

2. ОСНОВИ ТЕОРЕТИЧНОЇ ГЕОДЕЗІЇ

Тема 2.4: Система висот в геодезії.

1. Поняття висоти
2. Ортометричні висоти
3. Нормальні висоти
4. Динамічні висоти

1. Поняття висоти

Для того щоб знати фігуру реальної Землі, достатньо знати відстані від вибраного еліпсоїда точок фізичної поверхні Землі – висоти точок земної поверхні H . Тоді можна говорити про точне знання фігури Землі. Якщо геодезичні координати B, L визначають положення проекцій точок на еліпсоїд, то висоти H визначають відступи точок від еліпсоїда по нормалі до нього. Точність буде залежати від густоти точок, у яких відомі значення висот земної поверхні над еліпсоїдом. Значення висот отримують, як правило, із нівелювань, проте отримані висоти віднесені не до еліпсоїда, а до деякої іншої поверхні – рівневої, за яку приймають рівень моря, тобто поверхні геоїда. Якщо припустити, що нівелірні висоти відраховуються від поверхні, яка визначається рівнянням $W = const$ і збігається з рівнем моря, то задача буде полягати у визначенні нівелірних висот точок фізичної поверхні Землі, а також у визначенні висот геоїда від вибраного еліпсоїда. Визначенні таким чином висоти H називають геодезичними висотами.

Практична роль, яку відіграють висоти, полягає в наступному:

- висоти точок земної поверхні визначають рельєф, який потрібно відобразити на топографічних картах;
- висоти, а особливо точні значення різниць висот окремих точок поверхні Землі, необхідні для проектування і будівництва різноманітних інженерних споруд;
- знання висот необхідне для обчислення редукцій у безпосередньо виміряні на земній поверхні величини при переході на поверхню еліпсоїда.

Висота виміряна

Якщо прийняти, що початкова точка нівелірного ходу збігається з нуль-пунктом нівелювань O , то тоді перевищення h_M точки M на фізичній поверхні Землі над нуль-пунктом O нівелювання, одержане шляхом інтегрування виміряних між точками O і M елементарних перевищень d_h (рис. 2.2)

$$h_M = \int_{OM} dh. \quad (2.30)$$

Виміряне перевищення складається з відрізків прямовисних ліній між рівневими поверхнями, які перетинають земну поверхню в точках стояння нівелірних рейок вздовж лінії нівелювання. Рівневі поверхні (див. рис. 2.2), що відображають загальний еліпсоїдний вигляд Землі та місцеві нерівномірності розподілу мас всередині земної кори, не паралельні між собою. Через непаралельність рівневих поверхонь виміряні висоти, визначені за результатами нівелювання різними трасами (наприклад ODM і OCM), є неоднозначні. Це означає, що $h_{вим.}$ залежить від шляху прокладання лінії нівелювання.

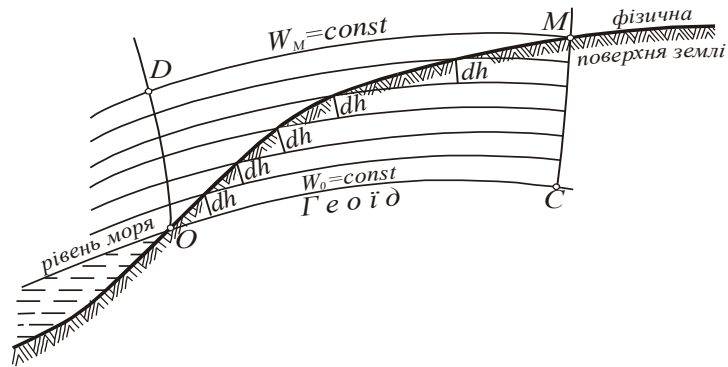


Рис. 2.2.

Різниці в результатах нівелювання через різні шляхи проведення нівелювання в рівнинних районах можуть досягати сантиметрів, а у гірських районах – метрів. Через цю причину у замкнутих нівелірних ходах, вільних від всіх похибок вимірювань, будуть нев'язки. В подальшому цю нев'язку будемо називати теоретичною нев'язкою.

Вказана вище неоднозначність у визначенні вимірюваної висоти, тобто залежність значення висоти точки від шляху нівелювання, недопустима в точних нівелювальних роботах на значній території.

2. Ортометричні висоти

Різниця потенціалів сили ваги між точками, що знаходяться на різних рівневих поверхнях, буде визначатися формулою (2.2), а її числове значення $C_M = -(W_M - W_O)$ у поточній точці M і у нуль-пункті нівелювання O (див. рис. 2.2), взята з оберненим знаком називається геопотенціальною величиною. Якщо між точками O і M виконано геометричне нівелювання та виміряні значення сили ваги g в точках стояння рейок, то геопотенціальна величина C_M точки M відносно точки O знайдеться за формулою

$$C_M = \int_{OM} g dh = -(W_M - W_O). \quad (2.31)$$

Геопотенціальна величина C_M не залежить від шляху нівелювання. Безпосередньо природи геопотенціальних величин можуть використовуватися при врівноваженні полігонів геометричного нівелювання, оскільки теоретична сума цих приростів в замкнутому полігоні дорівнює нулю.

Відрізок CM (див. рис. 2.2) представляє відстань від нуль-пункта висот – геоїда до фізичної поверхні Землі, яку називають ортометричною висотою точки M і позначають H^g . Отже, ортометрична висота – це висота точки фізичної поверхні Землі над поверхнею геоїда, відкладена по силових лініях поля сили ваги (чи по прямовисних лініях), що проходять через цю точку. Числове значення ортометричної висоти H^g одержують діленням геопотенціальної величини CM на середнє інтегральне (можна брати середнє) значення сили ваги g_m вздовж силової лінії (чи відрізка прямовисної лінії) CM , тобто

$$H_M^g = \frac{C_M}{g_{mM}} = \frac{1}{g_{mM}} \int_{OM} g dh. \quad (2.32)$$

Для точок однієї і тієї ж рівневої поверхні ортометричні висоти будуть різними настільки, наскільки різними є значення g_m в різних точках однієї і тієї ж рівневої поверхні. Проте отримати ортометричну висоту точки за формулою (2.32) є проблематичним. Якщо значення інтегралу можна знайти порівняно легко (потрібно виміряти перевищення та знати прискорення сили ваги вздовж нівелірної траси), то величину g_m визначити точно неможливо.

Для її визначення, необхідно знати густину мас, що лежать між фізичною поверхнею Землі і геоїдом в кожній точці силової лінії. Величина g_m може бути розрахована при певних модельних припущеннях розподілу сили ваги або густини в земній корі.

В результаті перетворення формулу (2.32), опускаючи індекси для конкретної точки, приводять до наступного вигляду

$$H^g = \int_{OM} dh + \frac{1}{\gamma_m} \int_{OM} (\gamma - \gamma_m) dh + \frac{1}{\gamma_m} \int_{OM} \Delta g dh - \frac{\Delta g_m}{g_m} \int_{OM} dh. \quad (2.33)$$

В цьому рівнянні перший інтеграл дає виміряну висоту, другий – поправку у виміряну висоту за непаралельність рівневих поверхонь нормального потенціалу, третій та четвертий дають поправки, що обумовлені аномаліями сили ваги.

При застосуванні ортометричної системи висот геодезична висота точки M (див. *рис. 2.2*) визначиться як сума її складових

$$H_M = H_M^g + \zeta_M,$$

де ζ_M – висота геоїда над поверхнею еліпсоїда.

3. Нормальні висоти

Ортометричні висоти мають суттєвий недолік принципового характеру – вони не можуть бути обчислені точно, оскільки при цьому, як вже вище зазначалося, необхідно задаватися тією чи іншою моделлю розподілу мас в тілі Землі. Від цього недоліку ортометричних висот вільні нормальні висоти, які ввів Молоденський при розробці загальної теорії фігури Землі.

Нормальною висотою H_M^γ точки M фізичної поверхні Землі (*рис. 2.3*) називається відрізок M_0M_2 силової лінії, що проходить через точку M в полі нормального потенціалу сили ваги, між рівневими поверхнями $U = U_0$ (рівневий еліпсоїд) і $U_{M_2} = U_0 - C_M$.

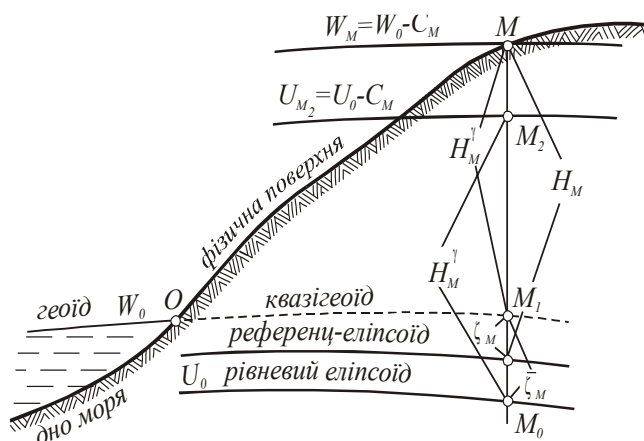


Рис. 2.3.

Числові значення нормальної висоти одержують за формулою

$$H_M^\gamma = \frac{C_M}{\gamma_{mM}} = \frac{1}{\gamma_{mM}} \int_{OM} g dh, \quad (2.34)$$

де γ_{mM} – середнє значення нормальної сили ваги по лінії M_0M_2 . За аналогією з отриманням виразу (2.33), формулу (2.34) можна перетворити

$$H^\gamma = \int_{OM} dh + \frac{1}{\gamma_m} \int_{OM} (\gamma - \gamma_m) dh + \frac{1}{\gamma_m} \int_{OM} \Delta g dh. \quad (2.35)$$

З формули видно, що перший член представляє суму вимірених перевищень в нівелірному ході, другий член є поправкою за непаралельність рівневих поверхонь нормального поля сили ваги, а останній член – це поправка за відхилення дійсного гравітаційного поля Землі від нормального.

Якщо від точок фізичної поверхні Землі відкласти по силових лініях нормального гравітаційного поля вниз їх нормальні висоти, то отримаємо поверхню квазігеоїда. Тоді нормальну висоту можна розглядати як висоту точки фізичної поверхні Землі над квазігеоїдом.

Геодезична висота H_M точки M дорівнює сумі нормальної висоти H_M^γ і аномалії висоти $\bar{\zeta}_M$. Аномалія висоти $\bar{\zeta}_M$ дорівнює відрізку M_2M і називається висотою квазігеоїда над відліковою поверхнею (див. *рис. 3.3*). Суттєвих поправок за те, що геодезичні висоти відкладають не по силових лініях нормального поля, а по нормалях до еліпсоїда, не виникає. Якщо відліковою поверхнею є референц-еліпсоїд, тоді

$$H_M = H_M^\gamma + \bar{\zeta}_M, \quad (2.36)$$

а якщо рівневий еліпсоїд нормального поля, тоді

$$H_M = H_M^\gamma + N_M. \quad (2.37)$$

Висоти N визначають за допомогою глобальних гравітаційних моделей Землі, висоти (аномалії висот) $\bar{\zeta}$ – методом астрономічного чи астрономо-гравіметричного нівелювання.

Перевагою нормальних висот над ортометричними є те, що вони відповідають такому поділу геодезичної висоти H на гісометричну і геоїдальну складові, при якому кожна з них може бути однозначно і строго визначена лише за вимірами на фізичній поверхні Землі.

Порівнюючи формули (2.33) і (2.35), можна побачити, що ортометричні висоти відрізняються від нормальних на величину

$$H^\gamma - H^g = \frac{g_m - \gamma_m}{g_m} \cdot H_{\text{в.м.}}, \quad (2.38)$$

яка визначається наближено. Ця величина як раз характеризує відступи квазігеоїда від геоїда. Якщо прийемо $g_m = 9,8 \text{ м/с}^2$, $g_m - \gamma_m = 0,003 \text{ м/с}^2$ та $H_{\text{в.м.}} = 5 \text{ км}$, тоді різниця $H^\gamma - H^g = 2,4 \text{ м}$; для більш рівнинних районів при $g_m - \gamma_m = 0,0005 \text{ м/с}^2$ та $H_{\text{в.м.}} = 1 \text{ км}$ різниця буде біля 5 см . З аналізу виразу (2.38) можна зробити висновок, що квазігеоїд співпадає з геоїдом, коли $H_{\text{в.м.}} = 0$ або $g_m = \gamma_m$. Це означає співпадіння ортометричних і нормальних висот на рівні моря, а також в точках земної поверхні, де $g_m = \gamma_m$.

Якщо ходом нівелювання є замкнутий полігон $A...M...A$, тоді повинна виконуватися рівність

$$\int_{A-A} dh + \frac{1}{\gamma_m} \int_{A-A} (\gamma - \gamma_m) dh + \frac{1}{\gamma_m} \int_{A-A} \Delta g dh = 0. \quad (2.39)$$

Теоретична нев'язка f_H в такому полігоні визначиться, як

$$f_H = \int_{A-A} dh = - \left[\frac{1}{\gamma_m} \int_{A-A} (\gamma - \gamma_m) dh + \frac{1}{\gamma_m} \int_{A-A} \Delta g dh \right]. \quad (2.40)$$

4. Динамічні висоти

Система ортометричних висот, як і система нормальних висот мають спільний недолік, а саме, рівнева поверхня у загальному випадку буде мати різні висоти, оскільки будуть різними

g_m в різних точках даної рівневої поверхні чи різною буде нормальна сила ваги γ_m (залежить від широти). Цей недолік ортометричних і, в деякій мірі, нормальних висот, що є значною перешкодою при використанні висот в інженерних задачах, і особливо задачах гідротехнічного характеру, усувається введенням так званих динамічних висот, тобто введенням такої системи висот, в якій висота всіх точок однієї і тієї ж рівневої поверхні буде постійною. Порівнюючи вирази (2.32) і (2.34), можна побачити, що інтегральний множник у них однаковий і повністю характеризує положення точки по висоті, оскільки числова величина інтегралу $\int gdh$ в будь-якій точці однієї і тієї ж рівневої поверхні є постійною. Змінними величинами у формулах (2.32) і (2.34) є g_m і γ_m . Тому, якщо замінити їх на якесь фіксоване значення сили ваги, тоді вказані формули будуть виразом динамічної висоти, яка при переміщенні точки по рівневій поверхні не змінюється.

Позначивши динамічну висоту через $H^{дин.}$ та прийнявши за фіксоване значення нормальної сили ваги на широті 45^0 – γ_{45^0} , будемо мати

$$H_M^{дин.} = \frac{1}{\gamma_{45^0}} \int_{OM} gdh. \quad (2.41)$$

Динамічні висоти, як і геопотенціальні величини, однакові для всіх точок однієї рівневої поверхні; вони не залежать від шляху нівелювання. За фіксоване значення сили ваги не обов'язково приймати γ_{45^0} ; можна взяти, наприклад, середнє значення сили ваги для даного району. Такі висоти будуть володіти також всіма властивостями динамічних висот.

Формула динамічної висоти (2.41), у результаті перетворення, аналогічного до попередніх, приводиться до вигляду

$$H^{дин.} = \int_{OM} dh + \frac{1}{\gamma_{45^0}} \int_{OM} (\gamma_m - \gamma_{45^0}) dh + \frac{1}{\gamma_{45^0}} \int_{OM} \Delta g dh. \quad (2.42)$$

Динамічні висоти не знайшли застосування в питаннях, що пов'язані з дослідженням та визначенням фігури Землі, за винятком окремих випадків інженерної практики, де суттєвою є умова сталості висот однієї рівневої поверхні.