

ЛЕКЦІЯ №2

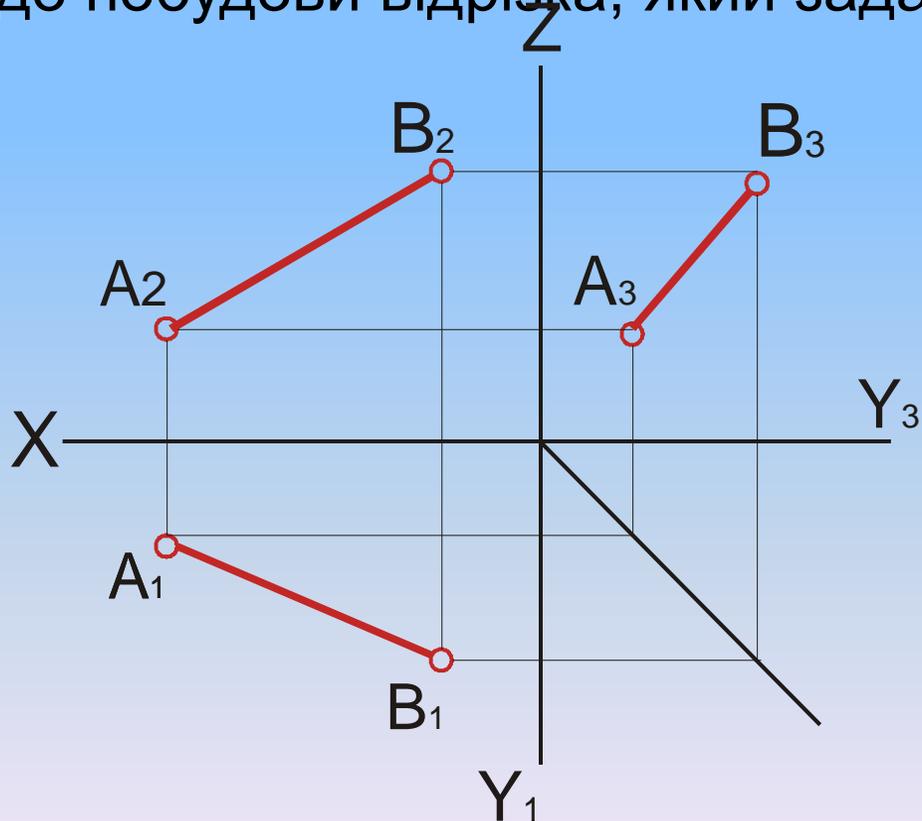
ТЕМА: КРЕСЛЕНИК ПРЯМОЇ І ПЛОЩИНИ В СИСТЕМІ ПРЯМОКУТНИХ ПРОЕКЦІЙ

План викладу матеріалу

1. Кресленик прямої в системі прямокутних проекцій. Сліди прямої.
2. Положення прямої стосовно площин проекцій.
3. Взаємне положення точки і прямої, двох прямих.
4. Проекції плоских кутів.
5. Ділення відрізка в заданому відношенні. Визначення дійсної величини відрізка прямої та кутів нахилу його до площин проекцій.
6. Зображення площини на кресленику. Слід площини.
7. Площини загального і окремого положення.
8. Головні лінії площини.

1. КРЕСЛЕНИК ПРЯМОЇ В СИСТЕМІ ПРЯМОКУТНИХ ПРОЄКЦІЙ. СЛІДИ ПРЯМОЇ

З геометрії відомо, що пряма в просторі безмежна, а обмежена частина прямої називається *відрізком*. Таким чином, проєкціювання прямої зводиться до побудови відрізка, який задано двома точками A і B .



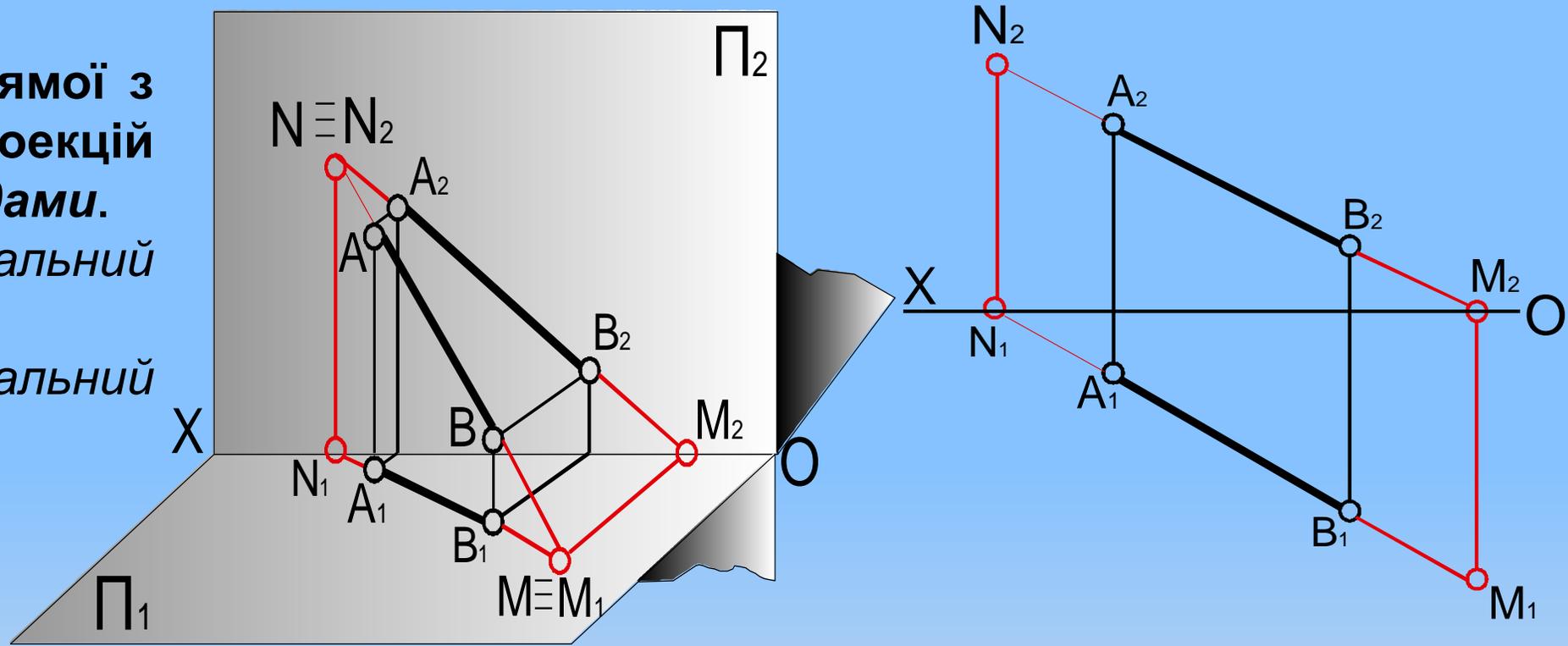
A_1B_1 — горизонтальна проєкція прямої AB

A_2B_2 — фронтальна проєкція прямої AB

A_3B_3 — профільна проєкція прямої AB

Точки перетину прямої з площинами проєкцій називаються *слідами*.

Точка M – горизонтальний слід прямої, точка N – фронтальний слід прямої.



Правило

Щоб побудувати на кресленку горизонтальний слід прямої, необхідно продовжити фронтальну проєкцію A_2B_2 прямої до перетину з віссю Ox , через точку M_2 провести перпендикуляр до осі Ox , до перетину з продовженням горизонтальної проєкції A_1B_1 . Точка M_1 - горизонтальна проєкція горизонтального сліду.

Для побудови фронтального сліду необхідно продовжити горизонтальну проєкцію A_1B_1 прямої до перетину з віссю Ox , через точку N_1 провести перпендикуляр до осі Ox , до перетину з продовженням фронтальної проєкції A_2B_2 . Точка N_2 – фронтальна проєкція фронтального сліду.

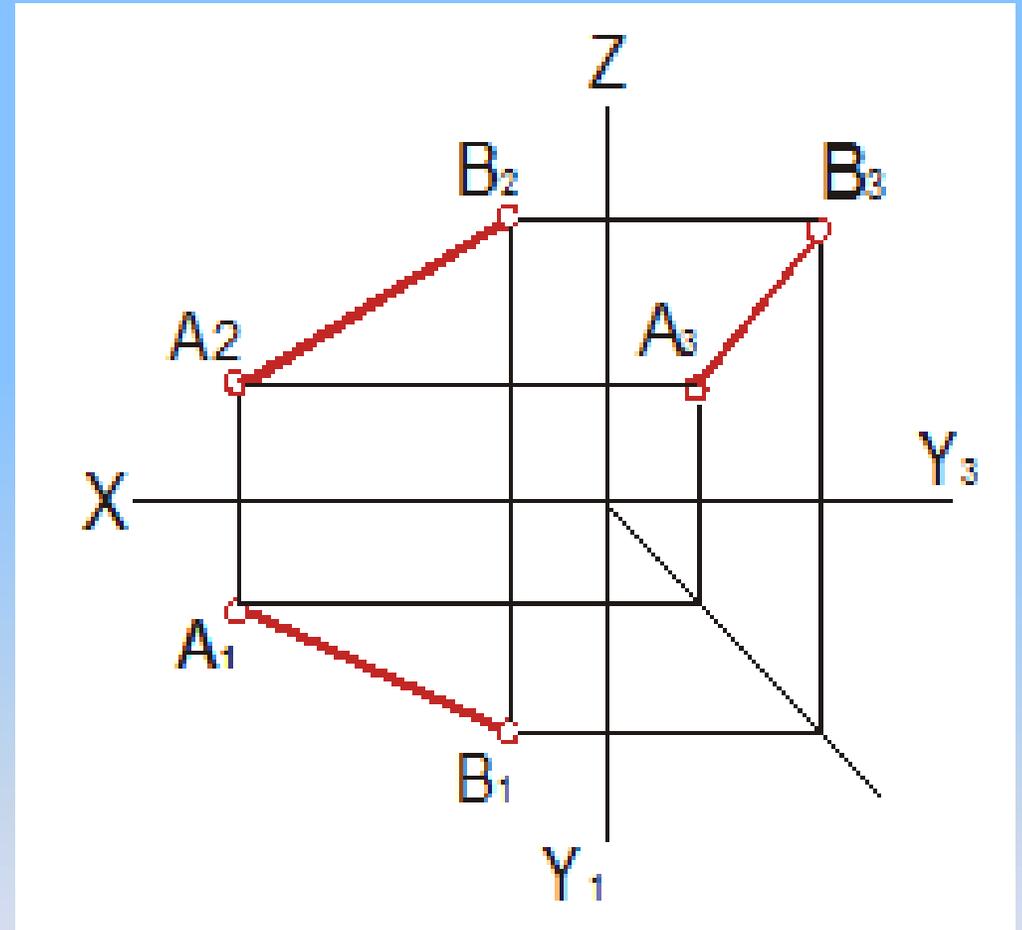
2. ПОЛОЖЕННЯ ПРЯМОЇ СТОСОВНО ПЛОЩИН ПРОЄКЦІЙ

Пряма в просторі відносно площин проєкцій займає різне положення:

- загального положення,
- окремого положення.

Пряма, яка не паралельна і не перпендикулярна жодній з площин проєкцій, називається прямою загального положення.

При цьому, жодна з проєкцій не паралельна і не перпендикулярна до осей проєкцій.



ПРЯМІ ОКРЕМОГО ПОЛОЖЕННЯ

*Пряма, паралельна будь-якій площині проєкцій, називається **прямою рівня**:*

- *горизонтальна пряма* – паралельна горизонтальній площині проєкцій;
- *фронтальна пряма* – паралельна фронтальній площині проєкцій;
- *профільна пряма* – паралельна профільній площині проєкцій.

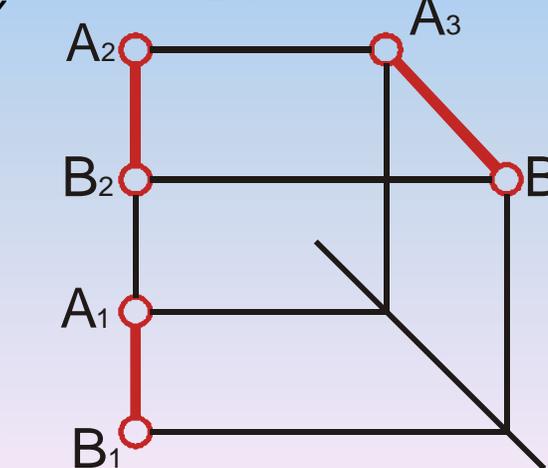
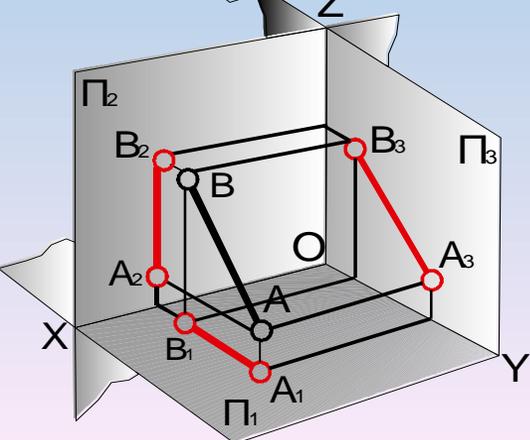
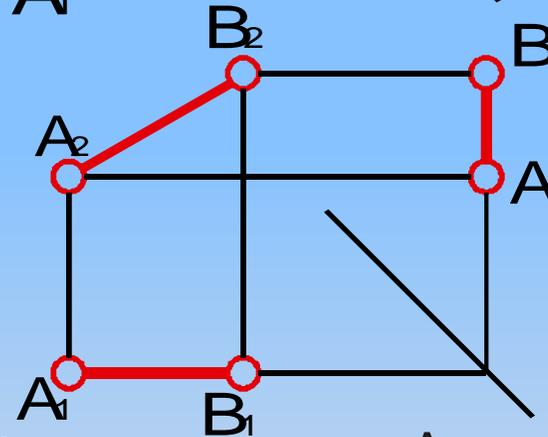
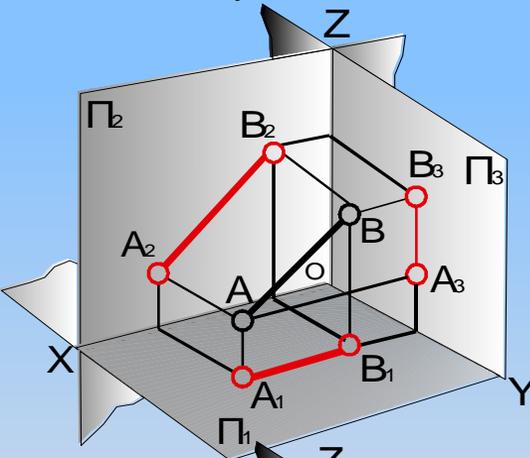
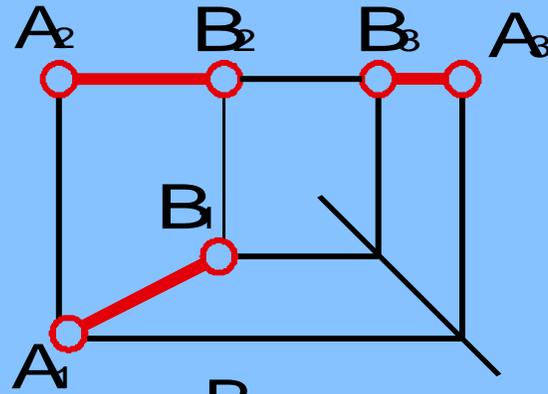
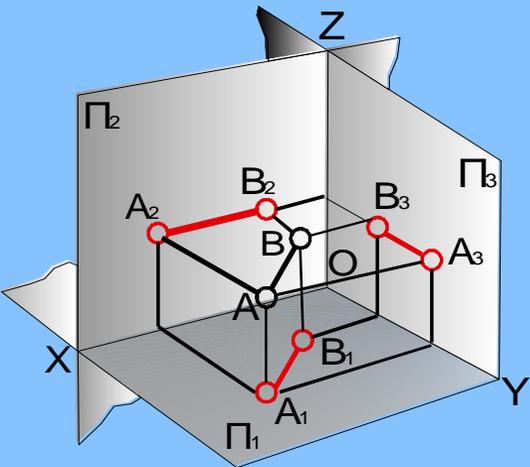
Кожна лінія рівня проєкціюється в дійсну величину на ту площину проєкцій, до якої вона паралельна.

ПРЯМІ РІВНЯ

AB II Π_1 – горизонтальна пряма

AB II Π_2 – фронтальна пряма

AB II Π_3 – профільна пряма

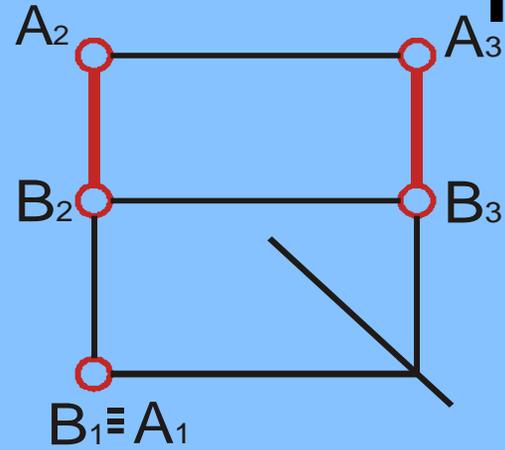
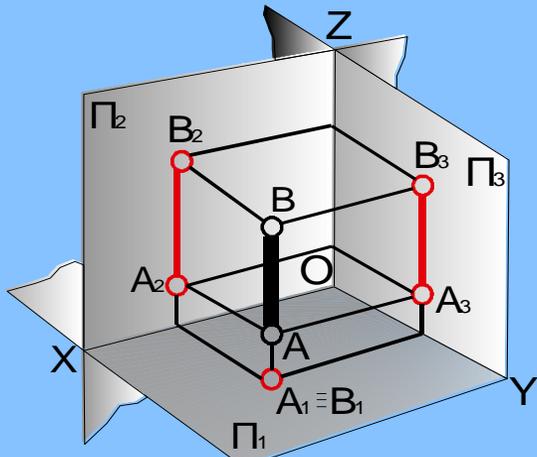


ПРОЕКЦІЮВАЛЬНІ ПРЯМІ

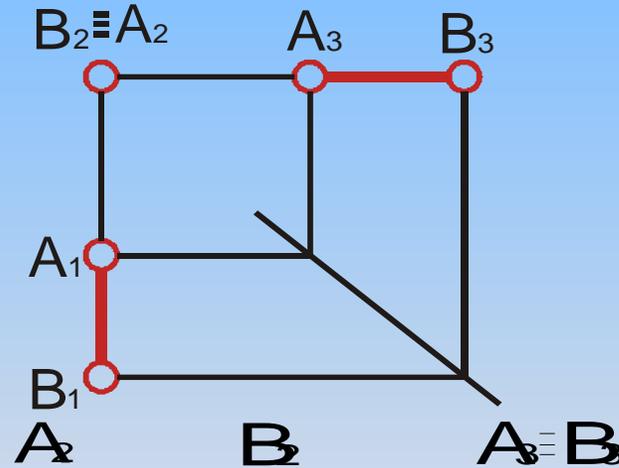
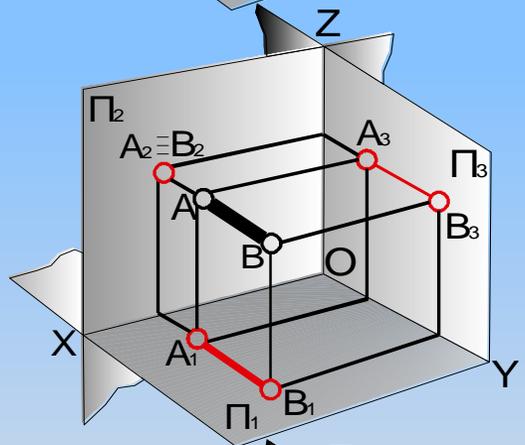
Проекціювальними називаються прямі, які перпендикулярні до площин проєкцій:

- *горизонтально-проекціювальна*, перпендикулярна до горизонтальної площини проєкцій;
- *фронтально-проекціювальна*, перпендикулярна до фронтальної площини проєкцій;
- *профільно-проекціювальна*, перпендикулярна до профільної площини проєкцій.

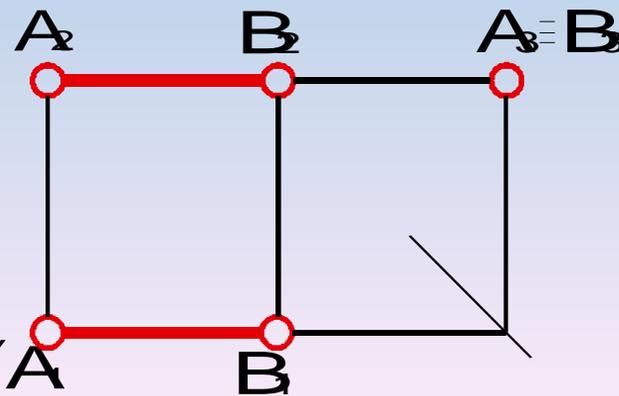
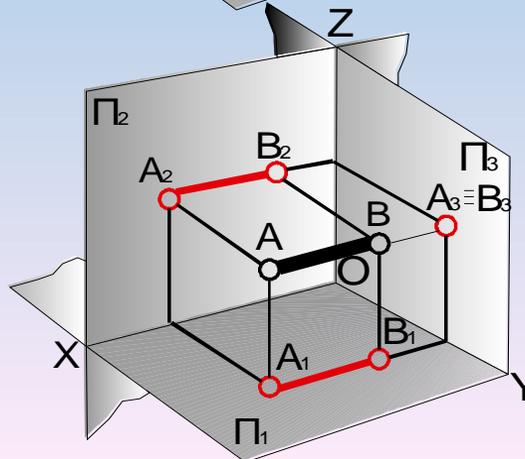
ПРОЕКЦІЮВАЛЬНІ ПРЯМІ



$AB \perp \Pi_1$ – горизонтально-
проекціювальна пряма

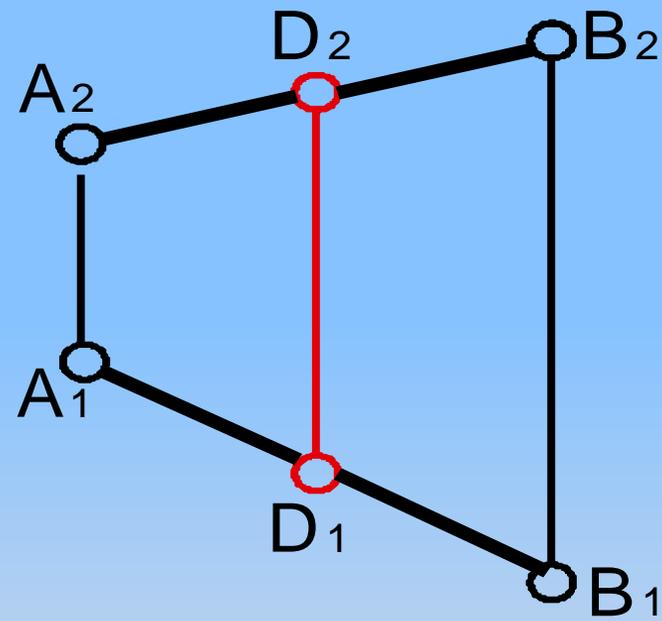
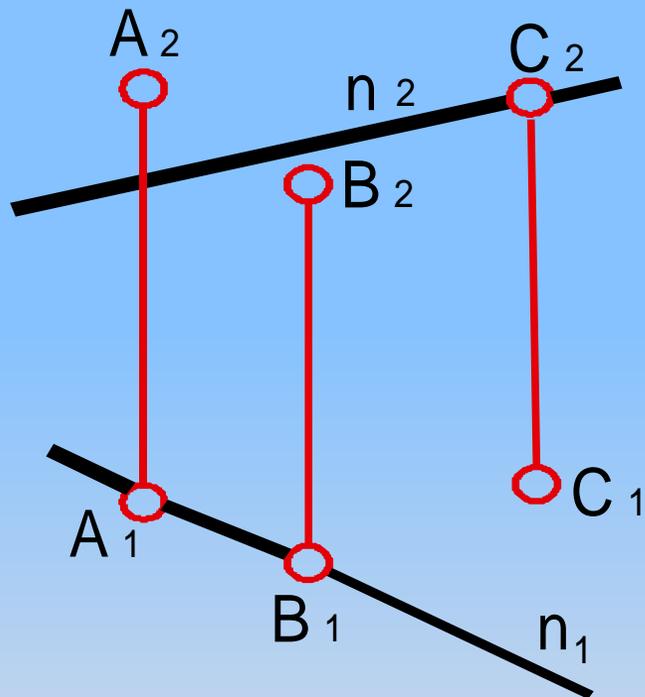


$AB \perp \Pi_2$ – фронтально-
проекціювальна пряма



$AB \perp \Pi_3$ – профільно-
проекціювальна пряма

3. ВЗАЄМНЕ РОЗТАШУВАННЯ ТОЧКИ І ПРЯМОЇ, ДВОХ ПРЯМИХ

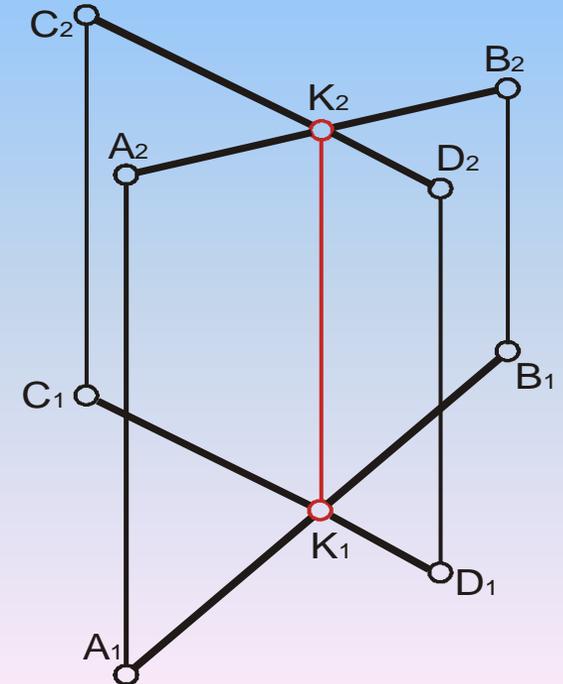
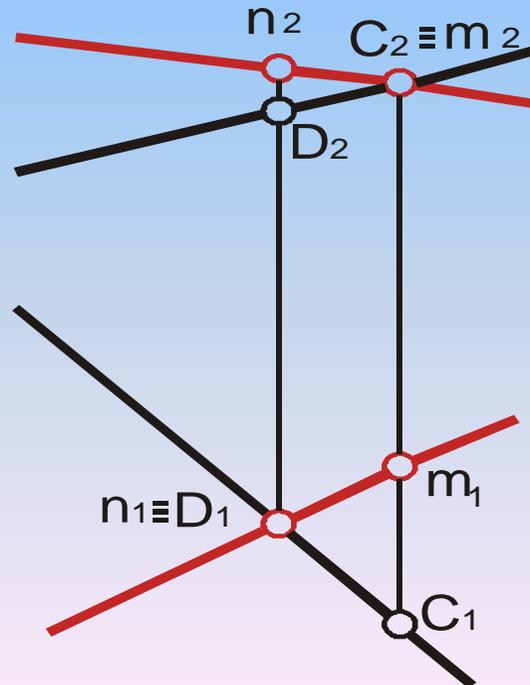
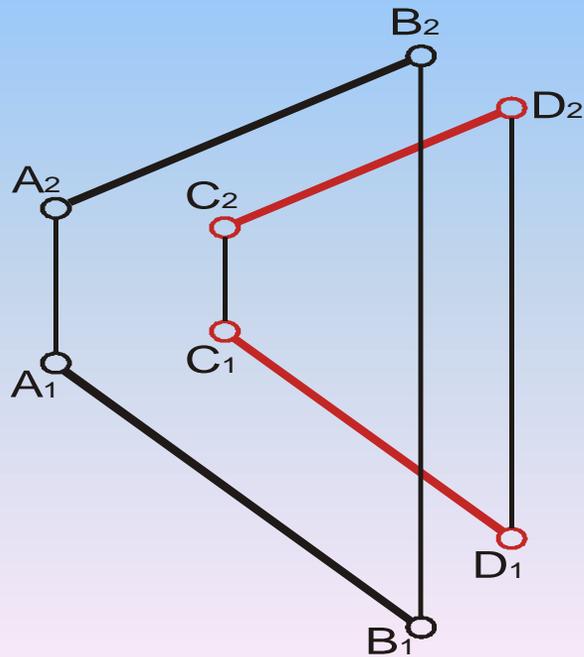


Загальна властивість:

Якщо точка в просторі належить прямій, то її проекції належать відповідним проекціям цієї прямої.

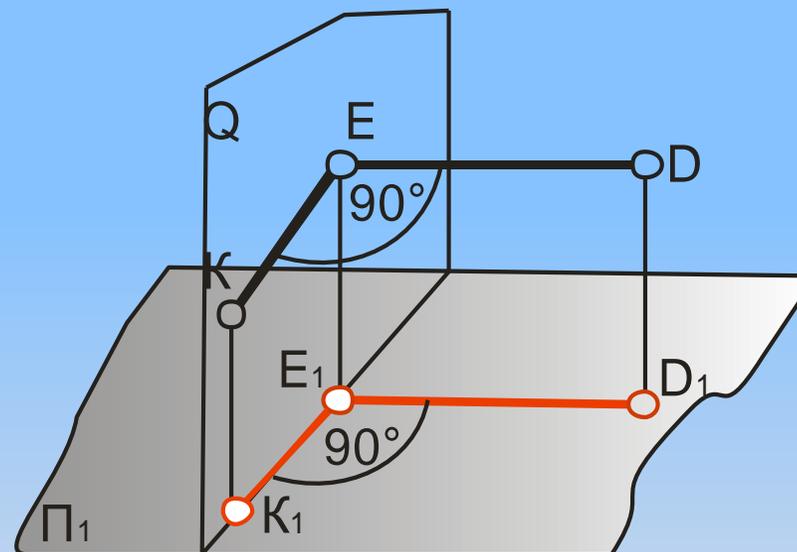
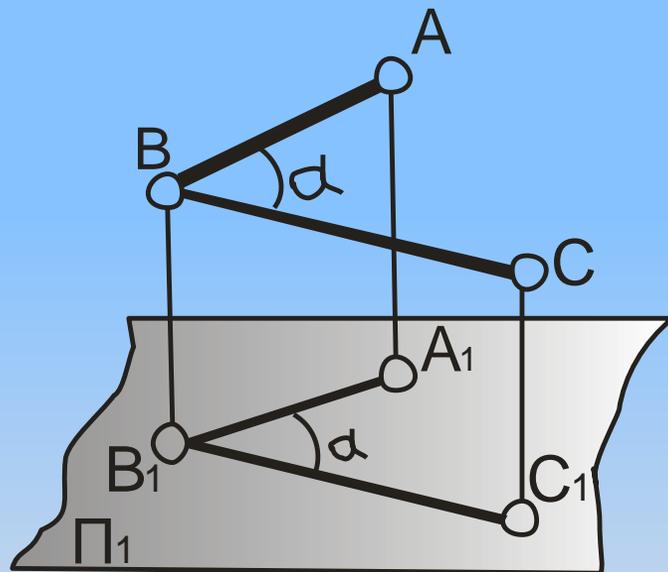
Властивості прямих

- Якщо дві прямі у просторі паралельні, то їх однойменні проєкції також паралельні ($AB \parallel CD$);
- Якщо дві прямі не паралельні і не перетинаються між собою, то вони називаються *мимобіжними*. На горизонтальній проєкції горизонтальна проєкція n_1 точки n невидима, так як розташована у просторі далі за точку D . На фронтальній проєкції невидима проєкція m_2 точки m , у просторі вона знаходиться за точкою C .
- Якщо дві прямі у просторі перетинаються, то на епюрі їх однойменні проєкції також перетинаються у точках K_1 і K_2 , які є проєкціями точки перетину прямих ($ABCD$);



4. ПРОЄКЦІЇ ПЛОСКИХ КУТІВ

Будь-який кут утворюється двома прямими, що перетинаються. На площину проєкцій цей кут спроекціюється у загальному випадку спотворено.



Теорема

Прямий кут спроекціюється у вигляді прямого кута, якщо хоча б одна з його сторін паралельна площині проєкцій, а друга – не перпендикулярна до цієї ж площини.

5. ДІЛЕННЯ ВІДРІЗКА В ЗАДАНОМУ ВІДНОШЕННІ. ВИЗНАЧЕННЯ ДІЙСНОЇ ВЕЛИЧИНИ ВІДРІЗКА ПРЯМОЇ ТА КУТІВ НАХИЛУ ЙОГО ДО ПЛОЩИН ПРОЄКЦІЙ

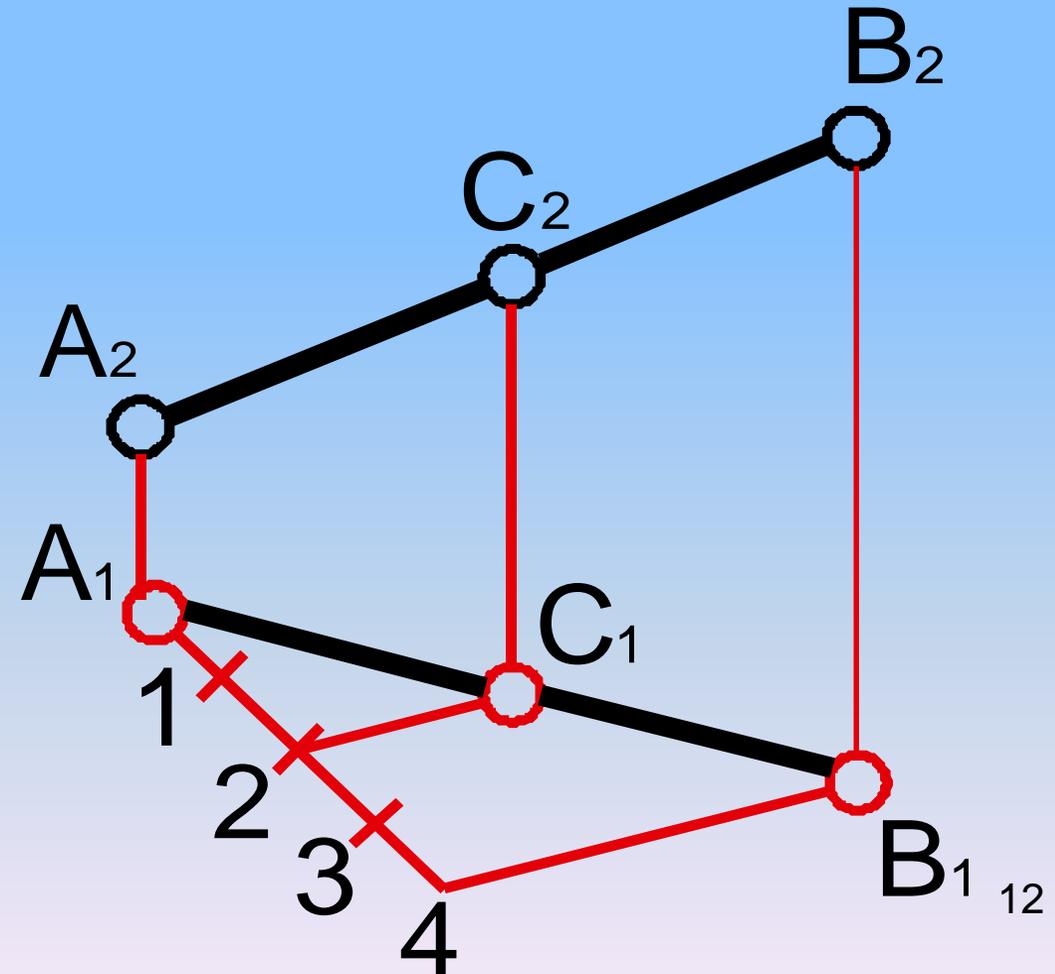
Алгоритм побудови:

1. Відрізок A_14 – проводимо довільно, який ділимо на чотири рівні частини:

$$A_11=12=23=34$$

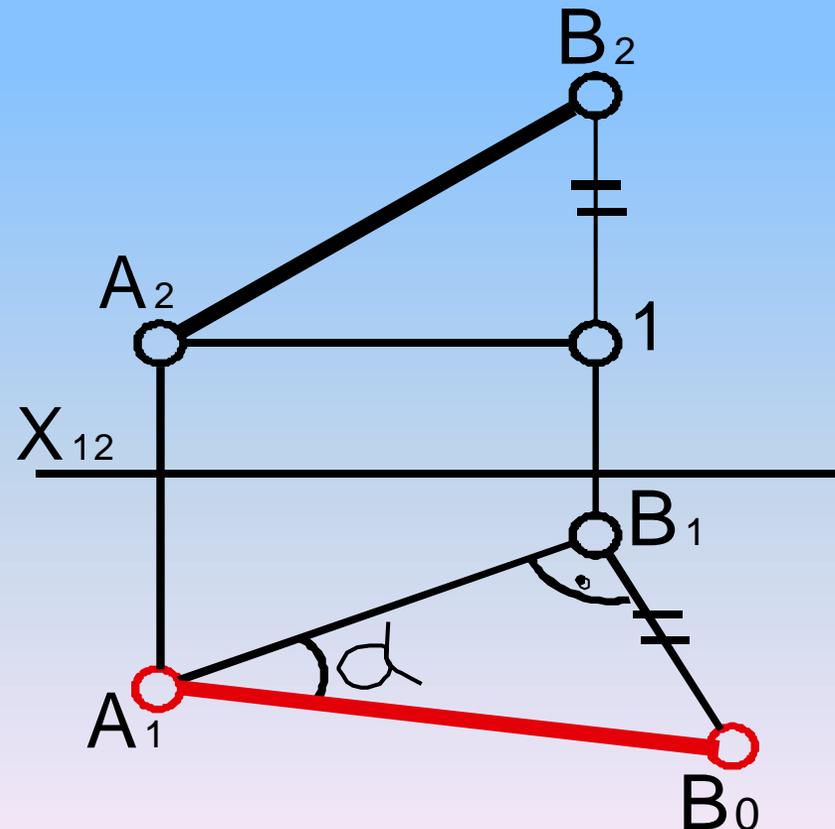
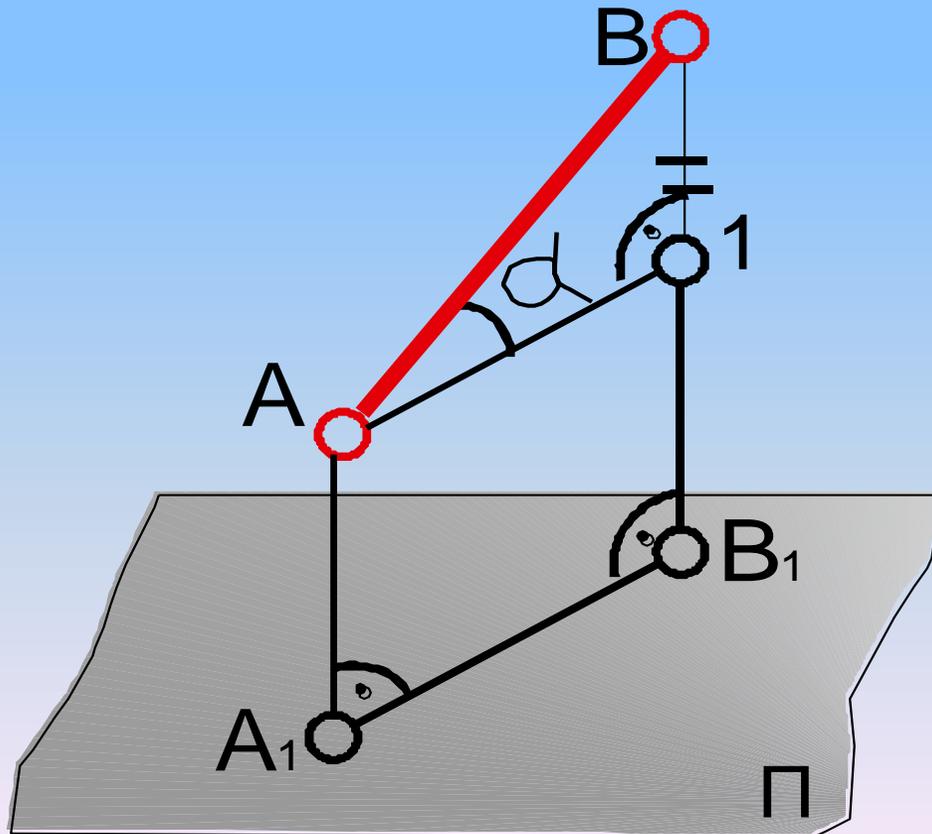
2. Точку 4 з'єднуємо з проекцією B_1 точки B ;

3. З точки 2 проводимо промінь - $2C_1 \parallel 4B_1$. Отримана проекція C_1 точки C – шукана точка.



ТЕОРЕМА

Дійсна величина відрізка прямої загального положення дорівнює гіпотенузі прямокутного трикутника, одним з катетів якого є проекція відрізка на одну з площин проєкцій, а другим - різниця відстаней кінців відрізка від цієї ж площини



АЛГОРИТМ ПОБУДОВИ:

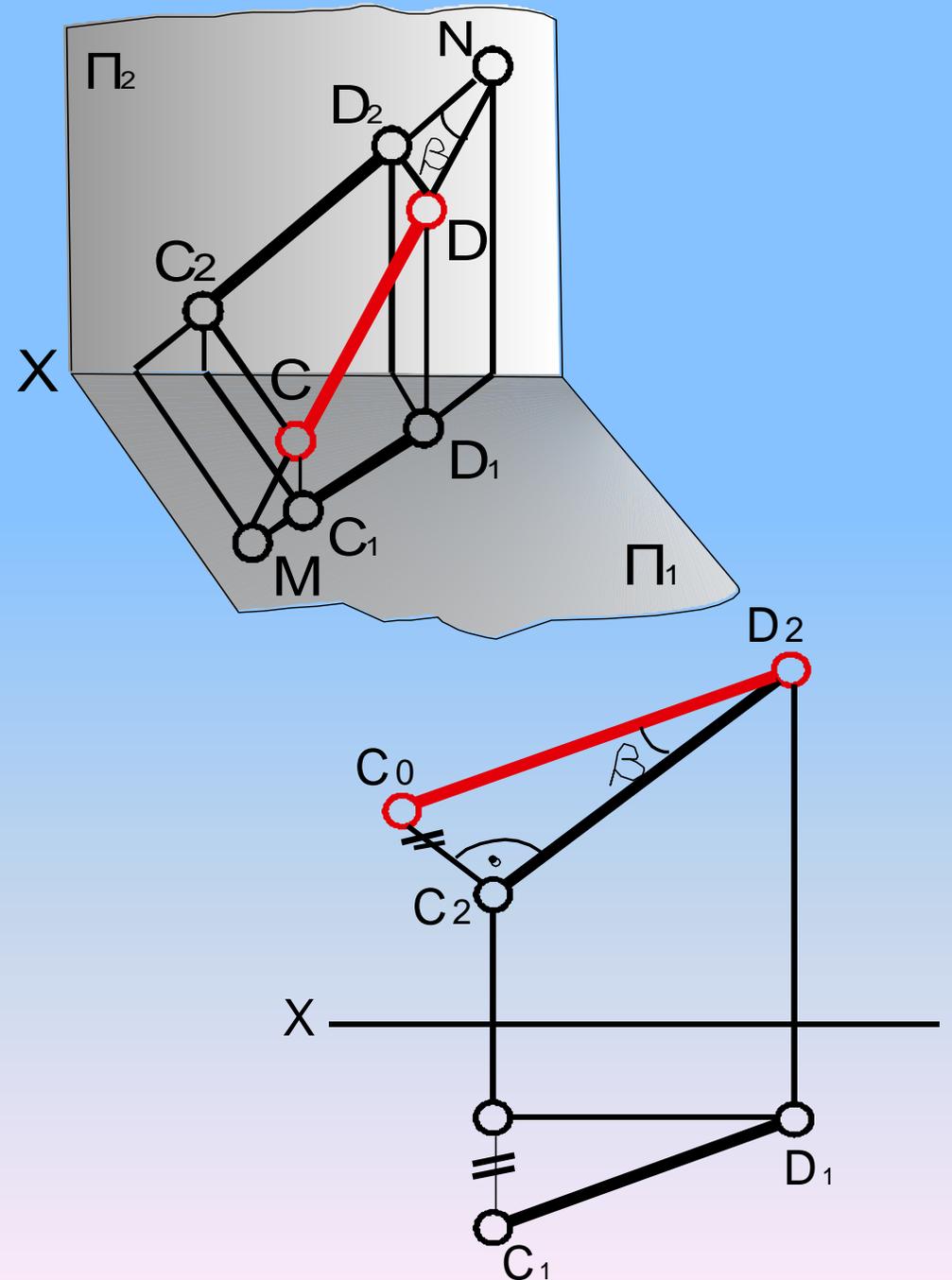
➤ одну з проєкцій, наприклад, горизонтальну $A1B1$ приймаємо за катет прямокутного трикутника, за другий катет приймаємо різницю відстаней точок A і B від площини Π_1 – це відрізок $1B2$; відрізок $1B2$ відкладаємо від точки $B1$ під прямим кутом, визначимо точку $B0$;

➤ відрізок $B1B0$ – другий катет;

➤ з'єднуємо точки $A1$ і $B0$. Отже ми побудували гіпотенузу прямокутного трикутника, яка й буде дійсною величиною $|A1B0|$ відрізка AB ;

➤ кут нахилу відрізка прямої до площини проєкцій визначається як кут, утворений прямою з її проєкцією на цю площину.

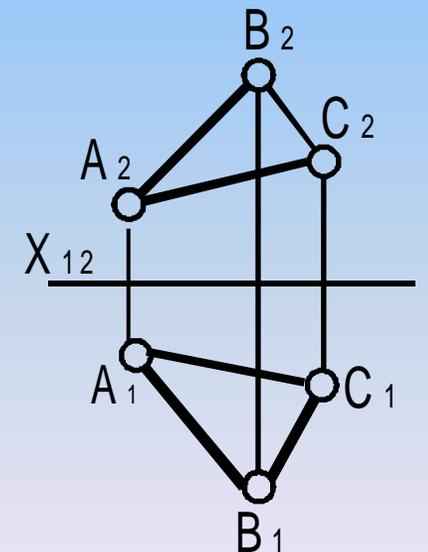
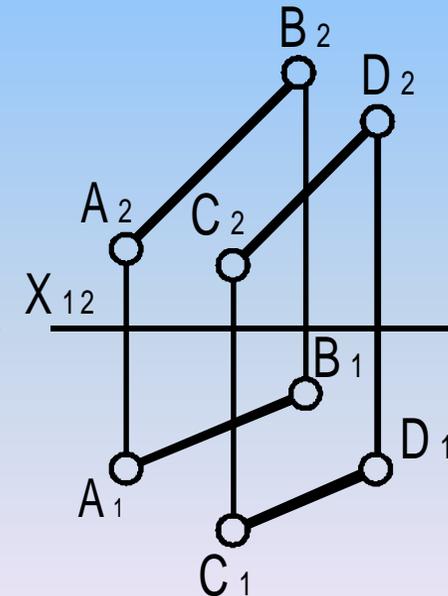
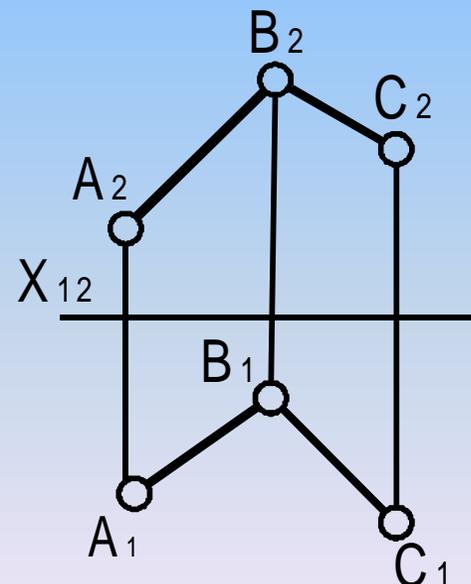
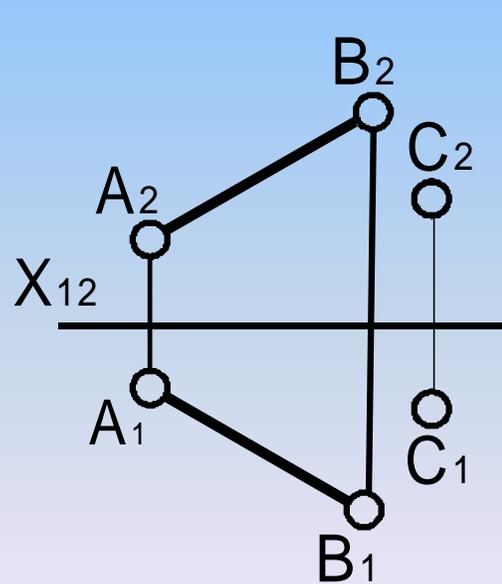
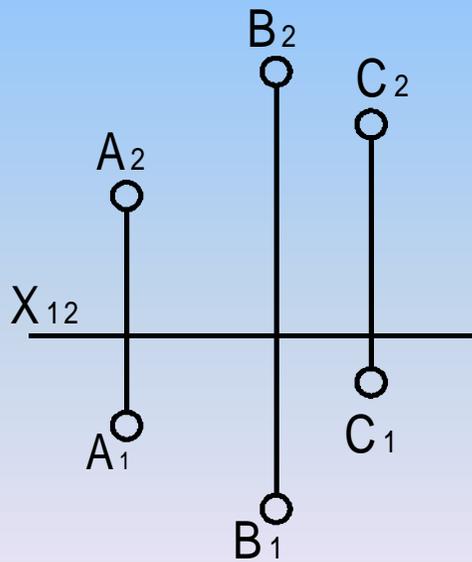
Кут між гіпотенузою прямокутного трикутника і катетом (проєкцією цього відрізка) є кутом нахилу відрізка до площини Π_1 (α) та до площини Π_2 (β).



6. ЗОБРАЖЕННЯ ПЛОЩИНИ НА КРЕСЛЕНИКУ

На креслені площина задається:

- трьома точками, які не лежать на одній прямій
- прямою і точкою, яка не лежить на цій прямій
- двома прямими, які перетинаються
- двома паралельними прямими
- трикутником чи іншою плоскою фігурою тощо



7. ПОЛОЖЕННЯ ПЛОЩИНИ СТОСОВНО ПЛОЩИН ПРОЄКЦІЙ

Відносно площин проєкцій площина може займати довільне положення у просторі – **площини загального положення і окреме положення**

*Площина не паралельна і не перпендикулярна жодній з площин проєкцій називається **площиною загального положення***

*Площини паралельні чи перпендикулярні до площин проєкцій називаються **площинами окремого положення***

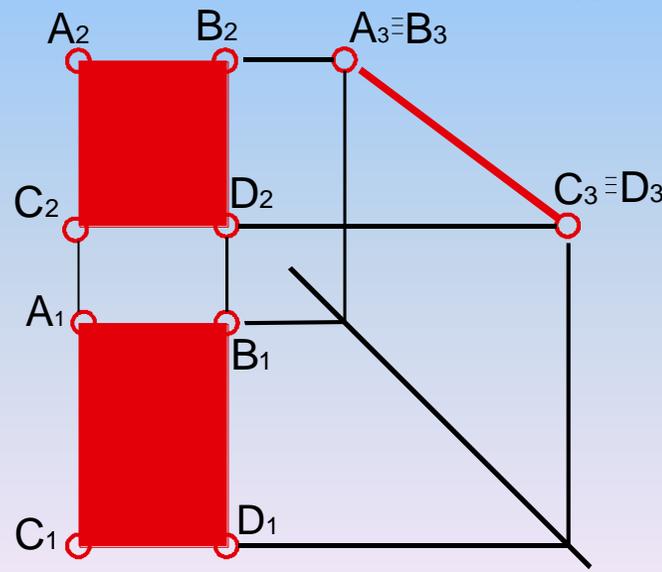
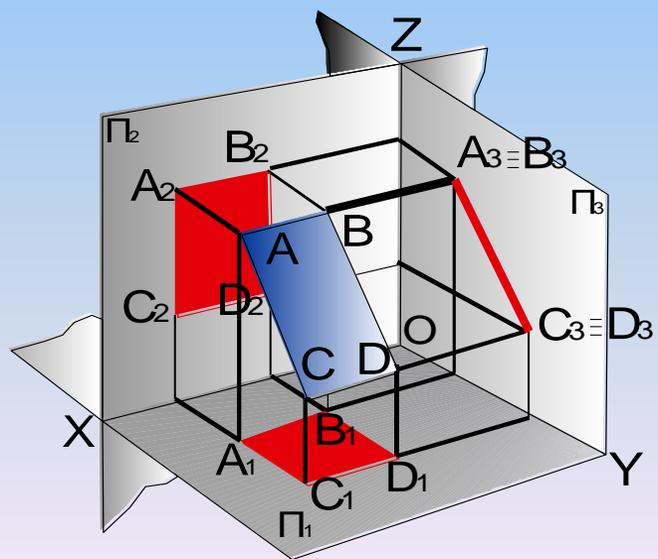
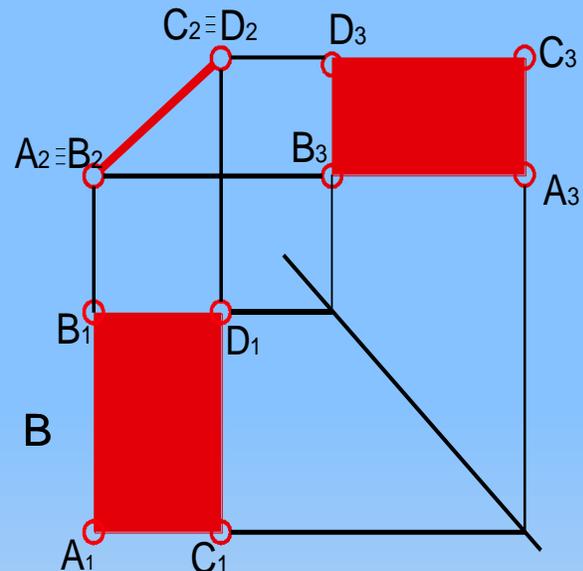
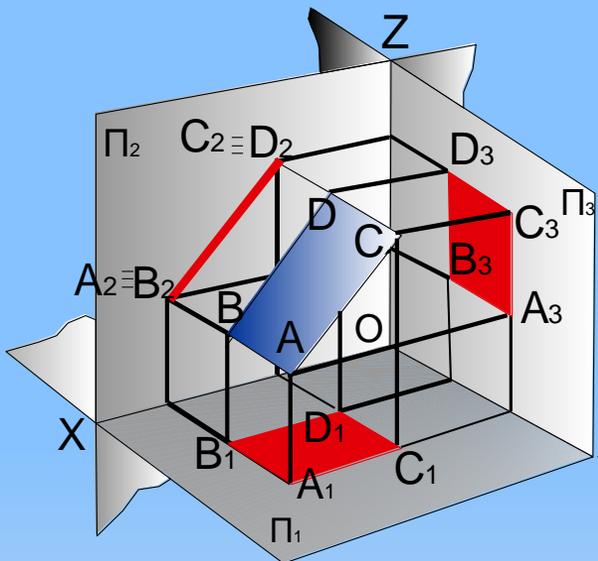
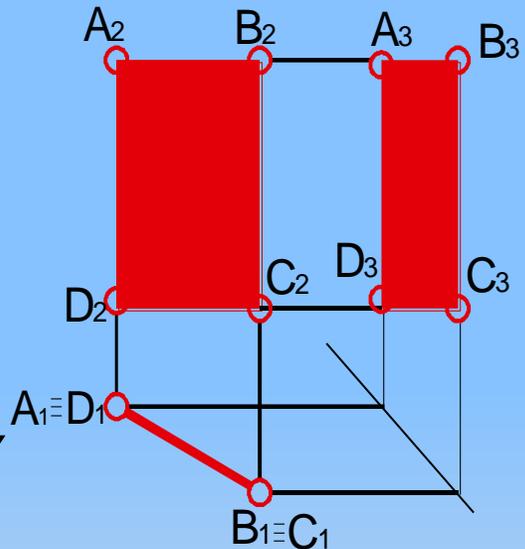
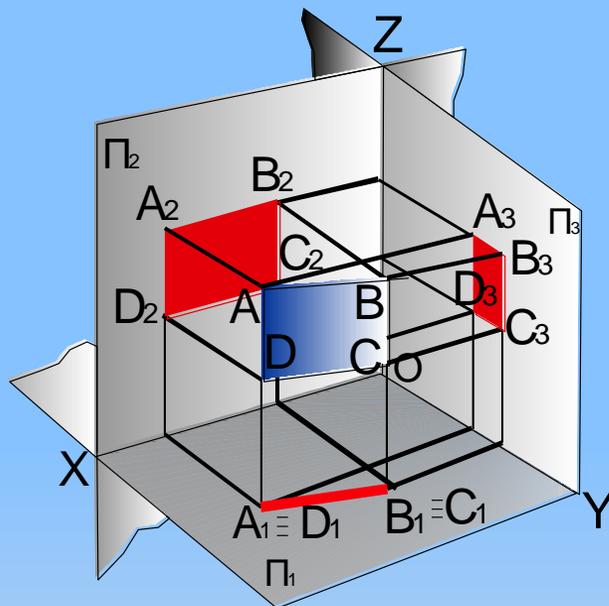
До цих площин відносяться **проєкціювальні площини і площини рівня**

Площина перпендикулярна до однієї з площин проєкцій називається **проєкціювальною площиною**

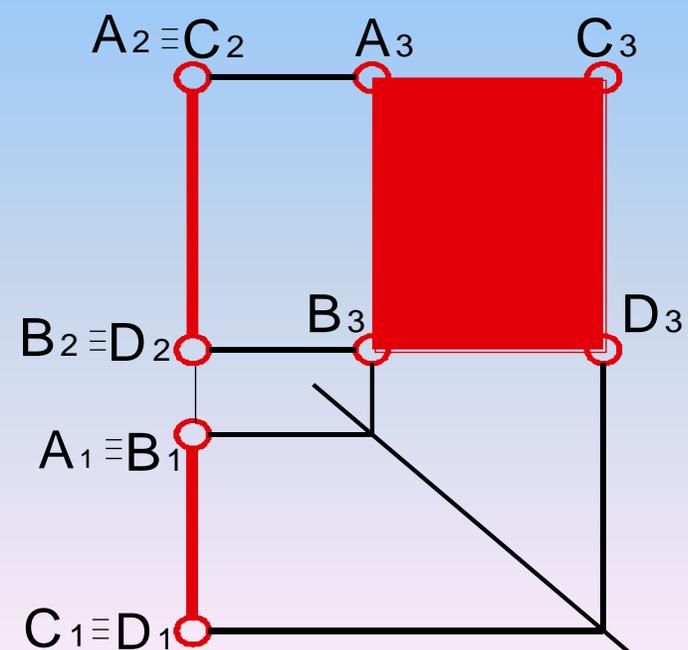
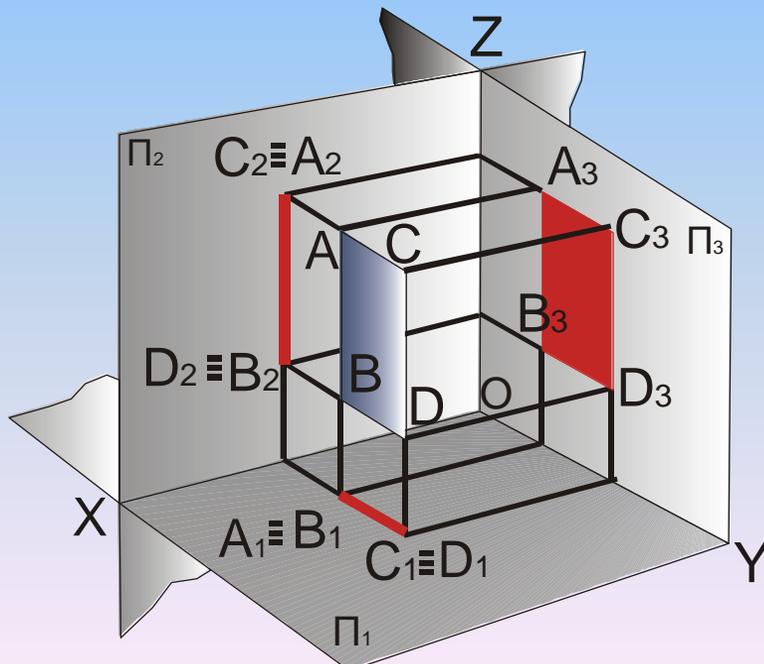
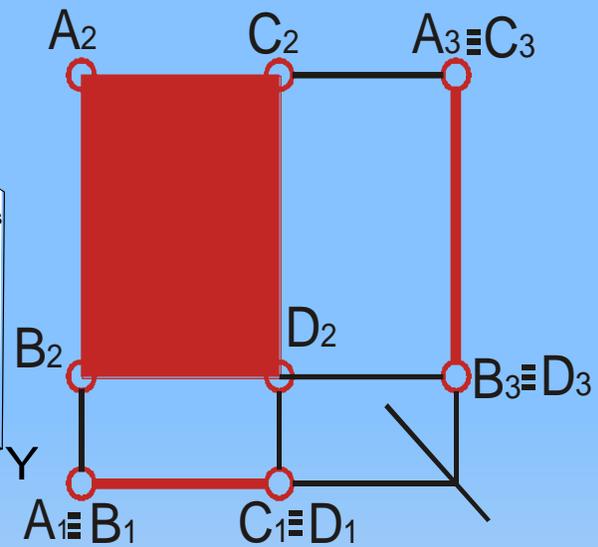
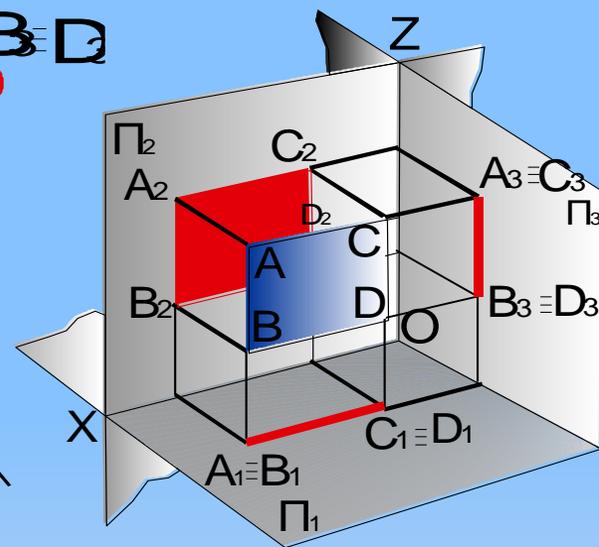
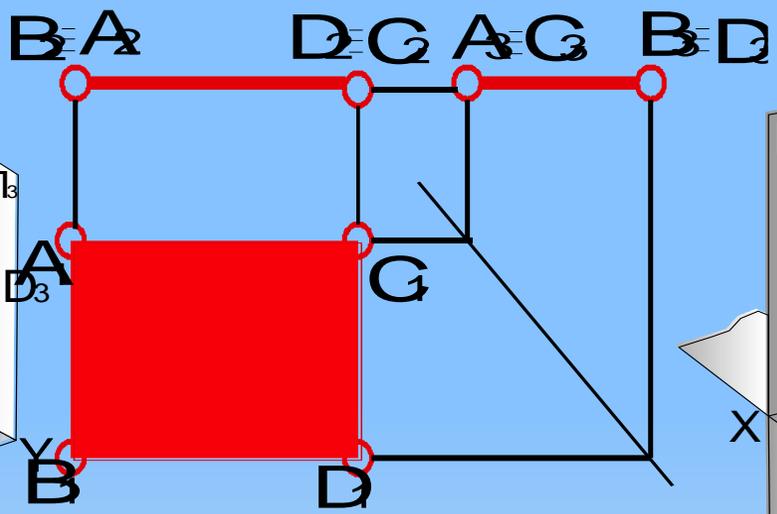
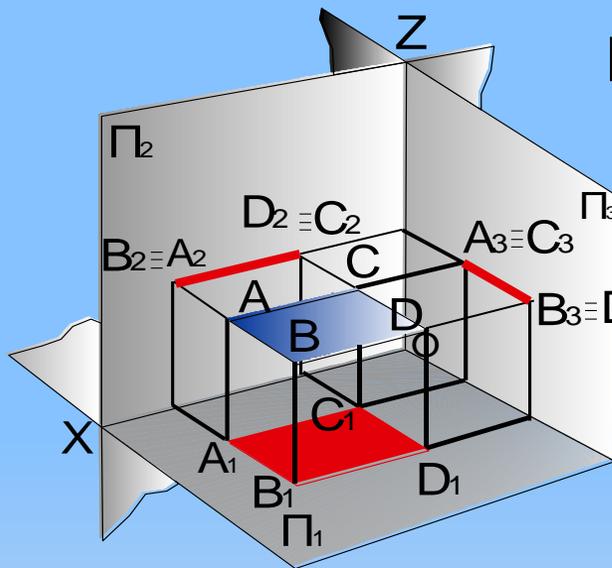
Площини паралельні до площин проєкцій називаються **площинами рівня**

Площини рівня одночасно перпендикулярні до двох інших площин проєкцій

ПРОЕКЦІОНАЛЬНІ ПЛОЩИНИ



ПЛОЩИНИ РІВНЯ

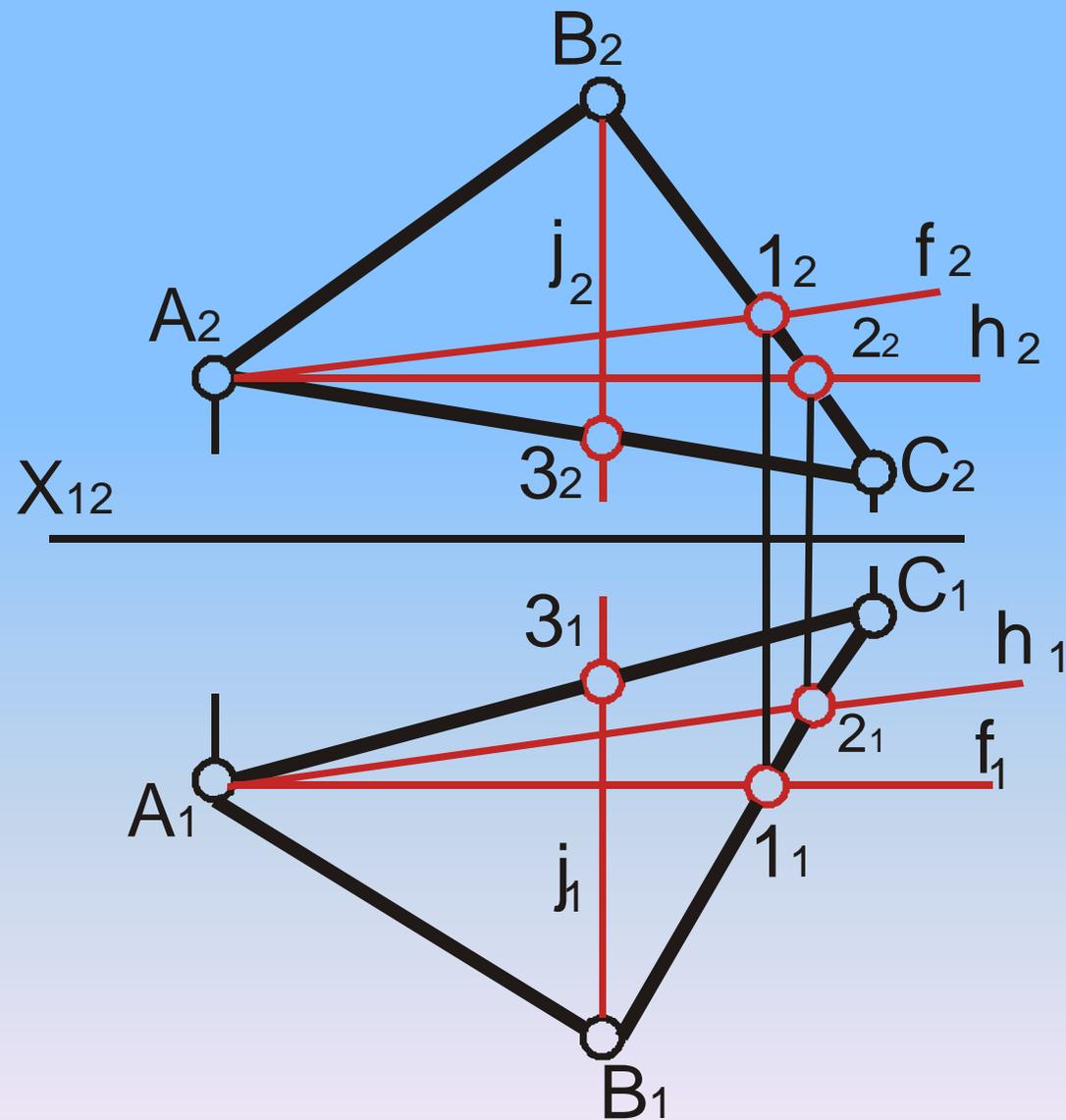


8. ГОЛОВНІ ЛІНІЇ ПЛОЩИНИ

Будь-які прямі, що лежать у площині можуть займати в цій площині особливе положення, наприклад, бути паралельними площинам проєкцій (інакше бути прямими рівня).

Такі прямі називаються **головними лініями площини**. До них відносяться:

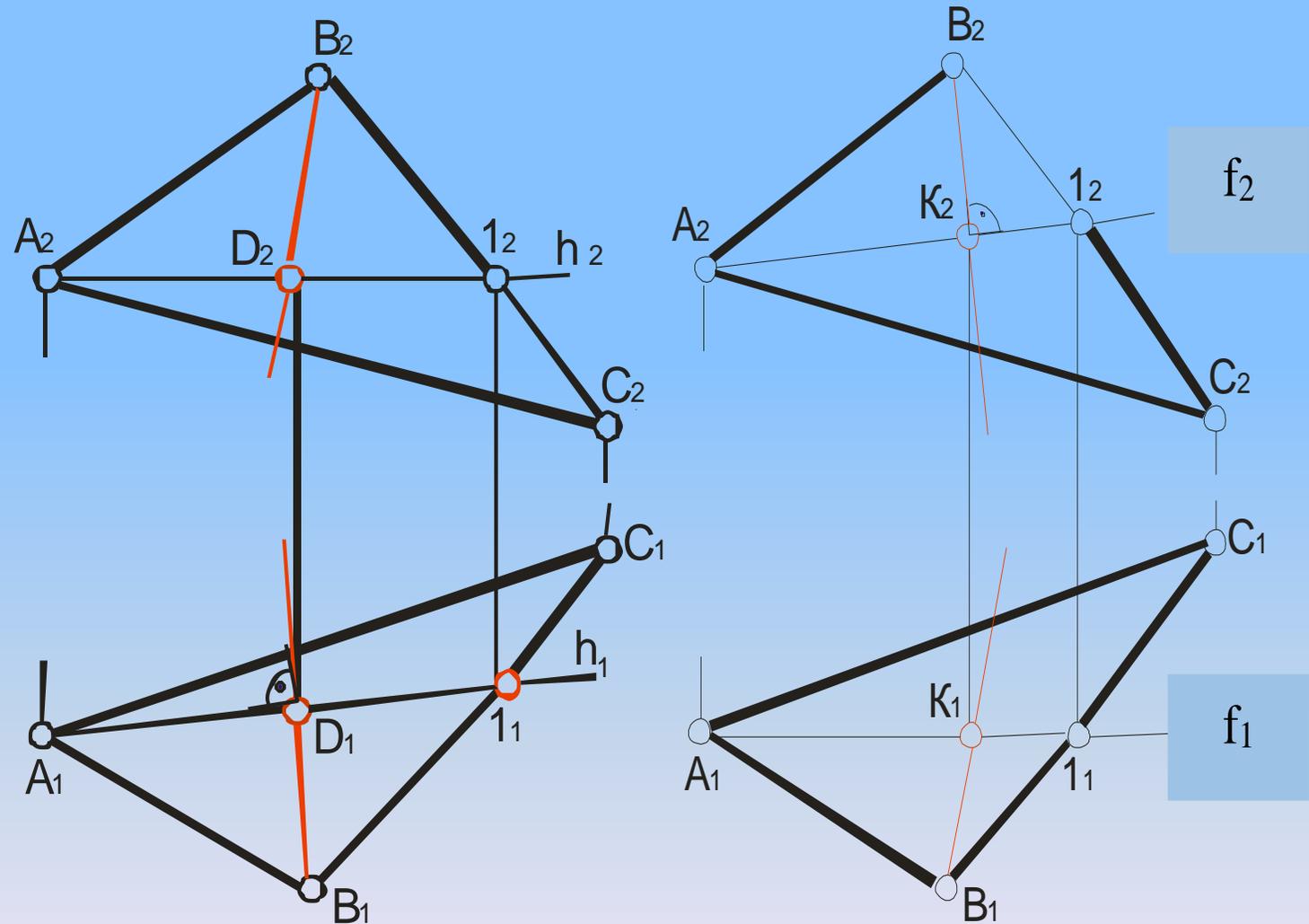
- *горизонталь* – пряма, яка лежить в даній площині і паралельна горизонтальній площині проєкцій Π_1 – пряма $H(h_1, h_2)$;
- *фронталь* – пряма, яка лежить в даній площині і паралельна фронтальній площині проєкцій – пряма $F(f_1, f_2)$;
- *профільна пряма* – пряма, яка лежить в даній площині і паралельна профільній площині проєкцій - пряма $J(j_1, j_2)$.



ЛІНІЇ НАЙБІЛЬШОГО НАХИЛУ

Лініями найбільшого нахилу площини до площин проєкцій називають лінії (BD, BK) , які лежать в даній площині і перпендикулярні до головних ліній площини.

Лінією найбільшого скату площини називається пряма (BD), яка лежить в цій площині й перпендикулярна до горизонтальної проєкції горизонталі даної площини.



ЗАПИТАННЯ І ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ

1. Які є способи завдання і зображення площини на епюрі?
2. Що таке сліди площини на площині проєкцій?
3. Які площини називаються площинами рівня та які їх властивості?
4. Які площини називаються проєкціювальними та які їх властивості?
5. Які лінії називаються головними лініями площини?
6. Як розташовуються на епюрі проєкції горизонталі, фронталі?
7. Які лінії називаються лініями найбільшого нахилу?
8. Покажіть способи побудови горизонталі, фронталі і ліній найбільшого нахилу площин загального положення та проєкціювальних площин.

ДЯКУЮ ЗА УВАГУ!