

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/274.00.1/М/ ОК5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 1

ЗАТВЕРДЖЕНО
Науково-методичною радою
Державного університету
«Житомирська політехніка»
Протокол № 4
від 15 серпня 2024 р.

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ
для самостійної роботи студентів
з навчальної дисципліни
«ОСНОВИ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ»

для здобувачів вищої освіти освітнього ступеня «магістр»
спеціальності 274 «Автомобільний транспорт»
освітньо-професійна програма «Автомобільний транспорт»
факультет комп'ютерно-інтегрованих технологій, мехатроніки і
робототехніки
кафедра метрології та інформаційно-вимірювальної техніки

Рекомендовано на засіданні
кафедри метрології та
інформаційно-вимірювальної
техніки
27 лютого 2024 р., протокол № 2

Розробник: д.т.н., професор, завідувач кафедри метрології та
інформаційно-вимірювальної техніки ПОДЧАШИНСЬКИЙ Юрій

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/274.00.1/М/ ОК5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 2

Методичні вказівки для самостійної роботи студентів з дисципліни «Основи наукових досліджень» для студентів спеціальності 274 «Автомобільний транспорт»/ Укладач Ю.О. Подчашинський. – Житомир: ДУ «Житомирська політехніка», 2024.– 32 с.

Укладач: Ю.О. Подчашинський

Рецензенти:

д.т.н., доцент, професор кафедри робототехніки, електроенергетики та автоматизації ім. проф. Б.Б. Самотокіна Кирилович В.А.

к.т.н., доцент, доцент кафедри робототехніки, електроенергетики та автоматизації ім. проф. Б.Б. Самотокіна Гуменюк А.А

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/274.00.1/М/ ОК5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 3

1. Самостійна робота № 1

Основні поняття планування та методологія експерименту

Мета роботи: Вивчити основні поняття у області планування експерименту. Освоїти методику складання плану-програми експерименту.

ТЕОРЕТИЧНІ ПОЯСНЕННЯ

Планування експерименту в широкому сенсі цього слова – основа життєдіяльності людини. На першій стадії внаслідок розумової діяльності виникають ідеї, задуми, будуються гіпотези, зважуються різні варіанти втілення задуманого (рис. 1).

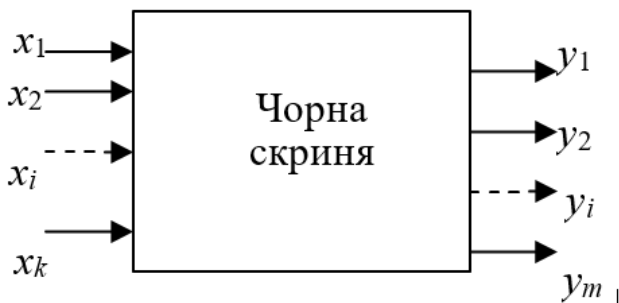


Рис. 1. Схема «Чорної скрині»

На другій стадії здійснюється експериментальна перевірка, втілення ідей у деякий продукт. Експериментальна перевірка може проводитись як на кінцевому продукті, так і на його зменшеній або збільшеній фізичній моделі.

Експериментальній перевірці передуює власне планування експерименту, яке включає наступні пункти:

- обґрунтування, розуміння факту необхідності експерименту;
- вибір факторів і рівнів;
- вибір змінної відгуку для оптимізації;
- вибір плану (числа реплік, способу рандомізації);
- власне експеримент.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/274.00.1/М/ OK5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 4

На третій стадії відбувається осмислення, оцінка виробленого продукту, а з погляду планування експерименту, відбувається аналіз даних і формулювання висновків і рекомендацій.

Таким чином, в широкому сенсі планування експерименту – один з найстародавніших і найбільш фундаментальних видів наукової діяльності.

Основна мета планування експерименту – пошук найкращого, оптимального.

Формалізація мети планування виражається у вигляді деякої функції, яку називають цільовою функцією.

Побудова цільової функції найбільш відповідальний і найбільш важкий момент всього процесу планування. Коли вона побудована, то діє строгий математичний алгоритм пошуку екстремуму.

При побудові ж самої функції потрібна широка науково-технічна обізнаність у даній області. Так, наприклад, при проектуванні якої-небудь споруди для складання цільової функції необхідно брати до уваги технічні, технологічні, техніко-економічні, екологічні, естетичні і багато інших аспектів, зв'язаних з використанням споруди.

Експеримент – (від латинського *experimentum* – проба, дослід). У словнику Іноземних Слів дається таке визначення: експеримент – науково поставлений дослід, спостереження досліджуваного явища в умовах, що точно враховуються, дозволяють стежити за ходом явища і відтворювати його кожного разу при повторенні цих умов.

У Енциклопедичному Словнику експеримент визначається, як предметна діяльність у науці. Згідно цьому визначенню, наприклад, написання наукової статті або переглядання наукового журналу – вже експеримент.

Друге визначення ширше. Перше – більш підходить до суті дисципліни “Планування експерименту”.

Саме відтворення експерименту лежить в основі алгоритму планування.

Техніка планування: на кожному кроці ставиться невелика серія дослідів, у кожному з яких варіюються за певними правилами всі фактори. Математична обробка результатів

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/274.00.1/М/ ОК5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 5

експерименту дозволяє виробити умови проведення такої серії дослідів, направлених до досягнення оптимуму.

Експеримент може бути **фізичним і модельним**.

Фізичний експеримент – реальний експеримент на устаткуванні з речовинними матеріалами. Це найбільш трудомісткий, енергоємний і дорогий вид діяльності. Планування експерименту зароджувалося і розвивалося у таких областях діяльності як металургія, хімічна промисловість, харчова промисловість, транспорт.

Модельний експеримент може бути трьох типів:

- він може бути фізичним. У цьому випадку модель може відрізнятися від об'єкту масштабом і, можливо, природою;
- модель може бути абстрактною психологічною, неформалізованою на рівні логічного мислення;
- модель може бути формалізованою математичною.

Щоб, експериментуючи на абстрактній моделі, одержувати правильні відомості про об'єкт дослідження потрібно побудувати точну модель. А оскільки принципово неможливо точно описати всі можливі зовнішні впливаючі фактори на процес функціонування об'єкту дослідження, то модель описується імовірнісний, статистично.

В основному планування експерименту застосовується в областях, де без фізичного моделювання не обійтися: у хімічній, харчовій промисловості, металургії та ін.

Для фахівця у області водо підготовки планування експерименту може служити основою для моделювання процесів, систем, технологічних апаратів, природних і техногенних явищ і ситуацій та ін. Моделювання супроводжує природоохоронні спеціальності постійно. Це і підбір дози необхідного реагенту в лабораторних умовах для реальних виробничих установок або технологічних ліній, і перевірка режиму роботи пілотної установки на модельних розчинах води, і вибір оптимальних систем водовідведення в умовах невизначеності, і прогностичні розрахунки стану навколишнього середовища. Для цього необхідна наявність **математичного опису об'єкту** проектування, або

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/274.00.1/М/ ОК5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 6

математичної моделі, яка покладена в основу комп'ютерної моделі.

Така модель повинна відображати функціональну взаємодію елементів і їх сполучень, просторові зв'язки і розташування.

Застосування планування експерименту, поза сумнівом, організує і оптимізує діяльність експериментатора.

Окрім основної задачі – отримання оптимального рішення, планування експерименту дозволяє розв'язати такі задачі:

- пошук оптимальних умов;
- побудова інтерполяційних формул;
- вибір суттєвих факторів;
- оцінка і уточнення теоретичних моделей;
- вибір допустимої гіпотези про механізм явища і ін.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/274.00.1/М/ OK5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 7

2. Самостійна робота №2

Планування експерименту з метою опису дослідного об'єкту

Модельний експеримент може бути трьох типів:

- він може бути фізичним. У цьому випадку модель може відрізнятися від об'єкту масштабом і, можливо, природою;
- модель може бути абстрактною психологічною, неформалізованою на рівні логічного мислення;
- модель може бути формалізованою математичною.

Щоб, експериментуючи на абстрактній моделі, одержувати правильні відомості про об'єкт дослідження потрібно побудувати точну модель. А оскільки принципово неможливо точно описати всі можливі зовнішні впливаючі фактори на процес функціонування об'єкту дослідження, то модель описується імовірнісний, статистично.

В основному планування експерименту застосовується в областях, де без фізичного моделювання не обійтися: у хімічній, харчовій промисловості, металургії та ін.

Для фахівця у області водо підготовки планування експерименту може служити основою для моделювання процесів, систем, технологічних апаратів, природних і техногенних явищ і ситуацій та ін. Моделювання супроводжує природоохоронні спеціальності постійно. Це і підбір дози необхідного реагенту в лабораторних умовах для реальних виробничих установок або технологічних ліній, і перевірка режиму роботи пілотної установки на модельних розчинах води, і вибір оптимальних систем водовідведення в умовах невизначеності, і прогностичні розрахунки стану навколишнього середовища. Для цього необхідна наявність математичного опису об'єкту проектування, або математичної моделі, яка покладена в основу комп'ютерної моделі.

Така модель повинна відображати функціональну взаємодію елементів і їх сполучень, просторові зв'язки і розташування.

Застосування планування експерименту, поза сумнівом, організує і оптимізує діяльність експериментатора.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/274.00.1/М/ ОК5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 8

Окрім основної задачі – отримання оптимального рішення, планування експерименту дозволяє розв’язати такі задачі:

- пошук оптимальних умов;
- побудова інтерполяційних формул;
- вибір суттєвих факторів;
- оцінка і уточнення теоретичних моделей;
- вибір допустимої гіпотези про механізм явища і ін.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/274.00.1/М/ ОК5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 9

3. Самостійна робота №3 Планування експерименту

Експеримент, який ставиться для вирішення задач оптимізації, називається **екстремальним**, оскільки пов'язаний з пошуком екстремуму деякої функції.

Планування експерименту – це процедура вибору числа і умов проведення дослідів, необхідних і достатніх для вирішення поставленої задачі з необхідною точністю.

Особливості планування експерименту:

- прагнення до мінімізації загального числа дослідів;
- одночасне варіювання всіма змінними, що визначають процес, за спеціальними правилами – алгоритмам;
- вибір чіткої стратегії, що дозволяє ухвалювати обґрунтовані рішення після кожної серії експериментів.

Об'єкт дослідження. Для конструктора об'єкт дослідження – це створена їм абстрактна модель сконструйованого приладу, всі функціональні зв'язки між елементами якого описані. З точки зору погляду процедури планування експерименту, об'єкт дослідження це “чорна скриня” з кінцевим числом входів $x_1 \dots x_k$ і виходів $y_1 \dots y_k$. (рис. 1).

Входи “чорної скрині” називають **факторами** (дія на процес), виходи відгуками (результати роботи процесу). Кожен відгук є функція k-змінних – факторів

$$y_i = f(x_1, x_2, \dots, x_k).$$

Функція f називається функцією відгуку. Це може бути детермінована або статистична функція залежно від властивостей об'єкту дослідження.

Об'єкт може бути описаний або безпосередньо сукупністю функцій відгуку, або системою рівнянь: лінійних, нелінійних, диференціальних, інтегральних, інтегро-диференційних. При цьому функції відгуку можуть в явному вигляді і не існувати, але у будь - якому випадку модель об'єкту повинна містити явно або неявно **безліч рішень** у вигляді функцій відгуку.

Кількісна характеристика функції відгуку, вибрана як мета екстремального експерименту, називається **параметром оптимізації**.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/274.00.1/М/ ОК5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 10

Умови проведення експерименту припускають, що значення факторів вибрані. І експеримент полягає у визначенні значень функцій відгуку.

Фактор може мати безперервну або дискретну область зміни. Проте, зважаючи на обмежену точність представлення безперервного фактору, він може бути описаний за допомогою **дискретного набору** рівнів. Ця угода істотно полегшує побудову експерименту і спрощує оцінку його складності.

Складність експерименту визначається числом всіляких станів “чорної скрині”. Наприклад, якщо для всіх k -факторів існує p рівнів, то число станів буде p_k . Так система з 5 факторами на 5 рівнях має 3125 станів, а $410 = 1049000 - 10$ факторів на 4-х рівнях.

Прямий перебір, зважаючи на величезне число станів, нераціональний, або неможливий, тому вдаються до процедури планування експерименту.

Екстремальний експеримент – метод вибору мінімальної кількості дослідів, необхідних для пошуку оптимальних умов.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/274.00.1/М/ OK5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 11

4. Самостійна робота №4

Опис дослідного об'єкту

Параметр оптимізації є відгуком, реакцією на дію факторів, які визначають поведінку досліджуваної, спроектованої системи. Відгуки системи лежать у багатьох аспектах, кількісне вираження яких є не завжди однозначними.

Серед параметрів оптимізації необхідно вибрати один параметр, по якому розшукається оптимум. Вся решта параметрів при цьому служить, як обмеження.

Вимоги до параметра оптимізації:

1) Він повинен бути кількісним, задаватись числом. Безліч значень, які може приймати параметр оптимізації, називається його областю визначення. Область визначення може бути дискретною і безперервною, обмеженою і необмеженою;

2) Параметр оптимізації потрібно уміти вимірювати, тобто мати в своєму розпорядженні відповідний прилад для прямого вимірювання або мати в своєму розпорядженні методику непрямих вимірювань. Але якщо такий прилад не існує або дуже дорогий, то вдаються до прийому, званого ранжируванням або ранговим підходом. При цьому параметрам оптимізації привласнюються оцінки – ранги заздалегідь вибраною шкалою: двобальною, п'ятибальною і та ін. У простому випадку область може містити два значення: так – ні, годна продукція – брак. Ранг – це кількісна, але суб'єктивна оцінка.

Ранговий підхід використовується при визначенні твердості матеріалу за заданою шкалою твердості, наприклад, Монса;

3) Параметр оптимізації повинен задовольняти вимозі однозначності у статистичному сенсі. Заданому набору значень факторів повинно відповідати одне з точністю до помилки експерименту значення параметра оптимізації. Зворотне, очевидно, невірно. Одному і тому ж значенню параметра оптимізації можуть відповідати різні набори факторів;

4) Параметр оптимізації повинен задовольняти умові коректності, тобто він повинен дійсно оцінювати ефективність функціонування системи у заздалегідь вибраному сенсі;

5) Параметр оптимізації бути ефективним з погляду досягнення кінцевої мети. Ефективність системи оцінюється

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/274.00.1/М/ ОК5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 12

завжди в цілому. Часто система складається з підсистем, кожна з яких оцінюється своїм локальним параметром оптимізації;

6) Параметр оптимізації повинен бути ефективний в статистичному сенсі. З декількох параметрів оптимізації найбільш ефективний той, який визначається з можливою найбільшою точністю. Якщо ця точність недостатня, доводиться звертатися до збільшення числа дослідів.

7) Параметр оптимізації повинен задовольняти вимогу універсальності або повноти. Під універсальністю параметра оптимізації розуміється його здатність всебічно характеризувати об'єкт.

Наприклад, технологічні параметри в загальному сенсі не враховують економіку. Цей недолік усувається підрозділом області визначення технологічних параметрів оптимізації по квалітетах, визначуваним за ранговим принципом десятибальної системи з врахуванням рівня виробництва. У свою чергу технологічні допуски розділяються по трьох рівнях точності:

- економічний рівень – 9-10 квалітет;
- виробничий рівень – 6-8 квалітет;
- технічний рівень – 4-5 квалітет.

8) Бажано, щоб параметр оптимізації мав *фізичний сенс, був простим і легко обчислюваним.*

Для простоти доцільно нормувати параметр оптимізації з тим, щоб він приймав значення від нуля до одиниці.

Вибрати параметр оптимізації, що задовольняє всім вимогам досить складно. Частіше вимоги використовуються для порівняння декількох можливих параметрів оптимізації і вибору, що найбільш відповідає даним вимогам.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/274.00.1/М/ OK5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 13

5. Самостійна робота № 5

Розробка плану-програми експерименту

План-програма включає найменування теми дослідження, робочу гіпотезу, методику експерименту, перелік необхідних матеріалів, приладів, установок, список виконавців експерименту, календарний план робіт і кошторис на виконання експерименту.

У ряді випадків включають роботи по конструюванню та виготовленню приладів, апаратів, пристосувань, їх методичне обстеження, а також програми дослідних робіт на заводах, в інститутах на ін.

Основу плану-програми складає методика експерименту. Методика це система прийомів або способів для послідовного найбільш ефективного експериментального дослідження.

Вона включає: мету і задачі експерименту; вибір варіюючих факторів; обґрунтування засобів і потрібної кількості вимірювань; опис проведення експерименту, обґрунтування способів обробки і аналізу результатів експерименту.

Визначення мети і задачі експерименту – один з найважливіших етапів. На основі аналізу інформації, гіпотези і теоретичних розробок обґрунтовують мету і задачі експерименту.

Вся наукова інформація дозволяє у тому або іншому ступені судити про очікувані закономірності процесу, що вивчається, а, отже, і визначити задачі експерименту. Чітко, конкретно обґрунтовані задачі це великий вклад в їх рішення. Кількість задач не повинна бути дуже великою (3-4 задачі), у великому дослідженні їх може бути 8-10.

Вибір варіюючих факторів це встановлення основних і другорядних характеристик, що впливають на досліджуваний процес. Спочатку аналізують розрахункові (теоретичні) схеми процесу.

На основі цього класифікують всі фактори і складають з них ряд, що убуває за важливістю, для даного експерименту. Правильний вибір основних і другорядних факторів грає важливу роль в ефективності експерименту, оскільки

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/274.00.1/М/ OK5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 14

експеримент зводиться до знаходження залежностей між цими факторами. В окремих випадках важко відразу виявити роль основних і другорядних факторів. При цьому необхідно виконати невеликий за об'ємом попередній пошуковий дослід.

Основним принципом встановлення ступеня важливості характеристики є її роль у досліджуваному процесі. Для цього вивчають процес залежно від якоїсь однієї змінної при решті постійних.

Такий принцип проведення експерименту виправдовує себе тільки у тих випадках, коли змінних характеристик мало (1-3). Якщо ж змінних величин багато, доцільний принцип *багатофакторного аналізу*.

Обґрунтування засобів вимірювань це вибір необхідних для спостережень і вимірювань приладів, устаткування, машин, апаратів та ін.

Експериментатор має бути добре ознайомленим з вимірювальною апаратурою, що випускається у країні. Щорічно видаються каталоги на засоби вимірювання, за якими можна замовити ті, що випускаються вітчизняним приладобудуванням. В першу чергу використовують стандартні машини і прилади, що серійно випускаються, робота на яких регламентується інструкціями, ГОСТ-ами та іншими офіційними документами.

Дуже відповідальною частиною є встановлення точності вимірювань і похибок. Методи вимірювань мають базуватись на законах метрології, що вивчає засоби і методи вимірювань.

При експериментальному дослідженні одного і того ж процесу (спостереження і вимірювання) повторні відліки на приладах, як правило, не однакові. Відхилення пояснюються різними причинами:

- неоднорідністю властивостей тіла (матеріал, конструкція та ін.), що вивчається;
- недосконалістю приладів і класом їх точності.

Чим більше випадкових факторів, що впливають на дослід, тим більше відхилення окремих вимірювань від середнього значення.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/274.00.1/М/ ОК5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 15

Це вимагає повторних вимірювань, отже, необхідно знати їх потрібну мінімальну кількість.

Під потрібною мінімальною кількістю вимірювань розуміють таку їх кількість, яка у даному досліді забезпечує стійке середнє значення вимірюваної величини, при заданому ступеню точності.

Встановлення потрібної мінімальної кількості вимірювань має велике значення, оскільки забезпечує отримання найбільш об'єктивних результатів при мінімальних витратах часу і засобів.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/274.00.1/М/ ОК5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 16

6. Самостійна робота № 6

Розробка методики експерименту

У методиці детально проектують процес проведення експерименту. На початку складають послідовність проведення операцій вимірювань і спостережень. Потім ретельно описують кожну операцію окремо з урахуванням вибраних засобів для проведення експерименту.

Велику увагу приділяють методам контролю якості операцій, що забезпечують при мінімальній (раніше встановленій) кількості вимірювань високу надійність і задану точність. Розробляють форми журналів для запису результатів спостережень і вимірювань.

Важливим розділом методики є вибір методів обробки і аналізу експериментальних даних. Обробка даних зводиться до систематизації всіх цифр, класифікації, аналізу.

Результати експериментів повинні бути зведені у легкі для читання форми запису – таблиці, графіки, формули, номограми, що дозволяють швидко співставляти одержані результати.

Особлива увага у методиці має бути приділена математичним методам обробки і аналізу дослідних даних – встановленню емпіричних залежностей, апроксимації зв'язків між варійованими характеристиками, знаходженню критеріїв і довірчих інтервалів та ін.

Далі визначають об'єм експериментальних досліджень, які залежать від глибини теоретичних розробок, ступеня точності прийнятих засобів вимірювань.

Чим більш чітко сформульована теоретична частина дослідження, тим менше об'єм експерименту. Можливі три випадки проведення експерименту:

1. Теоретично одержана аналітична залежність, яка однозначно визначає досліджуваний процес. Наприклад, $y = 3e^{-2x}$. У цьому випадку об'єм експерименту для підтвердження даної залежності мінімальний, оскільки функція однозначно визначається експериментальними даними;

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/274.00.1/М/ ОК5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 17

2. Теоретичним шляхом встановлений тільки характер залежності. Наприклад $y=ae^{-bx}$. У цьому випадку задано сімейство кривих.

Експериментальним шляхом необхідно визначити а і b. При цьому об'єм експерименту зростає;

3. Теоретично не вдалося одержати будь-який залежностей. Розроблені тільки припущення про якісні закономірності процесу.

У багатьох випадках доцільний пошуковий експеримент. Об'єм експериментальних робіт зростає. Тут доречний метод математичного планування експерименту.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/274.00.1/М/ ОК5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 18

Самостійна робота № 7

Загальні відомості про помилки вимірювань

Мета роботи: Освоїти операції з наближеними числами. Вивчити способи визначення помилок вимірювання і міри точності.

Теоретичні пояснення:

Похибка – кількісна характеристика неоднозначності результату вимірювання. Її оцінюють, виходячи зі всієї інформації, накопиченої при підготовці та виконанні вимірювань.

Цю інформацію обробляють для сумісного визначення остаточного результату вимірювання і його похибка. Остаточний результат не можна розцінювати як "дійсне значення" вимірюваної фізичної величини, оскільки у цьому немає сенсу із-за наявності похибки.

Похибка може бути виражена в одиницях вимірюваної величини x . У такому разі вона позначається Δx і носить назву абсолютної похибки. Проте абсолютна похибка не відображає якості вимірювань:

Наприклад, абсолютна похибка 1 мм при вимірюванні розмірів приміщення свідчить про високу якість вимірювання, та ж похибка абсолютно неприйнятна при вимірюванні діаметру тонкого дроту.

Критерієм якості вимірювання є відношення абсолютної похибки до остаточного результату вимірювання:

$$\delta x = \frac{\Delta x}{x} \quad (1),$$

де δx - відносна похибка.

Відношення (1) безрозмірне та використовують як в абсолютному (0.01, 0.1, 0.5, 1), так і в відсотковому вираженні (1%, 10%, 50%, 100%). Високій точності вимірювання відповідає мале значення відносної похибки.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/274.00.1/М/ ОК5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 19

8. Самостійна робота № 8

Основні різновиди похибок

- **Промахи або грубі похибки** – виникають унаслідок несправності вимірювальних приладів або помилок в експерименті, зроблених через неувагу.

- **Приладова похибка** – систематична похибка, присутня у результатах вимірювань, виконаних за допомогою будь-якого вимірювального приладу. Приладова похибка, як правило, невідома і не може бути врахована. Її можна оцінити тільки шляхом порівняння показань приладу з показаннями іншого, точнішого приладу (еталону). Іноді результати спеціально проведеного порівняння приводять у паспорті приладу, проте частіше вказують максимально можливу похибку для приладів даного типу.

- **Модельна похибка.** В основу будь-якого експериментального дослідження, зв'язаного з вимірюваннями, закладена модель. Модель містить фізичний опис досліджуваного об'єкту або процесу. Він дозволяє скласти його математичний опис, а саме, набір функціональних співвідношень, що включають фізичні величини. Невірно побудована модель, в якій не знайшли відображення якісь важливі процеси або фактори, що впливають на результат вимірювань, також призводить до невідповідностей. Як наслідок, вимірювані в експерименті величини, що обчислюються за отриманими з моделі робочими формулами, містять похибки, які носять назву модельних похибок. До розряду модельних може бути віднесена похибка зважування на вагах. Згідно закону Архімеда вага тіла і гирь зменшується через дію виштовхуючої сили повітря. Нагадаємо, що вага 1 м³ повітря рівна приблизно 10Н. Для того, щоб правильно знайти масу зважуваного тіла, потрібно ввести поправки на втрату ваги гирями і самим тілом.

- **Випадкові похибки** – при повторних вимірюваннях похибки цього типу показують свою випадкову природу. Виникають вони внаслідок безлічі причин, спільна дія яких на кожне окреме вимірювання неможливо врахувати або наперед

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/274.00.1/М/ OK5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 20

встановити. Такими причинами можуть виявитись, наприклад, незначні коливання температури різних деталей і вузлів установки, скачки напруги, вібрації, турбулентні рухи повітря, тертя в механізмах, помилки зчитування показань приладів та ін. Єдино можливий спосіб об'єктивного обліку випадкових похибок полягає у визначенні їх статистичних закономірностей, що виявляються в результатах багатократних вимірювань. Розраховані статистичні оцінки вносять в остаточний результат вимірювання.

Однією з грубих помилок є знаходження похибки вимірювання як

$$\Delta x = x_{\text{експеримент}} - x_{\text{таблиця}} ,$$

де $x_{\text{експеримент}}$ – набутого в процесі експерименту середнього значення величини;

$x_{\text{таблиця}}$ – значення, узяті з довідника або розраховані виходячи з теоретичних уявлень.

Метою експерименту є саме перевірка існуючих теорій і уточнення табличних значень.

З іншого боку, при виконанні учбових лабораторних робіт корисно порівняти отримані результати з довідковими табличними величинами і, у разі значної їх розбіжності, проаналізувати, які експериментальні фактори і модельні похибки могли привести до цього.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ	Ф-20.09-
	ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»	05.02/274.00.1/М/
	Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	ОК5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 21

9. Самостійна робота № 9
Операції з наближеними числами

Майже всі вимірювання і математичні операції дають наближені значення шуканих величин. Складові наближеного числа можуть бути вірними, сумнівними і невірними.

Постулати:

1. Якщо похибка числа не вказана, то його абсолютна похибка рівна половині одиниці розряду останньої цифри.
2. Розряд старшої цифри похибка показує розряд сумнівної цифри в числі.
3. У якості значущих цифр можуть бути тільки вірні і сумнівні цифри.
4. Якщо похибка числа не вказана - всі цифри значущі.
5. Під значущими цифрами числа розуміють послідовність цифр без урахування місця коми, а для чисел менше одиниці – без урахування нуля перед комою і подальших нулів (табл. 9.1).

Таблиця 9.1

<i>Результат</i>	<i>Число значущих цифр</i>	<i>Граничні значення помилки</i>	Δx	<i>Максимальна помилка $(\Delta x/x) \cdot 100\%$</i>
3	1	2,5-3,5	0,5	16,7
3,5	2	3,45-3,55	0,05	1,4
3,55	3	3,545-3,555	0,005	0,14

В інженерних розрахунках припускаються помилки 2-5%, тому недоцільно видавати результати з більш ніж двома значущими цифрами.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/274.00.1/М/ OK5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 22

Таблиця 9.2

1	...	...	0,5	50%
1,5	...	...	0,05	3,3%
1,55	...	...	0,005	0,3%
0,1	...	...	0,05	50%
0,15	...	...	0,005	3,3%
0,155	...	...	0,0005	0,3%

Приклад 1.1. Число $216.8 + 2.3$ слід записувати як $216 + 2.3$, а цифру «8» після коми відкинути як невірну, бо тут вже цифра 6 є сумнівною.

Округлення слід проводити до найближчого *парного* числа, причому при округленні відкидають всі цифри, що стоять праворуч від розряду, до якого проводиться округлення. Останню цифру, що залишилася, збільшують на одиницю, якщо найближча відкидана цифра рівна і більше 5, або не змінюють, якщо вона менше 5. Якщо ж відкидають тільки одну цифру 5 (або після неї йдуть нулі), *то останню цифру, що залишається, збільшують на одиницю, якщо вона непарна, і залишають без зміни, якщо вона парна.*

Приклад 1.2. До округлення: 5,825; 5,784; 5,500; 6,500.

Після округлення: 5.8; 5.8; 6.0; 6.0.

6. Округляти слід тільки кінцевий результат при ланцюжкових розрахунках на мікрокалькуляторах.

Складання і віднімання. Вважається, що розряд сумнівної цифри суми співпадає із старшим розрядом сумнівних цифр доданків, тому сума округляється до цього розряду, для більшої упевненості в доданках залиште один зайвий розряд.

Приклад 1.3. Дані числа: $1,13777 \cdot 10^4$; $2,7077 \cdot 10^2$; $-1,1677 \cdot 10^3$.

Останні цифри сумнівні. Потрібно визначити суму.

Рішення: $(113,7 + 2,7 - 11,6) \cdot 10^2 = 104,8 \cdot 10^2 = 1,048 \cdot 10^4$.
Тут «8» – сумнівна цифра.

6. При множенні і діленні початкові дані доцільно округляти до кількості значущих цифр, що містяться в числі з найменшою їх кількістю.

Приклад 1.4.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/274.00.1/М/ ОК5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 23

1. Помножити числа 8831 і 0.024, останні цифри сумнівні:
 $8.831 \cdot 10^3 \cdot 2.4 \cdot 10^{-2} = 2.1 \cdot 10^2$.

Оскільки при множенні невірної цифри на вірну виходить невірна, а при множенні сумнівної на вірну вже сумнівна, то доцільно провести округлення до цієї цифри.

2. Розділити 67 на 0.375. Останні цифри цих чисел сумнівні:

$$\frac{6.7 \cdot 10^1}{3.75 \cdot 10^{-1}} = 1.787 \cdot 10^2 \approx 1.8 \cdot 10^2$$

У цьому випадку старшою сумнівною цифрою результату ділення є перша цифра після коми. Тому правильніше буде запис, що стоїть в дужках.

Звичайно, якщо перемножуються або діляться два числа, кожне з яких характеризується n значущими або точними цифрами, то слід враховувати максимум $(n - 1)$ значущих цифр в кінцевому результаті.

Приклад 1.5. Розрахуйте площу прямокутника із сторонами 28,23 і 12,59 см.

Рішення: Відповідь $28,23 \cdot 12,59 = 355,42 \text{ см}^2$ невірний, оскільки дійсне значення може знаходитися між $28,225 \cdot 12,585 = 355,21 \text{ см}^2$ і

$$28,235 \cdot 12,595 = 355,62 \text{ см}^2.$$

Таким чином, шукана площа рівна $355,4 \pm 0,2 \text{ см}^2$.

При використанні наближених чисел ведуть два паралельні розрахунки: один – з граничними значеннями, що приводять до мінімуму, а інший – до максимуму.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/274.00.1/М/ OK5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 24

10. Самостійна робота № 10

Помилки вимірювання і міри точності

Приклад 1.6. Дано два значення: 50 ± 3 і 30 ± 2 . Визначити величину відносної помилки складання, різниці, множення і ділення.

1. *Складання.* Дійсне значення лежить між $47 + 28 = 75$ і $53 + 32 = 85$. Відносна помилка суми рівна $(85 - 75) / (85 + 75) = 10 / 160 = 0,0625$ (6,25%).

2. *Віднімання.* Дійсне значення лежить між $47 - 32 = 15$ і $53 - 28 = 25$ ("перехресне" віднімання, тобто максимальне значення одного числа віднімається з мінімального значення іншого і мінімальне значення одного числа - з максимального значення іншого).

Відносна помилка різниці рівна:

$$\frac{(25 - 15)}{25 + 15} = \frac{10}{40} = 0.25 (\pm 25\%).$$

$$3. \quad \frac{1.469 - \frac{50}{30}}{\frac{50}{30}} = \frac{1.469 - 1.667}{1.667} = -0.119 (-11,9\%);$$

4. *Множення.* Дійсне значення лежить в межах від $47 \cdot 28 = 1316$ до $53 \cdot 32 = 1696$. Відносна помилка добутку рівна:

$$\frac{1316 - 50 \cdot 30}{50 \cdot 30} = \frac{1316 - 1500}{1500} = \frac{-184}{1500} = -0.123 (-12,3\%);$$

$$\frac{1696 - 50 \cdot 30}{50 \cdot 30} = \frac{196}{1500} = 0.131 (13,1\%).$$

5. *Ділення.* Дійсне значення лежить між $47 / 32 = 1,469$ і $53 / 28 = 1,893$ ("перехресне" ділення). Відносна помилка частного:

$$\frac{1.469 - \frac{50}{30}}{\frac{50}{30}} = \frac{1.469 - 1.667}{1.667} = -0.119 (-11,9\%);$$

$$\frac{1.893 - \frac{50}{30}}{\frac{50}{30}} = \frac{1.893 - 1.667}{1.667} = 0.136 (13,6\%).$$

Таким чином, зі всіх арифметичних операцій найбільшу помилку дає віднімання, а мінімальну – складання.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/274.00.1/М/ ОК5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 25

Приклад 1. Знайти наближену відносну помилку добутку:
 $(40 \pm 10\%) \cdot (30 \pm 5\%).$

Рішення: Згідно формули (1), з [3, табл. 5.2] отримуємо:
 $(1200 \pm 10\% \pm 5\%),$

або шукана величина буде рівна $1200 \pm 15\%.$

Приклад 1.8. Знайти приблизну відносну помилку частного:

$$\frac{[(500 + 20) * (200 * 15)]}{(400 - 20)}$$

Рішення: Цьому приватному відповідає:

$$\frac{[(500 + 4\%) * (200 * 5\%)]}{(400 - 5\%)}$$

Згідно формулам (1) і (6) з [3, табл. 5.2] приблизна відносна помилка рівна

$$4 + 7,5 + 5 = 16,5\%.$$

Таким чином, остаточний результат:

$$\frac{[500 * 200]}{200} \pm 16,5\% = 250 \pm 16,5\%$$

або

$$\frac{[500 * 200]}{200} \pm 41 = 250 \pm 41$$

тобто в межах 209 і 291.

Приклад 1.9. Довжина, ширина і висота цеглини рівні x_1, x_2, x_3 см з відносними помилками 0,01. Знайти максимальну абсолютну помилку об'єму.

Рішення. Згідно формулі (2) з [3, табл. 5.2] максимальна помилка в об'ємі рівна $0,01 + 0,01 + 0,01 = 0,03$ (3%). Тоді максимальна абсолютна помилка рівна $0,03 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$ см³.

Приклад 1.10. Фізико-хімічний аналіз складу, наприклад води, супроводжується систематичними і випадковими помилками. Таруванням встановлено, що систематична помилка дорівнює 5%. Випадкові помилки підкоряються нормальному закону з середнім квадратичним відхиленням $\sigma = 15\%.$

Знайти:

а) імовірність визначення складу води з помилкою, що не перевищує за абсолютною величиною 30%;

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ	Ф-20.09-
	ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»	05.02/274.00.1/М/
	Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	OK5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 26

б) імовірність того, що визначуваний фізико-хімічний склад води не перевершить істинного.

Рішення: Щільність імовірності випадкової помилки має вид

$$p(x) = \frac{1}{\sigma * \sqrt{2\pi}} * \exp \left[-\frac{(\bar{x} - x)^2}{2 * \sigma^2} \right]$$

$$p(x) = \frac{1}{15 * \sqrt{2\pi}} * \exp \left[-\frac{(\bar{x} - 2)^2}{450} \right]$$

Згідно формулі (5.3.33) з [3] маємо

$$\begin{aligned} P(|x_i| < 30) &= P(-30 < x_i < 30) = \\ &= \left[\Phi \left(\frac{30 + 5}{15} \right) - \Phi \left(\frac{30 - 5}{15} \right) \right] = [\Phi(2.33) - \Phi(-1.67)]. \end{aligned}$$

Оскільки $\Phi(-1) = -\Phi(1)$, $P(|x_i| < 30) = [\Phi(2.33) + \Phi(1.67)]$. З Додатку А знаходимо $\Phi(2,33) = 0,4901$; $\Phi(1,67) = 0,4525$.

Імовірність того, що визначуваний фізико-хімічний склад води не перевершить істинного

$$P(-\infty < x_i < 0) = [\Phi(0.5) + \Phi(\infty)].$$

З додатку А знаходимо $\Phi(0,5) = 0.1915$, звідки $P(-\infty < x_i < 0) = 0.5 + 0.1915 = 0.6915$.

Висновок: Імовірність виконання умови (а) цього завдання рівна $\approx 94.3\%$, а умови (б) - $\approx 69.2\%$.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/274.00.1/М/ OK5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 27

11. Самостійна робота № 11

Методи виключення грубих помилок

Груба помилка може привести до появи як значення, що різко виділяється, так і значення, візуально не відмітного від основної маси спостережень. Ці помилки звичайно особливо добре помітні при розташуванні результатів розрахунків або експериментів у порядку убуття значень або при побудові графіків ("відскок крапок").

Статистичні методи виявлення грубих помилок слід застосовувати лише тоді, коли додаткова інформація про якість вимірювань *або неповна, або ненадійна*.

У будь-якому випадку до виключення "підозрілих" значень з вибірки потрібно підходити з особливою обережністю.

Метод виключення при відомій σ . Нехай ми маємо вибірку $x_1, x_2, \dots, x_n$, в якій є підозріле значення x^* . Алгоритм перевірки може бути наступним:

1. Підрахуємо середнє арифметичне значення $\bar{x}_0$ за формулою

$$\bar{x}_0 = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} \quad (11.1)$$

і середню квадратичну похибку σ з виразу

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2 \quad (11.2)$$

виключивши з цих розрахунків значення x^* .

2. Знайдемо відношення

$$t = \frac{|x^* - \bar{x}|}{\left(\sigma \sqrt{\frac{n+1}{n}}\right)} \quad (11.3)$$

3. Визначимо за таблицями вірогідність $1 - 2 \Phi(t)$ (додатки А і Б).

4. Якщо виконується умова

$$1 - 2\Phi(t) < q \quad (11.4)$$

то вважається, що значення x^* підлягає вибракуванню. Тут q – прийнятий в розрахунках рівень значущості, а n – об'єм

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ	Ф-20.09-
	ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»	05.02/274.00.1/М/
	Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	OK5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 28

вибірки. У інженерних розрахунках звичайно приймається рівень значущості: 0.1;

1.0; 5.0 %.

Вважають, що значення x^* містить грубу помилку з надійністю виведення $P = 1 - q$. Значення $t = t(P)$, для якого $1 - 2\Phi(t) = q$ і, значить, $2\Phi(t) = P$, називається критичним значенням відношення (11.3) при надійності P .

Приклад 1.11. Якщо $q = 0.01$ (1% рівень), то $P = 99\%$, критичне значення $t = t(P) = 2.576$ (див. додаток В). Якщо відношення (11.3) буде більше 2.576, то значення x^* можна відкинути у 99-и випадках із 100 (0.99 або 99%).

Приклад 1.12. У вибірці з 1000 результатів незалежних вимірювань з середньою квадратичною помилкою $\sigma = 14.2$ виявлене одне значення x^* , що дорівнює 120.2. Середнє з інших $1000 - 1 = 999$

результатів $\bar{x} = 84.5$. Чи можна вважати, що значення 120.2, містить грубу помилку і його потрібно виключити з подальших розглядів.

З відношення (11.3) маємо

$$t = \frac{|84.5 - 120.2|}{\left(14.2 \sqrt{\frac{1000 + 1}{1000}}\right)} \approx 2.5$$

За додатком В для $t = 2.5$ оцінюємо вірогідність $1 - 2\Phi(t) = 0.01242 < 0.013$. Отже, з надійністю виведення $P > 0.987$ (98.7%) можна рахувати, що значення $x^* = 120.2$ слід виключити. Якщо ж Вас задовольняє тільки велика надійність (наприклад, $P = 99\%$), то виключати x^* з подальшого розгляду не можна.

Виключення помилок за невідомої σ . Якщо величина σ невідома наперед, то вона спочатку оцінюється приблизно за наслідками вимірювань. У подібному випадку замість σ використовують емпіричний стандарт

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (11.5)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ	Ф-20.09-
	ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»	05.02/274.00.1/М/
	Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	ОК5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 29

Перевірку починають з визначення відношення

$$t(x^*) = \frac{|x^* - \bar{x}|}{S} \quad (11.6)$$

Далі можливі варіанти:

1. Якщо

$$t(x^*) < \frac{2}{3\sqrt{q}} = K \quad (11.7)$$

де q – заданий рівень значущості, те сумнівне значення x^* залишають у вибірці.

2. Відношення (1.6) порівнюють з критичним значенням $tn(P)$ з додатку В. Якщо при даному числі n прийнятних значень відношення (1.1.6) опиниться між двома критичними значеннями при надійності P_1 і P_2 ($P_2 > P_1$), то з надійністю висновку більше за P_1 можна вважати, що значення, що "вискакує", містить грубу помилку.

3. Згідно методики "вибраковування" за критерієм Смірнова-Граббса (додаток Г), якщо невідомі a та σ , то можна скористатися величиною:

$$\bar{T}^* = \frac{|x^* - \bar{x}|}{S^*} \quad (11.8)$$

де

$$S^* = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (11.9)$$

Потім, за наперед заданому рівню значущості q , в Додатку Г знаходимо критичне значення C_q , що відповідає числу спостережень n . Якщо $T^* > C_q$, то сумнівне значення x^* значущо відхиляється від середнього x і може бути виключено як помилкове.

4. Д. Химмельблау рекомендує спостереження x^* відкидати, якщо виконується нерівність:

$$\frac{|x^* - \bar{x}|}{S} < C \quad (11.10)$$

де C – константа, яка знаходиться через t -критерій Стьюдента (додаток Д) за виразом:

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ	Ф-20.09-
	ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»	05.02/274.00.1/М/
	Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	ОК5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 30

$$\left[\frac{n * C^2 * (k + k_0 - 1)}{k * \left[k + k_0 - \frac{n * C^2}{k} \right]} \right]^{\frac{1}{2}} \approx t_{q=0.05}^{k+k_0-1} \quad (11.11)$$

де $k = n - 1$ – число мір свободи оцінки дисперсії S^2 ;

k_0 – будь-яке число додаткових мір свободи (звичайно $k_0 = 0$).

Оцінка може проводитися багато разів. Середнє квадратичне відхилення S розраховується кожного разу по вибірці, що залишилась.

12. Самостійна робота № 12

Приклад виключення грубих помилок

Приклад 1.13. Є дані вибірових спостережень за тривалістю повного осадження забруднень в судинах Лисенко. Тривалість окремих дослідів склала, хв.:

10, 11, 11, 12, 12, 13, 13, 13, 14, 20.

Сумнівним здається останній результат $x_{10} = 20$. Чи є підстави його виключити? Перевіримо.

Варіант 1.

$$\bar{x} = \frac{10 + 11 * 2 + 12 * 2 * 13 * 3 + 14}{9} = 12.1$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{9-1} \sum_{i=1}^n (x_i - 12.1)^2} \approx 1.27;$$

$$t = \frac{(20 - 12.1)^2}{1.27} = 6.22$$

Приймаємо рівень значущості $q = 0.05$. Тоді за формулою (11.7) маємо

$$K = \frac{2}{3\sqrt{0.05}} = 2.98$$

Умова (11.7) не виконується. Отже, за цим способом значення $x^* = 20$ не залишається у вибірці.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/274.00.1/М/ ОК5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 31

Варіант 2. За додатком В критичне значення $t_n(P)$ для $n = 10$ навіть при $P = 0.999$ рівняється 5.01, тобто $t = 6.22 > t_n(0.999) = 5.01$, та ми маємо право виключити значення $x^* = 20$ з вибірки. Із Додатку С, це значення можна було б не виключати тільки при $n = 7$ та $P = 0.999$, де $t_7(0.999) = 6.3$

Варіант 3. За тих же умов вибравка за критерієм Смірнова-Граббса показує:

- середня величина, що розрахована за формулою

$$\bar{x} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i = 12.9$$

- оцінка середньоквадратичного відхилення S^* за формулою (11.9) рівняється 2.62;
- за формулою (11.8)

$$T^* = \frac{20.0 - 12.9}{2.62} = 2.71;$$

- за додатком Г навіть при рівні значущості $q = 0.025$ та $n = 10$ $C_{0.025} = 2.414 < T^* = 2.71$.

Таким чином, гіпотеза про однорідність вишукуваного ряду відхиляється та останнє значення $x^* = 20$ можна вважати нетиповим.

Для остаточної обробки цього ряду розрахуємо нові значення середньої величини:

$$\bar{x} = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 x_i = 12.1$$

та оцінку середньоквадратичного відхилення S , але вже за формулою:

$$S = \sqrt{\frac{1}{9-1} \sum_{i=1}^9 (x_i - 12.1)^2} \approx 1.27$$

Варіант 4. З розрахунку за варіантом 1 маємо, що $x = 12.1$, а оцінка дисперсії за дев'ятьма значеннями, що залишилися, буде рівна:

$$S = 1.2$$

Для рівня значущості $q = 0.05$, $n = 9$, $k = 9 - 1 = 8$ за Додатком Д маємо $t = 2.31$. Тоді за формулою (11.11) маємо:

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ	Ф-20.09-
	ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»	05.02/274.00.1/М/
	Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	OK5-2024
	Екземпляр № 1	Арк 32 / 32

$$\left[\frac{9 * C^2 * (8 + 0 - 1)}{8 * \left[8 + 0 - \frac{9 * C^2}{8}\right]}\right]^{\frac{1}{2}} \approx 2.31^{8+0+1}$$

Виразивши С із рівняння вище, отримаємо, що $C \approx 2.849$.
Рішення рівняння (11.11) методом підстановки трудомістко.
Відповідні алгебраїчні перетворення приводять (11.11) до виду:

$$C = \left[\frac{(k^2 + k * k_0) * t_q^{2(k+k_0-1)}}{n \left[k + k_0 - 1 + t_q^{2(k+k_0-1)}\right]}\right]^{\frac{1}{2}}$$

або при $k_0 = 0$

$$C = \left[\frac{k^2 * t_q^{2(k-1)}}{n \left[k - 1 + t_q^{2(k-1)}\right]}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{11.12}$$

Для наших умов за формулою (11.12) $C \approx 2.846$. Тоді, згідно оцінки (11.10), $\frac{20.0-12.1}{1.27} = 4.89 > C = 2.846$, тому спостереження $x_{10} = 20$ можна виключити з подальших розрахунків.