1; 4; -6), \vec{b} = (-2; -1; 4).$$

$$1.26. \vec{a} = (-3; 5; -3), \vec{b} = (2; 4; 3).$$

$$1.27. \vec{a} = (5; -4; -3), \vec{b} = (1; -2; 2).$$

$$1.28. \vec{a} = (-3; 4; 5), \vec{b} = (-2; 5; -2).$$

$$1.29. \vec{a} = (2; -1; 3), \vec{b} = (7; -3; 1).$$

$$1.30. \vec{a} = (0; -4; 3), \vec{b} = (-5; 4; -3).$$

**Завдання 2.** Показати, що вектори  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  утворюють базис і знайти координати вектора  $\vec{d}$  у цьому базисі.

$$2.1. \vec{a} = (3; 4; -3), \vec{b} = (-5; 4; 2), \vec{c} = (2; 3; 0), \vec{d} = (-11; 28; -1)$$

$$2.2. \vec{a} = (2; 1; 0), \vec{b} = (2; 1; 5), \vec{c} = (-1; 2; 1), \vec{d} = (5; 5; 6)$$

$$2.3. \vec{a} = (1; 3; -3), \vec{b} = (-4; 4; 0), \vec{c} = (3; 5; 1), \vec{d} = (-12; 21; -2)$$

$$2.4. \vec{a} = (1; 1; 2), \vec{b} = (4; -4; 3), \vec{c} = (-1; 1; 0), \vec{d} = (-15; 17; -10)$$

$$2.5. \vec{a} = (2; 2; 0), \vec{b} = (-2; 5; -1), \vec{c} = (3; 1; 5), \vec{d} = (9; 34; 20)$$

$$2.6. \vec{a} = (3; 1; 0), \vec{b} = (5; -4; 1), \vec{c} = (-1; 4; -4), \vec{d} = (-7; 3; 12)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 34

- 2.7.  $\vec{a} = (0; -4; 1)$ ,  $\vec{b} = (-2; -3; 5)$ ,  $\vec{c} = (5; 4; -1)$ ,  $\vec{d} = (1; 5; -14)$
- 2.8.  $\vec{a} = (-1; -5; 1)$ ,  $\vec{b} = (-1; 4; -2)$ ,  $\vec{c} = (5; 2; 0)$ ,  $\vec{d} = (-3; 21; -9)$
- 2.9.  $\vec{a} = (-2; -3; 3)$ ,  $\vec{b} = (-3; -5; 4)$ ,  $\vec{c} = (4; 4; 0)$ ,  $\vec{d} = (19; 31; -26)$
- 2.10.  $\vec{a} = (2; 2; 1)$ ,  $\vec{b} = (-3; 3; -4)$ ,  $\vec{c} = (2; 1; 1)$ ,  $\vec{d} = (-5; 11; -10)$
- 2.11.  $\vec{a} = (-1; -1; 0)$ ,  $\vec{b} = (3; -2; 4)$ ,  $\vec{c} = (-2; 4; -1)$ ,  $\vec{d} = (-3; 1; -7)$
- 2.12.  $\vec{a} = (-2; 0; 1)$ ,  $\vec{b} = (-4; 1; 3)$ ,  $\vec{c} = (1; 2; 1)$ ,  $\vec{d} = (1; 3; 2)$
- 2.13.  $\vec{a} = (-3; -4; 1)$ ,  $\vec{b} = (0; 4; -3)$ ,  $\vec{c} = (4; 5; 1)$ ,  $\vec{d} = (13; 33; -14)$
- 2.14.  $\vec{a} = (-3; -2; 1)$ ,  $\vec{b} = (2; 0; -5)$ ,  $\vec{c} = (2; 3; 1)$ ,  $\vec{d} = (11; 9; -2)$
- 2.15.  $\vec{a} = (-4; -2; 1)$ ,  $\vec{b} = (-4; -3; 3)$ ,  $\vec{c} = (3; 3; 0)$ ,  $\vec{d} = (28; 17; -13)$
- 2.16.  $\vec{a} = (-5; -3; 0)$ ,  $\vec{b} = (1; 2; -4)$ ,  $\vec{c} = (3; 3; 1)$ ,  $\vec{d} = (24; 22; -7)$
- 2.17.  $\vec{a} = (-4; -1; 0)$ ,  $\vec{b} = (5; -1; 2)$ ,  $\vec{c} = (3; 1; -3)$ ,  $\vec{d} = (12; 2; 7)$
- 2.18.  $\vec{a} = (0; 2; 1)$ ,  $\vec{b} = (3; -1; 4)$ ,  $\vec{c} = (4; -4; -1)$ ,  $\vec{d} = (-7; 5; -3)$
- 2.19.  $\vec{a} = (-1; -3; 3)$ ,  $\vec{b} = (1; -4; -1)$ ,  $\vec{c} = (1; -4; 0)$ ,  $\vec{d} = (-3; 19; 1)$
- 2.20.  $\vec{a} = (-2; 5; -1)$ ,  $\vec{b} = (3; -3; 2)$ ,  $\vec{c} = (2; -2; 0)$ ,  $\vec{d} = (-5; -1; -4)$
- 2.21.  $\vec{a} = (-3; -4; 4)$ ,  $\vec{b} = (0; -4; -3)$ ,  $\vec{c} = (2; 2; -1)$ ,  $\vec{d} = (7; 26; 1)$
- 2.22.  $\vec{a} = (5; -3; 0)$ ,  $\vec{b} = (-3; 2; -3)$ ,  $\vec{c} = (-1; 2; 5)$ ,  $\vec{d} = (-5; 2; -11)$
- 2.23.  $\vec{a} = (-4; 4; 2)$ ,  $\vec{b} = (4; -1; 3)$ ,  $\vec{c} = (3; -2; 0)$ ,  $\vec{d} = (12; -15; -11)$
- 2.24.  $\vec{a} = (-5; -5; 4)$ ,  $\vec{b} = (-1; -2; 1)$ ,  $\vec{c} = (3; 3; 0)$ ,  $\vec{d} = (27; 29; -22)$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 35

$$2.25. \vec{a} = (0; -3; 5), \vec{b} = (-3; 2; -3), \vec{c} = (5; 2; -1), \vec{d} = (-11; 2; -5)$$

$$2.26. \vec{a} = (-2; 2; 1), \vec{b} = (4; 3; -1), \vec{c} = (3; -3; 0), \vec{d} = (16; 5; -5)$$

$$2.27. \vec{a} = (-3; -4; 1), \vec{b} = (-2; 0; -4), \vec{c} = (4; 1; -3), \vec{d} = (-3; 9; 6)$$

$$2.28. \vec{a} = (-4; 3; 0), \vec{b} = (5; 1; 1), \vec{c} = (4; -3; 1), \vec{d} = (25; -14; 2)$$

$$2.29. \vec{a} = (0; 4; 3), \vec{b} = (2; -5; 5), \vec{c} = (1; -1; 2), \vec{d} = (-8; 23; -21)$$

$$2.30. \vec{a} = (4; 1; -3), \vec{b} = (-1; 1; 4), \vec{c} = (-2; 0; -1), \vec{d} = (17; 5; -7)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 36

## Тема 9

### Векторна алгебра. Скалярний добуток векторів

#### План роботи

1. Опрацювати матеріал лекції за темою заняття
2. Опрацювати теоретичний матеріал з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: Розділ 2. п.4, с. 56
3. Розглянути приклади з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: №№ 39, 40, 41, 43, 44, 45, 46, 48 (с. 56-58)
4. Виконати самостійно вправи з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: №№ 54, 59, 60, 63 (с. 59-60)
5. Виконати Індивідуальне Завдання (ІЗ 6. Номер варіанта – номер у списку групи)

**Завдання 1.** Дано вектори  $\vec{a}$  та  $\vec{b}$ .

Знайти: 1) скалярний добуток векторів  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ;

2)  $(2\vec{a} + \vec{b}) \cdot (3\vec{a} - \vec{b})$

1.1.  $\vec{a} = (3; -2; 1)$ ,  $\vec{b} = (-5; 4; 2)$ .

1.2.  $\vec{a} = (-4; -1; 3)$ ,  $\vec{b} = (2; -4; 1)$ .

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 37

$$1.3. \vec{a}=(-3;2;4), \vec{b}=(1;-3;5).$$

$$1.4. \vec{a}=(2;-1;4), \vec{b}=(3;-1;5).$$

$$1.5. \vec{a}=(-6;2;3), \vec{b}=(2;1;-4).$$

$$1.6. \vec{a}=(2;3;-2), \vec{b}=(1;2;-4).$$

$$1.7. \vec{a}=(3;-5;2), \vec{b}=(-2;3;1).$$

$$1.8. \vec{a}=(-4;2;-3), \vec{b}=(1;-4;1).$$

$$1.9. \vec{a}=(4;-3;5), \vec{b}=(2;-5;1).$$

$$1.10. \vec{a}=(1;-4;5), \vec{b}=(2;1;6).$$

$$1.11. \vec{a}=(-1;2;-3), \vec{b}=(-2;4;-3).$$

$$1.12. \vec{a}=(2;-4;5), \vec{b}=(1;-2;2).$$

$$1.13. \vec{a}=(3;-2;3), \vec{b}=(-1;5;-2).$$

$$1.14. \vec{a}=(4;-1;3), \vec{b}=(2;-3;3).$$

$$1.15. \vec{a}=(1;-2;3), \vec{b}=(1;1;3).$$

$$1.16. \vec{a}=(-5;-2;-1), \vec{b}=(4;-4;-2).$$

$$1.17. \vec{a}=(2;-5;-1), \vec{b}=(-3;5;1).$$

$$1.18. \vec{a}=(3;-2;5), \vec{b}=(-7;3;-5).$$

$$1.19. \vec{a}=(2;-1;-4), \vec{b}=(-3;-1;-5).$$

$$1.20. \vec{a}=(-1;2;-3), \vec{b}=(5;-6;4).$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 38

$$1.21. \vec{a}=(2;3;2), \vec{b}=(-1;-5;-4).$$

$$1.22. \vec{a}=(7;-5;-2), \vec{b}=(8;-3;1).$$

$$1.23. \vec{a}=(-4;0;-1), \vec{b}=(2;-4;-1).$$

$$1.24. \vec{a}=(4;-3;0), \vec{b}=(-2;6;1).$$

$$1.25. \vec{a}=(1;4;-6), \vec{b}=(-2;-1;4).$$

$$1.26. \vec{a}=(-3;5;-3), \vec{b}=(2;4;3).$$

$$1.27. \vec{a}=(5;-4;-3), \vec{b}=(1;-2;2).$$

$$1.28. \vec{a}=(-3;4;5), \vec{b}=(-2;5;-2).$$

$$1.29. \vec{a}=(2;-1;3), \vec{b}=(7;-3;1).$$

$$1.30. \vec{a}=(0;-4;3), \vec{b}=(-5;4;-3).$$

**Завдання 2.** Дано координати вершин трикутника  $A_1A_2A_3$

Знайти внутрішній кут трикутника при вершині  $A_2$ .

$$2.1. A_1 3;1;2, A_2 5;0;-1, A_3 0;3;6.$$

$$2.2. A_1 3;1;4, A_2 -1;6;1, A_3 -1;1;6.$$

$$2.3. A_1 3;3;9, A_2 6;9;1, A_3 1;7;3.$$

$$2.4. A_1 2;4;3, A_2 7;6;3, A_3 4;9;3.$$

$$2.5. A_1 9;5;5, A_2 -3;7;1, A_3 5;7;8.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 39

- 2.6.  $A_1$  0;7;1 ,  $A_2$  4;1;5 ,  $A_3$  4;6;3 .
- 2.7.  $A_1$  5;5;4 ,  $A_2$  3;8;4 ,  $A_3$  3;5;10 .
- 2.8.  $A_1$  6;1;1 ,  $A_2$  4;6;6 ,  $A_3$  4;2;0 .
- 2.9.  $A_1$  7;5;3 ,  $A_2$  9;4;4 ,  $A_3$  4;5;7 .
- 2.10.  $A_1$  6;6;2 ,  $A_2$  5;4;7 ,  $A_3$  2;4;7 .
- 2.11.  $A_1$  -4;6;4 ,  $A_2$  2;1;5 ,  $A_3$  -1;-2;2 .
- 2.12.  $A_1$  2;-1;9 ,  $A_2$  1;1;5 ,  $A_3$  7;3;1 .
- 2.13.  $A_1$  1;-2;2 ,  $A_2$  -1;-3;4 ,  $A_3$  5;5;-1 .
- 2.14.  $A_1$  1;1;3 ,  $A_2$  7;1;1 ,  $A_3$  4;1;-1 .
- 2.15.  $A_1$  -3;1;-2 ,  $A_2$  2;0;-1 ,  $A_3$  3;4;-5 .
- 2.16.  $A_1$  -3;1;2 ,  $A_2$  5;2;-1 ,  $A_3$  1;-3;5 .
- 2.17.  $A_1$  -2;1;0 ,  $A_2$  1;-5;1 ,  $A_3$  3;1;4 .
- 2.18.  $A_1$  3;-3;1 ,  $A_2$  2;-4;1 ,  $A_3$  -1;2;3 .
- 2.19.  $A_1$  2;-4;3 ,  $A_2$  0;5;3 ,  $A_3$  2;-3;3 .
- 2.20.  $A_1$  1;2;5 ,  $A_2$  -2;1;1 ,  $A_3$  3;7;2 .
- 2.21.  $A_1$  0;2;1 ,  $A_2$  -4;1;-5 ,  $A_3$  2;-1;3 .
- 2.22.  $A_1$  3;-5;4 ,  $A_2$  3;8;4 ,  $A_3$  5;-1;6 .
- 2.23.  $A_1$  4;1;1 ,  $A_2$  4;6;6 ,  $A_3$  7;6;10 .
- 2.24.  $A_1$  -2;5;-3 ,  $A_2$  2;2;-3 ,  $A_3$  5;2;1 .
- 2.25.  $A_1$  3;3;-2 ,  $A_2$  5;5;-1 ,  $A_3$  2;5;3 .

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	<b>Ф-20.07-</b> <b>05.02/2/122.00.1/Б/ОК7-</b> <b>2021</b>
	<i>Екземпляр № 1</i>	<i>Арк 64 / 40</i>

2.26.  $A_1 -2;5;4$  ,  $A_2 1;1;4$  ,  $A_3 5;-2;4$  .

2.27.  $A_1 -2;-1;5$  ,  $A_2 1;3;5$  ,  $A_3 7;3;1$  .

2.28.  $A_1 1;-2;-2$  ,  $A_2 1;1;2$  ,  $A_3 5;4;7$  .

2.29.  $A_1 1;2;3$  ,  $A_2 5;5;3$  ,  $A_3 4;3;5$  .

2.30.  $A_1 -3;1;2$  ,  $A_2 2;4;-2$  ,  $A_3 3;2;0$  .

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 41

## Тема 10

### Векторна алгебра. Векторний добуток векторів

#### План роботи

1. Опрацювати матеріал лекції за темою заняття
2. Опрацювати теоретичний матеріал з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: Розділ 2. п.5, с. 61
3. Розглянути приклади з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: №№ 65, 66, 68, 69, 71 (с. 61-63)
4. Виконати самостійно вправи з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: №№ 74, 75, 76, 77, 78 (с. 64)
5. Виконати Індивідуальне Завдання (ІЗ 7. Номер варіанта – номер у списку групи)

**Завдання 1.** Дано вектори  $\vec{a}$  та  $\vec{b}$ .

Знайти: 1) векторний добуток  $\vec{a} \times \vec{b}$ ; 2)  $(\vec{a} - 2\vec{b}) \times (2\vec{a} + 3\vec{b})$ .

1.1.  $\vec{a} = (3; -2; 1)$ ,  $\vec{b} = (-5; 4; 2)$ .

1.2.  $\vec{a} = (-4; -1; 3)$ ,  $\vec{b} = (2; -4; 1)$ .

1.3.  $\vec{a} = (-3; 2; 4)$ ,  $\vec{b} = (1; -3; 5)$ .

1.4.  $\vec{a} = (2; -1; 4)$ ,  $\vec{b} = (3; -1; 5)$ .

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРЬСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	<b>Ф-20.07-</b> <b>05.02/2/122.00.1/Б/ОК7-</b> <b>2021</b>
	<i>Екземпляр № 1</i>	<i>Арк 64 / 42</i>

$$1.5. \vec{a}=(-6;2;3), \vec{b}=(2;1;-4).$$

$$1.6. \vec{a}=(2;3;-2), \vec{b}=(1;2;-4).$$

$$1.7. \vec{a}=(3;-5;2), \vec{b}=(-2;3;1).$$

$$1.8. \vec{a}=(-4;2;-3), \vec{b}=(1;-4;1).$$

$$1.9. \vec{a}=(4;-3;5), \vec{b}=(2;-5;1).$$

$$1.10. \vec{a}=(1;-4;5), \vec{b}=(2;1;6).$$

$$1.11. \vec{a}=(-1;2;-3), \vec{b}=(-2;4;-3).$$

$$1.12. \vec{a}=(2;-4;5), \vec{b}=(1;-2;2).$$

$$1.13. \vec{a}=(3;-2;3), \vec{b}=(-1;5;-2).$$

$$1.14. \vec{a}=(4;-1;3), \vec{b}=(2;-3;3).$$

$$1.15. \vec{a}=(1;-2;3), \vec{b}=(1;1;3).$$

$$1.16. \vec{a}=(-5;-2;-1), \vec{b}=(4;-4;-2).$$

$$1.17. \vec{a}=(2;-5;-1), \vec{b}=(-3;5;1).$$

$$1.18. \vec{a}=(3;-2;5), \vec{b}=(-7;3;-5).$$

$$1.19. \vec{a}=(2;-1;-4), \vec{b}=(-3;-1;-5).$$

$$1.20. \vec{a}=(-1;2;-3), \vec{b}=(5;-6;4).$$

$$1.21. \vec{a}=(2;3;2), \vec{b}=(-1;-5;-4).$$

$$1.22. \vec{a}=(7;-5;-2), \vec{b}=(8;-3;1).$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 43

$$1.23. \vec{a} = (-4; 0; -1), \vec{b} = (2; -4; -1).$$

$$1.24. \vec{a} = (4; -3; 0), \vec{b} = (-2; 6; 1).$$

$$1.25. \vec{a} = (1; 4; -6), \vec{b} = (-2; -1; 4).$$

$$1.26. \vec{a} = (-3; 5; -3), \vec{b} = (2; 4; 3).$$

$$1.27. \vec{a} = (5; -4; -3), \vec{b} = (1; -2; 2).$$

$$1.28. \vec{a} = (-3; 4; 5), \vec{b} = (-2; 5; -2).$$

$$1.29. \vec{a} = (2; -1; 3), \vec{b} = (7; -3; 1).$$

$$1.30. \vec{a} = (0; -4; 3), \vec{b} = (-5; 4; -3).$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 44

## Тема 11

### Векторна алгебра. Мішаний добуток векторів

#### План роботи

1. Опрацювати матеріал лекції за темою заняття
2. Опрацювати теоретичний матеріал з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: Розділ 2. п.б, с. 65
3. Розглянути приклади з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: №№ 81, 83, 84, 85 (с. 65-68)
4. Виконати самостійно вправи з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: №№ 88, 89, 90, 91 (с. 68)
5. Виконати Індивідуальне Завдання (ІЗ 8. Номер варіанта – номер у списку групи)

**Завдання 1.** Дано координати вершин піраміди  $A_1A_2A_3A_4$ . Знайти площу грані  $A_1A_2A_3$ , об'єм піраміди та висоту піраміди  $A_4H$ .

1.1.  $A_1$  7;0;3 ,  $A_2$  3;0;-1 ,  $A_3$  3;0;5 ,  $A_4$  4;3;-2 .

1.2.  $A_1$  1;-1;6 ,  $A_2$  2;5;-2 ,  $A_3$  -3;3;3 ,  $A_4$  4;1;5 .

1.3.  $A_1$  3;6;1 ,  $A_2$  6;1;4 ,  $A_3$  3;-6;10 ,  $A_4$  7;5;4 .

1.4.  $A_1$  1;1;3 ,  $A_2$  4;1;6 ,  $A_3$  6;4;1 ,  $A_4$  0;5;6 .

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	<b>Ф-20.07-</b> <b>05.02/2/122.00.1/Б/ОК7-</b> <b>2021</b>
	<i>Екземпляр № 1</i>	<i>Арк 64 / 45</i>

- 1.5.**  $A_1$  4;4;5 ,  $A_2$  10;2;3 ,  $A_3$  -3;5;4 ,  $A_4$  6;-2;2 .
- 1.6.**  $A_1$  -1;2;5 ,  $A_2$  -4;6;4 ,  $A_3$  2;1;5 ,  $A_4$  -1;-2;2 .
- 1.7.**  $A_1$  2;-1;9 ,  $A_2$  1;1;5 ,  $A_3$  7;3;1 ,  $A_4$  2;6;-2 .
- 1.8.**  $A_1$  1;-2;2 ,  $A_2$  -1;-3;4 ,  $A_3$  5;5;-1 ,  $A_4$  2;4;-5 .
- 1.9.**  $A_1$  1;1;3 ,  $A_2$  7;1;1 ,  $A_3$  2;2;2 ,  $A_4$  4;1;-1 .
- 1.10.**  $A_1$  -3;1;-2 ,  $A_2$  2;0;-1 ,  $A_3$  0;-2;6 ,  $A_4$  3;4;-5 .
- 1.11.**  $A_1$  1;8;2 ,  $A_2$  5;2;6 ,  $A_3$  5;7;4 ,  $A_4$  4;10;9 .
- 1.12.**  $A_1$  6;6;5 ,  $A_2$  4;9;5 ,  $A_3$  4;6;11 ,  $A_4$  6;9;3 .
- 1.13.**  $A_1$  7;2;2 ,  $A_2$  -5;7;-7 ,  $A_3$  5;-3;1 ,  $A_4$  2;3;7 .
- 1.14.**  $A_1$  8;-6;4 ,  $A_2$  10;5;-5 ,  $A_3$  5;6;-8 ,  $A_4$  8;10;7 .
- 1.15.**  $A_1$  1;-2;7 ,  $A_2$  4;2;10 ,  $A_3$  2;3;5 ,  $A_4$  5;3;7 .
- 1.16.**  $A_1$  -2;0;3 ,  $A_2$  0;0;-1 ,  $A_3$  3;0;-5 ,  $A_4$  4;-3;-2 .
- 1.17.**  $A_1$  5;1;-2 ,  $A_2$  -2;5;-2 ,  $A_3$  -3;1;1 ,  $A_4$  2;1;5 .
- 1.18.**  $A_1$  3;-2;1 ,  $A_2$  -1;1;4 ,  $A_3$  0;-6;3 ,  $A_4$  -7;0;2 .
- 1.19.**  $A_1$  1;1;-2 ,  $A_2$  3;-1;6 ,  $A_3$  4;3;2 ,  $A_4$  -1;5;6 .
- 1.20.**  $A_1$  3;3;5 ,  $A_2$  7;3;2 ,  $A_3$  -1;7;5 ,  $A_4$  -3;1;2 .
- 1.21.**  $A_1$  -1;2;-1 ,  $A_2$  4;2;4 ,  $A_3$  7;-1;4 ,  $A_4$  -1;-2;2 .
- 1.22.**  $A_1$  3;-1;3 ,  $A_2$  -1;1;5 ,  $A_3$  2;3;1 ,  $A_4$  -2;5;2 .
- 1.23.**  $A_1$  -3;2;2 ,  $A_2$  4;-3;1 ,  $A_3$  2;2;-1 ,  $A_4$  1;7;-5 .

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	<b>Ф-20.07-</b> <b>05.02/2/122.00.1/Б/ОК7-</b> <b>2021</b>
	<i>Екземпляр № 1</i>	<i>Арк 64 / 46</i>

**1.24.**  $A_1 -1;1;3$  ,  $A_2 -2;1;-1$  ,  $A_3 1;5;2$  ,  $A_4 5;-4;3$  .

**1.25.**  $A_1 3;1;2$  ,  $A_2 -2;0;-1$  ,  $A_3 0;0;0$  ,  $A_4 -3;2;2$  .

**1.26.**  $A_1 1;4;2$  ,  $A_2 -5;2;1$  ,  $A_3 0;3;0$  ,  $A_4 2;-3;9$  .

**1.27.**  $A_1 3;3;3$  ,  $A_2 7;-2;6$  ,  $A_3 2;1;2$  ,  $A_4 -3;-6;3$  .

**1.28.**  $A_1 1;1;1$  ,  $A_2 0;2;-5$  ,  $A_3 2;-3;1$  ,  $A_4 -2;3;7$  .

**1.29.**  $A_1 3;1;4$  ,  $A_2 7;5;6$  ,  $A_3 10;8;6$  ,  $A_4 -3;1;-7$  .

**1.30.**  $A_1 1;0;2$  ,  $A_2 4;4;2$  ,  $A_3 1;3;4$  ,  $A_4 -5;3;-2$  .

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 47

## Теми 12-13

### Аналітична геометрія. Пряма на площині

#### План роботи

1. Опрацювати матеріал лекції за темою заняття
2. Опрацювати теоретичний матеріал з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Коваля В.О.: Розділ 3. п.1, с. 69-71
3. Розглянути приклади з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Коваля В.О.: №№ 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 (с. 72-79)
4. Виконати самостійно вправи з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Коваля В.О.: №№ 25, 30, 31, 32, 33, 34 (с. 79-80)
5. Виконати Індивідуальне Завдання (ІЗ 9. Номер варіанта – номер у списку групи)

**Завдання 1.** Дано координати вершин трикутника  $ABC$ .

Знайти: 1) рівняння сторони  $AB$ ;

2) рівняння висоти  $CH$ ;

3) рівняння медіани  $BM$ ;

4) точку перетину медіани  $BM$  і висоти  $CH$ ;

5) рівняння середньої лінії трикутника, яка паралельна до сторони  $AB$ .

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 48

- 1.1.  $A 7;3, B 3;-1, C 3;5$  .
- 1.2.  $A 1;-1, B 2;5, C -3;3$  .
- 1.3.  $A 3;6, B 6;1, C 3;-6$  .
- 1.4.  $A 1;3, B 1;6, C 6;2$  .
- 1.5.  $A 4;5, B 2;3, C -3;4$  .
- 1.6.  $A -1;2, B -4;6, C 2;1$  .
- 1.7.  $A 2;-1, B 1;5, C 3;1$  .
- 1.8.  $A 1;-2, B -1;-3, C 5;-1$  .
- 1.9.  $A 1;3, B 7;1, C 2;-2$  .
- 1.10.  $A 3;2, B 5;-1, C 0;6$  .
- 1.11.  $A 2;3, B -2;5, C -2;-1$  .
- 1.12.  $A 2;3, B -1;4, C -3;2$  .
- 1.13.  $A 3;-2, B 2;-3, C -5;-2$  .
- 1.14.  $A -3;1, B -5;2, C 1;-1$  .
- 1.15.  $A -3;-2, B 2;-2, C 1;4$  .
- 1.16.  $A -1;3, B 3;1, C -3;2$  .
- 1.17.  $A 1;0, B 2;4, C -2;5$  .
- 1.18.  $A -3;5, B 7;2, C 1;2$  .
- 1.19.  $A -1;-1, B 1;5, C -4;2$  .

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 49

1.20.  $A -3;5$  ,  $B 2;-2$  ,  $C 0;4$  .

1.21.  $A 1;2$  ,  $B -3;-3$  ,  $C 0;1$  .

1.22.  $A -2;-1$  ,  $B -1;5$  ,  $C 3;-1$  .

1.23.  $A 0;-2$  ,  $B 1;-3$  ,  $C -5;4$  .

1.24.  $A 1;1$  ,  $B 4;5$  ,  $C 5;-2$  .

1.25.  $A 3;2$  ,  $B 4;-2$  ,  $C 1;6$  .

1.26.  $A -2;3$  ,  $B 2;-5$  ,  $C 2;7$  .

1.27.  $A 2;0$  ,  $B -1;4$  ,  $C 3;7$  .

1.28.  $A -1;-2$  ,  $B 2;-3$  ,  $C 5;3$  .

1.29.  $A 3;-1$  ,  $B -5;2$  ,  $C 4;3$  .

1.30.  $A -1;-1$  ,  $B 2;-2$  ,  $C 5;7$  .

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 50

## Теми 14-15

### Аналітична геометрія. Площина у просторі. Пряма у просторі

#### План роботи

1. Опрацювати матеріал лекції за темою заняття
2. Опрацювати теоретичний матеріал з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: Розділ 3. п.2, с. 81-82, п. 3, с. 89-91
3. Розглянути приклади з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: №№ 43, 44, 46, 47, 50, 51, 54 (с. 83-84), №№ 73, 74, 75, 78, 79, 80 (с. 91-97)
4. Виконати самостійно вправи з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: №№ 61, 62 (с. 88), №№ 89, 92, 97, 98 (с. 99-100)
5. Виконати Індивідуальне Завдання (ІЗ 10. Номер варіанта – номер у списку групи)

**Завдання 1.** Дано координати вершин піраміди  $A_1A_2A_3A_4$

Знайти: 1) довжину сторони  $A_1A_2$  ;

2) рівняння прямої  $A_1A_2$  ;

3) рівняння площини  $A_1A_2A_3$  ;

4) рівняння висоти  $A_4O$  ;

5) рівняння прямої, що проходить через точку  $A_4$ ,

паралельно площині  $A_1A_2A_3$ .

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 51

- 1.1.  $A_1$  4;2;5 ,  $A_2$  0;7;2 ,  $A_3$  0;2;7 ,  $A_4$  1;5;0 .
- 1.2.  $A_1$  4;4;10 ,  $A_2$  4;10;2 ,  $A_3$  2;8;4 ,  $A_4$  9;6;9 .
- 1.3.  $A_1$  4;6;5 ,  $A_2$  6;9;4 ,  $A_3$  2;10;10 ,  $A_4$  7;5;9 .
- 1.4.  $A_1$  3;5;4 ,  $A_2$  8;7;4 ,  $A_3$  5;10;4 ,  $A_4$  4;7;8 .
- 1.5.  $A_1$  10;6;6 ,  $A_2$  -2;8;2 ,  $A_3$  6;8;9 ,  $A_4$  7;10;3 .
- 1.6.  $A_1$  1;8;2 ,  $A_2$  5;2;6 ,  $A_3$  5;7;4 ,  $A_4$  4;10;9 .
- 1.7.  $A_1$  6;6;5 ,  $A_2$  4;9;5 ,  $A_3$  4;6;11 ,  $A_4$  6;9;3 .
- 1.8.  $A_1$  7;2;2 ,  $A_2$  5;7;7 ,  $A_3$  5;3;1 ,  $A_4$  2;3;7 .
- 1.9.  $A_1$  8;6;4 ,  $A_2$  10;5;5 ,  $A_3$  5;6;8 ,  $A_4$  8;10;7 .
- 1.10.  $A_1$  7;7;3 ,  $A_2$  6;5;8 ,  $A_3$  3;5;8 ,  $A_4$  8;4;1 .
- 1.11.  $A_1$  4;2;5 ,  $A_2$  0;7;1 ,  $A_3$  0;2;7 ,  $A_4$  1;5;0 .
- 1.12.  $A_1$  4;4;10 ,  $A_2$  7;10;2 ,  $A_3$  2;8;4 ,  $A_4$  9;6;9 .
- 1.13.  $A_1$  4;6;5 ,  $A_2$  6;9;4 ,  $A_3$  2;10;10 ,  $A_4$  7;5;9 .
- 1.14.  $A_1$  3;5;4 ,  $A_2$  8;7;4 ,  $A_3$  5;10;4 ,  $A_4$  4;7;8 .
- 1.15.  $A_1$  1;8;2 ,  $A_2$  5;2;6 ,  $A_3$  5;7;4 ,  $A_4$  4;10;9 .
- 1.16.  $A_1$  -2;0;3 ,  $A_2$  0;0;-1 ,  $A_3$  3;0;-5 ,  $A_4$  4;-3;-2 .
- 1.17.  $A_1$  5;1;-2 ,  $A_2$  -2;5;-2 ,  $A_3$  -3;1;1 ,  $A_4$  2;1;5 .
- 1.18.  $A_1$  3;-2;1 ,  $A_2$  -1;1;4 ,  $A_3$  0;-6;3 ,  $A_4$  -7;0;2 .
- 1.19.  $A_1$  1;1;-2 ,  $A_2$  3;-1;6 ,  $A_3$  4;3;2 ,  $A_4$  -1;5;6 .

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 52

**1.20.**  $A_1$  3;3;5 ,  $A_2$  7;3;2 ,  $A_3$  -1;7;5 ,  $A_4$  -3;1;2 .

**1.21.**  $A_1$  -1;2;-1 ,  $A_2$  4;2;4 ,  $A_3$  7;-1;4 ,  $A_4$  -1;-2;2 .

**1.22.**  $A_1$  3;-1;3 ,  $A_2$  -1;1;5 ,  $A_3$  2;3;1 ,  $A_4$  -2;5;2 .

**1.23.**  $A_1$  -3;2;2 ,  $A_2$  4;-3;1 ,  $A_3$  2;2;-1 ,  $A_4$  1;7;-5 .

**1.24.**  $A_1$  -1;1;3 ,  $A_2$  -2;1;-1 ,  $A_3$  1;5;2 ,  $A_4$  5;-4;3 .

**1.25.**  $A_1$  3;1;2 ,  $A_2$  -2;0;-1 ,  $A_3$  0;0;0 ,  $A_4$  -3;2;2 .

**1.26.**  $A_1$  1;4;2 ,  $A_2$  -5;2;1 ,  $A_3$  0;3;0 ,  $A_4$  2;-3;9 .

**1.27.**  $A_1$  3;3;3 ,  $A_2$  7;-2;6 ,  $A_3$  2;1;2 ,  $A_4$  -3;-6;3 .

**1.28.**  $A_1$  1;1;1 ,  $A_2$  0;2;-5 ,  $A_3$  2;-3;1 ,  $A_4$  -2;3;7 .

**1.29.**  $A_1$  3;1;4 ,  $A_2$  7;5;6 ,  $A_3$  10;8;6 ,  $A_4$  -3;1;-7 .

**1.30.**  $A_1$  1;0;2 ,  $A_2$  4;4;2 ,  $A_3$  1;3;4 ,  $A_4$  -5;3;-2 .

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 53

### Приклади розв'язань завдань

Добутком матриці  $A = (a_{ij})_{m \times p}$  на матрицю  $B = (b_{ij})_{p \times n}$  називають матрицю  $C = AB$  розміру  $m \times n$ , елементи  $c_{ij}$  якої обчислюються за правилом:  $c_{ij}$  є сумою попарних добутків елементів  $i$ -го рядка матриці  $A$  та відповідних елементів  $j$ -го стовпця матриці  $B$ . Добуток  $AB$  визначений, якщо число стовпців матриці  $A$  дорівнює числу рядків матриці  $B$ . В загальному випадку  $AB \neq BA$ .

Транспонування матриці: якщо рядки матриці  $A$  записати як стовпці (зберігаючи порядок), то отриману матрицю називають *транспонованою* до матриці  $A$  і позначають  $A^T$ .

1. Обчислити добуток матриць  $A$  та  $B$ , якщо

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \Gamma \quad AB &= \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot (-1) + (-1) \cdot (-2) & 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 1 \\ (-1) \cdot (-1) + 1 \cdot (-2) & (-1) \cdot 1 + 1 \cdot 1 \\ 0 \cdot (-1) + 3 \cdot (-2) & 0 \cdot 1 + 3 \cdot 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}. \quad \perp \end{aligned}$$

2. Обчислити  $AB$ , якщо  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

$$\Gamma \quad AB = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 54

$$= \begin{pmatrix} (-1) \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + 2 \cdot 0 & (-1) \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 & (-1) \cdot 2 + 1 \cdot (-1) + 1 \cdot 0 \\ 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 & 2 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot 2 + 1 \cdot (-1) + 3 \cdot 1 \\ 4 \cdot 1 + 3 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 & 4 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 1 \cdot 1 & 4 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) + 1 \cdot 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & -1 & -3 \\ 7 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}. \quad \square$$

Визначник є числовою характеристикою квадратної матриці. Визначником матриці  $A$  розміру  $2 \times 2$  або визначником другого порядку називається число, яке обчислюється за формулою

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}.$$

Визначником матриці  $A$  розміру  $3 \times 3$  або визначником третього порядку називається число, яке обчислюється за формулою

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}.$$

3. Обчислити визначники:  $\begin{vmatrix} -1 & 2 & -5 \\ 1 & -10 & -1 \\ 3 & 2 & 6 \end{vmatrix}.$

Г Застосовуючи послідовно вищенаведені формули, знаходимо

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & -5 \\ 1 & -10 & -1 \\ 3 & 2 & 6 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} -10 & -1 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} + (-5) \cdot \begin{vmatrix} 1 & -10 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= (-1) \cdot ((-10) \cdot 6 - (-1) \cdot 2) - 2 \cdot (1 \cdot 6 - 3 \cdot (-1)) + (-5) \cdot (1 \cdot 2 - 3 \cdot (-10)) =$$

$$= 58 - 18 - 160 = -120. \quad \square$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 55

**4. Розв'язати систему лінійних рівнянь методом Гаусса:**

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 = 1 \\ 3x_1 + 7x_2 = 2. \end{cases}$$

┌ Виключимо невідоме  $x_1$  з другого рівняння. Для цього можна додати до другого рівняння перше рівняння, помножене на  $\left(-\frac{3}{2}\right)$ . Проте, щоб уникнути дій з дробами, краще помножити друге рівняння на 2 і додати до нього перше рівняння, помножене на  $(-3)$ . Опускаючи запис вказаних обчислень, дістанемо систему, рівносильну заданій:

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 = 1 \\ -x_2 = 1. \end{cases}$$

З останнього рівняння маємо  $x_2 = -1$ . Підставляючи знайдене значення  $x_2$  в перше рівняння, знаходимо  $x_1$ :

$$2x_1 + 5 \cdot (-1) = 1, \quad x_1 = \frac{6}{2} = 3.$$

Отже, задана система має розв'язок  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = -1$ . ┘

**5. Розв'язати систему лінійних рівнянь методом Гаусса:**

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 7 \\ 2x_1 + 9x_2 - 8x_3 = 16 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 7. \end{cases}$$

Розв'яжемо систему, використовуючи поняття розширеної матриці. Розширена матриця заданої системи має вигляд

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & 7 \\ 2 & 9 & -8 & 16 \\ 4 & -3 & 1 & 7 \end{array} \right).$$

Виключенню невідомого  $x_1$  з 2-го та 3-го рівнянь системи відповідає утворення нулів у першому стовпці розширеної

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 56

матриці. Для цього виконаємо послідовно такі дії над рядками матриці: 1) додамо до 2-го рядка матриці 1-й рядок, помножений на  $(-2)$ ; 2) додамо до 3-го рядка матриці 1-й рядок, помножений на  $(-4)$ . Запишемо в умовних позначеннях вказані дії, а також їх результат – нову розширену матрицю:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & 7 \\ 2 & 9 & -8 & 16 \\ 4 & -3 & 1 & 7 \end{array} \right) \begin{array}{l} (-2) \\ (-4) \end{array} \longrightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & 7 \\ 0 & 3 & -4 & 2 \\ 0 & -15 & 9 & -21 \end{array} \right).$$

До 3-го рядка отриманої матриці додамо 2-й рядок, помножений на 5 (виключаємо невідоме  $x_2$  з 3-го рівняння системи):

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & 7 \\ 0 & 3 & -4 & 2 \\ 0 & -15 & 9 & -21 \end{array} \right) \xrightarrow{5} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & 7 \\ 0 & 3 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & -11 & -11 \end{array} \right).$$

Зауважимо, що у квадратній таблиці чисел, які записані ліворуч від риски, під діагоналлю стоять нулі.

Випишемо систему рівнянь, яка відповідає знайденій розширеній матриці:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 7 \\ 3x_2 - 4x_3 = 2 \\ -11x_3 = -11. \end{cases}$$

Отримали систему (\*). Її розв'язок  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = 2$ ,  $x_3 = 1$ . ┘

**6. Розв'язати систему лінійних рівнянь матричним методом:**

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 57

$$\begin{cases} 5x_1 + 4x_2 = -35 \\ -x_1 + x_2 = 16. \end{cases}$$

┌ Для заданої системи рівнянь матриця системи, вектор-стовпець вільних членів та вектор-стовпець невідомих мають відповідно вигляд

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -35 \\ 16 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}.$$

Визначник матриці  $|A| = 9$ . Знаходимо обернену матрицю за формулою:  $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix}$

$$A^{-1} = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Застосувавши формулу множення матриць, дістанемо

$$X = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -35 \\ 16 \end{pmatrix} = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 \cdot (-35) + (-4) \cdot 16 \\ 1 \cdot (-35) + 5 \cdot 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Таким чином,  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 \\ 5 \end{pmatrix}$ . Звідси, прирівнюючи відповідні елементи вектор-стовпців, знаходимо  $x_1 = -11$ ,  $x_2 = 5$ . ┘

7. . Розв'язати систему лінійних рівнянь матричним методом:

$$\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 & = 11 \\ -7x_1 + x_2 + x_3 & = -2 \\ 6x_1 - 6x_2 - 3x_3 & = -15. \end{cases}$$

┌ Для заданої системи

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	<b>Ф-20.07-</b> <b>05.02/2/122.00.1/Б/ОК7-</b> <b>2021</b>
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 58

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 0 \\ -7 & 1 & 1 \\ 6 & -6 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 11 \\ -2 \\ -15 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

Обчислимо визначник матриці  $A$ :

$$|A| = \begin{vmatrix} 7 & 2 & 0 \\ -7 & 1 & 1 \\ 6 & -6 & -3 \end{vmatrix} = 7 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -6 & -3 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} -7 & 1 \\ 6 & -3 \end{vmatrix} = -9 \neq 0.$$

Для знаходження оберненої матриці  $A^{-1}$  обчислимо алгебраїчні доповнення  $A_{ij}$ :

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -6 & -3 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-3) - 1 \cdot (-6) = 3,$$

$$A_{12} = - \begin{vmatrix} -7 & 1 \\ 6 & -3 \end{vmatrix} = -(-7) \cdot (-3) + 1 \cdot 6 = -15,$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} -7 & 1 \\ 6 & -6 \end{vmatrix} = (-7) \cdot (-6) - 1 \cdot 6 = 36,$$

$$A_{21} = - \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -6 & -3 \end{vmatrix} = -2 \cdot (-3) + 0 \cdot (-6) = 6,$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} 7 & 0 \\ 6 & -3 \end{vmatrix} = 7 \cdot (-3) - 0 \cdot 6 = -21,$$

$$A_{23} = - \begin{vmatrix} 7 & 2 \\ 6 & -6 \end{vmatrix} = -7 \cdot (-6) + 2 \cdot 6 = 54,$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot 1 - 0 \cdot 1 = 2,$$

$$A_{32} = - \begin{vmatrix} 7 & 0 \\ -7 & 1 \end{vmatrix} = -7 \cdot 1 + 0 \cdot (-7) = -7,$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} 7 & 2 \\ -7 & 1 \end{vmatrix} = 7 \cdot 1 - 2 \cdot (-7) = 21.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 59

Знаходимо обернену матрицю за формулою:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{-9} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 6 & 2 \\ -15 & -21 & -7 \\ 36 & 54 & 21 \end{pmatrix}.$$

Дістанемо

$$\begin{aligned} X &= \frac{1}{-9} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 6 & 2 \\ -15 & -21 & -7 \\ 36 & 54 & 21 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 11 \\ -2 \\ -15 \end{pmatrix} = \\ &= -\frac{1}{9} \cdot \begin{pmatrix} 3 \cdot 11 + 6 \cdot (-2) + 2 \cdot (-15) \\ (-15) \cdot 11 + (-21) \cdot (-2) + (-7) \cdot (-15) \\ 36 \cdot 11 + 54 \cdot (-2) + 21 \cdot (-15) \end{pmatrix} = -\frac{1}{9} \cdot \begin{pmatrix} -9 \\ -18 \\ -27 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Таким чином,  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  або  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 2$ ,  $x_3 = 3$ . ┘

**8. Розв'язати систему лінійних рівнянь за формулами Крамера:**

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = -2 \\ 5x_1 + 9x_2 = 130. \end{cases}$$

┌ Знаходимо визначник матриці системи

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 9 \end{vmatrix} = 9 - (-5) = 14 \neq 0.$$

Знаходимо визначник  $\Delta_1$ , який дістаємо в результаті заміни першого стовпця визначника  $\Delta$  на стовпець вільних

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 60

членів, та визначник  $\Delta_2$ , який дістаємо в результаті заміни другого стовпця визначника  $\Delta$  на стовпець вільних членів:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 130 & 9 \end{vmatrix} = 112, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 130 \end{vmatrix} = 140.$$

Отже, за формулами Крамера отримуємо

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{112}{14} = 8, \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{140}{14} = 10. \quad \lrcorner$$

### 9. Розв'язати систему лінійних рівнянь за формулами

$$\text{Крамера: } \begin{cases} 7x_1 + 2x_2 & = 11 \\ -7x_1 + x_2 + x_3 & = -2 \\ 6x_1 - 6x_2 - 3x_3 & = -15. \end{cases}$$

Г Знаходимо визначники:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 & 2 & 0 \\ -7 & 1 & 1 \\ 6 & -6 & -3 \end{vmatrix} = 7 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -6 & -3 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} -7 & 1 \\ 6 & -3 \end{vmatrix} + 0 = 7 \cdot 3 - 2 \cdot 15 = -9 \neq 0,$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 11 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ -15 & -6 & -3 \end{vmatrix} = 11 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -6 & -3 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -15 & -3 \end{vmatrix} = -9,$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 7 & 11 & 0 \\ -7 & -2 & 1 \\ 6 & -15 & -3 \end{vmatrix} = 7 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -15 & -3 \end{vmatrix} - 11 \cdot \begin{vmatrix} -7 & 1 \\ 6 & -3 \end{vmatrix} = -18,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 7 & 2 & 11 \\ -7 & 1 & -2 \\ 6 & -6 & -15 \end{vmatrix} = 7 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -6 & -15 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} -7 & -2 \\ 6 & -15 \end{vmatrix} + 11 \cdot \begin{vmatrix} -7 & 1 \\ 6 & -6 \end{vmatrix} = -27.$$

За формулами Крамера отримуємо

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-9}{-9} = 1, \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-18}{-9} = 2, \quad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-27}{-9} = 3. \quad \lrcorner$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 61

**10.** Показати, що вектори  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  утворюють базис і знайти координати вектора  $\vec{d}$  у цьому базисі.

$$\vec{a} = (28; 3; -1), \vec{b} = (35; 0; 4), \vec{c} = (14; 1; 2), \vec{d} = (0; 12; -6)$$

Три вектора утворюють базис, якщо вони лінійно незалежні. Таким чином, якщо ми складемо визначник з координат цих векторів і знайдемо його, то згідно властивості рядків (стовпців) визначника, визначник дорівнюватиме нулю, якщо рядки (стовпці) визначника лінійно залежні, якщо визначник не дорівнює 0, то вектори лінійно незалежні і утворюють базис.

Знайдемо визначник матриці переходів, складеної з координат векторів  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 28 & 35 & 14 \\ 3 & 0 & 1 \\ -1 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 28 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} - 35 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + 14 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} =$$

$$= 28 \cdot (0 - 4) - 35 \cdot (6 - (-1)) + 14 \cdot (12 - 0) = -112 - 245 + 168 = -189 \neq 0$$

Отже, вектори лінійно незалежні і утворюють базис.

Знайдемо координати вектора  $\vec{d} = (0; 12; -6)$  в цьому базисі.

$$\vec{d} = x_1 \vec{a} + x_2 \vec{b} + x_3 \vec{c}$$

Складемо систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 28x_1 + 35x_2 + 14x_3 = 0 \\ 3x_1 + \quad \quad x_3 = 12 \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -6. \end{cases}$$

Розв'яжемо систему матричним методом. Для заданої системи

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 62

$$A = \begin{pmatrix} 28 & 35 & 14 \\ 3 & 0 & 1 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 12 \\ -6 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

Обчислимо визначник матриці  $A$ :

$$\Delta = \begin{vmatrix} 28 & 35 & 14 \\ 3 & 0 & 1 \\ -1 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 28 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} - 35 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + 14 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} = -189.$$

Для знаходження оберненої матриці  $A^{-1}$  обчислимо алгебраїчні доповнення  $A_{ij}$ :

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 0 \cdot 2 - 4 \cdot 1 = -4,$$

$$A_{12} = - \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 6 & -3 \end{vmatrix} = -7 \cdot (-3) \cdot (-3) + 1 \cdot 6 = -15,$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} -7 & 1 \\ 6 & -6 \end{vmatrix} = (-7) \cdot (-6) - 1 \cdot 6 = 36,$$

$$A_{21} = - \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -6 & -3 \end{vmatrix} = -2 \cdot (-3) + 0 \cdot (-6) = 6,$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} 7 & 0 \\ 6 & -3 \end{vmatrix} = 7 \cdot (-3) - 0 \cdot 6 = -21,$$

$$A_{23} = - \begin{vmatrix} 7 & 2 \\ 6 & -6 \end{vmatrix} = -7 \cdot (-6) + 2 \cdot 6 = 54,$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot 1 - 0 \cdot 1 = 2,$$

$$A_{32} = - \begin{vmatrix} 7 & 0 \\ -7 & 1 \end{vmatrix} = -7 \cdot 1 + 0 \cdot (-7) = -7,$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} 7 & 2 \\ -7 & 1 \end{vmatrix} = 7 \cdot 1 - 2 \cdot (-7) = 21.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	<b>Ф-20.07-</b> <b>05.02/2/122.00.1/Б/ОК7-</b> <b>2021</b>
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 63

Знаходимо обернену матрицю за формулою:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{-9} \begin{pmatrix} 3 & 6 & 2 \\ -15 & -21 & -7 \\ 36 & 54 & 21 \end{pmatrix}.$$

Дістанемо

$$\begin{aligned} X &= \frac{1}{-9} \begin{pmatrix} 3 & 6 & 2 \\ -15 & -21 & -7 \\ 36 & 54 & 21 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 11 \\ -2 \\ -15 \end{pmatrix} = \\ &= -\frac{1}{9} \begin{pmatrix} 3 \cdot 11 + 6 \cdot (-2) + 2 \cdot (-15) \\ (-15) \cdot 11 + (-21) \cdot (-2) + (-7) \cdot (-15) \\ 36 \cdot 11 + 54 \cdot (-2) + 21 \cdot (-15) \end{pmatrix} = -\frac{1}{9} \begin{pmatrix} -9 \\ -18 \\ -27 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Таким чином,  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  або  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 2$ ,  $x_3 = 3$ . ┘

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.07- 05.02/2/122.00.1/Б/ОК7- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 64 / 64

## Корисні посилання

1. Бібліотека Державного університету «Житомирська політехніка». <https://lib.ztu.edu.ua/>

2. Державний університет "Житомирська політехніка" - Освітній портал <https://learn.ztu.edu.ua/>

3. Практикум з вищої математики: Навч. посібн. / За ред. В.О. Ковалю. – Житомир: ЖДТУ, 2008. – 448с.

[https://learn.ztu.edu.ua/pluginfile.php/27959/mod\\_resource/content/0/%D0%9F%D1%80%D0%B0%D0%BA%D1%82%D0%B8%D0%BA%D1%83%D0%BC%20%D0%B7%20%D0%B2%D0%B8%D1%89%D0%BE%D1%97%20%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B8.pdf](https://learn.ztu.edu.ua/pluginfile.php/27959/mod_resource/content/0/%D0%9F%D1%80%D0%B0%D0%BA%D1%82%D0%B8%D0%BA%D1%83%D0%BC%20%D0%B7%20%D0%B2%D0%B8%D1%89%D0%BE%D1%97%20%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B8.pdf)

4. Житомирська обласна універсальна наукова бібліотека ім. Олега Ольжича (<http://www.lib.zt.ua/>, 10014, м. Житомир, Новий бульвар, (0412) 37-84-33).

5. Національна бібліотека України імені В.І. Вернадського (<http://www.nbuv.gov.ua/>, Київ, просп. Голосіївський, 3.