

Практична робота 2
РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ “ПРО РАНЕЦЬ”
(РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ
УПРАВЛІННЯ ТОВАРНО-МАТЕРІАЛЬНИМИ ЗАПАСАМИ)

2.1. Вихідні дані

Класична назва задач управління товарно-матеріальними запасами підприємства – це так звані "задачі про ранець", які формулюються наступним чином:

загальна вага ранця попередньо обмежена. Необхідно визначити, які предмети покласти в ранець, щоб загальна корисність відібраних предметів була максимальною? Вага кожного предмету відома.

При цьому задачі "про ранець" бувають двох типів.

В задачах **I типу** розв'язуються питання щодо визначення кількості одиниць кожного предмету, які передбачається покласти до ранця.

В задачах **II типу** розв'язуються питання щодо визначення необхідності класти предмет у ранець взагалі.

З точки зору планування, моделювання та верифікації процесів у ГВС при організації виробництва актуальною є наступна *інтерпретація задачі "про ранець"*:

- в якості "предметів, що потрібно покласти до ранця", розглядаються замовлення (або варіанти виготовлення партій тих або інших товарів, деталей тощо);
- в якості "корисності" – прибуток від виконання того або іншого замовлення;
- в якості "ваги" – собівартість замовлення.

2. 2. Короткі теоретичні відомості та математичне моделювання задач "про ранець"

Передбачається, що *відоме* наступне:

- **n** предметів, які необхідно розмістити в ранці;
- максимально можлива "місткість" ранця **B** ;
- для кожного **i** -го предмета відомі його:
 - = "вага" **$A_i, i = 1, 2, \dots, n$** ;
 - = "корисність" **$C_i, i = 1, 2, \dots, n$** .

Для задачі **I типу** необхідно визначити кількість одиниць кожного предмету $X_i, i = 1, 2, \dots, n$, які передбачається покласти в ранець.

Цільовою функцією задач I типу є загальна корисність від розміщення предметів в ранці, яку необхідно максимізувати:

$$f(x) = \left(\sum_{i=1}^n C_i X_i \right) \rightarrow \max, \quad (2.1)$$

де C_i – "корисність" i -го предмету;

X_i – кількість одиниць i -го предмету, що передбачається покласти в ранець.

Функціональні обмеження задач I типу полягають в обмеженні місткості ранця B . Крім того, значення змінних X_i є цілими:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n A_i X_i \leq B, \\ X_i \geq 0, \\ X_i \in Z_0, \end{cases} \quad (2.2)$$

де A_i – "вага" i -го предмету, який передбачається розмістити у ранці;

B – максимально можлива "місткість" ранця;

Z_0 – множина всіх невід'ємних цілих чисел.

Для задач **II типу** необхідно вирішити питання, чи класти предмет в ранець, тобто, наприклад, запускати у виробництво певний виріб, чи ні.

Для опису рішення вводять булеві змінні $X_i, i = 1, 2, \dots, n$, що приймають два значення булевих перемінних, тобто 0 або 1. При цьому, якщо:

- $X_i = 1$, то i -ий предмет розміщують у ранці;

- $X_i = 0$, якщо i -ий предмет не розміщують у ранці

Цільовою функцією задач II типу в цьому випадку також є загальна корисність від розміщення предметів у ранці, яку необхідно максимізувати (див. вираз (2.1)), а обмеження мають вид:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n A_i X_i \leq B; \\ X_i = \{0; 1\}, \end{cases} \quad (2.3)$$

де A_i – "вага" i -го предмету, який передбачається розмістити у ранці;

B – максимально можлива "місткість" ранця;

X_i – може приймати значення булевих змінних, тобто 0 або 1.

2. 3. Приклад розв'язування задачі "про ранець"



Вихідні дані для розв'язування задачі "про ранець" зручно представити у вигляді табл. 2. 1.

Таблиця 2. 1

Вихідні дані для розв'язування задачі "про ранець"

Умовне позначення i -го предмету	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
Вага предмету A_i	0,5	1	1,5	2	2,5	3
Корисність предмету C_i	1	1	2	2	1	1
Загальна місткість	3					

Формальна постановка задачі про ранець має наступний вигляд.

Цільова функція для кількості предметів , що дорівнює 6, визначається за виразом (2.1):

$$C_1 X_1 + C_2 X_2 + C_3 X_3 + C_4 X_4 + C_5 X_5 + C_6 X_6 \rightarrow \max.$$

З врахуванням даних табл. 2.1 маємо:

$$X_1 + X_2 + 2 X_3 + 2 X_4 + X_5 + X_6 \rightarrow \max.$$

Обмеження за виразом (2.2) є наступними:

$$0,5 X_1 + X_2 + 1,5 X_3 + 2 X_4 + 2,5 X_5 + 3 X_6 \leq 3;$$

$$X_k = \{0; 1\}, k = 1, 2, \dots, 6.$$

Розв'язування задачі “про ранець” за умовами прикладу п. 2.3

1. Математичне моделювання задачі

Виходячи із умови задачі, можна зробити висновок, що вирішувана задача є задачею II типу, тому що її формальна постановка відповідає математичній моделі за виразами (2.1) та (2.3). Для таких задач розв'язком є відповідь щодо наявності предметів в ранці.

1.1. Цільова функція задачі – максимізація загальної корисності предметів, що розміщуються в ранці:

$$f(x) = \left(\sum_{i=1}^6 C_i X_i \right) = (x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 + x_6) \rightarrow \max.$$

1.2. Формування функціональних обмежень здійснюється за виразом (2.3).

1.2.1. Функціональні обмеження на сумарну вагу предметів, що розмістяться у ранці:

$$\sum_{i=1}^6 A_i X_i \leq B,$$

$$0,5 X_1 + X_2 + 1,5 X_3 + 2X_4 + 2,5X_5 + 3X_6 \leq 3.$$

1.2.2. Функціональні обмеження на значення змінних:

$$X_i = \{0; 1\},$$

або

$$0 \leq X_i \leq 1.$$

2. Автоматизоване розв'язування задачі “про ранець” за допомогою надбудови "Пошук рішення"

2. 1. Створення форми для введення умов задачі та виведення рішення задачі.

Форма для введення умов задачі створена в MS Excel наведена на рис. 2.1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1			X1	X2	X3	X4	X5	X6						
2		Змінювані							"1" - предмет має бути в ранці					
3		комірки							"0" - предмет не потрібно класти в ранець					
4	Вага	предмету A _i	0,5	1	1,5	2	2,5	3	Обмеження					
5		Загальна	0						<=	3	Максимальна місткість			
6	Корисність	предмету C _i	1	1	2	2	1	1						
7		Загальна	0	тах										
8		Цільова комірка												

Рис. 2. 1. Форма для введення вихідних даних

2.2. Введення залежностей із математичної моделі та призначення цільової функції

Форма для виведення рішення задачі із введеними залежностями, визначеними в п. 1 даного прикладу розв'язування задачі, наведена на рис. 2.2.

- В комірку "Цільова функція", що відображає загальну корисність всіх предметів і яка в перспективі має бути максимізована (рядок 7 рис. 2.2), вводиться вираз для розрахунку загальної корисності, зокрема сума добутків корисності кожного предмету C_i на одиницю предмету, що передбачається покласти у ранець X_i , наприклад, наступним чином:

$$=\text{СУММПРОИЗВ}(C6:H6;C2:H2)$$

- В комірку, що відображає загальну вагу всіх предметів (рядок 5 рис. 2.2), вводиться формула для розрахунку суми добутків ваги предмету A_i на одиницю предмету, що передбачається покласти у ранець X_i , наприклад, наступним чином:

$$=\text{СУММПРОИЗВ}(C4:H4;C2:H2)$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1			X1	X2	X3	X4	X5	X6				
2		Змінювані комірки							"1" - пре,			
3									"0" - пре,			
4	Вага	предмету A _i	0,5	1	1,5	2	2,5	3	Обмеження			
5		Загальна	=СУММПРОИЗВ(C4:H4;C2:H2)							<=	3	Максимальна місткість
6	Корисність	предмету C _i	1	1	2	2	1	1				
7		Загальна	=СУММПРОИЗВ(C6:H6;C2:H2)									
8		Цільова комірка										

Рис. 2.2. Екранна форма з введеними залежностями із математичної моделі за виразами (2.1) та (2. 2)

2.3. Запуск надбудови "Пошук рішення" та отримання розв'язку.

Результати наведені на рис. 2.3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1			X1	X2	X3	X4	X5	X6						
2		Змінювані	1	1	1	0	0	0	"1" - предмет має бути в ранці					
3		комірки							"0" - предмет не потрібно класти в ранець					
4	Важ	предмету	0,5	1	1,5	2	2,5	3	Обмеження					
5		Ді												
6	Корисність	Загальна	3						<=	3	Максимальна місткість			
7		предмету												
8		Сі	1	1	2	2	1	1						
9		Загальна	4	max										
10		Цільова комірка												

Поиск решения

Установить целевую ячейку:

\$C\$7

Равной:

☒ максимальному значению
 ☐ значению: 0

☐ минимальному значению

Изменяя ячейки:

\$C\$2:\$N\$2

Предположить

Ограничения:

\$C\$2:\$N\$2 <= 1

\$C\$2:\$N\$2 = целое

\$C\$2:\$N\$2 >= 0

\$C\$5 <= \$J\$5

Добавить

Изменить

Удалить

Выполнить

Закреть

Параметры

Восстановить

Справка

Рис. 2.3. Вікно надбудови "Пошук рішення" та отримане рішення прикладу задачі "про ранець" за п. 2.3

В результаті розв'язування задачі отримане наступне оптимальне рішення, що наведене в табл. 2.2.

Таблиця 2.2

Оптимальне рішення

Умовне позначення предмету	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
Рішення щодо наявності предмету в ранці	1	1	1	0	0	0
Загальна корисність	4					

Відповідь.

Відповідно до отриманого рішення задачі (табл. 2.2) максимальна корисність від наявності предметів у ранці в розмірі 4 одиниці буде отримана, якщо в ранець покласти тільки предмети з умовним позначенням X_1 , X_2 , X_3 .

2.4. Варіанти індивідуальних завдань

розв'язування задачі "про ранець"

(задачі управління товарно-матеріальними запасами)

Є n предметів, кожен з яких характеризується вагою і ціною. Потрібно вибрати з них такі предмети, щоб їх загальна вага не перевищував m кг, а сумарна ціна була максимальною.

В стовпчику "Наявність предмету" фіксувати наявність (1) або відсутність (0) предмета в наборі.

Дані для розв'язання задачі приведені в табл. 2.4.

Таблиця 2.4

Дані для розв'язування задачі управління товарно-матеріальними запасами (задача "про ранець")

Варіант №	1 / $m \leq 12$	2 / $m \leq 17$	3 / $m \leq 14$	4 / $m \leq 20$	5 / $m \leq 13$	6 / $m \leq 11$
Предмет	X_1, X_2, X_3, X_4	X_5, X_6, X_7, X_8	X_9, X_{10}, X_1, X_2	X_3, X_4, X_5, X_6	X_7, X_8, X_9, X_{10}	X_1, X_3, X_5, X_7
Варіант №	7 / $m \leq 21$	8 / $m \leq 19$	9 / $m \leq 16$	10 / $m \leq 7$	11 / $m \leq 12$	12 / $m \leq 9$
Предмет	X_9, X_1, X_3, X_5	X_2, X_4, X_6, X_8	X_{10}, X_2, X_4, X_6	X_1, X_2, X_3	X_5, X_6, X_7	X_9, X_{10}, X_1
Варіант №	13 / $m \leq 23$	14 / $m \leq 14$	15 / $m \leq 10$	16 / $m \leq 16$	17 / $m \leq 18$	18 / $m \leq 10$
Предмет	X_3, X_4, X_5, X_8	X_7, X_8, X_9, X_1	X_1, X_3, X_5	X_4, X_5, X_6	X_2, X_3, X_4	X_6, X_7, X_8
Варіант №	19 / $m \leq 7$	20 / $m \leq 19$	21 / $m \leq 14$	22 / $m \leq 19$	23 / $m \leq 13$	24 / $m \leq 21$

Предмет	X ₁₀ , X ₁ , X ₃		X ₁ , X ₅ , X ₃ , X ₄		X ₉ , X ₇ , X ₁ , X ₂		X ₃ , X ₄ , X ₅ , X ₁		X ₇ , X ₈ , X ₉ , X ₁		X ₉ , X ₃ , X ₅ , X ₇	
Варіант №	25 / m≤22		26 / m≤16		27 / m≤13		28 / m≤21		29 / m≤15		30 / m≤14	
Предмет	X ₁ , X ₅ , X ₉ , X ₃		X ₉ , X ₃ , X ₇ , X ₁ ,		X ₉ , X ₂ , X ₁₀ ,		X ₅ , X ₉ , X ₆ , X ₂ ,		X ₁₀ , X ₁ , X ₉ ,		X ₂ , X ₇ , X ₅ , X ₆	
					X ₁				X ₃			
Предмет	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀		
Вага, A _i , кг	2	4	6	8	7	5	3	4	9	1		
Ціна, C _i , грош. один.	10	15	17	20	25	23	5	7	9	10		
Наявність предмету	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?		