Лабораторна робота №5

Тема: Визначення моментів інерції мас кривошипно-шатунного і газорозподільного механізмів, що обертаються.

Мета: Ознайомлення з методами визначення моментів інерції мас що обертаються і експериментальне визначення моментів інерції колінчастого вала,маховика і розподільного валу двигуна внутрішнього згорання.

Обладнання: Колінчастий вал, маховик, газорозподільний вал ДВЗ, секундо мір (таймер), рулетка, приладдя для визначення моментів інерції тіл, що обертаються, методом трифілярного підвішування, терези.

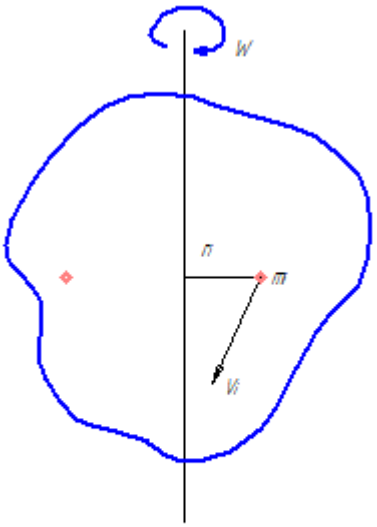
Теоретичні відомості.

При вирішенні задач динамічного врівноваження двигунів внутрішнього згорання необхідно враховувати певні параметри їх складових, такі як значення мас, положення центру мас та осьові моменти інерції. Момент інерції є мірою інертності при обертовому русі тіл, він враховує величину маси тіла та її розподіл відносно осі обертання.

З курсу теорії механізмів і машин відомо, що момент інерції тіла відносно осі обертання, може бути визначений як суми $\mathbf{m_i}$ кожної елементарної частинки тіла на квадрат відстані $\mathbf{r_i}$ її від осі обертання:

$$I = \sum_{i=1}^{i=n} m_i r_i^2$$

Для точного визначення моменту інерції його представляють як границю суми нескінченно великого числа добутків елементів маси **dm** на квадрат їх відстаней від осі обертання:



$$I = \int_0^m r^2\, dm \quad , \qquad \text{кг} \cdot \text{м}^2$$

Визначення осьового моменту інерції можливе, якщо відомі маса деталі та її розподіл відносно осі обертання. Моменти інерції тіл правильної форми можуть бути визначені аналітичним методом. Так, наприклад, момент інерції опорного диску

пристосування, що має форму диску з отвором посередині, визначають за відомою формулою:

$$I_0 = \frac{1}{2}\frac{G_0}{g}\left(\frac{d^2 - d_0^2}{4}\right)$$

де: G – вага диску;
g – прискорення вільного падіння;
d – зовнішній діаметр диску;
d_0 – діаметр центрального отвору.

Момент інерції складного тіла дорівнює сумі окремих частин відносно тієї ж осі обертання. Визначення моменту інерції таких тіл, як, наприклад, колінчастий вал, що має складну форму та ще й канали всередині, доволі трудомісткий, якщо використовувати ана-літичний метод. Тому осьовий момент інерції деталей складної форми доцільно визначити експериментальними методами:

- метод крутильних коливань при уніфілярному підвішуван-ні;
- метод фізичного маятника;
- метод біфілярного (підвішування на двох нитках), мультифілярного (підвішування на трьох і більше нит-ках).

Триниткове підвішування, що використане в даній лабораторній роботі, зветься трифіляром.

Пристосування для визначення моменту інерції тіл, що обертаються, методом біфілярного підвішування (триниткового) представлено на рис.1.

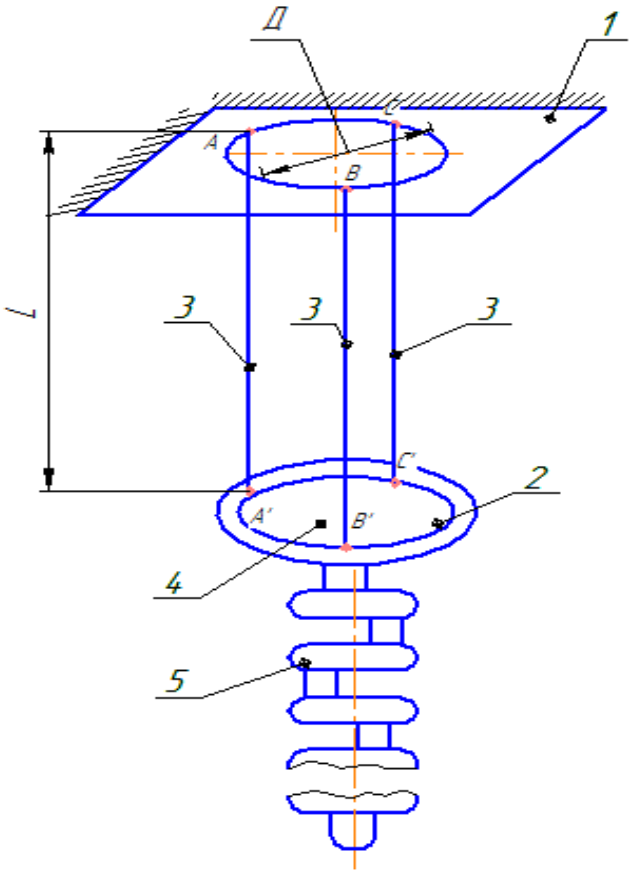


Рис. 1.Пристосування для визначення моменту інерції методом трифілярного підвішування.

1 – верхнє місце кріплення;
2 – опорний диск;
3 – нитки підвішування;
4 – кріплення деталі;
5 – деталь, момент інерції якої визначається.

Зазначене пристосування має наступну конструкцію: верхнє місце кріплення встановлене на масивній підтримуючій конструкції і з'єднується з опорним диском за допомогою трьох ниток, що закріплені відповідно в точках **AA´**, **BB´**, **CC´** і зафіксованих від поздовжнього переміщення в отворах дисків; опорний диск має в центрі отвір для кріплення деталі, момент інерції якої необхідно визначити. Геометричні розміри пристосування: довжина ниток (відстань між верхнім і опорним дисками) – **ℓ**, м; діаметр кола, на якому виконані отвори для кріплення ниток – **D**, м; діаметр опорного диску 2 – **d** =____м; діаметр центрального отвору в опорному диску 2 для кріплення деталі – **d´** = ___м; товщинна опорного диску 2, виготовленого зі сталі – **δ** = ___мм.

Для визначення моменту інерції деталі **5** кріпиться до опорного диску **2** таким чином, щоб її вісь обертання співпадала з вертикальною віссю пристосування. Після виведення тіла з положення рівноваги відносно

вертикальної осі повертанням на кут **α** система почне здійснювати коливання. Позначимо вагу деталі **5** через **Gд**, її момент інерції відносно вертикальної осі через **Iд**; вагу опорного диску 2 – через $\mathbf{G_0}$, момент інерції опорного диску **2** відносно вертикальної осі через **Io**.

Тоді вага всієї системи дорівнює:

$$G = G_0 + G_д ,$$

а момент інерції всієї системи відносно осі z:

$$I = I_0 + I_д ,$$

Значення G_0 і $G_д$ визначаємо зважуванням відповідних деталей на терезах: Момент інерції опорного диску 2 визначаємо аналітичним методом за формулою:

$$I_0 = \frac{1}{2}\frac{G_0}{g}\left(\frac{d^2 - d_0^2}{4}\right), \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

де: d – зовнішній діаметр опорного диску 2 (d = ___ мм)
d_0 – діаметр внутрішнього отвору в диску 2 (d_0 = ___ мм)
δ – товщина опорного диску 2 (δ = ___ мм)
ρ = 7800 кг/ $м^3$

Момент інерції всієї системи, що здійснює крутильні коливання навколо вертикальної осі, визначаємо з диференційного рівняння коливань; що має вигляд:

$$I = \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -tg\varphi \cdot a\frac{\alpha}{2},$$

де: α – кут закручування опорного диску;
φ – кут відхилення нитки підвісу від вертикалі;
d = (D/2) – радіус кола, на якому закріплені в дисках нитки;
t – час

В зв'язку з малістю кутів φ та α, без суттєвого впливу на точність, можна прийняти наступне: $\mathbf{tg\ \varphi \approx \varphi;\ cos\frac{\alpha}{2} \approx 1;\ \ell\ \varphi \approx a\alpha}$

З урахуванням останнього і при вираженні

$$\varphi = \frac{a}{l}\alpha ,$$

отримуємо:

$$I\frac{d^2\alpha}{dt^2} = \frac{G \cdot a}{l}\alpha ,$$

або

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{G \cdot d^2}{l \cdot l}\alpha = 0 ,$$

Позначимо

$$\frac{G \cdot d^2}{dt^2} = k^2 ,$$

Тоді

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = k^2\alpha = 0 ,$$

з чого видно, що система здійснює гармонійні коливання відносно вертикальної осі.

Тоді період T_1 повного коливання системи:

$$T_1 = \frac{2\pi}{k} = 2\pi\sqrt{\frac{l \cdot l}{G \cdot d^2}} = ?$$

звідки момент інерції деталі разом з опорним диском 2:

$$I = G\frac{d^2}{l}\frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{d}{4\pi^2 l}m_g g T^2 ,$$

Момент інерції деталі дорівнює:

$$I_g = I - I_0 ,$$

Складові формули для визначення моменту **I** визначаються: ***a***, ***l*** – вимірюванням лінійних розмірів; ***G*** – зважуванням; **T** – спостереженням.

Точність визначення моменту інерції методом біфілярного підвішування залежить від точності визначення складових. Для забезпечення достатньої точності при проведенні дослідів почат-ковий кут відхилення з положення рівноваги при закручуванні необхідно встановлювати $\alpha \leq 10^\circ$.

Порядок виконання роботи:

1. Визначити маси:
   - колінчастого валу;
   - маховика;
   - розподільного валу з шестернею привода.
2. Визначити масу опорного диску 2 розрахунковим шляхом і зважуванням на терезах (порівняти результати).
3. Виміряти довжину ниток та радіус кола на якому вони за-кріплені на опорному диску 2.

4. Закріпити колінчастий вал на опорному дискові 2 так, щоб центр її ваги співпав з віссю симетрії пристосування.
5. Повернути колінчастий вал з опорним диском 2 навколо вертикальної вісі на кут не більше 10˚ і надати їм можливість здійснювати вільні крутильні коливання. При цьому гойдання системи відносно горизонтальних осей не допускається.
6. Заміряти час t_1 50-ти повних коливань колінчастого валу з опорним диском 2 та визначити середнє значення $T_{1сер}$ одного періоду коливань, сек.
7. Двічі повторити дії за п.п.5,6.
8. Визначити середнє значення (з трьох замірів) одного періоду коливань, сек.
9. Зняти колінчастий вал з опорного диску 2.
10. Прикріпити маховик до опорного диску 2.
11. Повторити дії п.п. 5-8 і визначити середнє значення 1 періоду коливань опорного диску з маховиком Тмах.
12. Зняти маховик з опорного диску 2.
13. Прикріпити розподільний вал з шестернею приводу до опорного диску 2.
14. Повторити дії п.п. 5-8 і визначити середнє значення 1 періоду коливань опорного диску з розподільним валом $T_{рв}$.
15. Зняти розподільний вал з опорного диску 2.
16. Повторити дії п.п. 5-8 і визначити середнє значення 1 періоду коливань опорного диску 2.
17. Визначити сумарні моменти інерції опорного диску 2 з:
- колінчастим валом;
- маховиком;
- розподільним валом з шестернею приводу.
18. Обчислити значення моменту інерції опорного диску 2 за розрахунковою формулою для диску з отвором.
19. Визначити момент інерції опорного диску 2 за результатами експерименту і порівняти його величину з отриманим розрахунковим методом за п. 18.
20. Результати вимірювань і розрахунків занести до таблиці.

Контрольні питання:

1. Дайте визначення осьовому моменту інерції тіла відносно осі обертання.
2. Перелічити і пояснити методи визначення моменту інерції тіла.
3. Поясніть переваги і недоліки аналітичного і експериментального визначення моменту інерції тіла.

4. Нарисувати схему пристосування для визначення моменту інерції тіла при використанні трифіляру

5. Поясніть фізичний зміст моменту інерції в контексті динамічного врівноваження двигунів внутрішнього згорання (ДВЗ). Чому точне знання моментів інерції колінчастого вала, маховика і розподільного вала є критично важливим для конструктора ДВЗ?

6. Які типові значення моментів інерції (орієнтовний діапазон) мають колінчастий вал та маховик для легкового автомобільного двигуна середнього класу? Як ці значення впливають на плавність ходу та динамічні характеристики двигуна?

7. Опишіть конструктивні особливості колінчастого вала та маховика, які найбільше впливають на їхній момент інерції. Як інженери оптимізують розподіл мас у цих деталях для досягнення потрібних характеристик?

8. Порівняйте метод трифілярного (триниткового) підвішування (використаний у роботі) з методом уніфілярного підвішування (метод крутильних коливань). У чому полягає принципова різниця в реалізації та розрахункових формулах, і які переваги/недоліки має кожен метод?

9. Як визначається радіус інерції тіла? Який його фізичний зміст, і як він пов'язаний з моментом інерції та масою деталі? Наведіть формулу.

10. Поясніть, що таке осьовий і центробіжний (девіаційний) моменти інерції. Який з них є ключовим при визначенні інертності тіла при обертанні навколо стаціонарної осі (як у даній лабораторній роботі), і в яких випадках необхідно враховувати обидва?

11. Які основні джерела похибок можуть виникнути при визначенні моменту інерції методом трифілярного підвішування (крім похибки вимірювання часу і лінійних розмірів)? Як можна мінімізувати вплив цих похибок?

12. Як би ви визначили момент інерції колінчастого вала, якщо б його вісь обертання не збігалася з вертикальною віссю пристосування, а була б паралельна їй? Поясніть, як застосовується теорема Штайнера (про паралельні осі) для такого випадку.

13. Опишіть, як може бути використаний 3D-сканування та спеціалізоване програмне забезпечення (наприклад, CAD-системи) для аналітичного визначення моменту інерції таких складних деталей, як колінчастий вал. Які вхідні дані для цього потрібні?