

2. ОСНОВИ ТЕОРЕТИЧНОЇ ГЕОДЕЗІЇ

Тема 2.6: Визначення параметрів фігури Землі та її орієнтування.

1. Основи визначення параметрів фігури Землі та її орієнтування
2. Методи виводу розмірів земного еліпсоїда за градусними вимірюваннями
3. Встановлення вихідних геодезичних дат
4. Сучасні підходи до визначення параметрів фігури Землі
5. Геодезичні референсні системи координат у геодезії

1. Основи визначення параметрів фігури Землі та її орієнтування

Вперше розміри кулі, як форми Землі, у давнину визначив александрійський вчений Ератосфен (276-194 рр. до н.е.). Він знав, що в Сієні (теперішній Асуан, Єгипет) в полудень 22 червня Сонце знаходиться точно в зеніті (схилення Сонця дорівнює широті місця), а показником цього було відбиття його у воді глибокого колодязя. Було виміряно зенітну відстань Сонця в той же момент в м. Александрії, що лежало на меридіані Сієни, та визначено відстань S між цими містами за часом руху торгових караванів. Зенітна відстань, виміряна в Александрії була, фактично, різницею широт між двома пунктами $\varphi_2 - \varphi_1$. За цими даними Ератосфен знайшов довжину радіуса земної кулі R

$$R = \frac{S}{\varphi_2 - \varphi_1} \rho.$$

Ці визначення, що базувалися на вимірюванні деякої дуги меридіана і відповідного їй кута в центрі земної кулі, започаткували геометричний метод, що дістав назву градусних вимірювань. Треба відзначити, що результати перших градусних вимірювань були досить близькі до сучасних даних.

Нова епоха у вивченні фігури Землі почалася після відкриття Ньютоном закону всесвітнього тяжіння, на основі якого він встановив, що фігурою Землі повинна бути стиснута вздовж осі обертання куля, так званий сфероїд, частковим випадком якого є еліпсоїд обертання.

Визначення екваторіальної півосі загального земного еліпсоїда a та його стиснення α з часів Ньютона і до сьогоднішніх днів стало однією з найактуальніших задач всіх наук про Землю і, особливо, геодезії.

Задача визначення екваторіальної півосі та стиснення математично формулюється наступним чином. Нехай S_m – дуга меридіана і φ_1 та φ_2 – широти її кінцевих точок. Використовуючи формулу радіуса кривини меридіана M можемо для довжини дуги меридіана записати

$$\begin{aligned} S_m &= \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M d\varphi = a(1-e^2) \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} (1-e^2 \sin^2 \varphi) d\varphi \approx \\ &\approx a(1-2\alpha)(\varphi_2 - \varphi_1)(1+3\alpha \sin^2 \varphi_m). \end{aligned} \quad (2.55)$$

Тут використано розкладання в ряд за біномом Ньютона виразу $(1-e^2 \sin^2 \varphi_m)^{-3/2}$ та проведена заміна $e^2 \approx 2\alpha$.

В результаті ми отримали рівняння відносно двох невідомих a і α . Аналогічним чином можна скласти рівняння і для довжини дуги паралелі. Число таких рівнянь буде дорівнювати

числу дуг градусних вимірювань. Сумісний розв'язок всіх рівнянь за способом найменших квадратів дасть значення екваторіальної півосі та стиснення, тобто a і α .

Визначені таким чином параметри еліпсоїда за градусними вимірюваннями, виконаними в різних країнах, не узгоджувалися між собою на 100-200 м і більше, що перекривало всі можливі сподівання відносно похибок вимірювань.

Приведена схема визначення параметрів загального земного еліпсоїда ускладнювалася наступними обставинами:

а) вимірювання довжин дуг проводиться на фізичній поверхні Землі, а не на поверхні еліпсоїда; викає додаткова задача редукування цих вимірювань на поверхню еліпсоїда з невідомими параметрами;

б) широти і довготи кінцевих точок дуг, які отримують із астрономічних спостережень, визначають напрями прямовисних ліній, а не нормалей до поверхні еліпсоїда;

в) суша займає на земній поверхні лише 29%, тому виміряні дуги представляють досить обмежені за розмірами ділянки Землі.

Початком сучасного етапу розвитку питання про розміри та форму Землі, який лише у середині ХХ ст. отримує своє завершення, відноситься до першої половини ХІХ ст. Вимагалася постановка і уточнення двох основних питань: що вважати поверхнею Землі, коли говорять про її фігуру, і як можна представити цю фігуру з допомогою простих математичних образів. Відповіддю на перше запитання є введення поняття про геоїд, а на друге – поняття про загальний земний еліпсоїд.

Разом з уточненням понять про геоїд і загальний земний еліпсоїд розроблялися методи визначення форм та розмірів цих поверхонь. При цьому важливим питанням було дослідження співвідношення між даними поверхнями, тобто чи є підвищення і пониження поверхні геоїда відносно поверхні загального земного еліпсоїда невеликими за протяжністю (дрібними хвилеподібними відступами), які на достатньо значній території носять в загальному випадковий характер, чи відхилення даних поверхонь на великих площах носять систематичний характер, тобто утворюють хвилі значної амплітуди, на які лише накладаються більш дрібні хвилі локального масштабу.

В першому випадку градусні вимірювання, що виконуються на окремих ділянках геоїда, будуть приводити до еліпсоїдів, які відрізняються від загального земного еліпсоїда лише на величини випадкового характеру. Чим більше буде, очевидно, таких градусних вимірювань, зв'язаних чи навіть не зв'язаних між собою, тим більше наблизимося в результаті усереднення до визначення розмірів та форми загального земного еліпсоїда. Проте, вже у другій половині ХІХ ст. були виявлені значні розходження між результатами, отриманими із різних градусних вимірювань, в тому числі досить точних. З повною очевидністю вияснилося, особливо із градусних вимірювань в Індії, де були виявлені значні відхилення прямовисних ліній, що геоїд має систематичні відхилення від загального земного еліпсоїда. Тому із окремих градусних вимірювань можна отримувати еліпсоїди, що лише найбільш близько підходять до ділянки геоїда, на яких ці вимірювання виконувалися, і які можуть значно відрізнятися від загального земного еліпсоїда за розмірами та формою.

Одним із способів, яким пробували обійти цю трудність і врахувати можливі систематичні відхилення фігури геоїда від точного еліпсоїда, було представлення геоїда більш складною поверхнею – триосним еліпсоїдом. Вважалося, що в цьому випадку геоїд можна представити еліпсоїдом без систематичних відхилень останнього від нього. Проте для цього вже буде потрібно визначати не дві невідомих, а чотири – екваторіального та полярного радіусів і екваторіального та полярного стиснень. Хоча роботи з визначення параметрів триосного еліпсоїда неодноразово проводились, але вони носили все ж теоретичний характер,

оскільки застосування останнього в геодезичному виробництві привело би до невиправданих з позиції практики ускладнень обчислювального характеру.

Другим способом, який застосовувався з метою усунення впливу значних хвиль геоїда на результати визначення розмірів Землі, був спосіб введення у результати вимірювань поправок за топографо-ізостатичні відхилення прямовисних ліній. При цьому вважалося, що всі основні значні відхилення геоїда від загального земного еліпсоїда проходять внаслідок порушення регулярного розташування мас в земній корі. Кількісно це визначалося на основі гіпотез ізостазії. І, до речі, першим загальним земним еліпсоїдом був визнаний еліпсоїд, параметри якого визначалися із застосуванням гіпотези ізостазії ще у 1924 р.

Теоретично досконалим, що допускає будь-які практично можливі уточнення, є гравіметричний метод виключення впливу систематичних відхилень геоїда від загального земного еліпсоїда. Можливість застосування цього методу для вказаних цілей закладена вже в роботах Стокса (1849). Він виводить формулу, що дає можливість визначати висоти геоїда над фігурою еліпсоїда, якщо відомо з достатньою детальністю розподіл сили ваги на поверхні геоїда. Довший час гравіметрична вивченність земної поверхні, особливо поверхні Світового океану, залишалась низькою, тому і практичного застосування цьому методу не надавалось можливості. Пізніше, зусиллями Венінг-Мейнеса (1928), Молоденського (1951) та багатьох інших дослідників, були вирішені і доведені до практичного застосування можливості гравіметричного методу дослідження фігури Землі, в тому числі і визначення її розмірів та форми.

Отже, в класичному геометричному трактуванні під терміном градусні виміри розуміють сукупність геодезичних, астрономічних і гравіметричних робіт, призначених для визначення розмірів та форми Землі.

Загальна схема застосування гравіметричного підходу щодо визначенні форми і розмірів Землі наступна. Нехай ми маємо регуляризований геоїд (за Молоденським квазігеоїд), на всій поверхні якого з достатньою детальністю вивчено розподіл сили ваги. На цю поверхню редуковані всі результати астрономо-геодезичних спостережень. Нехай також маємо тіло у вигляді рівневого двоосного еліпсоїда, розподіл сили ваги на якому приймаємо максимально еквівалентним відомому нам розподілу сили ваги на поверхні регуляризованого геоїда. Цим практично досягається співпадання рівневого двоосного еліпсоїда з загальним земним еліпсоїдом. За відомими формулами Стокса, Венінг-Мейнеса чи Молоденського визначаються висоти геоїда та відхилення прямовисних ліній в точках його поверхні по відношенню до загального земного еліпсоїда, тобто їх абсолютні значення. Прийнятий для рівневого еліпсоїда розподіл сили ваги визначає його стиснення α .

З допомогою значень висот геоїда та відхилень прямовисних ліній редукують всі астрономо-геодезичні спостереження з поверхні геоїда на поверхню загального земного еліпсоїда з відомим стисненням α та прийнятим наближеним значенням екваторіальної півосі a_0 . В точках цієї поверхні, що є проєкціями пунктів, будуть відомі геодезичні координати, а також будуть відомі довжини геодезичних ліній на поверхні цього еліпсоїда, що з'єднують вказані точки. До цих даних вже з повним правом можна застосовувати формули вигляду (2.55) для визначення поправки до екваторіальної півосі a_0 , оскільки всі систематичні впливи вже будуть виключені при відповідному проектуванні на поверхню еліпсоїда.

Така послідовність визначення параметрів загального земного еліпсоїда найбільш повно відповідає характеру фігури Землі та вона все ж мала певні практичні обмеження. Це стосувалося як недостатньої гравіметричної вивченності поверхні Землі так і локальним характером градусних вимірювань. Щодо першого, то це означає визначення за детальними

значеннями аномалій сили ваги на певній території “гравіметричних” складових відхилень прямовисних ліній, які будуть відрізнятися від абсолютних їх значень. Ми можемо вважати, що отримані складові включають в себе всі локальні впливи, а це разом з градусними вимірюваннями на певній території дає необхідний матеріал для визначення розмірів такого еліпсоїда, який найкращим чином підходить до геоїда в межах цієї території, тобто розмірів референц-еліпсоїда.

З розвитком супутникових технологій методика визначення розмірів та форми еліпсоїда дещо змінилася. Такі визначення базуються на використанні даних наземної геодезії і супутникових спостережень з врахуванням формул, що узгоджують параметри земного еліпсоїда з фундаментальними параметрами. Стиснення земного еліпсоїда вигідно визначати як похідну сталу через коефіцієнт нульового порядку другої зональної гармоніки розкладу гравітаційного потенціала, який досить точно визначають методами космічної геодезії.

Оскільки розміри загального земного еліпсоїда на даний час досить впевнено визначаються, то задача визначення розмірів референц-еліпсоїда вже не є актуальною, хоча останні мають важливе практичне значення в геодезичних роботах. Суттєвим моментом при цьому є тільки встановлення можливості переходу від системи одного еліпсоїда до другого.

2. Методи виводу розмірів земного еліпсоїда за градусними вимірюваннями

Класичне градусне вимірювання полягало у вимірюванні методом тріангуляції лінійної відстані між деякими пунктами, розташованими, по можливості, вздовж земного меридіана або паралелі, та астрономічних визначень на цих пунктах.

Із опрацювання тріангуляції визначались відстані між паралелями або меридіанами пунктів градусного вимірювання, тобто відрізки дуг меридіана або паралелі, як деякі окремі дуги, які при геодезичному зв'язку між собою складали загальну дугу градусного вимірювання по меридіану або по паралелі. Тому і метод виводу розмірів земного еліпсоїда за градусними вимірюваннями називався методом дуг.

Кожне окреме градусне вимірювання опрацьовувалося наступним чином. Один з пунктів цього градусного вимірювання приймався за початковий або вихідний пункт. Астрономічні координати цього пункту φ_0 і λ_0 , так приймалося, дорівнювали геодезичним координатам B_0 і L_0 . На поверхні прийнятого еліпсоїда з наближеними параметрами a_0 і α_0 при вказаному його орієнтуванні в тілі Землі ($B_0 = \varphi_0$, $L_0 = \lambda_0$, $A_{0A_1} = a_{0A_1}$) обчислювались геодезичні координати B_k, L_k всіх решта пунктів градусного вимірювання з астрономічними широтами φ_k і довготами λ_k , використовуючи при цьому відстані між цими пунктами, які були віднесені тільки на поверхню геоїда, та передачі астрономічного азимута a_{0A_1} через виміряні горизонтальні напрями. Після чого визначались розміри земного еліпсоїда $a = a_0 + \delta a$ і $\alpha = \alpha_0 + \delta \alpha$ на основі рівнянь градусних вимірювань.

Рівняння градусного вимірювання дуги меридіана, яка складається із n окремих дуг, має наступний вигляд

$$\begin{aligned} \xi_k = \xi_0 + (B_k^0 - B_0^0) \frac{\delta a}{a_0} - (B_k^0 - B_0^0) \times \\ \times \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \cos 2B_m^0 \right) + \frac{1}{4} \alpha_0 (5 + 6 \cos 2B_m^0 - 3 \cos 4B_{0m}) \right] \delta \alpha + \\ + (\varphi_k - B_k^0) \end{aligned} \quad (2.56)$$

А рівняння градусного вимірювання дуги паралелі під широтою B_0 представлялося у такому вигляді

$$\begin{aligned} \eta_k = & \eta_0 + (L_k^0 - L_0^0) \cos B_0 \frac{\delta a}{a} + \\ & + (L_k^0 - L_0^0) \left[(1 - \alpha_0 \cos 2B_0) \sin^2 B_0 \cos B_0 \right] \delta \alpha + \\ & + (\lambda_k - L_k^0) \cos B_0. \end{aligned} \quad (2.57)$$

В цих рівняннях:

$$B_m^0 = \frac{B_0^0 + B_k^0}{2},$$

$$k = 1, 2, 3, \dots, n,$$

ξ, η – складові відхилення прямовисних ліній в меридіані та першому вертикалі відповідно, верхнім індексом "0" позначені ті величини, що відносяться до еліпсоїда з параметрами a_0 і α_0 . Вільні члени в рівняннях (5.56) – $(\varphi_k - B_k^0)$ та (5.57) – $(\lambda_k - L_k^0)$ є різницями виміряних астрономічних і геодезичних координат. Фактично це є значення відхилень прямовисної лінії в площинах меридіана і першого вертикалу, отримані із спостережень. Ліві частини цих рівнянь є відхиленнями прямовисної лінії у вказаних площинах від нормалі до поверхні еліпсоїда, параметри якого ми шукаємо.

Коефіцієнти при невідомих δa і $\delta \alpha$ є відомими функціями геодезичних координат вихідного пункту і того даного пункту, для якого рівняння градусних вимірювань повинні бути складені. Залишається від складених рівнянь перейти, згідно правил способу найменших квадратів, до двох нормальних рівнянь для знаходження невідомих.

З початком XX ст. склад градусних вимірювань змінився. Побудова суцільних геодезичних мереж у межах значних територій привела до того, що градусні вимірювання набули площадного характеру. Градусні вимірювання вже не були вимірюваннями окремих або ізольованих дуг меридіанів і паралелей, а репрезентували великі астрономо-геодезичні мережі. В зв'язку з цим змінилися і методи виводу розмірів земного еліпсоїда із градусних вимірювань. Почав застосовуватися так званий метод площ, який став подальшим розвитком та узагальненням методу дуг.

Рівняння методу площ подібні до (5.56) і (5.57) і є, за своєю суттю, рівняннями відхилення прямовисної лінії в площині меридіана за визначенням широти, відхилення прямовисної лінії в площині першого вертикалу за визначенням довготи і відхилення прямовисної лінії в площині першого вертикалу за визначенням азимута в даному пункті відповідно. Склавши рівняння для всіх астрономічних пунктів даної геодезичної мережі та використовуючи чисто астрономо-геодезичні дані, розв'язують їх далі за способом найменших квадратів, тобто під умовою

$$[\xi\xi] + [\eta\eta] = \min \quad (2.58)$$

Визначенню підлягають: поправки до параметрів прийнятого еліпсоїда $\delta a, \delta \alpha$ та складові відхилення прямовисних ліній у вихідному пункті ξ_0, η_0 .

Очевидним є те, що при такому підході відхилення прямовисних ліній мають носити випадковий характер, а, відповідно, і відступи геоїда від нового еліпсоїда теж будуть розглядатися як випадкові. Не підлягає дискусії і те, розміри якого еліпсоїда при цьому визначаються, звичайно, референц-еліпсоїда.

Зважаючи на очевидний прогрес у цьому питанні з появою методу площ, потрібно відзначити, що суттєвого покращення точності виводу параметрів земного еліпсоїда без широкого використання гравіметричних даних не відбулося.

3. Встановлення вихідних геодезичних дат

Для того, щоб вибраний еліпсоїд найкращим чином представляв фігуру Землі, потрібно не тільки побудувати еліпсоїд з найкращими значеннями екваторіальної півосі та стисненням, але і зуміти певним чином зорієнтувати його в тілі Землі. Орієнтування здійснюється через суміщення відповідної точки еліпсоїда з вихідним пунктом астрономо-геодезичної мережі. В одному з варіантів це буде

$$\begin{aligned} B_0 &= \varphi_0, \\ L_0 &= \lambda_0, \\ A_0 &= a_0, \\ \zeta_0 &= 0. \end{aligned} \tag{2.59}$$

Перші три рівняння у (2.59) означають, що у вихідному пункті відхилення прямовисних ліній дорівнюють нулю

$$\xi_0 = 0, \eta_0 = 0.$$

Встановлені тим чи іншим чином геодезичні координати вихідного пункта та азимут вихідної сторони називають вихідними геодезичними датами. В число вихідних геодезичних дат іноді включають також параметри a і α вибраного референц-еліпсоїда. Елементами орієнтування є складові відхилення прямовисної лінії ξ_0, η_0 та висота геоїда над еліпсоїдом ζ_0 у вихідному пункті.

Варіант встановлення вихідних геодезичних дат на основі (2.59) може привести до значних спотворень координат пунктів, які будуть досить віддаленими від вихідного пункту. Тому при встановленні орієнтування еліпсоїда в тілі Землі у вихідному пункті визначали складові відхилення прямовисних ліній ξ_0, η_0 , а, по можливості, і встановлювали висоту ζ_0 . Тоді

$$\begin{aligned} B_0 &= \varphi_0 - \xi_0, \\ L_0 &= \lambda_0 - \eta_0 \sec \varphi_0, \\ A_0 &= a_0 - \eta_0 \operatorname{tg} \varphi_0, \\ \zeta_0 &= \zeta_0. \end{aligned} \tag{2.60}$$

Величини ξ_0, η_0 отримують з розв'язку рівнянь вигляду (5.56) і (5.57) під умовою (5.58) одночасно з визначенням поправок до екваторіальної півосі δa та стиснення $\delta \alpha$. Кращим варіантом розв'язку рівнянь у методі площ є, якщо знаходити поправки до вже попередньо визначених наближених значень відхилень прямовисних ліній. При цьому складові відхилення прямовисних ліній на пунктах астрономо-геодезичної мережі визначаються незалежними методами: або на основі гіпотези ізостазії або гравіметричним шляхом. Останній є найбільш прийнятним з теоретичного, а тепер і практичного боку.

При правильному підборі ξ_0, η_0 вибір вихідної висоти геоїда $\zeta_0 = 0$ буде задовільним. Її визначення у вихідному пункті можна провести з використанням астрономічного чи астрономо-гравіметричного нівелювання.

Отже, система координат в астрономо-геодезичній мережі встановлюється прийнятими вихідними геодезичними датами одного з пунктів цієї мережі. Різні системи координат принципово відрізняються лише методами встановлення геодезичних координат вихідного

пункту. Що стосується параметрів земного еліпсоїда, то для них в минулому бралися переважно значення, отримані найбільш авторитетними вченими-геодезистами, наприклад, Кларком, Бесселем, Красовським тощо і могло не пов'язуватися з встановленням вихідних геодезичних дат.

4. Сучасні підходи до визначення параметрів фігури Землі

Для уніфікації геодезичних вимірювань на всій Землі зручно побудувати загальний земний еліпсоїд, тобто такий еліпсоїд, при якому умова мінімуму відхилень квадратів висот геоїда $[\zeta\zeta]=0$ виконується для всієї поверхні Землі в цілому. Такий еліпсоїд краще всього представляє фігуру Землі. Проте, для побудови такого еліпсоїда необхідно виконувати геодезичні спостереження на всій Землі і об'єднати ці спостереження в єдине ціле. У рамках класичної геодезії це здійснити було практично неможливо. З другого боку, якщо будувати референц-еліпсоїд за вимірюваннями на окремій і невеликій ділянці Землі, то параметри такого еліпсоїда будуть отримуватися невпевнено. Тому вже історично склалося так, що більшість виводів розмірів еліпсоїдів базувалися на значному матеріалі з можливим врахуванням глобальних хвиль геоїда. Поступово стали наближатися до встановлення розмірів еліпсоїда, який би з достатньою для практики точністю апроксимував фігуру Землі в глобальному масштабі. Основну роль при цьому зіграли всезростаюча гравіметрична вивченність Землі та методи космічної геодезії, особливо, супутникової геодезії.

Визначення параметрів загального земного еліпсоїда, тобто екваторіальної півосі a та стиснення α , проводиться окремо. При достатній гравіметричній вивченності Землі стиснення можна визначити на основі відомих зв'язків між параметрами рівневого еліпсоїда

$$\alpha = \frac{3}{2} J_2 + \frac{1}{2} q + \frac{9}{8} J_2^2 - \frac{11}{56} q^2 - \frac{3}{14} J_2 q + \frac{9}{98} J_2^2 q + \frac{27}{16} J_2^3 + \frac{9}{98} q^3 + \frac{93}{784} J_2 q^2. \quad (2.61)$$

Зональний гармонічний коефіцієнт J_2 може бути визначений за розподілом прискорення сили ваги на поверхні Землі гравіметричним методом або за віковими збуреннями орбіт ШСЗ. Супутниковий метод є більш оптимальним щодо точності і оперативності. Якщо відомий також параметр $q = \omega^2 a^3 / GM$, то за формулою (2.61) можна обчислити полярне стиснення земного еліпсоїда. При цьому екваторіальну піввісь a визначають на основі диференціальних співвідношень, що приведені у, а саме формули

$$dH = -\frac{a}{N} da + N \sin^2 B d\alpha.$$

Прийнявши, що $d\alpha = 0$, отримаємо вираз для геометричної висоти H i -ої точки над загальним земним еліпсоїдом з параметрами $a = a_0 + \delta a$ і α

$$H_i = H_i^0 - \frac{a_0}{N_i^0} \delta a, \quad (2.62)$$

де H_i^0 – геодезична висота даної точки (висота відносно еліпсоїда a_0, α),

$N_i^0 = a_0 / \sqrt{1 - e_0^2 \sin^2 B_i^0}$ – радіус кривини нормального перерізу першого вертикалу точки.

Висоту H_i представимо сумою нормальної висоти H_i^{γ} та висоти геоїда $\bar{\zeta}$ над загальним земним еліпсоїдом, а геодезичну висоту H_i^0 , відповідно нормальною висотою H_i^{γ} та висотою геоїда ζ над еліпсоїдом a_0, α . Тоді формула (2.62) із зробленими зауваженнями прийме вигляд

$$\bar{\zeta}_i = -\frac{a_0}{N_i^0} \delta a + \zeta_i. \quad (2.63)$$

Отримавши для кожної точки рівняння вигляду (2.63), розв'язуємо систему n рівнянь під умовою $[\bar{\zeta}\bar{\zeta}] = \min$ і знаходимо величину

$$\delta a = \frac{\left[\frac{a_0}{N^0} \zeta \right]}{\left[\frac{a_0}{N^0} \frac{a_0}{N^0} \right]},$$

а потім і ζ_i . При цьому, якщо сукупність точок рівномірно розташована на поверхні Землі, то буде виконана найкраща оцінка шуканих величин. В даний час суттєвий внесок в розв'язування цієї задачі вносить супутникове нівелювання та моделі зовнішнього гравітаційного поля Землі.

Уточнивши значення екваторіальної півосі $a = a_0 + \delta a$ земного еліпсоїда, за формулою (2.61) обчислюють узгоджене значення його полярного стиснення α . Зафіксувавши фундаментальні параметри Землі на епоху, можна приступити до нового опрацювання даних наземних та супутникових вимірювань з метою встановлення загальноземної системи координат.

На сучасному етапі топографо-геодезичного виробництва проблема визначення розмірів референц-еліпсоїда не стоїть, оскільки вибір розмірів загального земного еліпсоїда чи будь-якого другого є фактором швидше економічним (перевидання топографічних карт, каталогів координат тощо) ніж теоретично необхідним. Застосування того чи другого земного еліпсоїда буде визначатися системою референцних координат в залежності від методу встановлення вихідних геодезичних дат.

5. Геодезичні референцні системи координат у геодезії

Як відомо, в геодезії при встановленні системи координат найбільш важливим є вибір розмірів референц-еліпсоїда та встановлення його орієнтування таким чином, щоб забезпечити якнайбільшу близькість його поверхні до поверхні геоїда в межах території розташування геодезичної мережі.

Питання впровадження розмірів та орієнтування референц-еліпсоїда, а, відповідно, і геодезичної референцної системи координат, в різних країнах розв'язувалися шляхом деякого вільного вибору, а деколи, навіть і довільно. Так, в минулому розміри референц-еліпсоїда приймалися просто на основі того чи іншого виводу земного еліпсоїда, а вихідні геодезичні дати визначалися найпростішим шляхом астрономічних спостережень широти, довготи і азимута в одному із пунктів геодезичної мережі. Тоді домінував погляд про те, що будь-який із виводів земного еліпсоїда в достатній мірі задовольняє практичним вимогам геодезії і картографії. Питання про референцну систему координат для геодезичних робіт різних країн розв'язувалося в різний час і незалежно, без врахування необхідності деякого загального та єдиного рішення цього питання для всіх країн. Тому в різних країнах у свій час були прийняті і до цих пір застосовуються у геодезичних роботах різні референцні системи координат. Ця обставина дещо утруднювала використання результатів геодезичних робіт різних країн у загальних наукових і практичних проектах як геодезії і картографії, так і інших суміжних наук. Звідси і виникли питання про застосування в геодезичних роботах групи суміжних за територіями країн чи навіть всіх країн світу одного і того ж земного еліпсоїда. Зрозуміло, що уніфікація тільки розмірів референц-еліпсоїда для всіх країн ще не приводить до єдиної

загальноземної референцної системи координат. Для цього необхідно мати ще і єдине орієнтування такого еліпсоїда або єдині для всіх країн вихідні геодезичні дані. Ще в недалекому минулому вважалося, що постановка такого питання є чисто теоретичною ідеєю і практично нездійсненною.

Якщо розміри прийнятого еліпсоїда, а, особливо, його орієнтування відносно фігури геоїда встановлені не совсім вдало, то взаємні відстані між поверхнями геоїда і прийнятого еліпсоїда, виміряні по нормалі до його поверхні, будуть достатньо значними. Наслідком цього будуть значні і ті редуції, які прийдеться вводити в результати геодезичних вимірювань за приведення їх з поверхні геоїда на поверхню прийнятого еліпсоїда. Відповідно, в цьому випадку віднесені до поверхні прийнятого еліпсоїда елементи геодезичної мережі будуть досить відрізнятися від відповідних їм величин на геоїді. А між тим, питання практичного використання результатів геодезичних робіт вимагають, щоб вони давали не спотворену картину дійсності, а, по можливості, точно виражали те, що існує в натурі, в дійсності. Тому при практичній постановці питань правильної обробки цілісної геодезичної мережі, а не її фрагментів, приходиться ставити вимогу *віднесення вимірюваних елементів мережі до поверхні такого еліпсоїда, який найкраще підходить до фігури геоїда в межах відповідних територій*.

Уже на початку і до середини XIX ст. чітко сформувалося поняття відлікової поверхні, орієнтації осей координат та методів розповсюдження єдиної системи координат. Вже тоді багатьма вченими були отримані різні виводи розмірів земного еліпсоїда: Ж. Деламбром (1800 р.), Х. Вальбеком (1819 р.), Д. Еверестом (1830 р.), Д. Ері (1830 р.), Ф. Бесселем (1841 р.), А. Кларком (1866 р., 1880 р.) та іншими. Потрібно відзначити, що розміри цих еліпсоїдів були отримані на основі дуже незначних матеріалів градусних вимірювань і не підтверджуються сучасними даними, проте більшість із них були прийнятими за відлікові поверхні і до цих пір використовуються у геодезичній практиці. Особливо це стосується еліпсоїда Бесселя (більшість європейських країн, Японія, Індонезія та інші використовують саме цей еліпсоїд). На території України у той час використовувалися еліпсоїди Вальбека і Бесселя.

В XIX і до середини XX ст. особлива увага приділялася визначенню вихідних геодезичних дат, оскільки вони являли собою формалізовані елементи орієнтування референц-еліпсоїда (відлікового еліпсоїда) і визначали його положення в тілі Землі. Основною вимогою математичної обробки всіх геодезичних вимірювань, які проводять на земній поверхні, стала не стільки заміна основної рівневої поверхні близькою до неї поверхнею земного еліпсоїда, скільки необхідність врахування залишкових відступів між вказаними поверхнями. Тобто, встановлення розмірів і орієнтування еліпсоїда та визначення відступів геоїда (як по нахилі, так і по висоті) безпосередньо пов'язувалося з практичними задачами топографо-геодезичних робіт. Неврахування цього дуже утруднювало узгодження результатів картографічних робіт і топографічних знімків, що виконувалися у одній частині заданої ділянки на основі опорних геодезичних пунктів, а у другій – на основі астрономічних пунктів. Від правильності визначення і врахування відхилень прямовисної лінії адекватно залежало встановлення параметрів єдиного координатного простору. Для будь-якої координатної системи це – геодезичні координати вихідного пункту, вихідний геодезичний азимут, складові відхилення прямовисної лінії у вихідному пункті і висота квазігеоїда над референц-еліпсоїдом у вихідному пункті.

Подібним чином встановлювалися єдині координатні системи у багатьох країнах (чи навіть регіонів) світу. Це і CH1903 (Швейцарія), MGI (Австрія), DHDN (Німеччина), NAD27 - North American Datum (об'єднана референсна система Північної Америки), OSGB36 (Велика Британія), ROMA40 (Італія), СК-42 (СРСР), ED50 (об'єднана референсна система Європи) та ще багато інших. Як показали подальші дослідження, подібним чином встановлені геодезичні

референцні системи забезпечують точність визначення положення будь-якого пункту мережі відносно початкового пункту біля 1 м і більше.

У середині 70-х років XX ст. в більшості провідних країн світу розпочалися заходи з модернізації існуючих координатних систем. На той час інтенсивно розроблялися підходи до удосконалення методів побудови геодезичних мереж, в тому числі і з використанням космічних технологій, направлені на модернізацію геодезичних систем координат. Так, наприклад, роботи з переурівнювання Американської мережі, координати якої були визначені у системі NAD27, почалась у 1975 р.. Нову систему NAD83 було отримано з урівнювання 250 тис. пунктів (це більше як 1,75 млн. спостережень) в різних частинах США, Канади, Гренландії, Мексики, Центральної Америки та Карибів.

У 1983 р. було проведене чергове урівнювання Східноєвропейської об'єднаної астрономо-геодезичної мережі, яке дозволило утворити єдиний координатний простір країн колишньої Ради Економічної Взаємодопомоги. Саме у цей час були заново встановлені та впроваджені у практику такі геодезичні референцні системи координат: BD72 (у Бельгії), D73 (у Португалії), RT90 (у Швеції), GGRS87 (у Греції) тощо.

У 80-тих р. XX ст. планувалося провести загальне урівнювання астрономо-геодезичної мережі СРСР, побудованої класичними геодезичними технологіями, оскільки державна геодезична мережа СРСР у свій час була урівняна блоками (через нерівномірність її побудови у часі та просторі). Проте виконати цей задум тоді так і не вдалося. Лише на початку 90-х років XX ст. вже Росією було прийнято і проведене в життя рішення про загальне урівнювання геодезичної мережі на всій території колишнього СРСР, що привело до створення нової геодезичної референцної системи координат СК95.

З появою у кінці 50-х р. XX ст. інерціальних і супутникових систем і всебічним використанням зростаючої кількості просторової інформації постала потреба у глобальній системі координат. Щоб співставити цю інформацію, Національним агенством зйомок і картографії NIMA (США) вперше були створені такі глобальні системи: WGS60, WGS66, WGS72, WGS84. Перша версія WGS84 була побудована, переважно, на доплерівських вимірюваннях і оцінювалася на рівні 2 м. Прийнята геодезичним співтовариством референц-система параметрів GRS80 була адаптована з параметрами еліпсоїда WGS84 з незначними змінами для зонального коефіцієнта J_2 . Пізніші версії WGS84 все більше вдосконалювали саму систему, особливо щодо узгодження з глобальною гравітаційною моделлю, проте відмінності між ними були настільки непомітними для картографії та інших прикладних сфер, що вирішено було зберегти первісну назву системи.

Використання наприкінці XX ст. астрономо-геодезичних, супутникових даних, даних світової гравіметричної зйомки і планетарних характеристик геопотенціала уможливили високоточне визначення положення центра референц-еліпсоїда щодо центра маси Землі й орієнтування його осей у тілі Землі без визначення яких-небудь вихідних геодезичних дат. Тобто з появою супутникових технологій визначення місцеположення змінилася і технологія встановлення систем координат. Системи координат стали глобальними за природою, тобто загальноземними і геоцентричними. Всі ефекти, пов'язані негеоцентричністю, геодинамічними процесами, нерівномірністю обертання Землі тощо, в тій чи іншій степені враховуються.

Враховуючи той факт, що на окремо взятій ділянці земної поверхні відхилення загальноземної системи геодезичних координат від природної може бути значним (десять і більше секунд дуги у нахилі поверхонь та десятки метрів у висоті), актуальною залишається задача збереження традиційних систем координат у розумінні їх направленості. Тобто, вказана

задача повинна забезпечити спадкоємність традиційних референцних систем координат з реалізацією їх сучасними технологіями.

Проблемою на шляху забезпечення спадкоємності традиційних, хоч і реконструйованих, координатних систем стала невідповідність у точностях побудови геодезичних мереж класичними і супутниковими технологіями. Одними з перших це відчували американські спеціалісти на прикладі нової Північноамериканської мережі. Починаючи від 1987 до 1997 року Національна Геодезична Служба (NGS) за підтримки федерацій, штатів та локальних геодезичних служб провела переспостереження геодезичної мережі території США, використовуючи методи GPS та створюючи при цьому високоточні референцні мережі (High Accuracy Reference Networks (HARNs)). Внаслідок цього, координати референцної системи NAD83, основані на мережі HARN, змінилися від 0,2 до 1,0 м відносно урівняних у 1986 р.. Безперервні вдосконалення у технологіях GPS та структуровані вимоги користувачів до просторових даних потребували переходу до вдосконаленої глобальної референцної реалізації, яка базується на Міжнародній земній референцній системі ITRS.

З часу офіційного старту глобальної позиційної системи GPS розпочалася нова ера у розвитку координатного забезпечення не стільки у навігації (до чого власне і була спрямована діяльність GPS на етапі її становлення), як у геодезії, картографії, ГІС.

З початком 90-х років XX ст. більшість розвинутих країн вже перейшли або знаходилися на етапі переходу до нових геодезичних референцних систем координат. У цей час інтенсивно стали використовуватися GPS-спостереження з метою визначення координат пунктів геодезичної мережі у загальноземній референцній системі WGS84. Характерною особливістю того періоду було те, що паралельно з розвитком та розширенням географії супутникових спостережень проходило становлення земної референцної системи ITRS з її реалізаціями ITRF88...ITRF97, ITRF200 та загальноєвропейської системи ETRS89.