

ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»
Кафедра комп'ютерної інженерії та кібербезпеки

Бродський Ю. Б.

ТЕОРІЯ ІНФОРМАЦІЇ ТА КОДУВАННЯ

Конспект лекцій

Частина 1

Лекції: 01 та 1

Житомир 2025

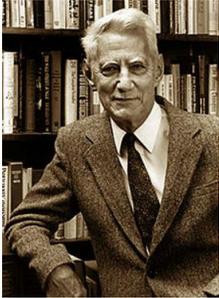
ЗМІСТ

ЛЕКЦІЯ 01. Вступ до теорії інформації.....	3
<i>1.1 Роль інформаційних технологій в процесі трансформації сучасного суспільства</i>	<i>4</i>
<i>1.2. Вступ до теорії інформації</i>	<i>18</i>
ЛЕКЦІЯ 1. Інформація та ентропія: кількісна міра.....	22
<i>2.1 Кількісна міра інформації</i>	<i>23</i>
<i>2.2 Ентропія та її властивості</i>	<i>24</i>
<i>2.3 Надмірність інформації</i>	<i>29</i>
Практичні завдання 1	32

ЛЕКЦІЯ 01. Вступ до теорії інформації

1.1 Роль інформаційних технологій в процесі трансформації сучасного суспільства

2.1 Вступ теорії інформації



Клод Елвуд Шеннон

1916 — 2001,

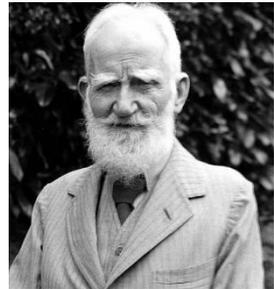
Массачусетс, США

інженер і математик,

засновник теорії інформації

„Якщо я з кимось поділюсь яблуком то мені перепаде половина і комусь – половина. А якщо я поділюся ідеєю, то і у мене буде ідея, і ще у декого”.

Бернард Шоу



1.1 Роль інформаційних технологій в процесі трансформації сучасного суспільства

Глобалізаційні процеси початку ХХІ століття обумовили формування суспільства нового типу, яке прийнято називати інформаційним [1]. Рушійною силою глобалізаційних процесів при цьому в основному виступає галузь інформаційної індустрії, яка розвивається на базі інформаційних технологій (ІТ).

Сучасні ІТ відкрили нові можливості для активізації та ефективного використання інформаційних ресурсів суспільства і безпосередньо впливають на розвиток практично усіх сфер діяльності людини, рис.1.



Рис.1. Вплив ІТ на сфери діяльності людини

Тому ІТ, продуктом яких є інформаційні ресурси, є дієвим каталізатором процесів, що відбуваються в усіх без винятку сферах діяльності суспільства та держави. При цьому особливо важлива

роль ІТ відводиться в безпекових сферах, наприклад, інформаційній, економічній, технологічній, воєнній, техногенній, екологічній та ін.

Глобальні процеси, що відбуваються в сучасному світі:

- системний характер зростання глобальних проблем у суспільстві за останні десятиліття;
- загострення геополітичної ситуації;
- висока динаміка всіх процесів у соціальних системах, особливо процесів інформаційного розвитку суспільства з одного боку, і зменшення рівня інтелектуалізації (освіти, науки, мистецтва), деградації людей, посилення інформаційної нерівності з іншого;
- глобальний характер інформатизації суспільства;
- лавиноподібне зростання обсягів інформації;
- поява нових видів інформаційних комунікацій;
- перехід економіки від виробничої до інформаційної, інформація стала товаром;
- проблеми екологічної безпеки;
- суттєве збільшення у світі природних та антропогенних катастрофічних явищ.

Сутність та зміст інформаційної технології

На формування сутності та змісту ІТ на сучасному етапі її становлення впливає триада, базис якої становить суспільство, наука і техніка (рис. 2)

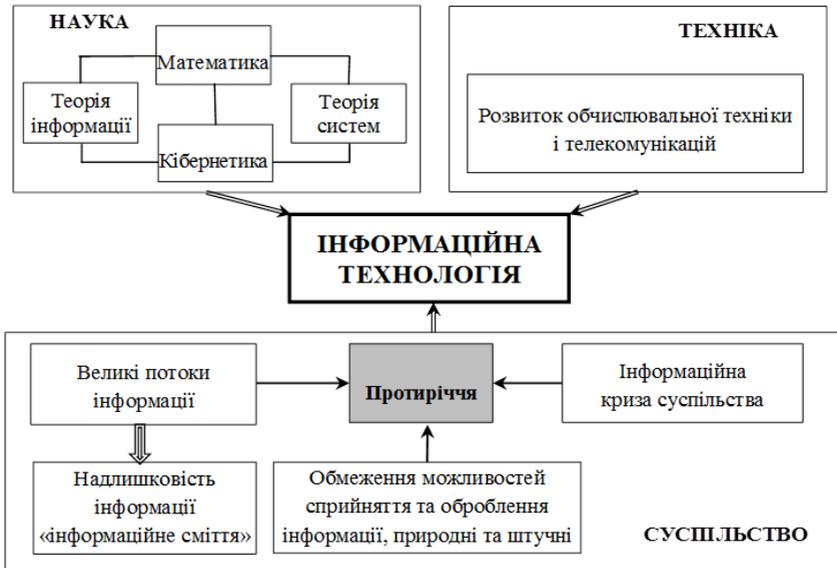
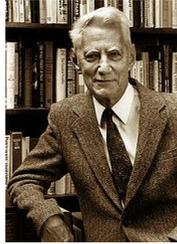


Рис.2. Сутність та зміст інформаційної технології

Джон фон Нейман

1903–1957

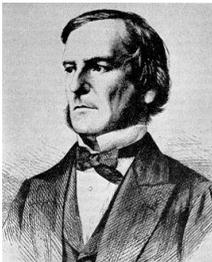


Клод Елвуд Шеннон

(1916 -

2001, Массачусетс, США)

— американський інженер
и математик, основоположник теорії
інформації



Ральф Вinton Лайон Хартлі

(1888 — 1970, Нью-Джерсі США)

— американський учений-
електроник

Джордж Буль (1815 — 1864,
Ірландія) — англійський
математик и логік.

Конрад Цузе - німецький інженер
Z1 - ЕОМ з програмним управлінням



Тьюринг (Turing) Алан

Матисон (1912,

Лондон,—1954, Уілмслоу,

біля Манчестера),

англійський математик.



Академік С.А.Лебедев (1902-1974). Директор Інституту електротехніки АН УРСР в 1948-1951 рр., директор Под его руководством были созданы 15 типов ЭВМ, начиная с ламповых и заканчивая современными суперкомпьютерами на интегральных схемах. Медаль присуждена С.А.Лебедеву у 1996 г. Комп'ютерною спільнотою Міжнародного інституту інженерів електриків та електроніків (IEEE (The



Institute of Electrical and Electronics Engineers) Computer Society).



Глушков Віктор Михайлович

(1923-1982), вітчизняний учений, академік, лауреат Державних премій, один із основоположників вітчизняної обчислювальної техніки та інформатики.

В 1996 р. міжнародна комп'ютерна спільнота IEEE (International Electrical and Electronic Engineers) Computer Society присвоїло академіку В.М. Глушкову звання «Computer Pioneer» за його внесок в автоматизацію та обчислювальну техніку.

Отже, в ході історичного розвитку, головними факторами суспільних перетворень стають інформаційні процеси, виробництво обчислювальної техніки та використання інформації. Змінюються концепції розвитку світової економіки, де ключову роль починає відігравати сфера інформаційних послуг, а матеріально-технологічна індустрія поступається місцем індустрії інформаційній.

Тому, мабуть природно, що вперше термін «інформаційна технологія» з'явився в соціально-економічних літературних джерелах, а саме у 1958 році у статті професорів Стенфордського університету Геральда Лівітта і Томаса Уіслера «Management in the 1980's».

Harvard Business Review

Management in the 1980's

by Harold J. Leavitt and Thomas L. Whisler

FROM THE NOVEMBER 1958 ISSUE

SAVE SHARE | H \$8.95

Over the last decade a new technology has begun to take hold in American business, one so new that its significance is still difficult to evaluate. While many aspects of this technology are uncertain, it seems clear that it will move into the managerial scene rapidly, with definite and far-reaching impact on managerial organization. In this article we would like to speculate about these effects, especially as they apply to medium-size and large business firms of the future.

The new technology does not yet have a single established name. We shall call it *information technology*. It is composed of several related parts. One includes

«The new technology does not yet have a single established name. We shall call it *information technology*» –

«Нова технологія ще не має єдиної встановленої назви. Ми називатимемо це *інформаційна технологія*»

АНАЛІЗ ПОНЯТІЙНОГО АПАРАТУ

Скористаємось методом декомпозиції і проведемо дефініцію (визначення, тлумачення) поняття «інформаційна технологія». Оскільки дефідент складається з двох компонентів, звернемося до їх етимології і семантики.

Термін “технологія” (з грец. *τεχνη* – майстерність, техніка; *λογος* – слово, наука) запровадив у 1772 р. німецький вчений, професор Геттінгенського університету Й. Ф. Бекман. Систематизація інших більш поширених поглядів на тлумачення даної категорії, подано у вигляді табл. 1.



Сутність та зміст категорії “технологія”	Джерело
“Огляд винаходів, їхнього розвитку та успіхів у мистецтвах і ремеслах може називатися історією технічних мистецтв; технологія, яка пояснює в цілому, методично і точно всі види праці з їхніми наслідками й причинами, являє собою набагато більше”.	Й. Ф. Бекман [4]
“Технологія – сукупність прийомів і способів одержання, обробки або переробки (зміни стану, властивостей, форми) сировини, матеріалів, напівфабрикатів чи виробів у різних галузях промисловості, в будівництві тощо; наукова дисципліна, що розробляє і вдосконалює ці прийоми і способи”.	Українська радянська енциклопедія [5].
<ol style="list-style-type: none"> “1. Сукупність знань, відомостей про послідовність окремих виробничих операцій у процесі виробництва чого-небудь. 2. Навчальний предмет, що викладає ці знання, відомості. 3. Сукупність способів обробки або переробки матеріалів, виготовлення виробів, проведення різних виробничих операцій тощо”. 	Тлумачний словник сучасної української мови [6].
“Під технологією я розумію використання наукового знання для визначення способів виготовлення речей у відтвореній манері. Технологія є ресурсним потенціалом розвитку суспільства, який представляє різні варіанти соціальних змін”.	М. Кастельс [7].
“У широкому сенсі під технологією розуміють науку про закони виробництва матеріальних благ, вкладаючи в неї три основні частини: ідеологію, тобто принципи виробництва; знаряддя праці, тобто верстати, машини, агрегати; кадри, які володіють професійними навичками. Ці складові називають інформаційною, інструментальною і соціальною. Для конкретного виробництва технологію розуміють у вузькому сенсі як сукупність прийомів і методів, що визначають послідовність дій для реалізації виробничого процесу”.	Б. Советов [8].

Таблиця 1. Сумісність і зміст категорії «технологія»

Аналіз тлумачень категорії “технологія” дозволяє зробити висновок про їх схожість і несуперечливість одне одному.

Узагальнивши їх сутність відповідно до змісту, виділимо основні характерні риси та властивості даної категорії:

- по-перше, технологія – це процес досягнення поставленої мети, одержання продукції;
- по-друге, технологія – це сукупність знань про способи та інструменти виробництва, наукова дисципліна, що їх розробляє та вдосконалює;
- по-третє, технологія володіє такими основними властивостями та ознаками, як оптимальність, ефективність, алгоритмічність тощо.

Аналіз дефініції “інформаційна” показує, що її основу становить категорія “інформація”. Для додержання коректності при дослідженні категорії “інформація” слід зауважити, що розвиток науки і техніки за останні сімдесят років характеризується розповсюдженням саме інформаційного підходу. Ядром такого підходу власне і виступає “інформація”. Не зважаючи на зазначене, дана категорія і на сьогодні є тим феноменом, який потребує всебічного аналізу та вивчення.

Як відомо, К. Шеннон в рамках створеної ним теорії інформації опираючись на праці Г. Найквіста та Р. Хартлі основоположною категорією вважав саме інформацію.

Узагальнивши праці відомих вчених - Р. Клаузіуса, Л. Больцмана, К. Шеннона, Е. Вебера, Г. Фехнера та ін. видатних вчених, у тому числі й сучасних, які оперували категорією “інформація” в табл. 2 приведемо лише найвідоміші тлумачення.

Сутність та зміст категорії “інформація”	Джерело
Значення інформації і методика її вимірювання та передачі складає цілий предмет вивчення для інженера, фізіолога, психолога і соціолога. Інформація є інформація, а не матерія чи енергія [10]. Інформація – це позначення змісту, який черпається нами із зовнішнього світу в процесі нашого пристосування до нього і приведення у відповідальність з ним нашого мислення [11].	Н. Вінер [10,11]
Сутність феномена інформації зводиться до різноманіття матеріального світу, а кількість інформації відображає міру різноманіття.	У. Ешбі [12]
Інформація в загальному її розумінні представляє собою міру неоднорідності розподілу матерії та енергії у просторі і часу, міру змін, якими супроводжуються всі процеси, що протікають у світі.	В. Глушков [13]
Інформація, з позицій теорії відображення, може бути подана як відбите різноманіття, а саме різноманіття, яке один об’єкт містить про інший об’єкт.	А. Урсул [14]
Інформація представляє собою загальну фундаментальну властивість реальності, яке проявляється в тому, що окремі фрагменти реальності по різному проявляють себе у просторі та часу, тобто володіють властивістю відмінності. Сукупність цих відмінностей і є інформація.	К. Колін [15]
Під інформацією розуміють відомості про будь-яку подію або предмет, що поступають до отримувача зовні в результаті його взаємодії з оточуючим середовищем.	Е. Гойхман, Ю. Лосєв [16]
Інформація є характеристика не повідомлення, а співвідношення між повідомленням та його користувачем. Інформація є не матеріальна сутність, а спосіб опису взаємодії.	В. Тростніков [17]
Інформація – це документовані або публічно оголошені відомості про події та явища, що відбуваються в суспільстві, державі та навколишньому природному середовищі.	Закон України “Про інформацію” [18]
Інформація – відомості про суб’єкти, об’єкти, явища та процеси.	ДСТУ 2226-93 [19]

Таблиця 2. Сутність та зміст категорії «інформація»

Інформація існує у вигляді:

- документів, креслень, рисунків, текстів;
- світових або звукових сигналів;
- радіохвиль;
- електричних та нервових імпульсів;
- магнітних записів;
- жестів та міміки;
- запахів та смакових відчуттів;
- хромосом, за допомогою яких передаються по спадку ознаки і властивості організмів і та ін.

Найбільш важливими властивостями інформації є:

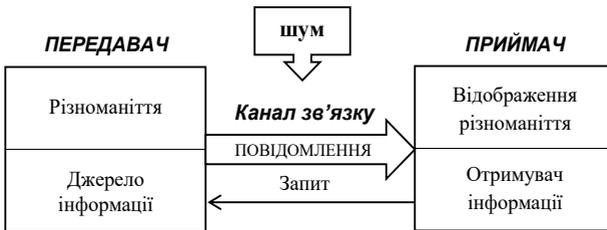
- об'єктивність та суб'єктивність;
- повнота;
- достовірність;
- адекватність;
- доступність;
- цінність;
- своєчасність;
- актуальність.

Інформацію можна:

створювати, передавати, сприймати, використовувати,
запам'ятовувати, приймати, копіювати, формалізувати,
розповсюджувати, перетворювати, комбінувати,
обробляти, ділити на частини, спрощувати, збирати, зберігати,
шукати, вимірювати, знищувати.

Узагальнюючи, можна зробити висновки:

- по-перше, інформація є загальнонауковою філософською категорією і на сьогодні є об'єктивною реальністю разом із такими фундаментальними поняттями як матерія та енергія;
- по-друге, інформація є мірою відображення різноманіття реального світу;
- по-третє, інформація є способом опису взаємодії отримувача з оточуючим середовищем;
- по-четверте, інформація є характеристикою співвідношення між повідомленням і його користувачем.
- по-п'яте, інформація зв'язана з ентропією джерела повідомлення через канал зв'язку.



Таким чином, комплексуючи складові категорії “інформаційна технологія”, ґрунтовний аналіз яких приведено вище, виділимо їх спільні характерні риси. При цьому, зауважимо, що звичайне тривіальне поєднання елементів “технологія” та “інформація”, а також формальні аналогії матеріально-виробничої технології з інформаційною, дійсно відображають одну спільну основу – це *процес*, що спрямований на досягнення поставленої

мети. Такою метою, як правило, є перероблення відповідного ресурсу в заданий продукт (рис. 3).



Рис. 3. Аналогія між матеріально-виробничою технологією та інформаційною технологією

Як видно з рис. 3 проста аналогія, як науковий метод дослідження, при встановленні сутності та змісту категорії “інформаційна технологія” є неприйнятним. Тому опираючись на методи системології та комплексуючи різні відомі підходи до визначення досліджуваної категорії в табл. 4 приведемо тлумачення її сутності та змісту на сучасному етапі.

Таблиця 4. Сутність та зміст категорії «Інформаційна технологія»

Сутність та зміст категорії “інформаційна технологія”	Джерело
ІТ складається із кількох взаємозв’язаних частин. Перша включає методи оброблення великих обсягів інформації за допомогою швидкісних комп’ютерів. Друга зосереджується навколо використання статистичних та математичних методів вирішення проблем прийняття рішень і представлена методами математичного програмування та дослідження операцій. Третя - комп’ютерне моделювання штучного інтелекту.	Г. Лівітт, Т. Уїслер [3]
ІТ – процеси, де основною перетворюваною продукцією є інформація.	В. Глушков [20]
ІТ – це поданий в проєктній формі концентрований вираз наукових знань та практичного досвіду, що дозволяє раціонально організувати той чи інший інформаційний процес, який достатньо часто повторюється. При цьому досягається економія затрат праці, енергії або матеріальних ресурсів необхідних для реалізації даного процесу.	К. Колін [21]
“ІТ – сукупність процесів, що використовує засоби та методи накопичення, обробки і передачі первинної інформації для отримання інформаційного продукту (інформації нової якості про стан об’єкту, процесу або явища). ІТ повинна давати можливість оцінити вплив рішень, які приймаються, на підвищення ефективності процесів, які вона обслуговує. Основною метою ІТ є повне і своєчасне задоволення інформаційних потреб користувачів”.	О. Томашевський [22]
ІТ – сукупність впроваджуваних в системи організаційного управління принципово нових засобів і методів обробки даних, що поєднуються в цілісні технологічні системи та забезпечують цілеспрямоване створення, передачу, збереження та відображення інформаційного продукту (даних, ідей, знань) з найменшими затратами у відповідності з закономірностями соціального середовища, в якому розвивається нова інформаційна технологія.	В. Гриценко, Б. Паньшин [23, 24]
ІТ – ресурси, що використовуються для збору, обробки, зберігання та розповсюдження інформації.	ISO/IEC 38500: 2015 [25]
“ІТ – цілеспрямована організована сукупність інформаційних процесів з використанням засобів обчислювальної техніки, що забезпечують високу швидкість оброблення даних, швидкий пошук інформації, розосередження даних, доступ до джерел інформації незалежно від місця їх розташування”.	Закон України Про Національну програму інформатизації [26]
ІТ – технологічний процес, предметом перероблення й результатом якого є інформація.	ДСТУ 2226-93 [19]

Таким чином, поняття ІТ досить багатогранне, тому за зовнішнім різноманіттям підходів до його визначення проглядаються такі основні смислові домінанти.

Перша – це *мета*, результат технологічного процесу – одержання інформації для своєчасного задоволення інформаційних потреб користувача, забезпечення можливості прийняття оптимальних управлінських рішень та, у загальному випадку, – підвищення ефективності системи-замовника інформаційного продукту.

Друга домінанта – це *процес організації досягнення мети*. З одного боку – сукупність впроваджених засобів і методів збору,

зберігання, оброблення та передачі інформації, даних (дані – предмет технологічного процесу), з іншого – “концентрований вираз наукових знань та практичного досвіду” .

Третя домінанта визначає *принцип оптимальності* як гармонійного поєднання оптимізації технологічного процесу і мінімізації витрат на створення нової інформаційної технології.

Інформаційна технологія – це цілеспрямований оптимальний технологічний процес збирання, зберігання, оброблення, відображення, передачі та розповсюдження інформації за допомогою сучасних програмно-технічних засобів на основі наукових методів та практичного досвіду.

ВИСНОВОК

- на сучасному етапі розвитку науки і техніки роль та місце, сутність та зміст ІТ суттєво залежать від галузі її практичного застосування;
- інформаційна технологія нині розглядається як складова самостійної фундаментальної науки, що має свій власний науково-категорійний апарат;
- ІТ, як наукова галузь, спирається на фундаментальні положення теорії кібернетики, теорії інформації, теорії систем, прикладної математики та інших супутніх їм теорій;
- ІТ є також і смисловою системною категорією, що відображає такі домінанти як мета, процес і оптимальність.

1.2. Вступ до теорії інформації

ТЕОРІЯ ІНФОРМАЦІЇ, як наука, вивчає питання оцінки кількості інформації, аналізу інформаційних характеристик джерел повідомлень і каналів зв'язку, можливості кодування та декодування повідомлень, щоб забезпечити максимальну швидкість їх передачі каналами зв'язку при наявності та відсутності завад.

Основні задачі:

- оцінка кількості інформації;
- математичний опис сигналів інформації;
- перетворення сигналів інформації в процесах модуляції, демодуляції, фільтрації, аналого-цифрового та цифро-аналогового перетворень;
- кодування та декодування сигналів;
- розробка технологій передачі інформації по каналах зв'язку.

Задачі теорії інформації вирішуються методами математичного аналізу, теорії ймовірностей і випадкових функцій, неперервного та дискретних перетворень Лапласа, Фур'є та інших розділів математики.

Постулати теорії інформації :

- джерело повідомлення здійснює вибір повідомлення з деякої множини з певною ймовірністю;
- повідомлення можуть передаватися по каналу зв'язку в закодованому виді. Кодовані повідомлення утворюють множину, що є взаємно однозначним відображенням множини повідомлень. Правило декодування відоме декодеру (записане в його програмі).
- повідомлення вважається прийнятим правильно, якщо в результаті декодування воно може бути в точності відновленим. При цьому не враховується, скільки часу пройшло з моменту передачі повідомлення до моменту закінчення декодування, та яка складність операцій кодування і декодування.

- кількість інформації не залежить від смислового вмісту повідомлення, від його емоційного впливу, корисності і навіть від його відношення до реальної дійсності.

Основні поняття

ДАНІ – отримані відомості, подані у формалізованому вигляді (літерами, цифрами, символами тощо)

Дані – сировина для створення інформації: перетворення й обробка даних дозволяє (з точки зору теорії інформації) витягнути новизну та перетворити її на знання.

ПОВІДОМЛЕННЯ – дані, що підлягають передачі.

СИГНАЛ – це матеріальний носій повідомлення.

СИГНАЛИ → ПОВІДОМЛЕННЯ → ДАНІ → ІНФОРМАЦІЯ

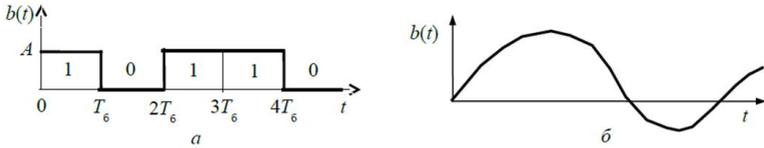


Рисунок 1 – Первинні сигнали: *a* – цифровий сигнал; *b* – неперервний сигнал

Загальна модель зв'язку по К. Шеннону приведена на рис. В.1.

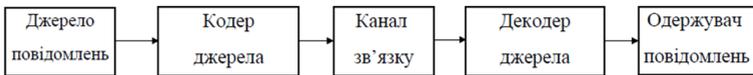
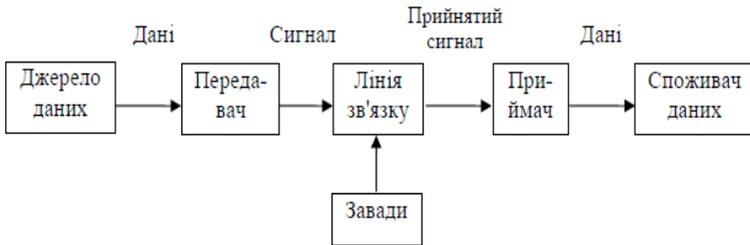


Рисунок 2 – Система електричного зв'язку

ВИСНОВОК:

- інформація є загальнонауковою філософською категорією і на сьогодні є об'єктивною реальністю разом із такими фундаментальними поняттями як матерія та енергія;
- інформація є мірою відображення різноманіття реального світу;
- інформація є способом опису взаємодії отримувача з оточуючим середовищем;
- інформація є характеристикою співвідношення між повідомленням і його користувачем.

- теорія інформації та кодування, як наука, вивчає:
- кількісну міру інформації,
- інформаційні характеристики джерел повідомлень і каналів зв'язку,
- кодування в дискретних та неперервних каналах,
- коди, що виявляють та виправляють помилки,
- ефективність кодування та передачі інформації.

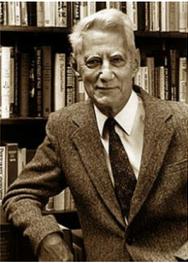
ЛЕКЦІЯ 1. Інформація та ентропія: кількісна міра.

2.1 Кількісна міра інформації.

2.2 Ентропія та її властивості.

2.3 Надмірність інформації.

Клод Елвуд Шеннон



$$H = -\sum_{i=1}^N p_i \log_2 p_i$$

Ральф Вінтон Лайон Хартлі



$$I = \log_2 N$$

2.1 Кількісна міра інформації

В сучасних технічних системах для кількісної оцінки інформації використовують статистичний підхід, в рамках якого інформація розглядається як сукупність відомостей, повідомлень про поведінку деякої системи, яка випадково може знаходитись в одному з можливих станів. Така система має деяку ступінь невизначеності (ентропію) і фактичний стан її до отримання повідомлення залишається невідомим. Повідомлення про фактичний стан системи, яку ми розглядаємо, і є інформація про неї.

Якщо стан системи визначений і не може змінюватись або всі можливі зміни станів відомі до появи повідомлення про них, то смислу передавати повідомлення про систему немає. Воно не представляє інтересу, не дає нічого нового, тобто не несе інформацію (наприклад, "січень - перший місяць року"). Очевидно й те, що повідомлення про невідомий фактичний стан системи буде передавати тим більше інформації, чим більша ступінь невизначеності системи (більша ентропія системи), тобто чим більша кількість станів (різноманіття), які вона може приймати.

Для ілюстрації сказаного розглянемо приклад (про 4 стани системи «Інформатика і системологія»).

Приклад 1.1. Дві географічні зони поділені на чотири сектори кожна. Спостерігач першої зони доповів, що пожежа може виникнути тільки у секторі 3. Спостерігач другої зони – що у секторі 4 пожежа неможлива. Потрібно оцінити кількість інформації у повідомленнях спостерігачів.

Припустимо, що кожна зона – це система, яка має 4 стани ($N = 4$), тому що пожежа може виникнути у кожному з 4-х секторів. Вважаючи кожний стан рівноімовірним, ступінь невизначеності (ентропії) H можна прийняти рівним кількості станів: $H = N = 4$ одиниці.

Будемо оцінювати кількість інформації I у повідомленні кожного спостерігача як величину, на яку зменшилась невизначеність (ентропія H) системи в результаті отримання повідомлення. Після повідомлення першого спостерігача система

стала повністю відомою, тобто "пожежа у секторі 3", невідомих (невизначених) станів немає. Тому $N'_1 = 0$, а значить ентропія у даному випадку повністю знята, тобто $H'_1 = 0$. Отже, кількість інформації в доповіді першого спостерігача оцінюється так:

$$I_1 = H - H'_1 = 4, \quad (1.1)$$

де I_1 – кількісне значення інформації, од.

Повідомлення другого спостерігача зменшило ентропію тільки на одиницю ("у 4-му секторі пожежі немає"), але залишилися невизначеними останні три стани системи ($N'_2 = 3$). Тому ентропія знята неповністю, $H'_2 = 3$ од. Кількість інформації I_2 прийме значення:

$$I_2 = H - H'_2 = 4 - 3 = 1 \text{ (од.)}. \quad (1.2)$$

З прикладу 1 видно, що чим більша кількість можливих станів системи N , тим більша її ентропія (невизначеність) H , тим більшу кількість інформації несе в собі повідомлення про стан системи. Таким чином, кількісною мірою інформації (або кількісною мірою невизначеності) може бути число можливих станів системи N :

$$I = H - H' = N - N'. \quad (1.3)$$

2.2 Ентропія та її властивості

Однак, такий спосіб вимірювання кількості інформації незручний тим, що при $N = 1$ (система може знаходитись тільки в одному стані, тобто визначена) маємо $N = H = 1$, коли ентропія H повинна дорівнювати нулю (для визначеної системи $H = 0$). При оцінюванні кількості інформації (1.3) в повідомленнях невизначеність (ентропію) системи зручніше виражати не числом можливих невідомих станів її до отримання повідомлення ($N = H$) та після отримання ($N' = H'$), а деякою іншою величиною, яка була б функціонально зв'язана з N , але не суперечила логічним уявленням про невизначеність (ентропію) та інформацію.

Отже, вимогами до кількісної міри інформації є:

- функціональний зв'язок з числом можливих невідомих станів системи N ($I = f(N)$);
- рівність нулю ($I = 0$), коли система визначена, тобто $N = 1$;
- збільшення із ростом N ($I \uparrow = f(N \uparrow)$);
- I може приймати значення не менше нуля $I \geq 0$ (тому що повідомлення може або нести інформацію ($I > 0$), або ні ($I = 0$), але виносити інформацію не може).

Таким вимогам задовольняє логарифмічна міра інформації, яка була запропонована американським вченим Л. Хартлі у 1928 р.:

$$I = \log N . \quad (1.4)$$

Якщо позначити число можливих станів системи до повідомлення як N , а після повідомлення – як N' , ентропія H стану системи x до повідомлення $H(x) = \log N$, після повідомлення – $H'(x) = \log N'$. Тоді кількість інформації можна оцінити як різницю ентропій стану системи до та після повідомлення:

$$I = H(x) - H'(x) = \log N - \log N' = \log \frac{N}{N'} . \quad (1.5)$$

При повних відомостях про стан системи, тобто якщо після отримання повідомлення точно відомий тільки один стан системи $N' = 1$ (повідомлення першого спостерігача у прикладі 1.1), то з формули (1.5) маємо

$$I(x) = \log N - \log 1 = \log N - 0 = \log N . \quad (1.6)$$

Формула Хартлі має один суттєвий недолік – усі можливі стани системи передбачаються рівнозначними, тобто ймовірність появи одного з можливих станів рівні:

$$p_1 = p_2 = p_3 = \dots = p_N.$$

Реальні системи, як правило, мають нерівнозначні стани, тому у 1948 р. американський математик Клод Ельвуд Шеннон запропонував оригінальний метод оцінки кількості інформації з використанням тієї ж логарифмічної функції, але з урахуванням ймовірності появи повідомлень про відповідний стан системи, що поклало початок розвитку статистичної теорії інформації.

За Шенноном для визначення ентропії системи беруть суму добутків ймовірностей p_i появи кожного з i -х станів системи на логарифми цих ймовірностей:

$$H(x) = -\sum_{i=1}^N p_i \log p_i, \quad (1.7)$$

де знак мінус перед сумою враховує від'ємне значення логарифмічної функції, оскільки $0 \leq p_i \leq 1$, то $\log p_i < 0$.

Ентропія зручна для оцінки ступеня невизначеності системи через ряд властивостей:

1) ентропія дорівнює нулю, якщо система може приймати один стан з ймовірністю $p = 1$, тобто коли стан системи визначений: $H(x) = -1 \log 1 = 0$;

2) максимальне значення ентропія досягає, коли всі стани системи рівноімовірні, тобто $p_1 = p_2 = \dots = p = \frac{1}{N}$.

Із формули (1.7) маємо:

$H_{\max}(x) = -Np \log p = -N \frac{1}{N} \log \frac{1}{N} = -1(\log 1 - \log N) = \log N$
 Для аналізу інформаційних процесів в комп'ютерних системах використовують логарифм з основою 2 (

$\log_2 N$), оскільки в принципі побудови і функціонування сучасної цифрової техніки закладена двійкова система числення. Тоді одиницею вимірювання ентропії, а також інформації є "біт" (від англ. bit – binary digit, двійковий знак).

Таким чином, кількість інформації про деяку систему X дорівнює значенню, на яке зменшується ентропія цієї системи у результаті отримання повідомлення (1.5):

$$I = H(x) - H'(x).$$

Приклад 1.2. Кількість інформації у повідомленнях (при використанні ПЕОМ) можна визначити так:

$$I_1(x) = H_1(x) - H_1^1(x) = \log_2 4 - \log_2 1 = 2 \text{ біт},$$

$$I_2(x) = H_2(x) - H_2^1(x) = \log_2 4 - \log_2 3 = 2 - 1,6 = 0,4 \text{ біт}.$$

Якщо стани системи мають різну ймовірність появи ($p_1 \neq p_2 \neq p_3 \neq \dots \neq p_N$), то для оцінки кількості інформації використовують формулу Шеннона. Наприклад, якщо $p_1 = 0,2$; $p_2 = 0,3$; $p_3 = 0,4$; $p_4 = 0,1$, тоді маємо:

$$I_1(x) = -\sum_{i=1}^4 p_i \log_2 p_i = 1,85 \text{ біт},$$

$$I_2(x) = -\sum_{i=1}^4 p_i \log_2 p_i - \left(-\sum_{i=1}^3 p_i \log_2 p_i \right) = 1,85 + (0,2 \log_2 0,2 + 0,3 \log_2 0,3 + 0,4 \log_2 0,4) = 1,85 - 1,51 = 0,34 \text{ біт}.$$

При порівнянні формул (1.4) і (1.7) підхід, запропонований Хартлі (для систем із рівноймовірними станами), є частковим рішенням формули Шеннона. Для систем, які мають різні

ймовірнісні стани, розрахунки ентропії та кількості інформації за Хартлі дадуть завищені результати.

Статистичний підхід до кількісної оцінки інформації (формула Шеннона) широко використовується в наукових дослідженнях та при розв'язуванні багатьох важливих практичних проблем. Наприклад, задачі оптимального кодування повідомлень в системах передачі інформації, визначення пропускної здатності каналів із завадами, розрахунок ємності запам'ятовуючих пристроїв для зберігання інформації тощо. При цьому кількість інформації вимірюється в бітах.

Таким чином:

кількість інформації за Хартлі, тобто у припущенні повної незалежності та рівноймовірності появи окремих символів повідомлення, визначає максимально можливу кількість інформації в повідомленні заданої довжини (n)

$$I_n = n \cdot \log_2 N \text{ (біт)}$$

Якщо поділити на кількість символів у повідомленні n отримаємо середню кількість інформації, що припадає на один символ:

$$I_1 = \log_2 N = -\log_2 P_N, \frac{\text{біт}}{\text{символ}}, \quad N = \frac{1}{P_N}$$

P_N - імовірність появи одного символу.

Якщо імовірності появи символів відрізняються $P_1 \neq P_2 \neq \dots \neq P_N$

кількість інформації в повідомленні зменшується (формула Шеннона) :

$$I_n = -n \cdot \sum_{i=1}^N P_i \cdot \log_2 P_i \text{ (біт)}$$

Якщо поділити на кількість символів у повідомленні n отримаємо середню кількість інформації, що припадає на один символ (ентропію):

$$H = \frac{I_n}{n} = -\sum_{i=1}^N P_i \cdot \log_2 P_i \text{ (біт/символ)}$$

Іншим фактором, що зменшує ентропію (відповідно і кількість інформації) в повідомленні довжиною n – наявність статистичної залежності між символами (кореляції): кореляційні зв'язки між символами та неоднакова ймовірність їх появи приводить до зменшення кількості інформації в реальних повідомленнях.

Кількісно такі втрати характеризуються коефіцієнтом надмірності.

2.3 Надмірність інформації

Надмірність джерела повідомлень – це його властивість видавати інформацію більшою кількістю знаків, ніж можна було б.

$$R = \frac{H_{\max} - H}{H_{\max}} = 1 - \frac{H}{H_{\max}} = 1 - \frac{H}{\log_2 N},$$

Завдяки надмірності, повідомлення захищені від перешкод. Це використовується при завадостійкому кодуванні.

кодові комбінації для передачі інформації про 1 із 4-х станів	контрольний надмірний елемент (сума по модулю 2 початкової комбінації)	код з виявленням одиничної помилки
00	0	000
01	1	011
10	1	101
11	0	110

Чим більша ентропія, тим більшу кількість інформації містить у середньому кожний елемент повідомлення.

Нехай ентропії двох джерел повідомлень $H_1 < H_2$, а кількість інформації, що одержується від них, однакова, тобто $I = n_1 H_1 = n_2 H_2$, де n_1 і n_2 – довжина повідомлення від першого та другого джерел. Позначимо

$$\mu = \frac{n_2}{n_1} = \frac{H_1}{H_2} \quad (1.9)$$

При передачі однакової кількості інформації ПОВІДОМЛЕННЯ тим ДОВШЕ, чим МЕНША його ЕНТРОПІЯ.

Коефіцієнт стиску μ – величина, що характеризує ступінь укорочення повідомлення при переході до кодування станів елементів, що характеризується більшою ентропією.

Коефіцієнт надмірності r – частка зайвих елементів при переході до кодування станів елементів, що характеризуються більшою ентропією.

$$r = \frac{H_2 - H_1}{H_2} = 1 - \frac{H_1}{H_2} = 1 - \mu \quad (1.10)$$

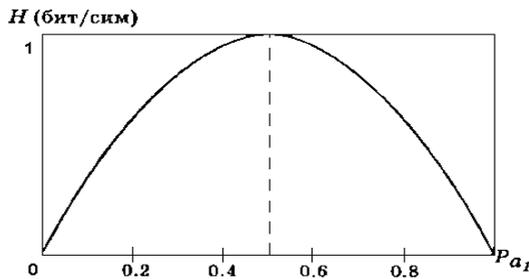
Продуктивність \bar{H} джерела інформації – це кількість інформації, що виробляється джерелом за одиницю часу:

$$\bar{H} = H / \tau, \quad (1.4)$$

де $\tau = \sum_{i=1}^M p(x_i) \tau_i$ – середня тривалість символу, τ_i – тривалість символу x_i .

Висновки:

- Ентропія є мірою невизначеності, непрогнозованості ситуації. Зменшення ентропії, що відбулось завдяки деякому повідомленню, точно збігається з кількістю інформації, яка міститься в цьому повідомленні.
- Ентропія дорівнює нулю, якщо повідомлення відоме завчасу.
- Ентропія максимальна, якщо всі знаки (елементи) алфавіту рівноймовірні



- **Ентропія, продуктивність та надмірність** – інтегральні інформаційні характеристики дискретного джерела інформації

Практичні завдання

Задача 1.1. Визначити ентропію повідомлення з шести літер, якщо загальна кількість літер в алфавіті дорівнює 32 і всі повідомлення рівноймовірні.

Задача 1.2. Джерело інформації генерує повідомлення з 4-х символів алфавіту. Обчислити ентропію джерела і його надмірність за умови взаємної незалежності символів, якщо $P1=0,1$; $P2=0,2$; $P3=0,4$; $P4=0,3$.

Задача 1.3.

Маємо два дискретних немарковських джерела інформації з алфавітами $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ та $Y = \{y_1, y_2, y_3\}$ з такими розподілами ймовірностей появи символів:

$$p(x_1) = 0,7 ; p(x_2) = 0,2 ; p(x_3) = 0,1 ; \\ p(y_1) = 0,4 ; p(y_2) = 0,35 ; p(y_3) = 0,25 .$$

Не розраховуючи ентропії джерел, дати відповідь, яке з них має більшу ентропію.

Задача 1.4. Знайти кількість інформації у повідомленні, що складається зі слова *ентропія*, вважаючи, що літери незалежні. Ймовірності літер українського тексту надані в табл. 1.1.

Таблиця 1.1 – Розподіл ймовірностей літер в українських текстах

Літера	Ймовірність	Літера	Ймовірність	Літера	Ймовірність	Літера	Ймовірність
Пропуск	0,122	Р	0,040	З	0,018	Ж	0,007
О	0,090	С	0,034	Й	0,017	Ц	0,006
А	0,074	Л	0,034	Б	0,016	Ю	0,006
И	0,059	К	0,032	Я	0,015	І	0,006
І	0,055	У	0,032	Г	0,013	Є	0,003
Н	0,053	Д	0,026	Ч	0,012	Ф	0,002
В	0,047	П	0,026	Ш	0,010		
Т	0,044	М	0,023	Х	0,008		
Е	0,041	Ь	0,021	Щ	0,008		

Задача 1.5. Знайти кількість інформації в послідовності з шести знаків від деякого датчика, за умови, що знаки джерела рівноймовірні та незалежні, а обсяг алфавіту $MA = 16$.

Задача 1.6. Знайти кількість інформації у повідомленні, що складається зі слова українського тексту **Житомир**, вважаючи, що літери в тексті незалежні.

Задача 1.7. Джерело дискретних незалежних знаків A використовує 4 знаки: $a, б, в, г$ з ймовірностями: $P(a) = 0,7; P(б) = P(в) = P(г) = 0,1$. Знайти ентропію джерела, максимальне значення ентропії при заданому обсязі алфавіту джерела та надмірність.

Задача 1.8. Довести, що ентропія джерела дискретних повідомлень набуває лише невід'ємні значення.

Задача 1.9. Обчислити продуктивність джерела дискретних повідомлень, заданого в **Задачі 1.7**, якщо тривалості знаків 1, 2, 3 і 4 мс відповідно.