

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск I	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 1

ЗАТВЕРДЖЕНО

науково-методичною радою
Державного університету
«Житомирська політехніка»
протокол від 4 вересня 2025 р.
№ 5

ПРАКТИЧНІ РОБОТИ з навчальної дисципліни

«ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ»

Частина 1: Лінійні неперервні системи

для здобувачів вищої освіти освітнього ступеня «бакалавр»
спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»
освітня програма «Комп'ютеризоване управління енергетичними системами»
факультет комп'ютерно-інтегрованих технологій, мехатроніки і робототехніки
кафедра робототехніки, електроенергетики та автоматизації
ім. проф. Б.Б. Самотокіна

Рекомендовано на засіданні
кафедри робототехніки,
електроенергетики та
автоматизації
ім. проф. Б.Б. Самотокіна
25 серпня 2025 р., протокол № 7

Розробник: старший викладач кафедри робототехніки, електроенергетики та
автоматизації ім. проф. Б.Б. Самотокіна БОГДАНОВСЬКИЙ Мартін

Житомир
2025

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск I	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 2

Практика 1. Типові схеми реалізації автоматизованих систем регулювання.

Реалізація сучасних енергетичних систем базується на поєднанні фундаментальних законів автоматичного управління з високою технологічністю виконавчих механізмів та датчиків. Одним із найбільш показових прикладів конкретної технічної реалізації є **триімпульсна система регулювання рівня води в барабані парового котла**. Функціонально ця схема призначена для підтримки матеріального балансу між витратою живильної води та паропроодуктивністю котла. Структурно вона реалізується як комбінована система, що використовує три вхідні сигнали: рівень води в барабані (головна змінна), витрата пари (сигнал за збуренням) та витрата живильної води (сигнал жорсткого зворотного зв'язку). Така структура дозволяє нівелювати ефект «набрякання» рівня (хибне підвищення рівня при різкому зростанні витрати пари через збільшення об'єму пароводяної суміші), оскільки регулятор отримує сигнал про збільшення витрати пари ще до того, як фізичний рівень почне суттєво змінюватися.

Іншим критично важливим вузлом є **система регулювання температури перегрітої пари**, де застосовується каскадна структурна схема з використанням упорскувального пароохолоджувача. Функціонально система розділена на два контури. Внутрішній контур (допоміжний) охоплює регулювальний клапан впорскування та датчик температури пари безпосередньо за пароохолоджувачем. Його завдання — швидка компенсація коливань тиску та температури впорскування води. Зовнішній контур (головний) отримує сигнал від датчика температури на виході з пароперегрівача. Математично це описується послідовним з'єднанням двох інерційних ланок, де передатна функція внутрішнього контуру $\Phi_{in}(s)$ входить у загальну модель як частина об'єкта для зовнішнього регулятора. Така структурна побудова дозволяє значно скоротити час перехідного процесу та уникнути небезпечних термічних напружень у металі паропроводів.

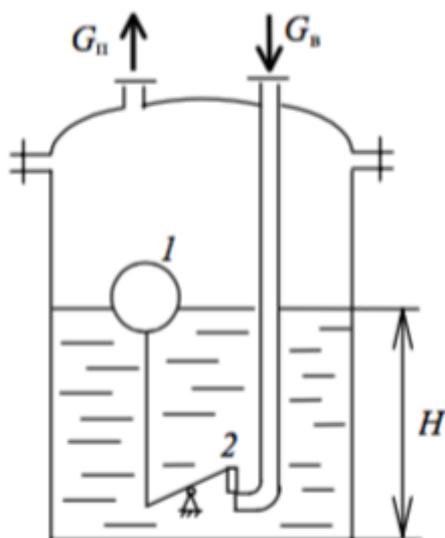
В енергосистемах загалом особливу роль відіграє **автоматичне регулювання частоти та потужності (АРЧП)**. Структурна схема цієї системи має ієрархічний характер. Первинне регулювання реалізується безпосередньо на кожному турбогенераторі за допомогою відцентрових або електронних регуляторів швидкості, що мають певний статизм (*droop*). Функціонально це забезпечує миттєву реакцію на дефіцит потужності в мережі. Вторинне регулювання (централізоване) здійснюється через загальносистемний контролер, який розсилає команди на зміну завдання потужності конкретним енергоблокам, щоб повернути частоту до номінальних **50 Гц**. Це реалізується через інтегральний закон управління, що дозволяє усунути залишкову похибку частоти, яка виникає при роботі лише первинних регуляторів.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 3

Не менш важливою є **система регулювання співвідношення «паливо-повітря»** в топках котлоагрегатів. Функціональна схема такої системи будується за принципом «ведучий-ведений» (lead-lag) або з використанням селекторів мінімуму/максимуму. Структурно це виглядає так: при збільшенні навантаження спочатку зростає подача повітря, а потім палива (для повного згоряння), а при зменшенні — спочатку знижується подача палива, а потім повітря. Така логіка запобігає утворенню недопалу та викидам шкідливих речовин, що є критичним для екологічних та економічних показників енергооб'єкта. Сучасні цифрові системи управління (DCS) дозволяють інтегрувати всі ці локальні схеми у єдиний програмно-технічний комплекс, де функціональні зв'язки між ними реалізуються на рівні алгоритмів, забезпечуючи живучість енергосистеми в будь-яких режимах роботи.

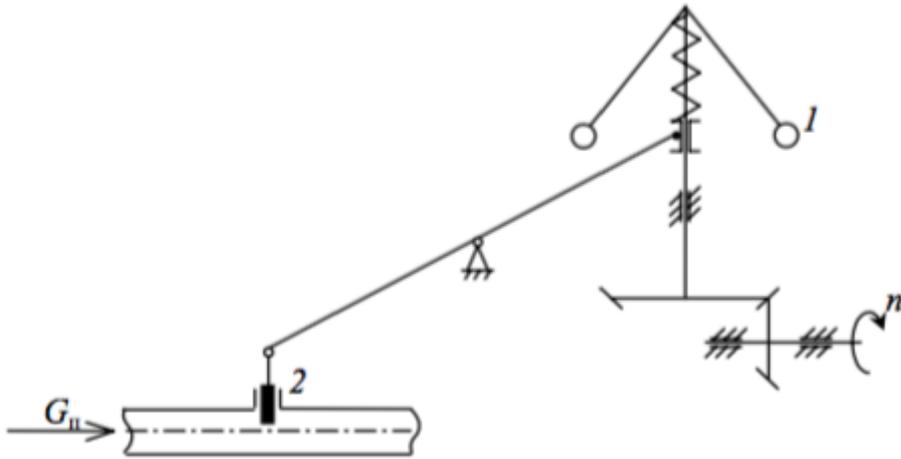
Розглянемо функціональні схеми класичних систем, на базі яких можливо представити узагальнення властивостей технічних систем як об'єктів управління.

Регулятор Ползунова.

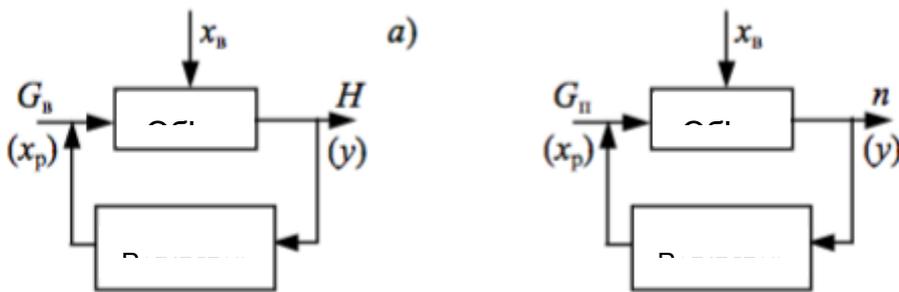


Регулятор Уатта.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 4

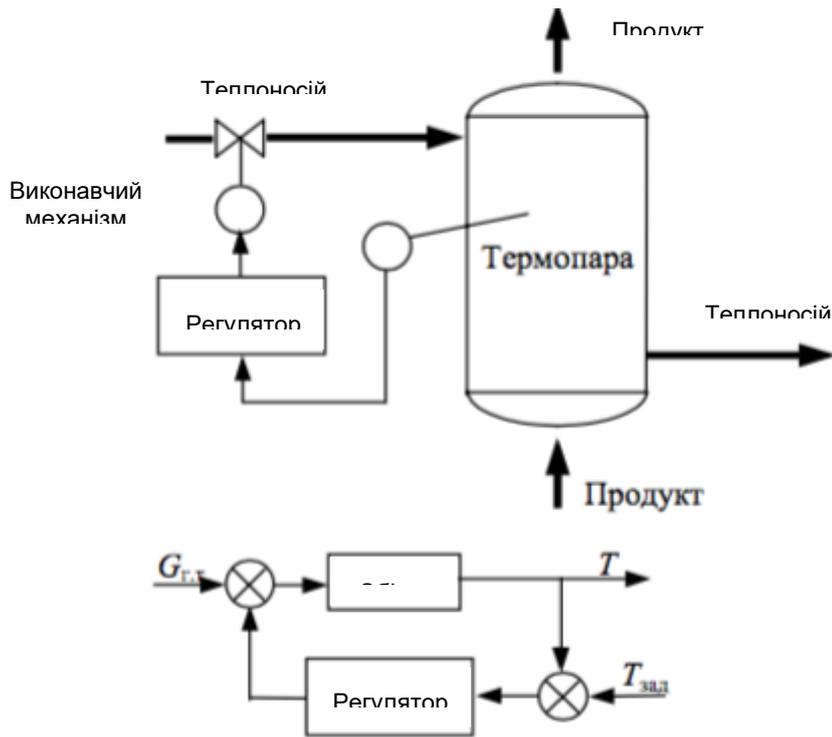


Математичні моделі у вигляді структурних схем, що з точки зору алгоритму управління представлені відповідними схемами



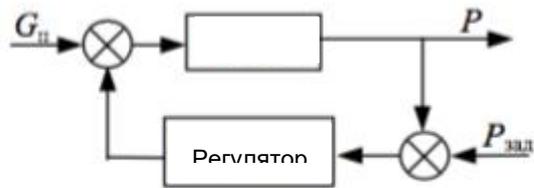
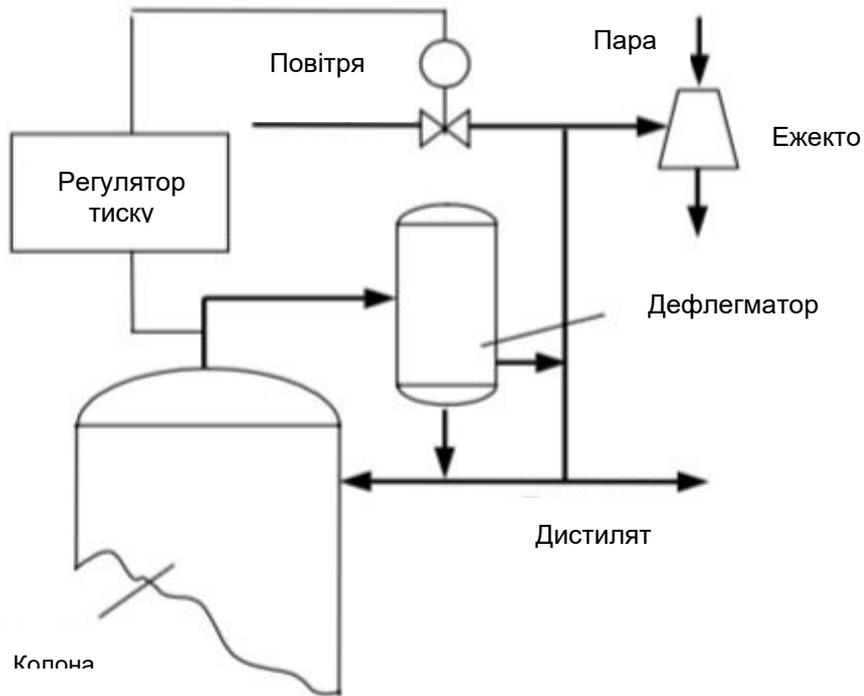
Теплообмінний апарат.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 5



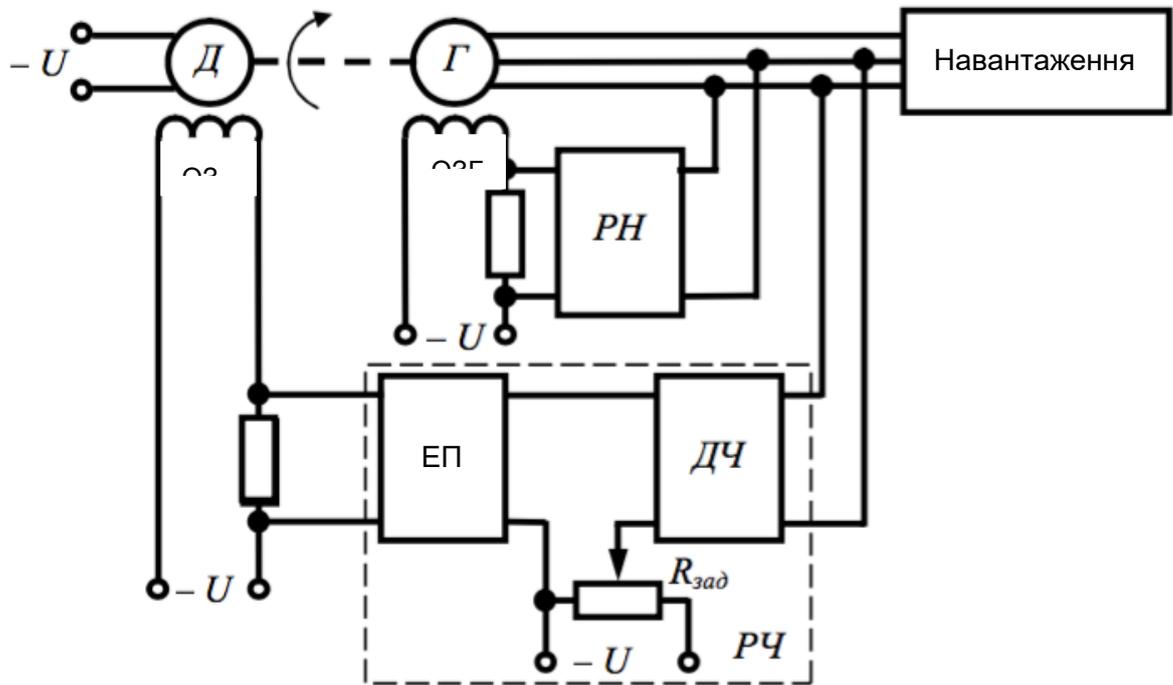
Регулятор тиску ректифікаційної колони

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 6

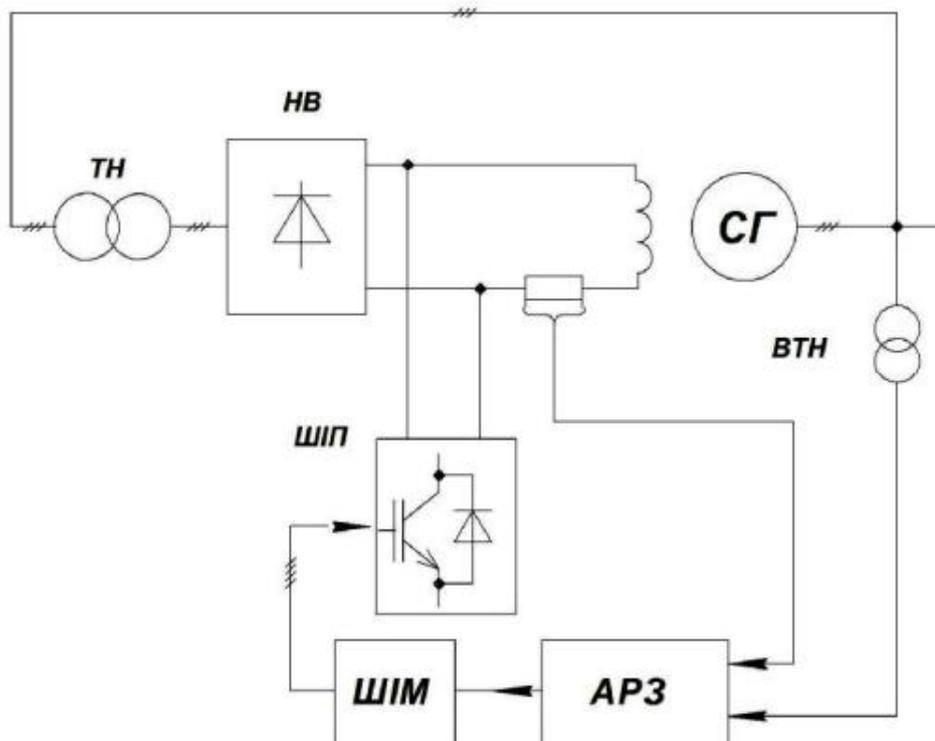


Електропривод двигун - генератор

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 7

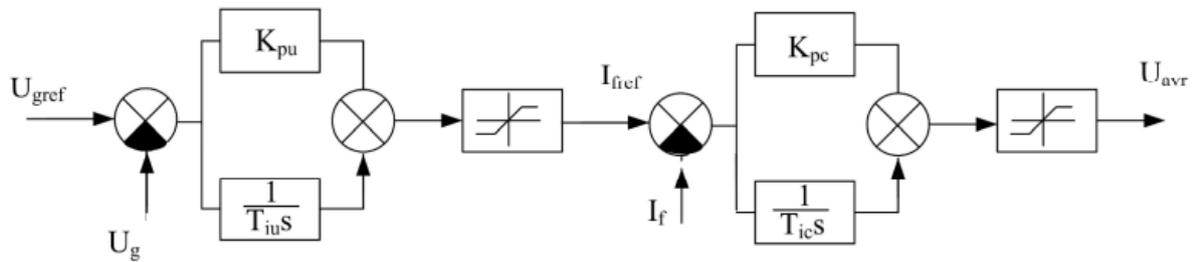


Регулятор збудження синхронного генератора



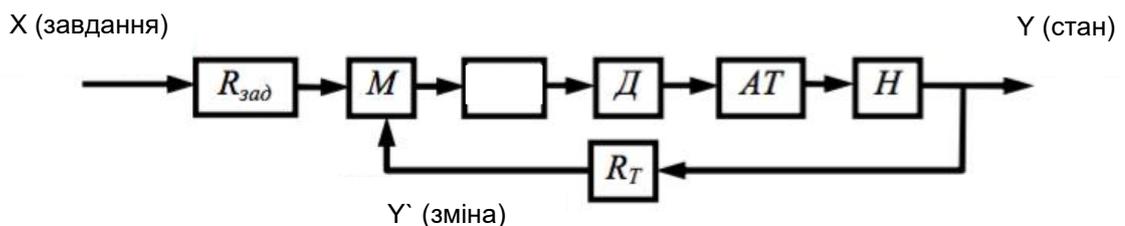
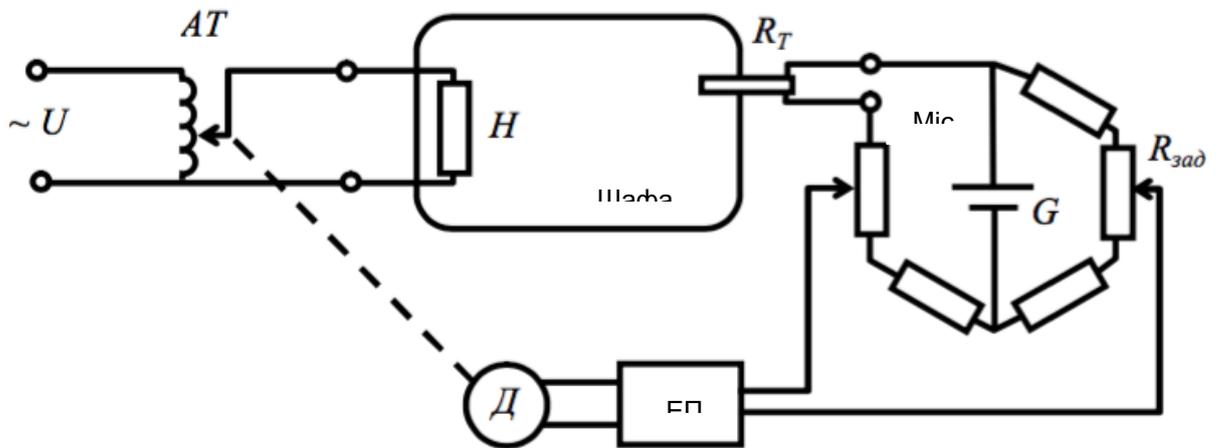
Структурна схема системи автоматичного регулювання вихідної напруги генератора, в якій внутрішній контур регулювання струму збудження генератора підпорядкований контуру регулювання напруги:

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 8



регулювання збудження: U_{gref} , U_g – задане і поточне значення напруги статора синхронного генератора, I_{fref} , I_f – задане і поточне значення струму збудження синхронного генератора, K_{pu} , T_{iu} – коефіцієнт підсилення та стала часу ПІ-регулятора напруги, K_{pc} , T_{ic} – коефіцієнт підсилення та стала часу ПІ-регулятора струму збудження, U_{avr} – напруга на виході автоматичного регулятора збудження

Регулятор температури термошафи



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 9

Практика 2. Структурні перетворення схем АСР

Як правило, за структурною схемою при відомих функціях передачі окремих ланок потрібно знайти еквівалентну передатну функцію (ПФ) деякого об'єднання ланок (об'єкта, регулятора) або всієї системи в цілому. Для цього використовують правила перетворення послідовної, паралельної та зустрічно-паралельної (зі зворотним зв'язком) з'єднань.

Еквівалентна передатна функція послідовно з'єднаних ланок дорівнює добутку передатних функцій цих ланок. Вважають, що перестановка послідовно включених шляхом сигналу ланок не впливає на результат, т. е. $W_1W_2 = W_2W_1$.

Еквівалентна передатна функція паралельно з'єднаних ланок дорівнює сумі передавальних функцій цих ланок (з урахуванням знаку входу суматора на шляху сигналу).

Шлях від входу до виходу системи називається прямим зв'язком, від виходу до входу – зворотним зв'язком. Якщо сигнал на шляху змінює знак (зазвичай на вході суматора, що інвертує), зворотний зв'язок називається негативним (НЗЗ), якщо не змінює знак – позитивним (ПЗЗ). Замкнений шлях називається контуром, наприклад замкнений контур зворотного зв'язку (ЗКЗЗ). Еквівалентна передатна функція з'єднання зі зворотним зв'язком дорівнює дробу, у чисельнику якого записано ПФ ланки на прямому шляху, а в знаменнику – одиниця мінус

$$\Delta_{ln} = 1 \mp \prod_{i=1}^n W_i$$

Особливості цього виду з'єднання ланок:

- якщо в системі є хоч один зворотний зв'язок, передатна функція системи завжди буде дріб;

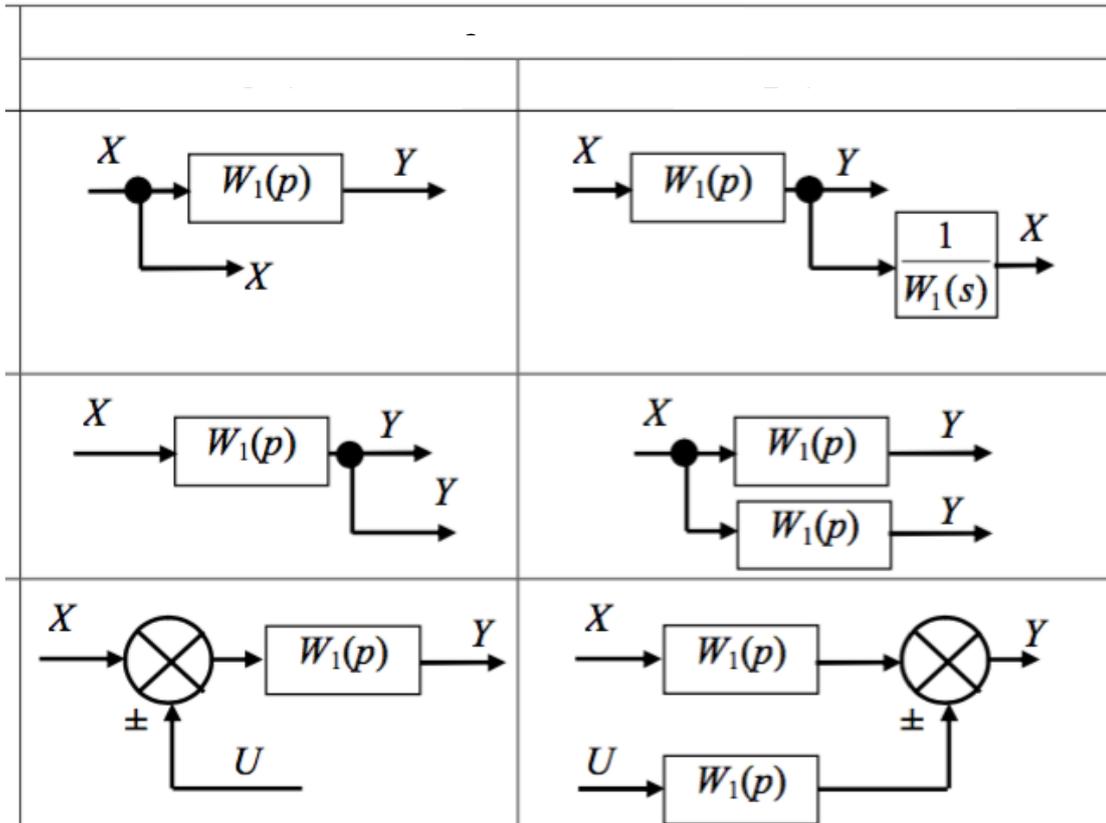
- знак перед добутком ПФ ланок у знаменнику (у визначнику ЗКЗЗ) зазвичай протилежний знаку зворотного зв'язку.

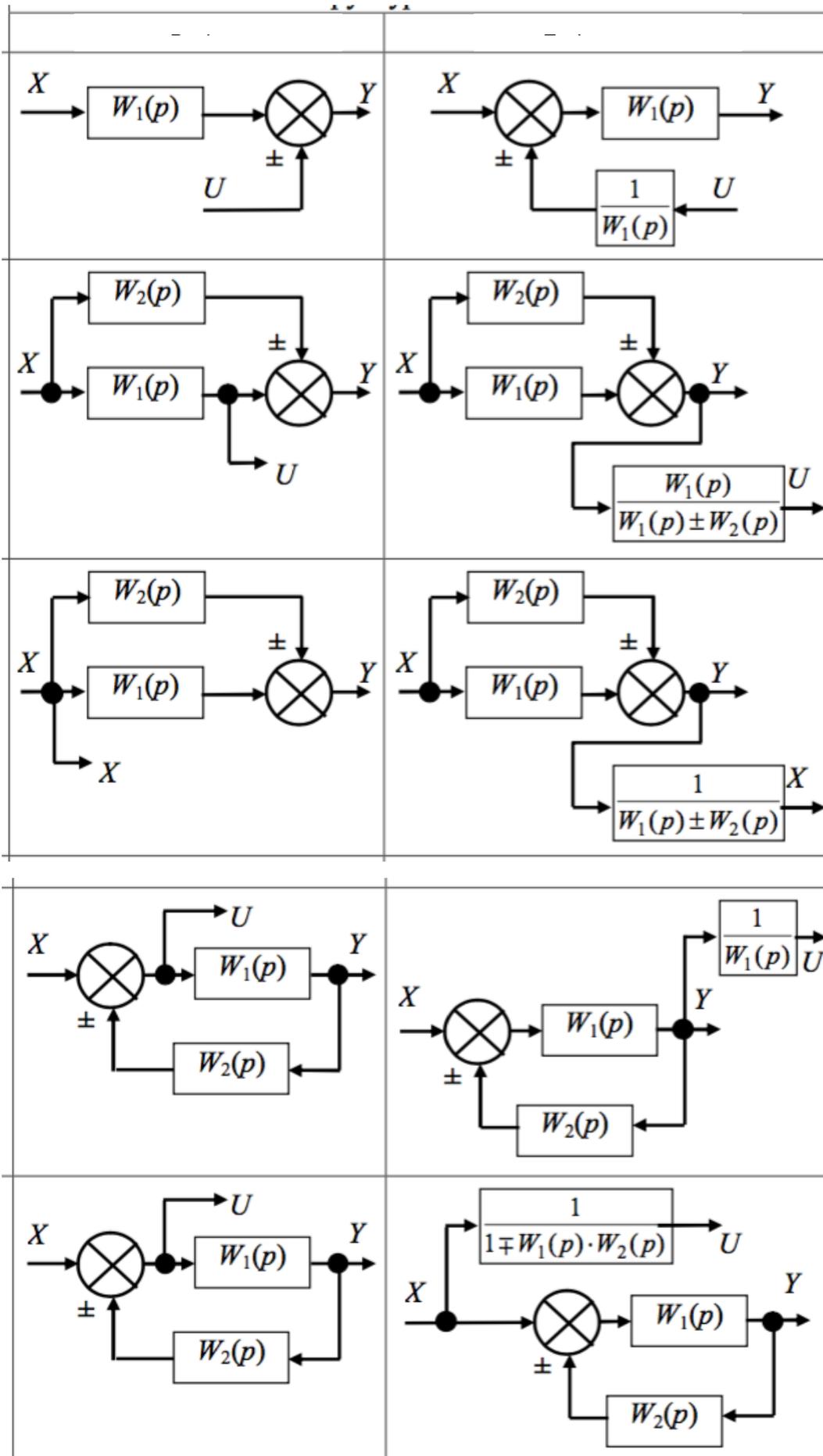
Для систем з перехрещеними (містковими) зв'язками застосовують правило перенесення: в гілок, що переносяться, вводять фіктивну ланку з передатною функцією, що дорівнює ПФ втраченого, або зворотної ПФ, що з'явився при переносі елемента.

По Мейсону структурна схема може бути описана цілком, без поділу на ланки. Передатна функція багатоконтурної системи утворює дріб, чисельник якого дорівнює сумі творів передаточних функцій прямих шляхів на сукупні визначники

4

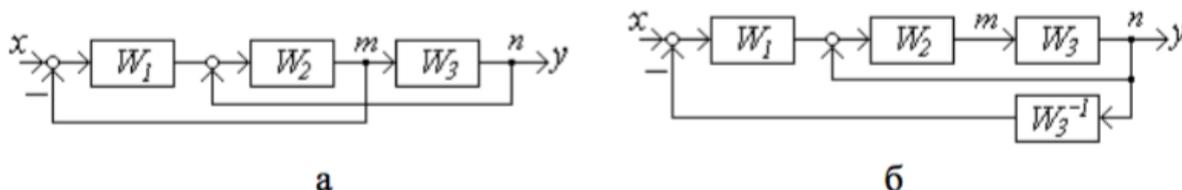
ЗКЗЗ, що не стосуються цих шляхів, а знаменник – одиниця мінус сума творів визначників нездатних ЗКЗЗ та передаточних функцій загальних ЗКЗЗ. Слід уважно ставитись до гілок, які заходять ззовні до контуру ОС, т.к. вони можуть утворювати неявні прямі шляхи ланцюгами зворотних зв'язків.





Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 12

Перетворення (приклад)



$$W^I = W_2 W_3; \quad W^{II} = \frac{W_1 W_2 W_3}{1 - W_2 W_3};$$

$$W = \frac{\frac{W_1 W_2 W_3}{1 - W_2 W_3}}{1 + \frac{W_1 W_2 W_3}{1 - W_2 W_3} \cdot \frac{1}{W_3}} = \frac{\frac{W_1 W_2 W_3}{1 - W_2 W_3}}{\frac{1 - W_2 W_3 + W_1 W_2}{1 - W_2 W_3}} = \frac{W_1 W_2 W_3}{1 - W_2 W_3 + W_1 W_2}.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 13

Практика 3. Перетворення Лапласа та передатні функції

Поведінка лінійних, безперервних, стаціонарних систем із зосередженими параметрами описується у часі однорідним диференціальним рівнянням (ОДР) з постійними коефіцієнтами a_i , b_j

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_n y(t) = b_0 \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_m x(t),$$

де ліворуч – вихідна функція $y(t)$ та її похідні (результат), справа – вхідна функція $x(t)$ та її похідні.

Для запису передавальної функції використовується комплексна змінна Лапласа $s = \sigma + j\omega = \alpha + j\beta$ (іноді позначається символом p). Щоб отримати ПФ, достатньо в ОДР замінити похідні d/dt на s відповідно, відкинути символи функцій $x(t)$ і $y(t)$ і розділити багаточлен правої частини диференціального рівняння на багаточлен лівої частини. При нульових початкових умовах передатна функція може бути отримана як відношення реакції (вихідного сигналу) системи до вхідного сигналу, записаних у вигляді зображень за Лапласом.

Вона може бути записана тріадою: корені багаточлена чисельника (нулі), коріння багаточлена знаменника (полюса) та загальний коефіцієнт посилення. На комплексній площині нулі позначають кружком, полюси – хрестиком; загальний коефіцієнт посилення відобразити неможливо і він має вказуватися окремо.

При переході від розімкнутої системи до замкнутої, охопленої загальною одиничною негативною зворотним зв'язком (НЗЗ), достатньо до знаменника ПФ розімкнутої системи додати її чисельник, щоб отримати ПФ замкнутої системи.

Приклад 1. Визначити передатну функцію об'єкта регулювання, модель якого задана диференціальним рівнянням

$$1.1\ddot{y} + 2.2\dot{y} + 3.1y + 4.2y = 1.34\ddot{x} - x.$$

Зіставляючи похідним відповідний ступінь s , відкидаючи символи функцій x та y і ділячи багаточлен правої частини диференційного рівняння на многочлен лівої частини, отримуємо ПФ

$$W_{yx}(s) = \frac{1.34s^2 - 1}{1.1s^3 + 2.2s^2 + 3.1s + 4.2}.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 14

Приклад 2. При одиничній східчастій дії $1(t)$ на вході реакція ланки описується функцією $2(1 - e^{(-3t)}) \times 1(t)$. Знайти передатну функцію ланки.

Перетворюємо по Лапласу вхідний та вихідний сигнали, користуючись таблицею відповідності оригіналів та зображень (додаток А). Зображення вхідної дії дорівнює $X(s) = 1/s$, зображення реакції ланки після приведення до спільного знаменника

$$Y(s) = 2 \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+3} \right) = \frac{2(s+3-s)}{s(s+3)} = \frac{6}{s(s+3)}.$$

Тут одиничний стрибок не враховуємо, хоча він і є у вихідній функції, тому що це просто вказівка на те, що сигнал на виході з'явився стрибком. Така вказівка може бути відсутня.

Ділимо зображення реакції на зображення вхідного впливу та отримуємо передатну функцію ланки.

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\frac{6}{s(s+3)}}{\frac{1}{s}} = \frac{6}{s+3}.$$

Приклад 3. Система має нуль -3 , комплексні сполучені полюси $-2 \pm j$ та коефіцієнт посилення $k = 5$. Визначити ПФ системи після її замикання одиничної ОЗЗ.

Передаточна функція розімкнутої системи дорівнює

$$W_p(s) = 5 \frac{s+3}{(s+2)^2 + 1^2} = \frac{5s+15}{s^2 + 4s + 5}.$$

Додаючи до знаменника чисельник, отримуємо ПФ замкнутої системи

$$W(s) = \frac{5s+15}{s^2 + 4s + 5 + 5s + 15} = \frac{5s+15}{s^2 + 9s + 20}.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 15

Практика 4. Розрахунок принципів схем

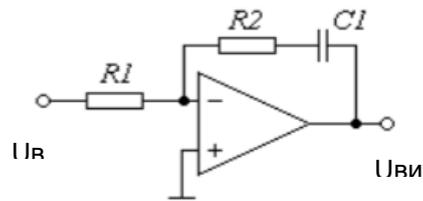
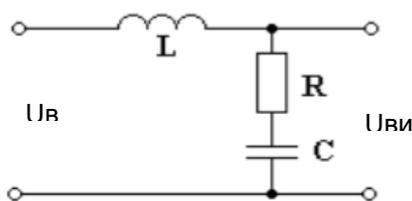
Якщо аналізується принципова електрична схема, передаточна функція складається з урахуванням відомих закономірностей роботи таких схем. Для індуктивних елементів (катушок, дроселів) операторний реактивний опір дорівнює $X_L = L \times s$, для ємнісних елементів $X_C = 1/(C \times s)$, де L – індуктивність (Генрі), C – ємність (Фарад), s – комплексна змінна Лапласа.

У схемах з операційними підсилювачами (ОП) враховують, що інвертуючий вхід змінює знак (полярність) сигналу, що проходить. Коефіцієнт посилення каскаду на ОП дорівнює відношенню еквівалентного опору в ланцюзі зворотного зв'язку до еквівалентного опору на вході підсилювача. За передатною функцією об'єкта можна записати диференціальне рівняння, припускаючи, що скорочення однакових нулів та полюсів не проводилося. За зображенням деякого сигналу можна записати його оригінал.

Приклад 1. Визначити передатну функцію схеми.

Схема є дільником напруги з коефіцієнтом $(R + X_C)/(X_L + R + X_C)$, тому передатна функція дорівнює

$$W(s) = \frac{R + X_C}{X_L + R + X_C} = \frac{R + \frac{1}{Cs}}{Ls + R + \frac{1}{Cs}} = \frac{RCs + 1}{LCs^2 + RCs + 1} = \frac{T_1s + 1}{T_2s^2 + T_1s + 1}$$



Приклад 2. Визначити передатну функцію схеми. Еквівалентний операторний опір у ланцюзі заперечного зворотного зв'язку дорівнює сумі

$$X_{oc} = R_2 + \frac{1}{X_C} = R_2 + \frac{1}{Cs} = \frac{R_2Cs + 1}{Cs},$$

в результаті передатна функція схеми на операційному підсилювачі, що інвертує, буде дорівнювати

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 16

$$W(s) = -\frac{X_{oc}}{X_{BX}} = -\frac{\frac{R_2 Cs + 1}{Cs}}{R_1} = -\frac{R_2 Cs + 1}{R_1 Cs} = -\frac{T_2 s + 1}{T_1 s}.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 17

Практика 5. Частотні характеристики

Аналітичний вираз для комплексного коефіцієнта передачі $W(j\omega)$ можна отримати за операторною передатною функцією $W(s)$, прирівнявши в змінній Лапласа $s = \sigma + j\omega$ дійсну частину σ нулю. З комплексної передавальної функції

$$W(j\omega) = \frac{Y(\omega, t)}{X(\omega, t)} = \frac{A_{\text{ввих}}(\omega) \cdot \sin(\omega t + \varphi_{\text{ввих}}(\omega))}{A_{\text{ввх}} \cdot \sin(\omega t + \varphi_{\text{ввх}})} = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} = \text{Re}(\omega) + j \text{Im}(\omega)$$

отримують амплітудну (АЧХ) $A(\omega) = A_{\text{ввих}}(\omega)/A_{\text{ввх}}$, фазову (ФЧХ) $\varphi(\omega) = \varphi_{\text{ввих}}(\omega) - \varphi_{\text{ввх}}$, дійсну (ДЧХ) $P(\omega) = \text{Re}W(j\omega)$ та уявну (УЧХ) $Q(\omega) = \text{Im}W(j\omega)$ частотні характеристики, пов'язані співвідношеннями

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \sqrt{\text{Re}^2(\omega) + \text{Im}^2(\omega)}, \quad \varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = \arctg \frac{\text{Im}(\omega)}{\text{Re}(\omega)};$$

$$\text{Re}(\omega) = A(\omega) \cdot \cos \varphi(\omega), \quad \text{Im}(\omega) = A(\omega) \cdot \sin \varphi(\omega).$$

Якщо уявити комплексний коефіцієнт передачі у вигляді дроби

$$W(j\omega) = \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)} = \frac{P_1(\omega) + jQ_1(\omega)}{P_2(\omega) + jQ_2(\omega)},$$

до амплітудна та фазова характеристики знайдуться відповідно:

$$A(\omega) = \frac{|N(j\omega)|}{|D(j\omega)|} = \frac{\sqrt{P_1^2(\omega) + Q_1^2(\omega)}}{\sqrt{P_2^2(\omega) + Q_2^2(\omega)}},$$

$$\varphi(\omega) = \arg N(j\omega) - \arg D(j\omega) = \arctg \frac{Q_1(\omega)}{P_1(\omega)} - \arctg \frac{Q_2(\omega)}{P_2(\omega)}.$$

Узагальнюючою є амплітудно-фазова частотна характеристика (АФЧХ або просто АФХ) – крива (годограф), яку креслить на комплексній площині кінець вектора $W(j\omega)$ при зміні частоти від 0 до $+\infty$.

У ході розрахунків слід відкинути негативні, уявні та комплексні частоти і по можливості скоротити вираження, що виходять для дійсної і уявної частин на ω .

При побудові частотних характеристик враховують гладкість кривої (при розривах годограф змінюється асимптотично), вказують на графіку стрілкою напрям збільшення частоти та/або крайні частоти. В якому б порядку не були розташовані частоти в таблиці, побудова кривої слід завжди проводити за зростанням значень частоти.

Швидка перевірка правильності розрахунків:

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 18

- АФЧХ та АЧХ починаються при значенні $bm/an = \text{куст}$;

- АФЧХ та АЧХ закінчуються в нулі ($m < n$) або при $b0/a0$ (для $m = n$); - АФЧХ стійкої системи, що не має нулів, проходить за годинниковою стрілкою стільки квадрантів, яким є порядок характеристичного полінома.

Реакцію системи на гармонійний вплив будь-якої частоти в показовій формі отримують шляхом множення на $A(\omega)$ амплітуди вхідного сигналу і додавання $\varphi(\omega)$ до його фази.

Приклад 1. Побудувати частотні характеристики системи з ПФ $W(s) = 2/(s^2+5s+6)$.

Підставляємо $s=j\omega$, враховуючи, що $j = \sqrt{-1}$, знижуємо порядок j ($j^2 = -1$; $j^3 = -j$ тощо), позбавляємося уявності у знаменнику, помноживши чисельник і знаменник дробу на комплексне вираження, пов'язане стояв у знаменнику, відокремлюємо дійсну і уявну частини, наводимо у знаменнику подібні члени

$$\begin{aligned}
 W(j\omega) &= \frac{2}{(j\omega)^2 + j5\omega + 6} = \frac{2}{6 - \omega^2 + j5\omega} = \\
 &= \frac{2 \cdot (6 - \omega^2 - j5\omega)}{(6 - \omega^2 + j5\omega) \cdot (6 - \omega^2 - j5\omega)} = \frac{12 - 2\omega^2 - j10\omega}{36 - 6\omega^2 - 6\omega^2 + \omega^4 + 25\omega^2} = \\
 &= \frac{12 - 2\omega^2}{36 + 13\omega^2 + \omega^4} + j \frac{-10\omega}{36 + 13\omega^2 + \omega^4} = \text{Re}(\omega) + j \text{Im}(\omega).
 \end{aligned}$$

У цьому випадку чисельники та знаменники дробів (дійсної та уявної частин) на ω скоротити не можна. Складаємо таблицю (таблиця 1), використовуючи обов'язкові значення частот (можна взяти більше точок, але не менше), і підставляємо ці значення:

- крайні частоти 0 та $+\infty$;

- частоти перетину характеристик з осями (визначаються шляхом прирівнювання чисельників дробів уявної та дійсної частини до нуля та вирішення отриманого рівняння);

- частоти розриву характеристики (знаходять, прирівнюючи знаменник нулю і вирішуючи рівняння) та близькі до них (трохи більше-трохи менше) частоти;

- інші частоти підвищення точності розрахунку.

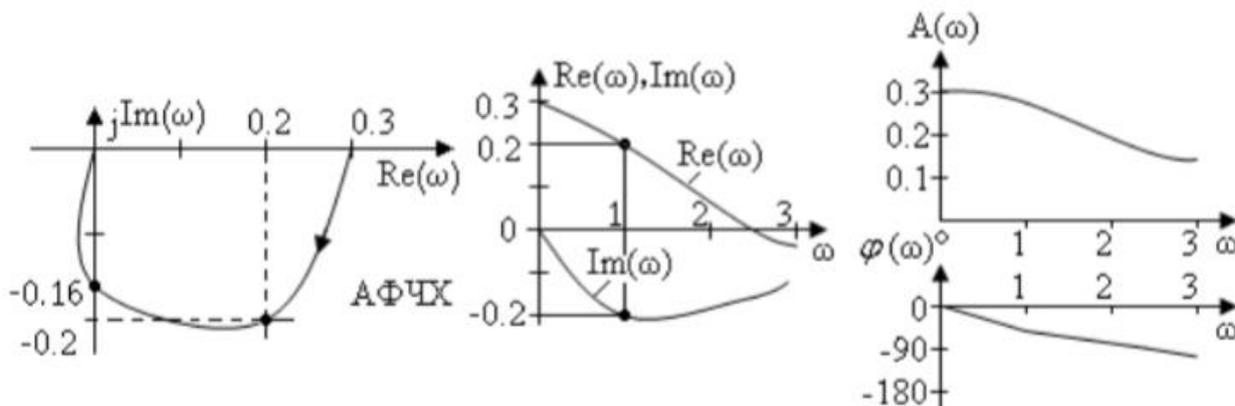
ω	$Re(\omega)$	$Im(\omega)$	$A(\omega)$	$\varphi(\omega)$
0	0,33	0	0,3	0
∞	0	0	0	~
2,45	0	-0,16	0,16	-90°
1,00	0,20	-0,20	0,28	-45°
3,00	-0,03	-0,14	0,14	-120°

Прирівнюючи $Re(\omega) = 0$, отримуємо $6 - \omega^2 = 0$, звідки $\omega = 2,45$. Прирівнюючи $Im(\omega) = 0$, отримуємо $10\omega = 0$, звідки $\omega = 0$.

По виду біквadratного рівняння $36 + 13\omega^2 + \omega^4 = 0$ визначаємо,

що частот розриву (дійсних коренів) немає. Частоти 1 і 3 рад/с додані довільно для точної побудови графіка.

По одній таблиці можна побудувати АФЧХ на комплексній площині (рисунок 1.25 а), індивідуально ВЧХ і МЧХ і після додаткових розрахунків АЧХ і ФЧХ.



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 20

Практика 6. Логарифмічні частотні характеристики.

Залежність $L(\omega)=20\lg A(\omega)$ від $\lg(\omega)$ називається логарифмічною амплітудною частотною характеристикою (ЛАЧХ) або ЛАХ. Залежність $\varphi(\omega)$ від $\lg(\omega)$ називається логарифмічною фазною частотною характеристикою (ЛФЧХ) або просто ЛФХ. Частоту відкладають або в логарифмах (декадах), або в радіанах, але з урахуванням логарифмічного масштабу. Декада відповідає зміні частоти в 10 разів, $L(\omega)$ відкладають у децибелах (дБ), $\varphi(\omega)$ у градусах.

Для спрощення при побудові ручну дійсну ЛАЧХ замінюють асимптотичної, тобто. ламаною лінією з прямих відрізків, що мають стандартний нахил, кратний ± 20 дБ/дек.

Частоти перетину відрізків ω_c називаються частотами сполучення, вони відповідають кореням ПФ. Частоти перетину ЛАЧХ з віссю абсцис ω_c називаються частотою зрізу, вони відповідають значенню $\lg A(\omega)=0$ або $A(\omega)=1$ (посилення або ослаблення сигналу на частоті зрізу відсутнє). Для зручності побудови через значення частот, що сполучають, проводять на графіку вертикальні лінії, а на вільному полі графіка – допоміжні лінії зі стандартними нахилами $k(-20)$ дБ/дек. Частоти сполучення знаходять за корінням (постійним часом T) простих дробів, на які розбивають ПФ, або типових ланок, з яких складається структурна схема системи регулювання.

Ланка першого порядку (один дійсний корінь)

$$\frac{1}{Ts+1} \rightarrow \omega_c = \left| \frac{1}{T} \right| \text{ или } \frac{1}{s+\alpha} \rightarrow \omega_c = |\alpha|$$

Ланка другого порядку (комплексне пов'язані корені)

$$\frac{1}{a_0s^2 + a_1s + 1} = \frac{1}{T^2s^2 + 2\xi Ts + 1} \rightarrow \omega_c = \left| \frac{1}{T} \right|, \xi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0}}$$

або

$$\frac{1}{(s+\alpha)^2 + \beta^2} \rightarrow \omega_c = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}, \xi = |\alpha| \cdot T = \frac{|\alpha|}{\omega_c},$$

де ξ – показник загасання (коефіцієнт демпфування), характеризує величину резонансу у ланці. При $\xi = 1$ резонанс відсутня, при $\xi \rightarrow 0$ резонансний викид h

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 21

прагне нескінченності. При значеннях $\xi < 0,6$ асимптотичну ЛАЧХ коригують на величину

викиду h , що визначається за формулою $h=20\lg(1/2\xi)*1/\xi$, де l – число однакових коренів (кратність кореня), або за типовими характеристиками (таблиця 2) та графіками:

ξ	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	1,00
h , дБ	20,00	14,00	10,30	8,00	6,50	5,00	3,00	1,50	-6,00

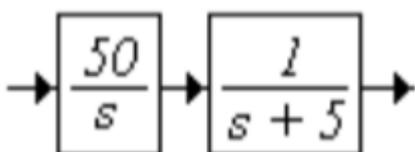
Ліву (початкову) частину ЛАЧХ (низькочастотну або НЧ- асимптоту) або її продовження проводять через точку з координатами $\lg\omega=0$ ($\omega = 1$) і $L(\omega)=20\lg K$ зліва направо з нахилом $\nu \cdot (-20$ дБ/дек) до першої (найменшої) частоти сполучення. Тут $\nu = r - l$ це ступінь астатизму, r – число полюсів, l – число нулів; добротність K – відношення вільних членів поліномів чисельника та знаменника ПФ після видалення нульових коренів. Рухаючись праворуч, на кожній частоті сполучення продовжують ЛАЧХ з відхиленням від попереднього напрямку: для кореня чисельника (нуля) вгору (+20 дБ/дек); для кореня знаменника (полюса) вниз (-20 дБ/дек). Якщо кратність кореня $l \neq 1$, нахил асимптоти змінюється l разів. Загальний нахил ЛАЧХ в кінці дорівнює $(n-m) \cdot (-20$ дБ/дек). Викиди при комплексному корені відкладають вгору для коренів знаменника, вниз для коренів чисельника, близькі викиди підсумовуються графічно.

ЛФЧХ стійких систем будують за шаблоном, нестійких - по точках, що обчислюються. Наближено вважають, що ділянки ЛАЧХ з нахилом ± 20 дБ/дек відповідає фазовий зсув близько $\pm 90^\circ$, а ділянки з нахилом ± 40 дБ/дек зсув на $\pm 180^\circ$; дійсному кореню знаменника відповідає кут нахилу ЛФЧХ на сполучній частоті $\varphi = -\arctg(\omega T) = -45^\circ$, комплексній парі $\varphi = -\arctg(\xi \cdot 2\omega T / (1 - \omega^2 T^2))$.

У статичних систем (ступінь астатизму = 0) НЧ-асимптота являє собою пряму, паралельну осі частот, і значення в децибелах дорівнює відстані цієї прямої від осі частот? У астатичних систем знаходять частоту ω_k перетину НЧ-асимптотами або її

продовження з віссю частот, звідки $K = \omega_k^\nu$. Ступінь астатизму визначається за нахилом НЧ-асимптоти відносно осі частот, частоти сполучення знаходять по точках перетину асимптот - дотичних, проведених до лінійних ділянок реальної ЛАЧХ.

Приклад 1. Побудувати ЛАЧХ системи, заданою структурною схемою.



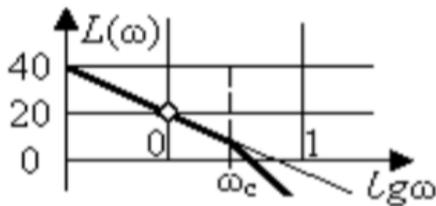
Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 22

Передатна функція системи дорівнює $W(s) = 50/[s(s + 5)]$.

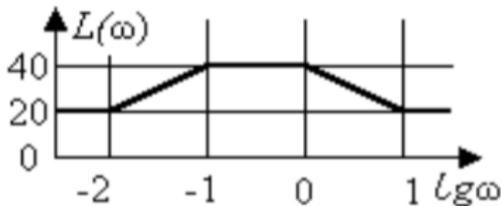
Визначаємо параметри НЧ-асимптоми:

- порядок астатизму $\nu = 1 - 0 = 1$ (є один полюс);
- Добротність $K = 50/5 = 10$; $20\lg K = 20$.

Нулі в системі відсутні, полюс -5 , звідси частота сполучення $\omega_c = 5$ рад/с; $\lg 5 = 0,7$. Будуємо графік ЛАЧХ товстою суцільною лінією, проводячи зліва вниз пряму лінію з нахилом $1 \times (-20$ дБ/дек) через точку з координатами $(20$ дБ, $0)$ до першої частоти сполучення. Оскільки частота сполучення відповідає полюсу, відхиляємося від поточного напрямку вниз на кут -20 дБ/дек, загальний нахил ЛАЧХ в кінці дорівнює -40 дБ/дек. Корінь є дійсним, тому резонансу немає, викиди не враховуємо.



Приклад 2. Скласти ПФ системи із заданою ЛАЧХ, припускаючи, що всі корені мають негативну дійсну частину.



На частотах сполучення $\omega_{c1} = 10^{-2} = 0.01$ і $\omega_{c4} = 10^1 = 10$ спостерігається відхилення характеристики від попереднього напрямку вгору на $+20$ дБ/дек, на частотах сполучення $\omega_{c2} = 10^{-1} = 0.1$ і $\omega_{c3} = 10^0 = 1$ на -20 дБ/дек, тому передатна функція матиме вигляд

$$W(s) = \frac{\left(\frac{1}{\omega_{c1}}s + 1\right)\left(\frac{1}{\omega_{c4}}s + 1\right)}{\left(\frac{1}{\omega_{c2}}s + 1\right)\left(\frac{1}{\omega_{c3}}s + 1\right)} \cdot K = \frac{\left(\frac{1}{0,01}s + 1\right)\left(\frac{1}{10}s + 1\right)}{\left(\frac{1}{0,1}s + 1\right)\left(\frac{1}{1}s + 1\right)} \cdot K$$

Оскільки $20\lg K = 20$ дБ, то $\lg K = 1$, $K = 10$ і остаточно

$$W(s) = \frac{(100s + 1)(0,1s + 1)}{(10s + 1)(s + 1)} \cdot 10 = \frac{10s^2 + 100,1s + 1}{10s^2 + 11s + 1} \cdot 10$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 23

Практика 7. Алгебраїчні критерії стійкості систем.

Стійкість – це властивість системи повертатися у вихідний стан рівноваги після зняття впливу, що виводить систему із цього стану.

Математична (пряма) ознака стійкості: система стійка, якщо всі корені її характеристичного рівняння мають від'ємну дійсну частину. Іншими словами – якщо всі полюси системи ліві (лежать ліворуч від уявної осі комплексної площини). Корені полінома чисельника передавальної функції (нулі) на стійкість системи не впливають.

Якщо хоча б один полюс знаходиться праворуч від уявної осі, система нестійка. Вона знаходиться на аперіодичному кордоні стійкості, якщо при інших лівих коренях має один нульовий корінь, і на коливальній (періодичній) межі стійкості, якщо при інших лівих коренях характеристичного рівняння має пару чисто уявних коренів (значення ω уявної частини такого коріння дорівнює частоті незатухаючих коливань системи межі стійкості). Фізичний ознака стійкості: система стійка, якщо

вільна складова $u_{sv}(t)$ перехідного процесу (імпульсна функція $g(t)$) зі збільшенням часу прагне нуля, нестійка, якщо вона прагне до нескінченності, і нейтральна (перебуває на граніці стійкості), якщо вона прагне до деякої постійної величині (амплітуді). Для аналізу підходить будь-яка реакція системи, якщо з неї виключити складову, обумовлену примушуючим сигналом. Не можна застосовувати для аналізу формулу $\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)$ т.к. вона може давати нульовий результат для нестійких систем.

Приклад 1. Оцінити прямим методом стійкість системи, що описується диференціальним рівнянням

$$y^{(3)} + 2y^{(2)} + 3y^{(1)} = 4u^{(1)} + 5u$$

Характеристичне рівняння:

$$D(s) = s^3 + 2s^2 + 3s = s(s^2 + 2s + 3) = 0$$

Корені рівняння:

$$s_{2,3} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 12}}{2} = -1 \pm j1,414$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск I	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 24

Система знаходиться на межі стійкості.

Приклад 3. Знайти критичне значення коефіцієнта посилення ккр системи з характеристичним рівнянням

$$D(s) = 15,3s^3 + 10,7s^2 + s + k - 1,2 = 0$$

Формулюємо умови знаходження системи на межі стійкості за критерієм Гурвіца (він найбільш зручний та наочний для систем першого-третього порядку):

- на аперіодичному кордоні $a_n = 0$, звідки $a_n = k - 1,2 = 0$; $k_{кр1} = 1,2$; - на періодичному кордоні $n-1 = 10,71 - 15,3(k - 1,2) = 0$, звідки впливає $k_{кр2} = (10,7 + 15,3 \cdot 1,2) / 15,3 = 29,06 / 15,3 = 1,899$. Зважаючи на опущені знаки нерівностей, робимо висновок, що система стійка при значеннях коефіцієнта посилення $1,2 < k < 1,899$.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 25

Практика 8. Частотні критерії стійкості. Критерій Михайлова.

Відповідно до принципу аргументу, відомого в теорії комплексної змінної, якщо серед n полюсів ПФ системи p розташовані праворуч від уявної осі, а решта $(n - p)$ – ліворуч, то повна зміна аргументу комплексної функції $D(j\omega)$ дорівнює: $\arg D(j) = (n - p) \pi/2 - p \pi/2 = (n - 2p) \pi/2$.

Звідси випливає, що лінійна система n -го порядку стійка, якщо за зміни частоти від нуля до плюс нескінченності характерний вектор системи $D(j)$ повернеться проти годинникової стрілки на кут $n/2$, не обертаючись ніде в нуль.

Вектора $D(j)$ за зміни частоти креслить годограф Михайлова чи характеристичну криву. На цьому засноване інше формулювання критерію, що найчастіше використовується в інженерній практиці.

Система n -го порядку стійка, якщо крива Михайлова, починаючись при $\omega=0$ на дійсній позитивній півосі, проходить при зміні частоти від нуля до плюс нескінченності послідовно проти годинникової стрілки n квадрантів комплексної площини.

Система знаходиться на аперіодичному кордоні стійкості, якщо крива при $\omega=0$ починається на початку координат, і на періодичній межі стійкості, якщо крива при $\omega=0$ проходить через початок координат. Частота незагасаючих коливань відповідає періодичному кордону стійкості системи.

Крива Михайлова являє собою спіраль, що йде в нескінченність, що розгортається, у якій при високому порядку рівняння практично не видно початкову частину, внаслідок цього її допускається креслити не в точному масштабі, а лише фіксуючи послідовність і місця перетину з осями. На графіку з кривою Михайлова обов'язково має вказуватися порядок системи n , оскільки за його відсутності може бути зроблено помилковий висновок.

Дійсна частина $U(\omega) = a_n - a_{n-2}\omega^2 + a_{n-4}\omega^4$ містить

тільки парні ступеня змінної ω і називається парною функцією,

уявна частина $V(\omega) = a_{n-1}\omega - a_{n-3}\omega^3$ містить тільки непарні ступені $n-1$ і $n-3$

ступеня змінної ω і називається непарною функцією. На їхньому використанні ґрунтується слідство або друга форма критерію Михайлова.

Система стійка, якщо парна $U(\omega)$ і непарна $V(\omega)$ функції за зміни частоти від нуля до плюс нескінченності звертаються в нуль по черзі, починаючи з непарної функції, тобто. їх коріння чергуються. Це випливає із умови послідовного проходження квадрантів комплексної площини. Для побудови графіка використовується та сама таблиця частот, що й у першій формі.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск I	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 26

Завдання: За наданою передатною функцією розімкненої системи побудувати годограф Михайлова та дослідити систему на стійкість:

$$W1(s) = 10/(4s^3+5s^2+8s+1);$$

$$W2(s) = (2s+1)/(2s^3+6s^2+1s+2);$$

$$W3(s) = (5s+4)/(s^3+4s^2+2s+8).$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 27

Практика 9. Статична та динамічна точність систем

Для оцінки точності регулювання вихідної величини y у різних режимах роботи використовуються значення помилок системи у статичному та динамічному режимах.

Передавальна функція статичного режиму $W(0)$ системи може бути отримана з передавальної функції без урахування швидкостей і прискорень величин, тобто при $p = d/dt = 0$.

Для прикладу, передавальна функція статичного режиму для АСР, отримана з виразу при $p = 0$:

$$\delta_x = Y_{ct} / X_{ct} = W_{раз}(0) / (1 + W_{раз}(0)) = K_{раз} / (1 + K_{раз})$$

де X_{ct} — статичний приріст вхідної величини, Y_{ct} — статичний приріст вихідної величини, $K_{раз} = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3$ — загальний коефіцієнт посилення розімкнутої системи.

Величина δ_x визначає статизм за керуванням. Статизм за обуренням δ_f отримуємо аналогічно при $p = 0$:

$$\delta_f = Y_{ct} / F_{ct} = W_{pc}(0) / (1 + W_{раз}(0)) = K_{pc} / (1 + K_{раз})$$

Застосування автоматичного регулювання призводить до підвищення статичної точності в $[1 + K_{раз}]$ разів.

Для систем, що не мають інтегровальних ланок, статизм замкнутої АСР за помилкою регулювання δ_Δ має вигляд:

$$\delta_\Delta = \lim_{p \rightarrow 0} [1 / (1 + W_{раз}(p))] = 0$$

Наприклад, якщо порядок астатизму дорівнює 1, то статизм АСР за обуренням δ_f дорівнює:

$$\delta_f = \lim_{p \rightarrow 0} [(K_{pc} \cdot p) / (p + K_{раз})] = 0$$

Динамічний режим та добротність

Якщо збурювальний вплив f змінюється зі сталою швидкістю ($F_{ct} = p \cdot f$), то статизм АСР за обуренням дорівнює:

$$\delta_f = Y_{ct} / F_{ct} = \lim_{p \rightarrow 0} [W_{pc}(p) / (1 + W_{раз}(p)) \cdot (1/p)] = K_{pc} / K_{раз} \quad (4.5)$$

Для оцінки точності вводять поняття добротності:

1. Добротність за швидкістю (k_v): $k_v = v / Y_{ct} = K_{раз} / K_{pc}$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск I	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 28

2. Добротність за прискоренням (k_a): $k_a = a / Y_{ct} = K_{раз} / K_{рс}$

Завдання: За наданою передатною функцією розімкненої системи оцінити статичну та динамічну точність ситеми:

$$W1(s) = 10/(4s^3+5s^2+8s+1);$$

$$W2(s) = (2s+1)/(2s^3+6s^2+1s+2).$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 29

Практика 10. Метод логарифмічних амплітудних характеристик

Для зміни динамічної поведінки системи або забезпечення її стійкості зручно застосовувати корекцію динамічних властивостей у частотній області. Найбільш прийнятні для корекції в частотній області логарифмічні амплітудні характеристики (ЛАХ), оскільки побудова ЛАХ, як правило, може робитися майже без обчислювальної роботи. Особливо зручно використовувати асимптотичні ЛАХ.

При використанні даного методу синтезу вихідна система повинна бути мінімально-фазовою. Мінімально-фазова система – система, у якої всі корені рі характеристичного рівняння передавальної функції $W(p)$ мають від'ємні дійсні частини, тобто розташовані в лівій комплексній півплощині (ϵ лівими).

Мінімально-фазові системи дають мінімальний фазовий зсув $\varphi(\omega)$ порівняно з будь-якими іншими, що мають таку ж амплітудну характеристику $A(\omega)$, але у якої дійсна частина хоча б одного кореня характеристичного рівняння додатна.

У мінімально-фазових систем існує однозначна залежність між частотними характеристиками. Тобто, маючи одну частотну характеристику, можна побудувати інші. Інакше кажучи, у будь-якій частотній характеристиці закладена вся інформація про поведінку системи.

Процес синтезу за ЛАХ включає наступні дії:

1. Побудова вихідної ЛАХ. Під вихідною ЛАХ розуміється характеристика вихідної системи управління, що складається з об'єкта управління, керуючого пристрою і регулятора без коректуючої ланки. Даний регулятор не забезпечує необхідної якості перехідного процесу або запасів стійкості.
2. Побудова бажаної ЛАХ. Побудова бажаної ЛАХ робиться на основі тих вимог, які пред'являються до системи управління, що проектується. При побудові бажаної характеристики необхідно бути впевненим, що її вид повністю визначає характер перехідних процесів і відсутність необхідності вводити в розгляд фазову характеристику. У випадку мінімально-фазових систем амплітудна характеристика однозначно визначає вид фазової характеристики.
3. Визначення характеристики і параметрів коректуючої ланки. Найбільш просто визначається коректуючий пристрій послідовного типу. Якщо бажана передавальна функція розімкнутої системи $W_{ск}(p)$, вихідної — $W_0(p)$ і передавальна функція коректуючої ланки послідовного типу — $W_{кз}(p)$, то можна записати рівність:

$$W_{ск}(p) = W_0(p) \cdot W_{кз}(p)$$

Переходячи до логарифмічних частотних характеристик, можна записати, що скоригована ЛАХ:

$$L_{ск}(\omega) = L_0(\omega) + L_{кз}(\omega)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск I	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 30

Звідси ЛАХ коректуючої ланки:

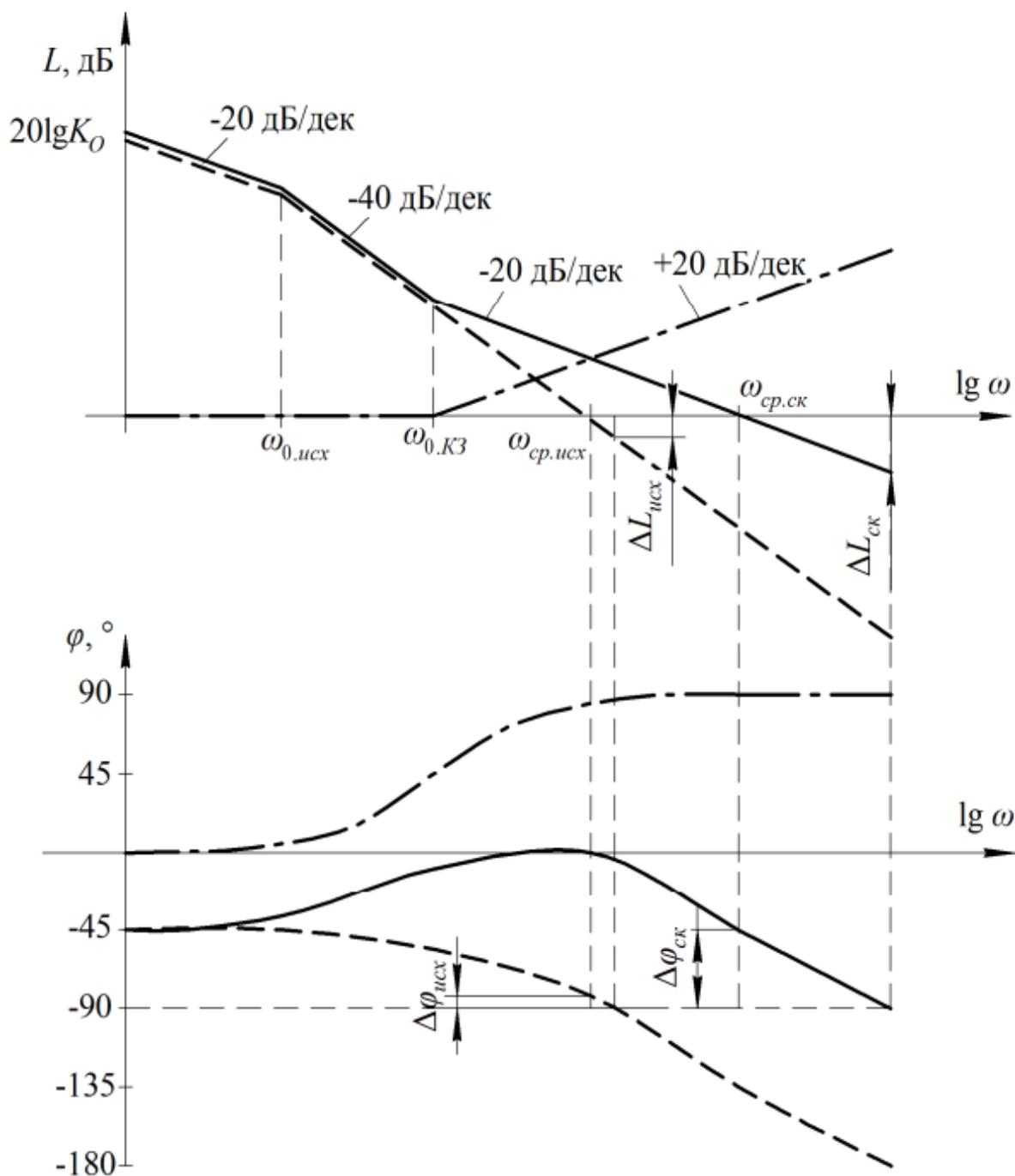
$$L_{kз}(\omega) = L_{ск}(\omega) - L_0(\omega)$$

Таким чином, при використанні ЛАХ вельми легко здійснюється синтез послідовних коректуючих засобів, оскільки ЛАХ коректуючої ланки виходить простим відніманням ординат вихідної ЛАХ з ординат бажаної.

4. Технічна реалізація коректуючих засобів. За виглядом ЛАХ, коефіцієнту посилення і необхідним частотам сполучення і зрізу необхідно підібрати тип, передавальну функцію і параметри коректуючої ланки послідовного типу.
5. Перевірочний розрахунок і побудова перехідного процесу. У разі необхідності отримана система управління разом з коректуючою ланкою може бути досліджена звичайними методами аналізу стійкості та якості управління.

Приклад синтезу:

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 31



1. Будуємо вихідну ЛАХ і ЛФХ (пунктирна лінія на рис. 5.15). У вихідній системи нахил характеристики на частоті зрізу $\omega_{р.вих} = -40$ дБ/дек.
2. Будуємо бажану ЛАХ. У бажаної системи нахил характеристики на частоті зрізу $\omega_{р.ск} = -20$ дБ/дек.
3. Графічним відніманням із ЛАХ скоригованої системи віднімають ЛАХ вихідної системи і отримують ЛАХ коректуючої ланки.
4. Отримуємо за виглядом ЛАХ ідеальне пропорційно-диференціююче ланка, за частотою сполучення $\omega_{0кз}$ і початковим рівнем ЛАХ визначаємо коефіцієнти ланки:

$$20\lg K_{кз} = 20\lg K_{ск} - 20\lg K_0$$

$$T = \omega_{кз} l$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю ДСТУ ISO 9001:2015 та ДСТУ ISO 21001:2019			Ф-20.10- 05.01/141.00.1/Б/ ОК22-2-2025
	Випуск I	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 32 / 32

5. Для аналізу стійкості скоригованої системи добудуємо ЛФХ коректуючої ланки та загальну ЛФХ.

Синтезувати лагорифімічну частотну характеристику для наступних передатних функцій:

$$W1(s) = 10/(4s^2+5s+8)(s+1);$$

$$W2(s) = (2s+1)/(2s^2+6s+1)(4s+1);$$

$$W3(s) = 5/(s^2+4s+2)(2s+1).$$

Список літератури

1. Самотокін Б.Б. Лекції з Теорії автоматичного керування. – Житомир: ЖІТІ, 1998. – 512 с.
2. Теорія систем керування: підручник / В.І. Корнієнко, О.Ю. Гусєв, О.В. Герасіна, В.П. Щокін; М-во освіти і науки України, Нац. гірн. ун-т. – Дніпро: НГУ, 2017. – 497 с.
3. Шаруда, В.Г. Методи аналізу і синтезу систем автоматичного керування: навч. посіб. / В.Г. Шаруда, В.В. Ткачов, М.П. Фількін – Д, Нац. гірнич. ун-т, 2008. – 543 с.
4. Шаруда, В.Г. Практикум з теорії автоматичного управління: навч. посіб. /В.Г. Шаруда – Д., Нац. гірнич. ун-т, 2002. – 414 с.