

Лабораторне заняття 5.

Тема: Завадостійке кодування: циклічні коди .

Мета: дослідити процес кодування даних за допомогою алгоритмів завадостійкого кодування.

Завдання 1: розібрати приклади 1 та 2, виконати аналогічні розрахунки і побудови

Приклад 1.

У радіосистемі передачі дискретних повідомлень застосовується завадостійке кодування циклічним кодом, здатним виправляти одиничні помилки. Загальна кількість елементарних повідомлень, що передаються, дорівнює M . Визначити кодову комбінацію для повідомлення за номером 10, якщо $M = 16$.

Розв'язання. Визначимо кількість інформаційних і контрольних символів у кодовій комбінації:

$$k = \log M = \log 16 = 4, \quad 2^r - 1 \geq 4 + r, \quad r = 3.$$

Кодова комбінація для повідомлення за номером 10 має вигляд 1010 або подана у вигляді двійкового полінома:

$$G(x) = x^3 + x.$$

Для $r = 3$ обираємо з дод. 2 породжувальний поліном

$$P(x) = x^3 + x^2 + 1.$$

Визначаємо комбінацію циклічного коду за формулою

$$F(x) = G(x) * x^r \oplus R(x),$$

де $R(x)$ – залишок від ділення добутку $G(x) * x^r$ на породжувальний поліном $P(x)$.

$$\begin{array}{r}
 G(x) * x^r = (x^3 + x) * x^3 = x^6 + x^4, \\
 + \quad \begin{array}{r} x^6 + x^4 \quad | x^3 + x^2 + 1 \\ \hline x^3 + x^2 + 1 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} x^6 + x^5 + x^3 \\ x^5 + x^4 + x^3 \end{array} \\
 + \\
 \hline
 \begin{array}{r} x^5 + x^4 + x^2 \\ x^3 + x^2 \end{array} \\
 + \\
 \hline
 \begin{array}{r} x^3 + x^2 + 1 \\ R(x) = 1 \end{array}
 \end{array}$$

$$F(x) = x^6 + x^4 + 1, \text{ або } 1010001$$

Приклад 2. Цифрова система радіозв'язку використовує завадостійке кодування циклічним кодом, що виправляє одиничні помилки. Довжина кодової комбінації за умов $n = 7$.

Породжувальний поліном $P(x) = x^3 + x^2 + 1$. Прийнята кодова комбінація 1110001. Перевірте, чи правильно прийнята кодова комбінація і за необхідності виконати виправлення.

Розв'язання. Представимо прийняту кодову комбінацію у вигляді двійкового полінома

$$\hat{F}(x) = x^6 + x^5 + x^4 + 1$$

Перевіримо комбінацію шляхом ділення її на породжувальний поліном $\hat{F}(x) / P(x)$:

$$\begin{array}{r}
 + \quad \begin{array}{r} x^6 + x^5 + x^4 + 1 \quad | x^3 + x^2 + 1 \\ \hline x^3 + x \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} x^6 + x^5 + x^3 \\ x^4 + x^3 + 1 \end{array} \\
 + \\
 \hline
 \begin{array}{r} x^4 + x^3 + x \\ x^4 + x^3 + 1 \end{array} \\
 + \\
 \hline
 \begin{array}{r} x^4 + x^3 + x \\ R(x) = x + 1 \end{array}
 \end{array}$$

Наявність ненульового залишку $R^*(x)$ свідчить про помилку в прийнятій кодовій комбінації. Для виправлення помилки необхідно знайти вектор

помилки $E(x) = x^i, i=0, n-1$ і виконати операцію $\hat{F}(x) \oplus E(x) = F(x)$, де $F(x)$ — передана комбінація. Запропоновані різні варіанти розв'язання цієї задачі. Розглянемо найпростіший. Знайдемо еталонний залишок, який відповідає помилці в першому (старшому) розряді кодової комбінації. Для цього поділимо вектор помилки в першому розряді на породжувальний поліном $E(x)/P(x)$:

$$\begin{array}{r}
 x^6 \\
 + \quad \frac{x^6 + x^5 + x^3}{x^5 + x^3 + x^2} \\
 + \quad \frac{x^4 + x^3 + x}{R_{em}(x) = x^2 + x}
 \end{array}
 \qquad
 \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^3 + x^3 + x}$$

Зафіксуємо значення еталонного залишку.

Залишок, який був одержаний при діленні прийнятої кодової комбінації на породжувальний поліном, не збігається з еталонним залишком:

$$R_i^*(x) \oplus R_{em}(x) = (x + 1) \oplus (x^2 + x) = x^2 + 1$$

Отже, помилка не в першому розряді. Здійснимо циклічний зсув прийнятої кодової комбінації на один розряд справа наліво і знову поділимо на породжуючий поліном $[\hat{F}(x) * x]/P(x)$.

$$\hat{F}(x) * x = (x^6 + x^5 + x^4 + 1) * x = x^6 + x^5 + x + 1$$

$$\begin{array}{r}
 x^6 + x^5 + x + 1 \\
 + \quad \frac{x^6 + x^5 + x^3}{x^3 + x + 1} \\
 + \quad \frac{x^3 + x^2 + 1}{R_2^*(x) = x^2 + x}
 \end{array}
 \qquad
 \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^3 + 1}$$

$$R_2^*(x) \oplus R_{em}(x) = (x^2 + x) \oplus (x^2 + x) = 0$$

Рівність еталонного та одержаного залишків свідчить про помилку в другому розряді. Якщо рівність не досягнута, описаний процес циклічного зсуву і ділення необхідно продовжувати до досягнення результату

$$R_i^*(x) \oplus R_{em}(x) = 0$$

Номер спотвореного розряду визначається як кількість кроків зсуву плюс одиниця.

Завдання 1.

У системі передачі дискретних повідомлень використовується завадостійке кодування циклічним кодом, що виправляє одиничні помилки. Закодувати повідомлення з порядковим номером N , якщо задана загальна кількість елементарних повідомлень M

Вихідні дані

Параметр	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
M	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16
N	6	15	14	13	12	11	10	9	8	7

Завдання 2.

У системі передачі дискретних повідомлень використовується завадостійке кодування циклічним кодом, що виправляє одиничні помилки. Закодувати повідомлення з порядковим номером N , якщо задана загальна кількість елементарних повідомлень M . Ввести помилку в i -й розряд і показати процес виправлення комбінації.

Вихідні дані

Параметр	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
M	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16
N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
i	4	3	2	4	3	2	4	3	2	4