

## Лекція 4

# Тема: Способи перетворення проєкцій

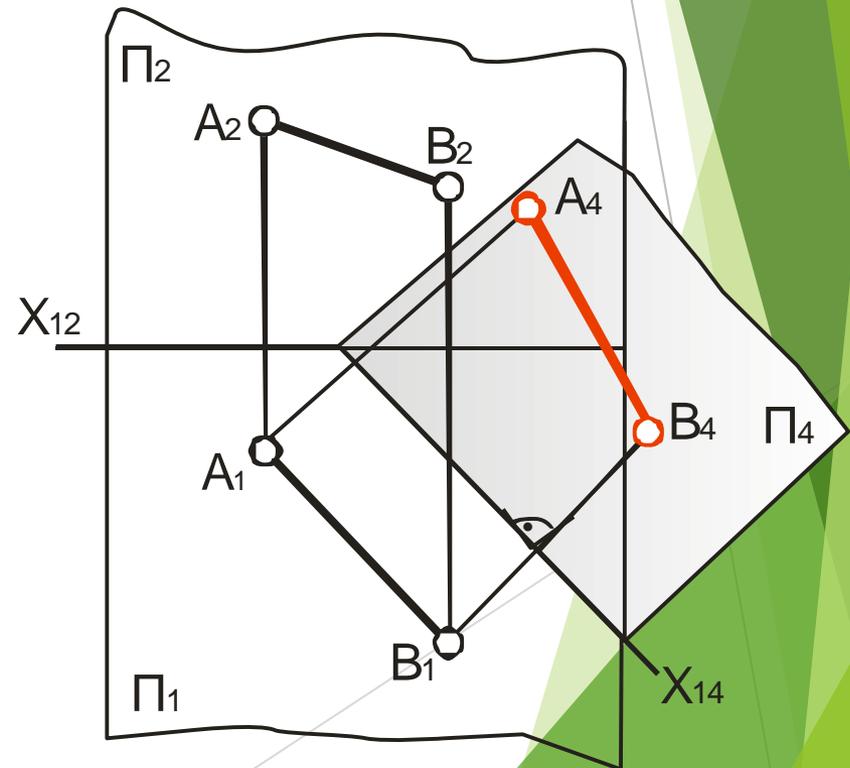
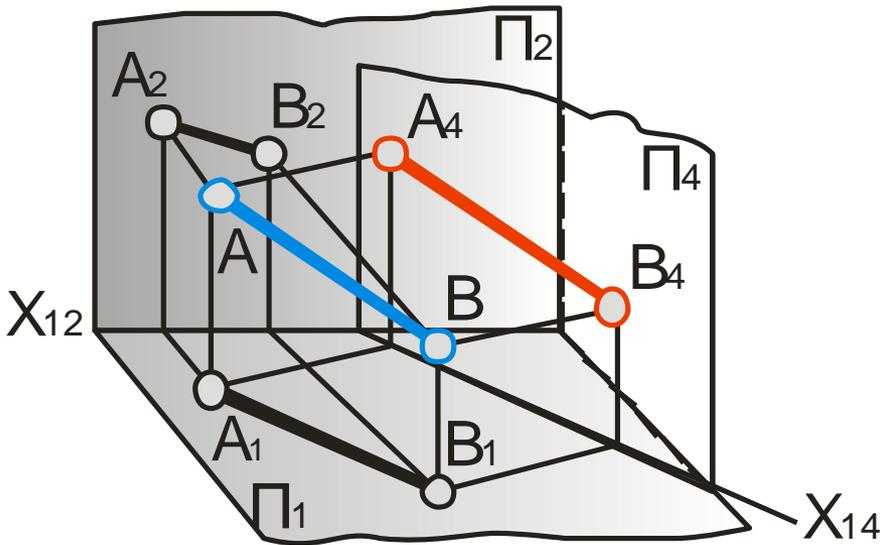
### План викладу матеріалу

20. Спосіб заміни площин проєкцій.
21. Спосіб обертання. Обертання навколо проєкціювальної прямої.
22. Спосіб плоскопаралельного руху.
23. Спосіб обертання навколо прямої рівня.
24. Обертання площини навколо її сліду (суміщення). Косокутне допоміжне проєкціювання

## 20. Спосіб заміни площин проекцій

*Сутність способу полягає* у тому, що положення у просторі точок, прямих і фігур залишається незмінним, а замість існуючої площини проекцій вибирають нову площину так, щоб проекціюванням на неї можна було б визначити дійсну величину певних геометричних образів чи розв'язати задачу.

Таким чином, при цьому способі вводяться додаткові площини проекцій.



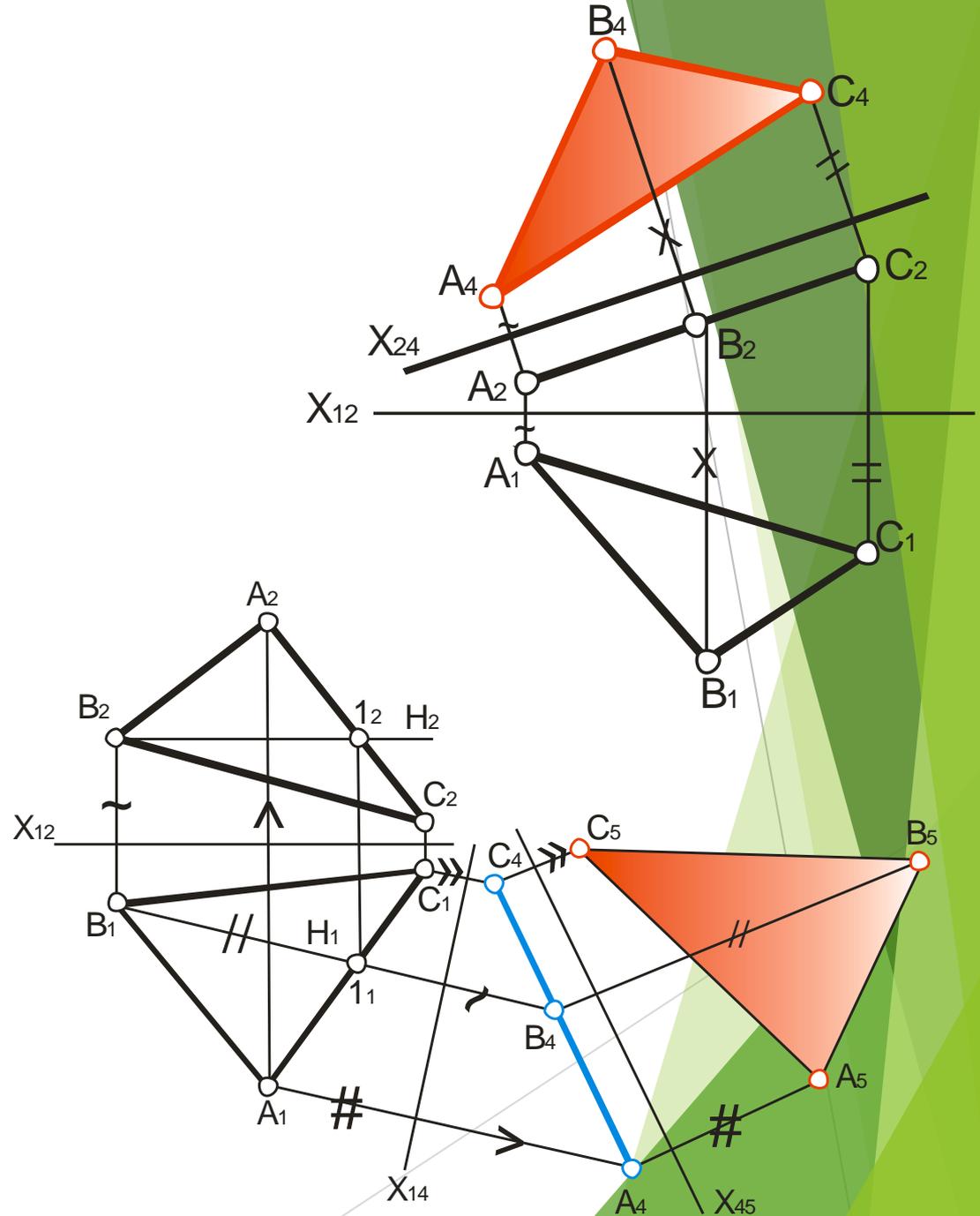
# Приклад

Побудувати дійсну величину фронтально-проекціювальної площини, яка задана трикутником  $ABC$ :

$$X_{14} \parallel A_2B_2C_2$$

$$A_2A_{4i}; B_2B_{4i}; C_2C_{4i} \perp X_{14}$$

Для визначення дійсної величини площини загального положення недостатньо замінити тільки однієї площини проєкцій. У цьому випадку виникає потреба на одному й тому ж кресленку замінити новими площинами, площини -  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$ .



# Алгоритм розв'язання:

- ▶ у даній площині  $ABC$  будемо горизонталь  $H$  (так як, нам необхідно щоб задана площина стала проекційовальною, то в цьому випадку нова площина повинна бути перпендикулярною до площини трикутника  $ABC$ );
- ▶ перпендикулярно до горизонтальної проекції горизонталі побудуємо нову вісь проекцій  $X_{14}$ ;
- ▶ на площині  $\Pi_4$  висоту точок  $A$ ,  $B$ ,  $C$  знайдено за фронтальною проекцією. На площину  $\Pi_4$  трикутник спроекціюється в лінію  $A_4B_4C_4$ ;
- ▶ паралельно проекції  $A_4B_4C_4$  трикутника  $ABC$  розташуємо нову площину проекцій  $\Pi_5$  (на кресленику вісь  $X_{45}$  проведено паралельно проекції  $A_4B_4C_4$  трикутника  $ABC$ );
- ▶ далі побудови здійснюємо так як у попередньому випадку. Відстань від осі  $X_{45}$  до вершин трикутника  $A_5B_5C_5$  на площині  $\Pi_5$  дорівнює відстані від точок  $A_1B_1C_1$  до осі  $X_{14}$ . Отримані точки з'єднуємо, що дасть шукану дійсну величину трикутника  $ABC$ .

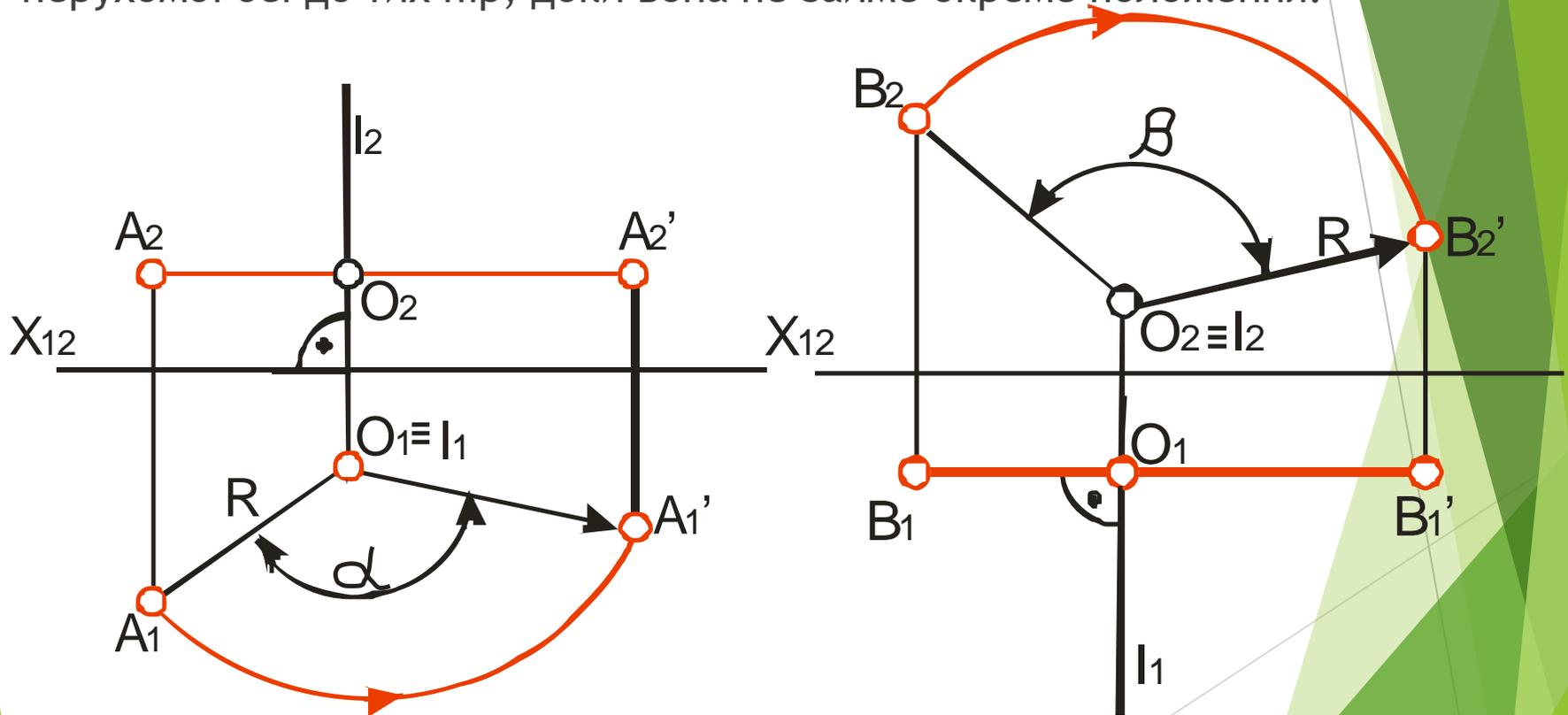
## Можливі випадки застосування способу заміни площин проекцій при розв'язанні задач:

- ▶ *визначення дійсної величини відрізка загального положення* - необхідно нову площину проекцій розташувати паралельно заданому відрізку (перетворити відрізок із загального положення в окреме положення - пряму рівня);
- ▶ *перетворити відрізок загального положення у проекціювальне* - для цього необхідно спочатку зробити його прямою рівня (визначити дійсну величину), а потім побудувати його проекцію у вигляді точки, інакше, здійснити подвійну заміну площин проекцій;
- ▶ *площину загального положення перетворити у проекціювальну* - для цього необхідно нову площину проекцій вибрати перпендикулярно до лінії рівня заданої площини (горизонталі чи фронталі). Отримав на новій площині проекцій проекцію площини у вигляді лінії, можна визначити кути нахилу даної площини до площин проекцій;
- ▶ *визначити дійсну величину фігури загального положення* - для цього необхідно здійснити послідовно заміну площин проекцій  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$ . При першій заміні задану площину перетворюємо у проекціювальну, а наступною - на площину рівня.

# 21. Спосіб обертання.

## Обертання навколо проєкціювальної прямої

*Теорія способу обертання* - полягає у тому, що задана система площин проєкцій залишається незміною, а фігура обертається навколо нерухомої осі до тих пір, доки вона не займе окреме положення.



# Основні елементи обертання:

- ▶ **об'єкт обертання** - точка  $A$  чи будь-яка фігура;
- ▶ **вісь обертання** - пряма, навколо якої обертається точка  $A$  чи фігура (вісь може бути задана чи обрана);
- ▶ **площина обертання** - площина, в якій переміщується точка; ця площина завжди перпендикулярна до осі обертання;
- ▶ **центр обертання** - точка перетину осі обертання з площиною обертання (точка  $O$ );
- ▶ **радіус обертання** - відстань від точки до центра обертання (завжди визначається дійсна величина радіуса обертання).

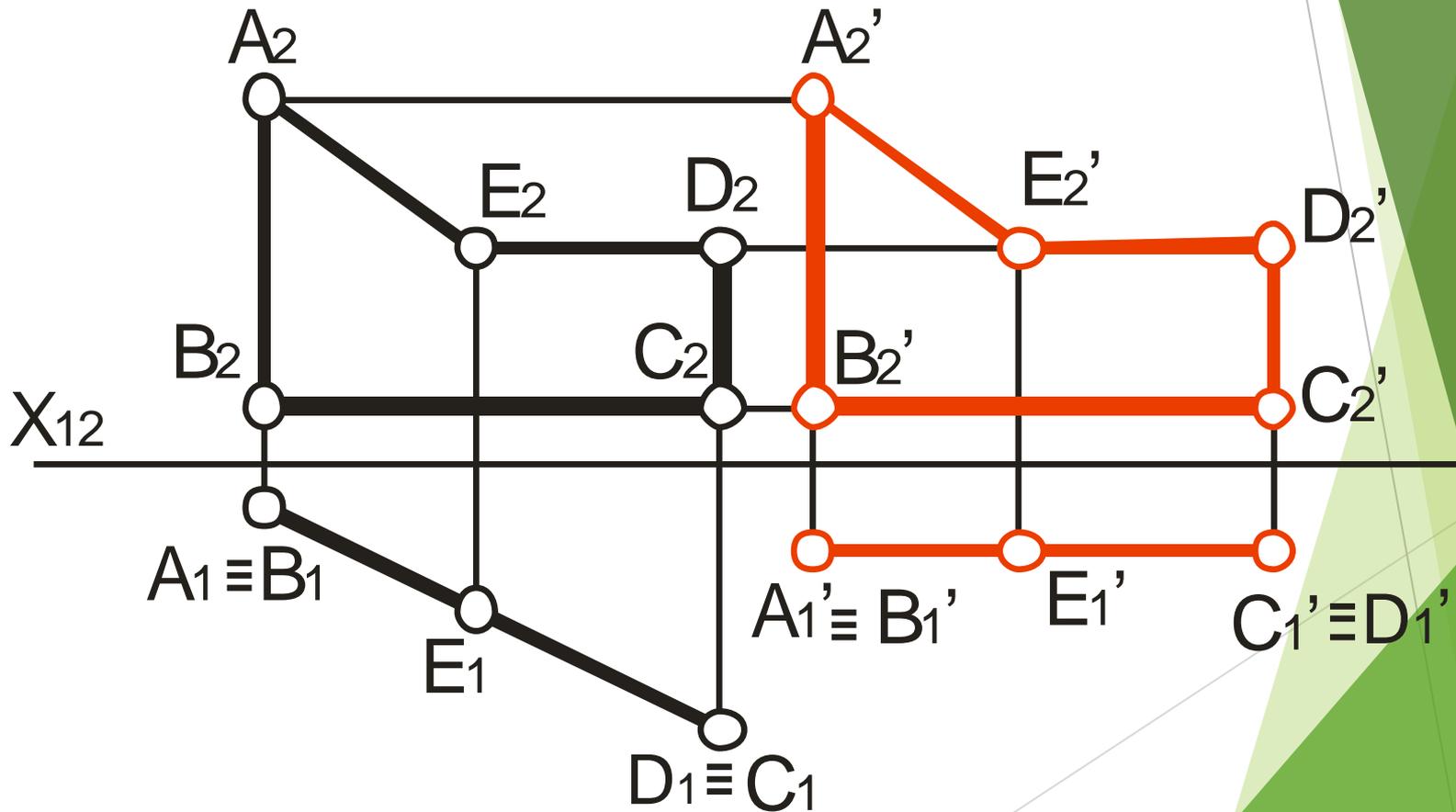


## Алгоритм розв'язання:

- ▶ спочатку вибираємо вісь обертання - перпендикулярну до фронтальної площини проєкцій, яка проходить через пряму  $AB$ . Таким чином, при обертанні пряма  $AB$  буде залишатись на місці, а точки  $C$  і  $D$ , переміщуються в площинах, перпендикулярних до  $AB$ . Точки займуть нове положення  $C_2'$  і  $D_2'$ . При цьому плоска фігура  $ABCD$  стане паралельною до площини  $\Pi_1$  і спроекціюється на неї в дійсну величину;
- ▶ фронтальні проєкції точок будуть переміщуватись по дузі радіусом  $R=O_2D_2C_2$ , а горизонтальні проєкції по прямій, перпендикулярній до  $A_1$  і  $B_1$ , як осі обертання;
- ▶ нове положення  $C_1'D_1'$  горизонтальних проєкцій точок  $C$  і  $D$ , знайдене за їх фронтальними проєкціями  $C_2'$  і  $D_2'$ . Фігура  $A_1B_1C_1'D_1'$  - дійсна величина чотирикутника  $ABCD$ .

## 22. Спосіб плоскопаралельного руху

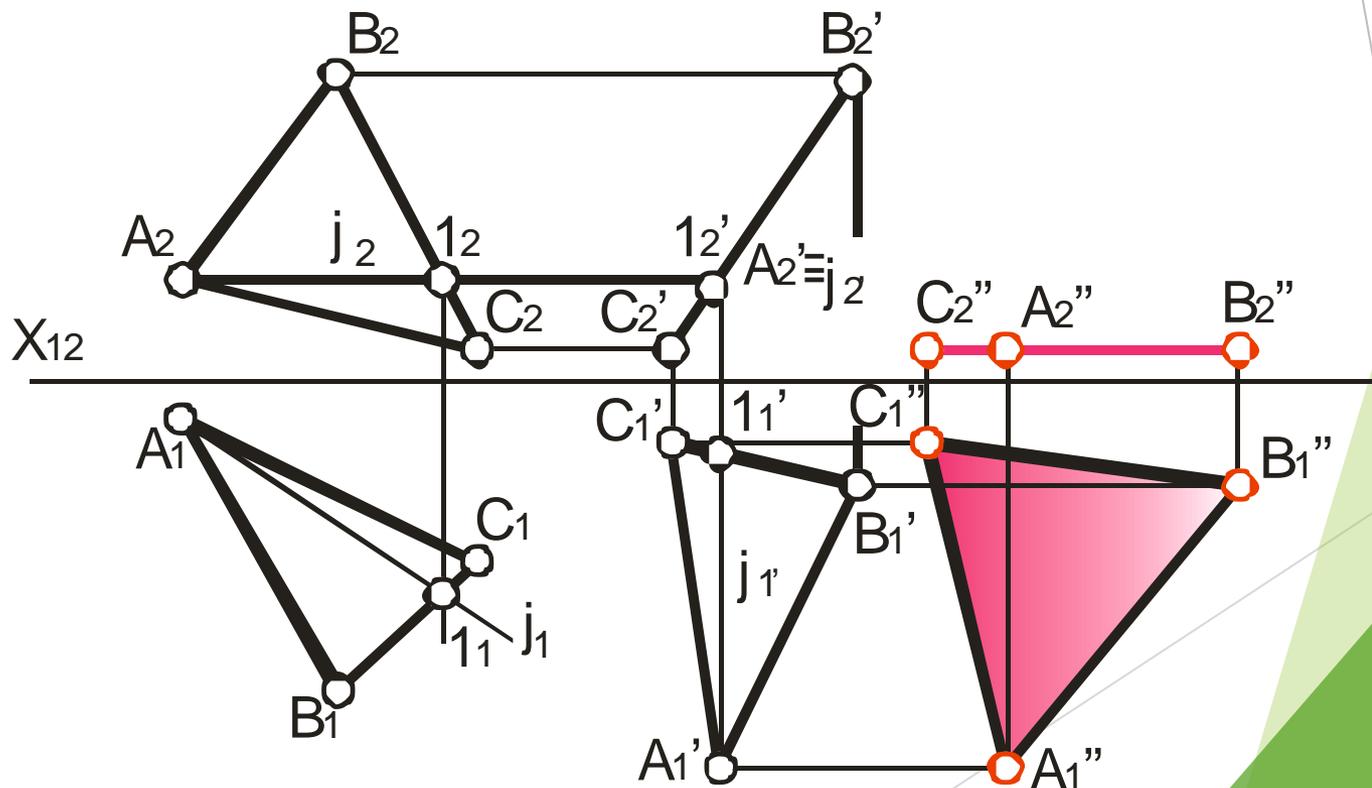
*Плоскопаралельним переміщенням* називається такий рух фігури у просторі, при якому всі її точки переміщуються в площинах паралельних між собою і паралельних одній з площин проекцій



## Приклад

Визначити дійсну величину плоскої фігури  $ABC$  – загального положення.

- ▶ Площину загального положення переведено у горизонтальну площину (площину рівня);
- ▶ плоскопаралельний рух здійснено двічі: спочатку відносно осі, перпендикулярної до площини проєкцій  $\Pi_1$ , потім відносно осі, перпендикулярної до площини проєкцій  $\Pi_2$ .
- ▶ Горизонтальна проєкція  $A_1''B_1''C_1''$  визначає дійсні розміри трикутника  $ABC$ .

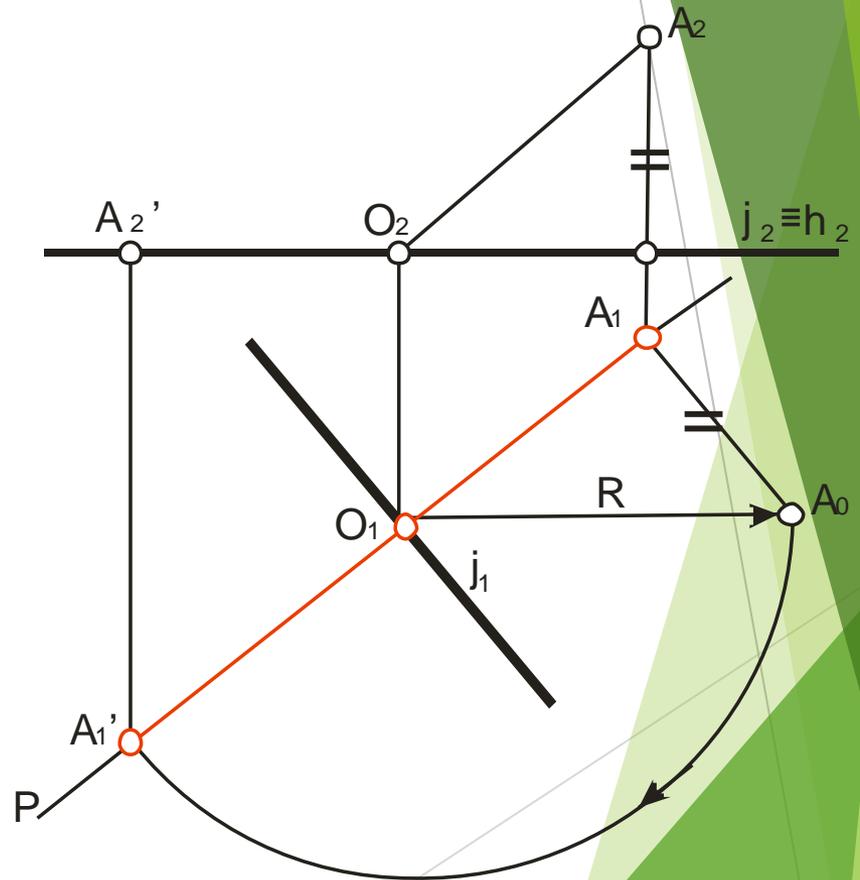
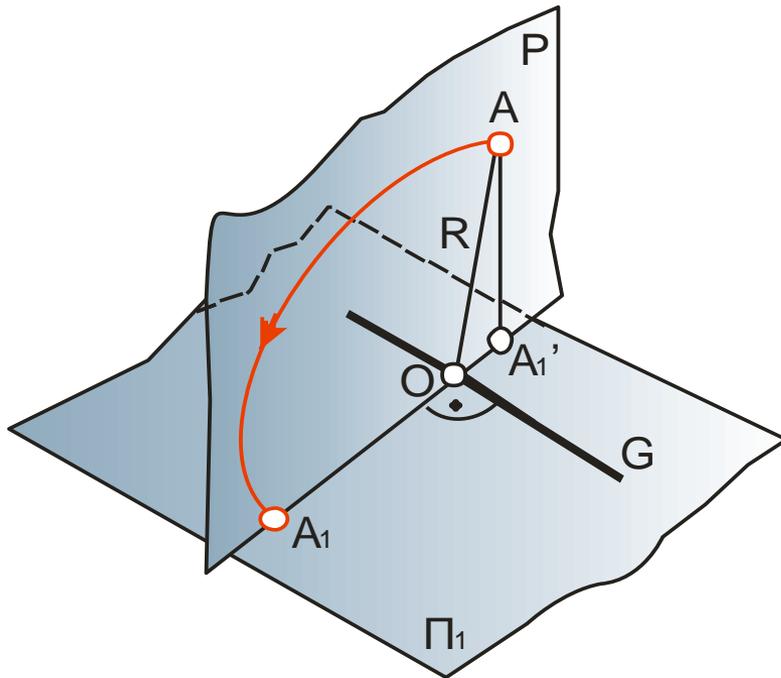


## Висновок:

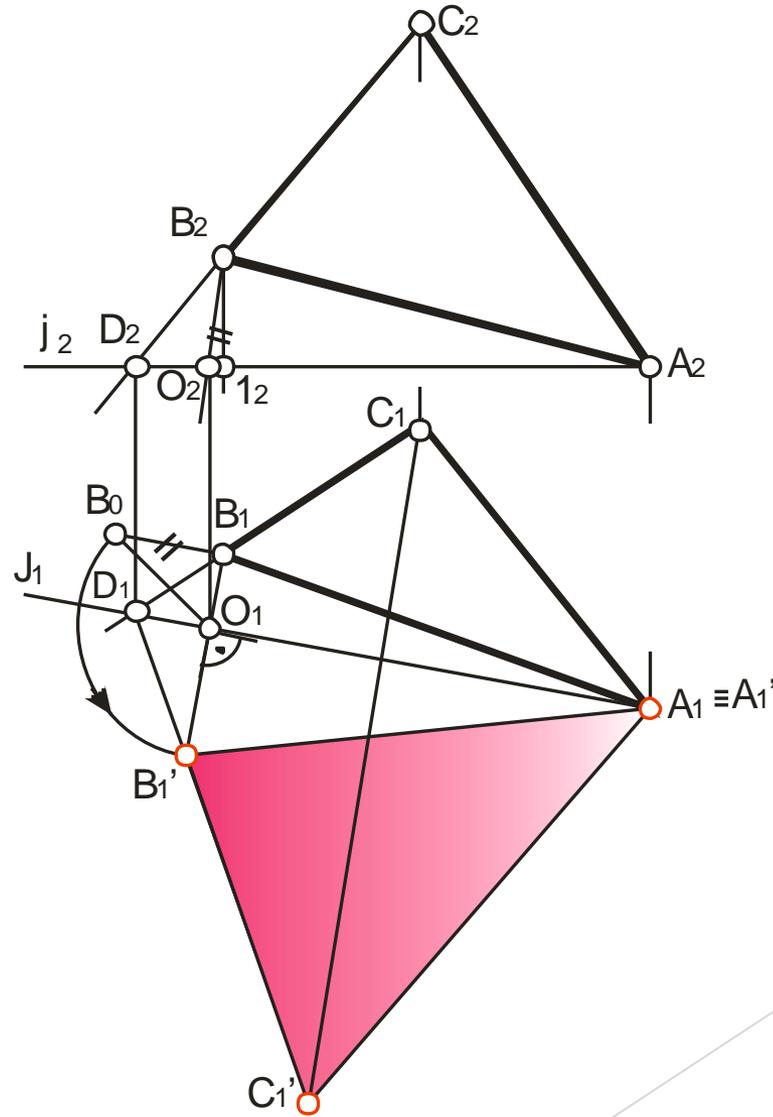
- ▶ для перетворення площин загального положення у проєкціювальне положення достатньо здійснити один плоскопаральний рух;
- ▶ для перетворення площини загального положення в площину рівня необхідно здійснити плоскопаралельний рух послідовно двічі, відносно площин  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$ .

## 23. Спосіб обертання навколо прямої рівня

Для визначення форми і розмірів плоских фігур можна здійснювати їх обертання навколо горизонталі чи фронталі.



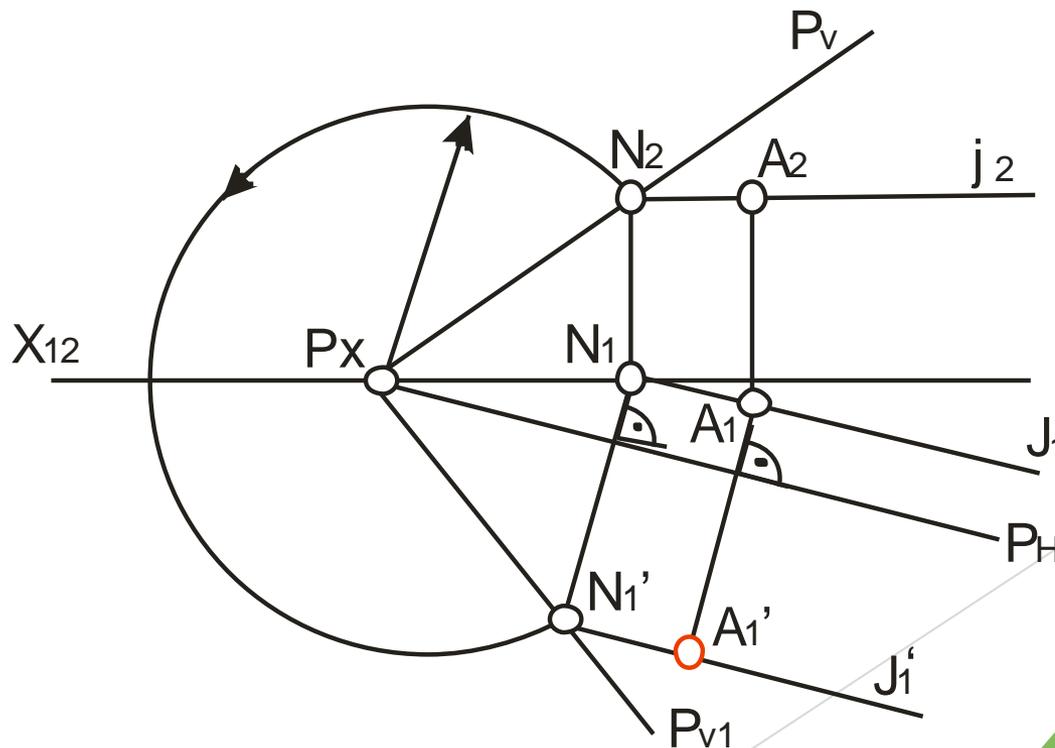
На рисунку визначено дійсну величину трикутника  $ABC$  способом обертання навколо лінії рівня (горизонталі).



## 24. Обертання площини навколо її сліду (суміщення). Косокутне допоміжне проєкціювання

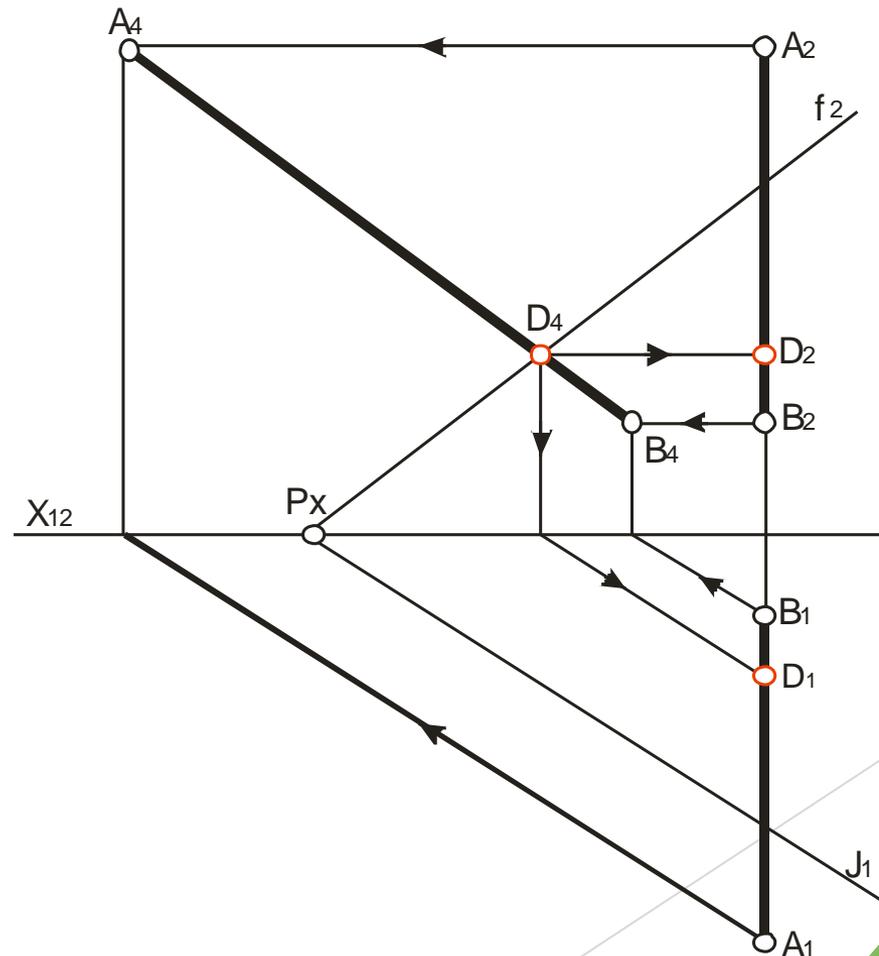
Обертання площини навколо її сліду до суміщення з однією з площин проєкцій називається **способом суміщення**.

На рисунку показано суміщення положення точки  $A$ , яка належить площині  $P$  з горизонтальною площиною проєкцій  $\Pi_1$ .



Цей спосіб доцільно використовувати для розв'язання позиційних задач з метою отримання проєкцій прямих у виді точок і проєкцій площин у виді ліній. **Суть способу** полягає в заміні прямокутного проєкціювання на центральне чи косокутне.

На рисунку визначено точку перетину профільної прямої  $AB$  з площиною загального положення способом **косокутного допоміжного проєкціювання**.



# Запитання і завдання для самоперевірки

1. Які є способи перетворення кресленника та які їх основні відмінності?
2. У чому полягає сутність способу заміни площин проєкцій?
3. Укажіть напрямлення площин проєкцій при переведенні площини загального положення у горизонтально-проєкціувальне.
4. Укажіть алгоритм розв'язання задачі на визначення справжньої величини площини загального положення способом заміни площин проєкцій.
5. У чому полягає сутність способу обертання навколо проєкціувальної прямої?
6. Яку пряму приймають за вісь обертання при переведенні площини загального положення у горизонтально-проєкціувальне?
7. Яку пряму приймають за вісь обертання при переведенні площини загального положення у фронтально-проєкціувальне?
8. У чому сутність способу плоскопаралельного переміщення? Які перетворення необхідно здійснити, щоб визначити справжню величину площини загального положення?
9. Дайте визначення способу суміщення.
10. З якою метою використовується в нарисній геометрії спосіб допоміжного проєкціювання?
11. Чи можна за допомогою способів перетворення площин проєкцій встановити кут нахилу площини загального положення?
12. Чи можна способом обертання відрізка прямої встановити його довжину і кути нахилу до площин проєкцій  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$ ?
13. Яка з проєкцій відрізка прямої лінії не змінює своєї величини?
14. Що є ознакою досягнення горизонтального положення площини, заданої горизонталлю і точкою, при обертанні навколо цієї горизонталі і де буде лежати фронтальна проєкція цієї точки після обертання?