

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ МІСЬКОГО  
ГОСПОДАРСТВА

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**  
**до самостійної роботи**  
**студентів з дисципліни**  
**«ОРГАНІЗАЦІЯ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ»**  
**(Основи планування експерименту.**  
**Методи експериментальних досліджень)**

*(для студентів 5 курсу всіх форм навчання  
спец. 8.092108 – «Теплогазопостачання і вентиляція»)*

Харків – ХНАМГ – 2009

Методичні вказівки до самостійної роботи студентів з дисципліни «Організація наукових досліджень» (Основи планування експерименту. Методи експериментальних досліджень) (для студентів 5 курсу всіх форм навчання спец. 8.092108 – «Теплогазопостачання і вентиляція»). Укл.: Капцов І.І., Ромашко О.В., Гапонова Л.В., Гранкіна В.В. – Харків: ХНАМГ, 2009. – 38 с.

Укладачі: Капцов І.І.,  
Ромашко О.В.,  
Гапонова Л.В.,  
Гранкіна В.В.

Рецензент:

Рекомендовано кафедрою експлуатації газових і теплових систем,  
протокол № 5 від 28.05.2009р.

# ОСНОВИ ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ. МЕТОДИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

## Практичне заняття № 1.

### *Основні поняття планування та методологія експерименту. Планування експерименту з ціллю опису дослідного об'єкту*

**Ціль роботи:** Вивчити основні поняття у області планування експерименту. Освоїти методику складання плану-програми експерименту.

### Теоретичні пояснення

**Планування експерименту** в широкому сенсі цього слова – основа життєдіяльності людини. **На першій стадії** внаслідок розумової діяльності виникають *ідеї, задуми*, будуються *гіпотези*, зважуються різні *варіанти* втілення задуманого (рис. 1.1).



Рис. 1.1 – Схема “чорної скрині”

**На другій стадії** здійснюється *експериментальна перевірка*, втілення ідей в деякий продукт. Експериментальна перевірка може здійснюватися як на кінцевому продукті, так і на його зменшеній або збільшеній фізичній моделі.

Експериментальній перевірці передуює власне планування експерименту, яке включає наступні пункти:

- обґрунтування, розуміння факту необхідності експерименту.
- вибір факторів і рівнів
- вибір змінної відгуку для оптимізації
- вибір плану (числа реплік, способу рандомізації)
- власне експеримент

І, нарешті, **на третій стадії** відбувається осмислення, оцінка виробленого продукту, а з погляду планування експерименту відбувається аналіз даних експерименту і формулювання висновків і рекомендацій.

Таким чином, в широкому сенсі планування експерименту – один з найстародавніших і фундаментальніших видів наукової діяльності.

Основна **мета планування** експерименту – це пошук найкращого, оптимального в деякому розумінні рішення.

Формалізація мети планування виражається у вигляді деякої функції, яку називають **цільовою функцією**.

Побудова цільової функції найбільш відповідальний і найбільш важкий момент всього процесу планування. Коли вона побудована, то діє строгий математичний **алгоритм пошуку екстремуму**.

При побудові ж самої функції потрібна широка науково-технічна обізнаність в даній області. Так, наприклад, при проектуванні якої-небудь споруди для складання цільової функції необхідно брати до уваги технічні, технологічні, техніко-економічні, екологічні, естетичні і багато інших аспекти, зв'язані з використанням споруди.

**Експеримент** – (від латинського *experimentum* – проба, дослід).

У словнику Іноземних Слів дається таке визначення: експеримент – *науково* поставлений дослід, спостереження досліджуваного явища в *умовах*, що точно враховуються, дозволяють стежити за ходом явища і *відтворювати* його кожного разу при повторенні цих умов.

У Енциклопедичному Словнику експеримент визначається як предметна діяльність в науці. Згідно цьому визначенню, наприклад, написання наукової статті або проглядання наукового журналу – вже експеримент.

Друге визначення ширше. Перше – більш підходить до істоти дисципліни “Планування експерименту”.

Саме властивість відтворення -- **відтворюваності** експерименту лежить в основі алгоритму планування.

**Техніка планування:** на кожному кроці ставиться невелика серія дослідів, в кожному з яких варіюються за певними правилами всі фактори. Математична обробка результатів експерименту дозволяє виробити умови проведення такої серії дослідів, направлених до досягнення оптимуму.

Експеримент може бути **фізичним і модельним**.

**Фізичний експеримент** – це реальний експеримент на устаткуванні з речовинними матеріалами. Це найбільш трудомісткий, енергоємний і дорогий вид діяльності. Планування експерименту зароджувалося і розвивалося застосовно саме до таких областей

діяльності як металургія, хімічна промисловість, харчова промисловість, транспорт.

**Модельний експеримент** може бути трьох типів:

- він може бути фізичним. В цьому випадку модель може відрізнитися від об'єкту масштабом і, можливо, природою;

- модель може бути абстрактною психологічною, неформалізованою на рівні логічного мислення. Це найвитонченіша модель;

- модель може бути формалізованою математичною.

Щоб, експериментуючи на абстрактній моделі, одержувати правильні відомості про об'єкт дослідження потрібно побудувати досить точну модель. А оскільки принципово неможливо точно описати всі можливі зовнішні впливаючі фактори на процес функціонування об'єкту дослідження, то модель описується імовірнісний, статистично.

В основному планування експерименту застосовується в областях, де без фізичного моделювання не обійтися: у хімічній, харчовій промисловості, металургії і т.п.

Для фахівця у області водопідготовки планування експерименту може служити основою для моделювання процесів, систем, технологічних апаратів, природних і техногенних явищ і ситуацій і т.д. Моделювання супроводжує природоохоронні спеціальності постійно. Це і підбір дози необхідного реагенту в лабораторних умовах для реальних виробничих установок або технологічних ліній, і перевірка режиму роботи пілотної установки на модельних розчинах води, і вибір оптимальних систем водовідведення в умовах невизначеності, і прогностичні розрахунки стану навколишнього середовища. Для цього необхідна наявність **математичного опису об'єкту** проектування, або математичної моделі, покладеної в основу комп'ютерної моделі на відповідній мові програмування.

Така модель повинна відображати функціональну взаємодію елементів і їх сполучень, просторові зв'язки і розташування.

Застосування планування експерименту, поза сумнівом, організує і оптимізує діяльність експериментатора.

Окрім основної задачі – отримання оптимального рішення, планування експерименту дозволяє розв'язати такі задачі:

- пошук оптимальних умов;
- побудова інтерполяційних формул;
- вибір суттєвих факторів;
- оцінка і уточнення констант теоретичних моделей;

- вибір допустимої гіпотези про механізм явища і ін.

Експеримент, який ставиться для вирішення задач оптимізації, називається **екстремальним**, оскільки пов'язаний з пошуком екстремуму деякої функції.

**Планування експерименту** – це процедура вибору числа і умов проведення дослідів, необхідних і достатніх для вирішення поставленої задачі з *необхідною точністю*.

Особливості планування експерименту:

- прагнення до мінімізації загального числа дослідів;
- одночасне варіювання всіма змінними, що визначають процес, за спеціальними правилами – алгоритмам;
- вибір чіткої стратегії, що дозволяє ухвалювати обґрунтовані рішення після кожної серії експериментів.

**Об'єкт дослідження**. Для конструктора об'єкт дослідження – це створена їм абстрактна модель сконструйованого приладу, всі функціональні зв'язки між елементами якого описані, тобто відомі. З погляду процедури планування експерименту. *Об'єкт дослідження* – це “чорна скриня” з кінцевим числом входів і виходів.

Входи “чорної скрині” називають **факторами** (*дія на процес*), виходи **відгуками** (*результати роботи процесу*).

Кожен відгук є функція  $k$ -змінних – факторів

$$y_i = f(x_1, x_2, \dots, x_k).$$

Функція  $f$  називається функцією відгуку. Це може бути детермінована або статистична функція залежно від властивостей об'єкту дослідження.

Об'єкт може бути описаний або безпосередньо сукупністю функцій відгуку, або системою рівнянь: лінійних, нелінійних, диференціальних, інтегральних, інтегро-диференційних. При цьому функції відгуку можуть в явному вигляді і не існувати, але у будь-якому випадку модель об'єкту повинна містити явно або неявно **непорожню безліч рішень** у вигляді функцій відгуку.

Кількісна характеристика функції відгуку, вибрана як мета екстремального експерименту, називається **параметром оптимізації**.

Умови проведення експерименту припускають, що значення факторів вибрані. І експеримент полягає у визначенні значень функцій відгуку.

Фактор може мати безперервну або дискретну область зміни. Проте, зважаючи на обмежену точність представлення безперервного фактору, він може бути описаний за допомогою **дискретного набору рівнів**. Ця угода істотно полегшує побудову експерименту і спрощує оцінку його складності.

Складність експерименту визначається числом всіляких станів “чорної скрині”. Наприклад, якщо для всіх  $k$ -факторів існує  $p$  рівнів, то число станів буде  $p_k$ . Так система з 5 факторами на 5 рівнях має 3125 станів, а  $410 = 1049000$  – 10 факторів на 4-х рівнях.

Прямий перебір зважаючи на величезне число станів нерациональний, якщо неможливий, тому вдаються до процедури планування експерименту.

**Екстремальний експеримент** – метод вибору мінімальної кількості дослідів, необхідних для відшукування оптимальних умов.

**Параметр оптимізації** є відгуком, реакцією на дію факторів, які визначають поведінку досліджуваної, проєктованої системи. Відгуки системи лежать в багатьох аспектах, кількісне вираження яких не завжди однозначне. Різні дослідники часто мають уявлення, що сильно відрізняються, про оптимальність того або іншого аспекту. Не по всіх параметрах оптимізації існують уніфіковані рекомендації, і тому вибір критеріїв оптимізації часто є мистецтвом.

Серед параметрів оптимізації необхідно вибрати один параметр, по якому шукається оптимум. Вся решта параметрів при цьому служить вже як обмеження. Тут також можливо безліч шляхів постановки задачі оптимізації.

*Вимоги до параметра оптимізації:*

1. Він повинен бути кількісним, задаватися числом. Безліч значень, яка може приймати параметр оптимізації, називається його *областю визначення*. Область визначення може бути дискретною і безперервною, обмеженою і необмеженою.

2. Параметр оптимізації потрібно *уміти вимірювати*, тобто мати в своєму розпорядженні відповідний прилад для прямого вимірювання або мати в своєму розпорядженні методику непрямих вимірювань. Але якщо такий прилад не існує або дуже дорогий, то вдаються до прийому, званого *ранжируванням* або ранговим підходом. При цьому параметрам оптимізації привласнюються оцінки – ранги заздалегідь вибраною шкалою: двобальної, п'ятибальної і т.д. У простому випадку область може містити два значення: так – ні, годна продукція – брак. Ранг – це кількісна, але суб'єктивна оцінка. Така оцінка не дозволяє вивчити тонкі ефекти.

Прикладом рангового підходу може служити суддівство у фігурному катанні або гімнастиці. Ранговий підхід використовується при визначенні твердості матеріалу за заданою шкалою твердостей, наприклад, Монса.

3. Параметр оптимізації повинен задовольняти вимозі *однозначності* в статистичному сенсі. Заданому набору значень

факторів повинно відповідати одне з точністю до помилки експерименту значення параметра оптимізації. Зворотнє, очевидно, невірно одному і тому ж значенню параметра оптимізації можуть відповідати різні набори факторів.

4. Параметр оптимізації повинен задовольняти умові *коректності*, тобто він повинен дійсно оцінювати ефективність функціонування системи в заздалегідь вибраному сенсі.

5. Параметр оптимізації повинен підкорятися принципу *“колективізму”*, він не повинен зводитися в ранг абсолюту. Він повинен бути ефективним з погляду досягнення кінцевої мети. Ефективність системи оцінюється завжди в цілому. Часто система складається з підсистем, кожна з яких оцінюється своїм локальним параметром оптимізації. При цьому оптимальність кожної з підсистем не виключає можливості загибелі системи в цілому.

6. Параметр оптимізації повинен бути *ефективний в статистичному сенсі*. З декількох параметрів оптимізації найбільш ефективний той, який визначається з можливою найбільшою точністю. Якщо ця точність недостатня, доводиться звертатися до збільшення числа дослідів.

7. Параметр оптимізації повинен задовольняти вимозі *універсальності або повноти*. Під універсальністю параметра оптимізації розуміється його здатність всебічно характеризувати об'єкт.

Наприклад, технологічні параметри в загальному сенсі не враховують економіку. Цей недолік усувається підрозділом області визначення технологічних параметрів оптимізації по квалітетам, визначуваним за ранговим принципом: десятибальній системі з урахуванням рівня виробництва. У свою чергу технологічні допуски розділяються по трьох рівнях точності:

- економічний рівень – 9-10 квалітет;
- виробничий рівень – 6-8 квалітет;
- технічний рівень – 4-5 квалітет.

8. Бажано, щоб параметр оптимізації мав *фізичний сенс, був простим і легко обчислюваним*.

Для простоти доцільно нормувати параметр оптимізації з тим, щоб він приймав значення від нуля до одиниці.

Вибрати параметр оптимізації, що задовольняє всім вимогам практично неможливо. Вимоги частіше використовуються для порівняння декількох можливих параметрів оптимізації і вибору, що найбільш відповідає даним вимогам.

### **Розробка плану-програми експерименту**



План-програма включає найменування теми дослідження, робочу гіпотезу, методика експерименту, перелік необхідних матеріалів, приладів, установок, список виконавців експерименту, календарний план робіт і кошторис на виконання експерименту. У ряді випадків включають роботи по конструюванню і виготовленню приладів, апаратів, пристосувань, методичне їх обстеження, а також програми дослідних робіт на заводах, будівництві і т.п.

Оснoву плану-програми складає методика експерименту. Методика є систему прийомів або способів для послідовного найбільш ефективного експериментального дослідження, і включає: мету і задачі експерименту; вибір варіюючих факторів; обґрунтування засобів і потрібної кількості вимірювань; опис проведення експерименту, обґрунтування способів обробки і аналізу результатів експерименту.

*Визначення мети і задачі експерименту* – один з найбільш важливих етапів. На основі аналізу інформації, гіпотези і теоретичних розробок обґрунтовують мету і задачі експерименту. Вся наукова інформація дозволяє в тому або іншому ступені судити про очікувані закономірності процесу, що вивчається, а, отже, і визначити задачі експерименту. Чітко, конкретно обґрунтовані задачі – це великий вклад в їх рішення. Кількість задач не повинна бути дуже великою (3-4 задачі), у великому дослідженні їх може бути 8-10.

*Вибір варіюючих факторів* – це встановлення основних і другорядних характеристик, що впливають на досліджуваний процес. Спочатку аналізують розрахункові (теоретичні) схеми процесу. На основі цього класифікують всі фактори і складають з них ряд, що убуває по важливості, для даного експерименту. Правильний вибір основних і другорядних факторів грає важливу роль в ефективності експерименту, оскільки експеримент зводиться до знаходження залежностей між цими факторами. В окремих випадках важко відразу виявити роль основних і другорядних факторів. При цьому необхідно виконати невеликий за об'ємом попередній пошуковий дослід.

Основним принципом встановлення ступеня важливості характеристики є її роль в досліджуваному процесі. Для цього вивчають процес залежно від якоїсь однієї змінної при решті постійних. Такий принцип проведення експерименту виправдовує себе тільки в тих випадках, коли змінних характеристик мало (1-3). Якщо ж змінних величин багато, доцільний принцип *багатофакторного аналізу*.

*Обґрунтування засобів вимірювань* – це вибір необхідних для спостережень і вимірювань приладів, устаткування, машин, апаратів і ін. Експериментатор повинен бути добре ознайомлений з вимірю-

вальною апаратурою, що випускається в країні. Щорічно видаються каталоги на засоби вимірювання, по яких можна замовити ті, що випускаються вітчизняним приладобудуванням ті або інші засоби вимірювань. В першу чергу використовують стандартні машини і прилади, що серійно випускаються, робота на яких регламентується інструкціями, ГОСТами і іншими офіційними документами.

Дуже відповідальною частиною є встановлення точності вимірювань і погрішностей. Методи вимірювань повинні базуватися на законах спеціальної науки – метрології, що вивчає засоби і методи вимірювань.

При експериментальному дослідженні одного і того ж процесу (спостереження і вимірювання) повторні відліки на приладах, як правило, не однакові. Відхилення пояснюються різними причинами – неоднорідністю властивостей тіла (грунт, матеріал, конструкція і т.д.), що вивчається, недосконалістю приладів і класом їх точності, суб'єктивними особливостями експериментатора і ін. Чим більше випадкових факторів, що впливають на дослід, тим більше відхилення окремих вимірювань від середнього значення. Це вимагає повторних вимірювань, отже, необхідно знати їх потрібну мінімальну кількість. Під потрібною мінімальною кількістю вимірювань розуміють таку їх кількість, яка в даному досліді забезпечує стійке середнє значення вимірюваної величини, що задовольняє заданому ступеню точності. Встановлення потрібної мінімальної кількості вимірювань має велике значення, оскільки забезпечує отримання найбільш об'єктивних результатів при мінімальних витратах часу і засобів.

*У методиці* детально проєктують процес проведення експерименту. На початку складають послідовність (черговість) проведення операцій вимірювань і спостережень. Потім ретельно описують кожну операцію окремо з урахуванням вибраних засобів для проведення експерименту. Велику увагу приділяють методам контролю якості операцій, що забезпечують при мінімальній (раніше встановленому) кількості вимірювань високу надійність і задану точність. Розробляють форми журналів для запису результатів спостережень і вимірювань.

Важливим розділом методики є вибір методів обробки і аналізу експериментальних даних. Обробка даних зводиться до систематизації всіх цифр, класифікації, аналізу. Результати експериментів повинні бути зведені в легкі для читання форми запису – таблиці, графіки, формули, номограми, що дозволяють швидко співставляти одержані результати.

Особлива увага в методиці повинна бути приділена математичним методам обробки і аналізу дослідних даних – встановленню емпіричних залежностей, апроксимації зв'язків між варійованими характеристиками, знаходженню критеріїв і довірчих інтервалів і ін. Далі визначають об'єм і трудомісткість експериментальних досліджень, які залежать від глибини теоретичних розробок, ступеня точності прийнятих засобів вимірювань. Чим чітко сформульована теоретична частина дослідження, тим менше об'єм експерименту. Можливі три випадки проведення експерименту.

1. Теоретично одержана аналітична залежність, яка однозначно визначає досліджуваний процес. Наприклад  $y = 3e^{-2x}$ . В цьому випадку об'єм експерименту для підтвердження даної залежності мінімальний, оскільки функція однозначно визначається експериментальними даними.

2. Теоретичним шляхом встановлений тільки характер залежності. Наприклад  $y = ae^{-bx}$ . В цьому випадку задано сімейство кривих. Експериментальним шляхом необхідно визначити  $a$  і  $b$ . При цьому об'єм експерименту зростає.

3. Теоретично не вдалося одержати яких-небудь залежностей. Розроблені тільки припущення про якісні закономірності процесу. У багатьох випадках доцільний пошуковий експеримент. Об'єм експериментальних робіт зростає. Тут доречний метод математичного планування експерименту.

### **Контрольні питання**

1. Що таке *планування експерименту*?
2. Сформулюйте етапи планування.
3. Основна ціль планування.
4. Що таке *експеримент*?
5. Що означає *фізичний* і *модельний* експеримент?
6. Визначення об'єкту вишукування.
7. Техніка планування експерименту.
8. Які задачі вирішує планування експерименту?
9. Що таке *математична модель*?
10. Що таке *параметр оптимізації*?
11. Вимоги до параметру оптимізації.
12. Що включає план-програма експерименту?
13. З чого складається методика експерименту?
14. Три випадки проведення експерименту.

## Практичне заняття № 2. Загальні відомості про помилки вимірювань

**Ціль работ:** Освоїти операції з наближеними числами. Вивчити способи визначення помилок вимірювання і міри точності.

### Теоретичні пояснення:

**Погрішність** – кількісна характеристика неоднозначності результату вимірювання. Її оцінюють виходячи зі всієї інформації, накопиченої при підготовці і виконанні вимірювань. Цю інформацію обробляють для сумісного визначення остаточного результату вимірювання і його погрішності. Остаточний результат не можна розцінювати як "дійсне значення" вимірюваної фізичної величини, оскільки в цьому немає сенсу із-за наявності погрішності.

Погрішність може бути виражена в одиницях вимірюваної величини  $x$ . У такому разі вона позначається  $\Delta x$  і носить назву **абсолютної погрішності**. Проте абсолютна погрішність не відображає якості вимірювань: наприклад, абсолютна погрішність 1 мм при вимірюванні розмірів приміщення свідчить про високу якість вимірювання, та ж погрішність абсолютно неприйнятна при вимірюванні діаметру тонкого дроту.

Критерієм якості вимірювання є відношення абсолютної погрішності до остаточного результату вимірювання

$$\delta x = \frac{\Delta x}{x} .$$

Це відношення безрозмірне. Величину  $\delta x$  називають **відносною погрішністю** і використовують як в абсолютному, так і в відсотковому вираженні. Високій точності вимірювання відповідає мале значення відносної погрішності.

Основні типи погрішностей:

- **Промахи або грубі погрішності** – виникають унаслідок несправності вимірювальних приладів або помилок в експерименті, зроблених через неувагу.

- **Приладова погрішність** – систематична погрішність, присутня в результатах вимірювань, виконаних за допомогою будь-якого вимірювального приладу. Приладова погрішність, як правило, невідома і не може бути врахована. Її можна оцінити тільки шляхом порівняння показань приладу з показаннями іншого, точнішого. Іноді результати спеціально проведеного порівняння приводять в паспорті приладу, проте частіше вказують максимально можливу погрішність для приладів даного типу.

- **Модельна погрішність.** У основу будь-якого експериментального дослідження, зв'язаного з вимірюваннями, закладена модель. Модель містить фізичний опис досліджуваного об'єкту або процесу, який дозволяє скласти його математичний опис, а саме, набір функціональних співвідношень, що включають фізичні величини. Невірно побудована модель, в якій не знайшли відображення якісь важливі процеси або фактори, що впливають на результат вимірювань, також приводить до невідповідностей. Як наслідок, вимірювані в експерименті величини, що обчислюються за отриманими з моделі робочими формулами, містять погрішності, які носять назву модельних погрішностей. До розряду модельних може бути віднесена погрішність зважування на важельних вагах. Згідно закону Архімеда вага тіла і гирь зменшується через дію виштовхуючої сили повітря. Нагадаємо, що вага 1 м<sup>3</sup> повітря рівна приблизно 10Н. Для того, щоб правильно знайти масу зважуваного тіла, знову ж таки, потрібно ввести поправки на втрату ваги гирями і самим тілом.

- **Випадкові погрішності** – при повторних вимірюваннях погрішності цього типу показують свою випадкову природу. Виникають вони внаслідок безлічі причин, спільна дія яких на кожне окреме вимірювання неможливо врахувати або наперед встановити. Такими причинами можуть виявитися, наприклад, незначні коливання температури різних деталей і вузлів установки, скачки напруги, вібрації, турбулентні рухи повітря, тертя в механізмах, помилки прочитування показань приладів і т.п. Єдино можливий спосіб об'єктивного обліку випадкових погрішностей полягає у визначенні їх статистичних закономірностей, що виявляються в результатах багатократних вимірювань. Розраховані статистичні оцінки вносять в остаточний результат вимірювання.

Однією з грубих помилок, які допускають студенти, є знаходження погрішності вимірювання як

$$\Delta x = x_{\text{експеримент}} - x_{\text{таблиця}}$$

де  $x_{\text{експеримент}}$  – набутого в процесі експерименту середнього значення величини;  $x_{\text{таблиця}}$  – значення, узяті з довідника або розраховані виходячи з теоретичних уявлень.

Метою експерименту є саме перевірка існуючих теорій і уточнення табличних значень.

З іншого боку, при виконанні учбових лабораторних робіт корисно порівняти отримані результати з довідковими табличними величинами і, у разі значної їх розбіжності, проаналізувати, які експериментальні фактори і модельні погрішності могли привести до цього.

**Операції з наближеними числами.  
Помилки вимірювання і міри точності**

Майже всі вимірювання і математичні операції дають наближені значення шуканих величин. Складові наближеного числа можуть бути *вірними, сумнівними і невірними*.

*Постулати:*

1. Якщо погрішність числа не вказана, то його абсолютна погрішність рівна половині одиниці розряду останньої цифри.
2. Розряд старшої цифри погрішності показує розряд сумнівної цифри в числі.
3. У якості значущих цифр можуть бути тільки вірні і сумнівні цифри.
4. Якщо погрішність числа не вказана - всі цифри значущі.
5. Під значущими цифрами числа розуміють послідовність цифр без урахування місця коми, а для чисел менше одиниці – без урахування нуля перед комою і подальших нулів (табл. 1.1).

Таблиця 1.1

Результат	Число значущих цифр	Граничні значення помилки	$\Delta x$	Максимальна помилка $(\Delta x/x_i) \cdot 100\%$
3	1	2,5-3,5	0,5	16,7
3,5	2	3,45-3,55	0,05	1,4
3,55	3	3,545-3,555	0,005	0,14

Враховуючи, що інженерні розрахунки припускаються помилки 2-5%, то недоцільно видавати результати з більш ніж двома значущими цифрами.

1	...	...	0,5	50%
1,5	...	...	0,05	3,3%
1,55	...	...	0,005	0,3%
0,1	...	...	0,05	50%
0,15	...	...	0,005	3,3%
0,155	...	...	0,0005	0,3%

**Приклад 1.1.** Число  $216,8 + 2,3$  слід записувати як  $216 + 2,3$ , а цифру 8 відкинути як невірну, бо тут вже цифра 6 є сумнівною.

*Округлення* слід проводити до найближчого *парного* числа, причому при округленні відкидають всі цифри, що стоять праворуч від розряду, до якого проводиться округлення. Останню цифру, що залишилася, збільшують на одиницю, якщо найближча відкидана цифра рівна і більше 5, або не змінюють, якщо вона менше 5. Якщо ж відкидають тільки одну цифру 5 (або після неї йдуть нулі), *то останню цифру, що залишається, збільшують на одиницю, якщо вона непарна*, і залишають без зміни, якщо вона *парна*.

**Приклад 1.2.** До округлення: 5,825; 5,784; 5,500; 6,500.

Після округлення: 5,8; 5,8; 6,0; 6,0.

6. Округляти слід тільки кінцевий результат при ланцюжкових розрахунках на мікрокалькуляторах.

*Складання і віднімання.* Вважається, що розряд сумнівної цифри суми співпадає із старшим розрядом сумнівних цифр доданків, тому сума округляється до цього розряду. (Для більшої упевненості в доданках залиште один зайвий розряд).

**Приклад 1.3.** Дані числа:  $1,13777 \cdot 10^4$ ;  $2,7077 \cdot 10^2$ ;  $-1,1677 \cdot 10^3$ .  
Останні цифри сумнівні. Потрібно визначити суму.

*Рішення:*  $(113,7 + 2,7 - 11,6) \cdot 10^2 = 104,8 \cdot 10^2 = 1,048 \cdot 10^4$ .

Тут 8 – сумнівна цифра.

7. При множенні і діленні початкові дані доцільно округляти до кількості значущих цифр, що містяться в числі з найменшою їх кількістю.

#### **Приклад 1.4.**

1. Помножити числа 8831 і 0,024, останні цифри сумнівні:

$$8,831 \cdot 10^3 \cdot 2,4 \cdot 10^{-2} = 2,1 \cdot 10^2.$$

Оскільки при множенні невірної цифри на вірну виходить невірна, а при множенні сумнівної на вірну вже сумнівна, то доцільно провести округлення до цієї цифри.

2. Розділити 67 на 0,375. Останні цифри цих чисел сумнівні:

$$\frac{6,7 \cdot 10^1}{3,75 \cdot 10^{-1}} = 1,787 \cdot 10^2 \approx (1,8 \cdot 10^2).$$

В цьому випадку старшою сумнівною цифрою результату ділення є перша цифра після коми. Тому правильніше буде запис, що стоїть в дужках.

Звичайно, якщо перемножуються або діляться два числа, кожне з яких характеризується *n* значущими або точними цифрами, то

слід враховувати максимум  $(n - 1)$  значущих цифр в кінцевому результаті.

**Приклад 1.5.** Розрахуйте площу прямокутника із сторонами 28,23 і 12,59 см.

*Рішення:* Відповідь  $28,23 \cdot 12,59 = 355,42 \text{ см}^2$  невірний, оскільки дійсне значення може знаходитися між  $28,225 \cdot 12,585 = 355,21 \text{ см}^2$  і  $28,235 \cdot 12,595 = 355,62 \text{ см}^2$ .

Таким чином, шукана площа рівна  $355,4 \pm 0,2 \text{ см}^2$ .

При використанні наближених чисел ведуть два паралельні розрахунки: один – з граничними значеннями, що приводять до мінімуму, а інший – до максимуму.

**Приклад 1.6.** Дано два значення:  $50 \pm 3$  і  $30 \pm 2$ . Визначити величину відносної помилки складання, різниці, множення і ділення.

1. *Складання.* Дійсне значення лежить між  $47 + 28 = 75$  і  $53 + 32 = 85$ . Відносна помилка суми рівна  $(85 - 75) / (85 + 75) = 10 / 160 = 0,0625$  (6,25%).

2. *Віднімання.* Дійсне значення лежить між  $47 - 32 = 15$  і  $53 - 28 = 25$  ("перехресне" віднімання, тобто максимальне значення одного числа віднімається з мінімального значення іншого і мінімальне значення одного числа - з максимального значення іншого).

Відносна помилка різниці рівна

$$(25 - 15) / (25 + 15) = 10 / 40 = 0,25 (\pm 25\%).$$

3. *Множення.* Дійсне значення лежить в межах від  $47 \cdot 28 = 1316$  до  $53 \cdot 32 = 1696$ . Відносна помилка добутку рівна

$$\frac{1316 - 50 \cdot 30}{50 \cdot 30} = \frac{1316 - 1500}{1500} = \frac{-184}{1500} = -0,123 (-12,3\%);$$

$$\frac{1696 - 50 \cdot 30}{50 \cdot 30} = \frac{196}{1500} = 0,131 (13,1\%).$$

4. *Ділення.* Дійсне значення лежить між  $47 / 32 = 1,469$  і  $53 / 28 = 1,893$  ("перехресне" ділення). Відносна помилка частного

$$\frac{1,469 - 50/30}{50/30} = \frac{1,469 - 1,667}{1,667} = -0,119 (-11,9\%);$$

$$\frac{1,893 - 50/30}{50/30} = 0,136 (13,6\%).$$

Таким чином, зі всіх арифметичних операцій найбільшу помилку дає віднімання, а мінімальну – складання.



**Приклад 1.7.** Знайти наближену відносну помилку добутку:  $(40 \pm 10\%) \cdot (30 \pm 5\%)$ .

*Рішення:* Згідно формули (1), з [3, табл. 5.2] отримуємо  $(1200 \pm 10\% \pm 5\%)$ , або шукана величина буде рівна  $1200 \pm 15\%$ .

**Приклад 1.8.** Знайти приблизну відносну помилку частного:  $[(500 + 20) \cdot (200 + 15)] / (400 - 20)$ .

*Рішення:* Цьому приватному відповідає  $(500 + 4\%) \cdot (200 + 7,5\%) / (400 - 5\%)$ .

Згідно формулам (1) і (6) з [3, табл. 5.2] приблизна відносна помилка рівна  $4 + 7,5 + 5 = 16,5\%$ .

Таким чином, остаточний результат

$$(500 \cdot 200 / 400) \pm 16,5\% = 250 \pm 16,5\% \text{ або } A \ 250 \pm 41,$$

тобто в межах 209 і 291.

**Приклад 1.9.** Довжина, ширина і висота цеглини рівні  $x_1, x_2, x_3$  см з відносними помилками 0,01. Знайти максимальну абсолютну помилку об'єму.

*Рішення.* Згідно формулі (2) з [3, табл. 5.2] максимальна помилка в об'ємі рівна  $0,01 + 0,01 + 0,01 = 0,03$  (3%). Тоді максимальна абсолютна помилка рівна  $0,03 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$  см<sup>3</sup>.

**Приклад 1.10.** Фізико-хімічний аналіз складу, наприклад води, супроводжується систематичними і випадковими помилками. Таріровою встановлено, що систематична помилка дорівнює 5%. Випадкові помилки підкоряються нормальному закону з середнім квадратичним відхиленням  $\sigma = 15\%$ .

Знайти:

а) імовірність визначення складу води з помилкою, що не перевищує по абсолютній величині 30%;

б) імовірність того, що визначуваний фізико-хімічний склад води не перевершить істинного.

*Рішення:* Щільність імовірності випадкової помилки має вид

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\bar{x} - x_i)}{2 \cdot \sigma^2}\right] = \frac{1}{15\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\bar{x} - 2)}{450}\right].$$

Згідно формулі (5.3.33) з [3] маємо

$$\begin{aligned} P(|x_i| < 30) &= P(-30 < x_i < 30) = \left[ \Phi\left(\frac{30+5}{15}\right) - \Phi\left(\frac{-30+5}{15}\right) \right] = \\ &= [\Phi(2,33) - \Phi(-1,67)]. \end{aligned}$$

Оскільки  $\Phi(-1) = -\Phi(1)$ , то  $P(|x_i| < 30) = [\Phi(2,33) + \Phi(1,67)]$ . З Додатку А знаходимо  $\Phi(2,33) = 0,4901$ ;  $\Phi(1,67) = 0,4525$ .

Тоді  $P(|x_i| < 30) = 0,4901 + 0,4525 = 0,9426$ .

Імовірність того, що визначуваний фізико-хімічний склад води не перевершить істинного

$$P(-\infty < x_i < 0) = [\Phi(0,5) + \Phi(\infty)].$$

Оскільки, з додатку А знаходимо  $\Phi(0,5) = 0,1915$ , звідки  $P(-\infty < x_i < 0) = 0,5 + 0,1915 = 0,6915$ .

*Висновок:* Імовірність виконання умови (а) цього завдання рівна  $\approx 94,3\%$ , а умови (б) -  $\approx 69,2\%$ .

### **Методи виключення грубих помилок**

Груба помилка може привести до появи як значення, що різко виділяється, так і значення, візуально не відмітного від основної маси спостережень. Ці помилки звичайно особливо добре помітні при розташуванні результатів розрахунків або експериментів у порядку убуття значень або при побудові графіків ("відскок крапок").

Статистичні методи виявлення грубих помилок слід застосовувати лише тоді, коли додаткова інформація про якість вимірювань *або неповна, або ненадійна*.

У будь-якому випадку до виключення "підозрілих" значень з вибірки потрібно підходити з особливою обережністю.

*Метод виключення при відомій  $\sigma$ .* Нехай ми маємо вибірку  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , в якій є підозріле значення  $x^*$ . Алгоритм перевірки може бути наступним:

1. Підрахуємо середнє арифметичне значення  $\bar{x}_0$  по формулі

$$\bar{x}_0 = \sum_{i=1}^n x_i / n \quad (1.1)$$

і середню квадратичну погрішність  $\sigma$  з виразу

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2, \quad \sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad (1.2)$$

виключивши з цих розрахунків значення  $x^*$ .

2. Знайдемо відношення

$$t = \left| x^* - \bar{x} \right| / \left( \sigma \sqrt{(n+1)/n} \right). \quad (1.3)$$

3. Визначимо по таблицях вірогідність  $1 - 2\Phi(t)$  (додатки А і В).

4. Якщо виконується умова

$$1 - 2\Phi(t) < q, \quad (1.4)$$

то вважається, що значення  $x^*$  підлягає вибраковуванню. Тут  $q$  – прийнятий в розрахунках рівень значущості, а  $n$  – об'єм вибірки. У інженерних розрахунках звичайно приймається рівень значущості: 0,1; 1,0; 5,0 %.

Вважають, що значення  $x^*$  містить грубу помилку з надійністю виведення  $P = 1 - q$ . Значення  $t = t(P)$ , для якого  $1 - 2\Phi(t) = q$  і, значить,  $2\Phi(t) = P$ , називається *критичним значенням* відношення (1.1.3) при надійності  $P$ .

**Приклад 1.11.** Якщо  $q = 0,01$  (1% рівень), то  $P = 99$  %, критичне значення  $t = t(P) = 2,576$  (див. додаток В). Якщо відношення (1.1.3) буде більше 2,576, то значення  $x^*$ , що "вискакує", можна бракувати з надійністю висновку 0,99 (99%).

**Приклад 1.12.** У вибірці з 1000 результатів незалежних вимірювань з середньою квадратичною помилкою  $\sigma = 14,2$  виявлене одне значення  $x^*$ , що "вискакує" = 120,2. Середнє з інших 1000 – 1 = 999 результатів  $\bar{x} = 84,5$ . Чи можна вважати, що значення, що "вискакує", містить грубу помилку і його потрібно виключити з подальших розглядів.

*Рішення:* З відношення (1.3) маємо

$$t = |84,5 - 120,2| / (14,2 \sqrt{1001/1000}) \approx 2,50.$$

За додатком В для  $t = 2,5$  оцінюємо вірогідність  $1 - 2\Phi(t) = 0,01242 < 0,013$ . Отже, з надійністю виведення  $P > 0,987$  (98,7%) можна рахувати, що значення  $x^* = 120,2$  слід виключити. Якщо ж Вас задовольняє тільки велика надійність (наприклад,  $P = 99\%$ ), то виключати  $x^*$  з подальшого розгляду не можна.

*Виключення помилок при невідомій  $\sigma$ .* Якщо величина  $\sigma$  невідома наперед, то вона спочатку оцінюється приблизно за наслідками вимірювань [3, п. 5.4.10]. У подібному випадку замість  $\sigma$  використовують *емпіричний стандарт*

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (1.5)$$

Перевірку починають з визначення відношення

$$t(x^*) = \left| x^* - \bar{x} \right| / S. \quad (1.6)$$

Далі можливі варіанти:

1. Якщо

$$t(x^*) < 2/(3\sqrt{q}) = K, \quad (1.7)$$

де  $q$  – заданий рівень значущості, те сумнівне значення  $x^*$  залишають у вибірці.

2. Відношення (1.6) порівнюють з критичним значенням  $tn(P)$  з додатку С. Якщо при даному числі  $n$  прийнятних значень відношення (1.1.6) опиниться між двома критичними значеннями при надійності  $P_1$  і  $P_2$  ( $P_2 > P_1$ ), то з надійністю висновку більше за  $P_1$  можна вважати, що значення, що "вискакує", містить грубу помилку.

3. Згідно методики "вибраковування" по критерію Смірнова-Грabbса, якщо невідомі  $a$  та  $\sigma$ , то можна скористатися величиною:

$$\bar{T}^* = |x^* - \bar{x}| / S^*, \quad (1.8)$$

де

$$S^* = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (1.9)$$

Потім по наперед заданому рівню значущості  $q$  в Додатку D знаходимо критичне значення  $C_q$ , що відповідає числу спостережень  $n$ . Якщо  $\bar{T}^* > C_q$ , то сумнівне значення  $x^*$  значущо відхиляється від середнього  $x$  і може бути виключено як помилкове.

4. Д.Химмельблау рекомендує спостереження  $x^*$  відкидати, якщо виконується нерівність:

$$|x^* - \bar{x}| / S^* > C, \quad (1.10)$$

де  $C$  – константа, яка знаходиться через  $t$ -критерій Ст'юдента (додаток E) по виразу:

$$\left[ \frac{n \cdot C^2 (k + k_0 - 1)}{k [k + k_0 - (n \cdot C^2) / k]} \right]^{1/2} \approx t_{q=0.05}^{k+k_0-1}, \quad (1.11)$$

де  $k = n - 1$  – число мір свободи оцінки дисперсії  $S^2$ ;  $k_0$  – будь-яке число додаткових мір свободи (звичайно  $k_0 = 0$ ).

Оцінка може проводитися багато разів. Середнє квадратичне відхилення  $S$  розраховується кожного разу по вибірці, що залишилась.

**Приклад 1.13.** Є дані вибірових спостережень за тривалістю повного осадження забруднень в судинах Лисенко. Тривалість окремих дослідів склала, хвил.:

10, 11, 11, 12, 12, 13, 13, 13, 14, 20.

Сумнівним здається останній результат  $x_{10} = 20$ . Чи є підстави його виключити? Перевіримо.

Варіант 1.

$$\bar{x} = \frac{10+11 \cdot 2+12 \cdot 2+13 \cdot 3+14}{9} = 12,1;$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{9-1} \sum_{i=1}^n (x_i - 12,1)^2} \approx 1,27;$$

$$t = (20 - 12,1)^2 / 1,27 = 6,22.$$

Приймаємо рівень значущості  $q = 0,05$ . Тоді по формулі (1.7) маємо

$$K = 2 / (3\sqrt{q}) = 2 / (3\sqrt{0,05}) = 2,98.$$

Умова (1.7) не виконується. Значить, за цим способом значення  $x^* = 20$  не залишається у вибірці.

Варіант 2. За додатком С критичне значення  $t_n(P)$  для  $n = 10$  навіть при  $P = 0,999$  рівняється 5,01, тобто  $t = 6,22 > t_n(0,999) = 5,01$ , та ми маємо право виключити значення  $x^* = 20$  з виборки. З Додатку С слідує, що це значення можна було б не виключати тільки при  $n = 7$  та  $P = 0,999$ , де  $t_7(0,999) = 6,37$ .

Варіант 3. При тих же умовах вибравка за критерієм Смірнова-Граббса показує:

- середня величина, що розрахована за формулою

$$\bar{x} = \frac{1}{10} \sum_1^{10} x_i = 12,9;$$

• оцінка середньоквадратичного відхилення  $S^*$  за формулою (1.9) рівняється 2,62;

- за формулою (1.8)  $T^* = (20,0 - 12,9) / 2,62 = 2,71$ ;

• за додатком D навіть при рівні значущості  $q = 0,025$  та  $n = 10$   $C_{0,025} = 2,414 < T^* = 2,71$ .

Таким чином, гіпотеза про однорідність вишукуваного ряду відхиляється та останнє значення  $x^* = 20$  можна вважати нетипічним.

Для остаточної обробки цього ряду розрахуємо нові значення середньої величини

$$\bar{x} = \frac{1}{9} \sum_1^9 x_i = 12,1$$

та оцінку середньоквадратичного відхилення  $S$ , але вже за формулою:

$$S = \sqrt{\frac{1}{9-1} \sum_1^9 (x_i - \bar{x})^2} \approx 1,27.$$

*Варіант 4.* З розрахунку за варіантом 1 маємо, що  $\bar{x} = 12,1$ , а оцінка дисперсії за дев'ятьма значеннями, що залишилися, буде рівна  $S = 1,27$ .

Для рівня значущості  $q = 0,05$ ,  $n = 9$ ,  $k = 9 - 1 = 8$  за Додатком Е маємо  $t = 2,31$ . Тоді за формулою (1.11) маємо:

$$\left[ \frac{9 \cdot C^2 (8+0-1)}{8[8+0-(9 \cdot C^2)/8]} \right]^{1/2} \approx 2,31^{(8+0-1)}.$$

Методом проб та помилок отримуємо  $C \approx 2,849$ .

Рішення рівняння (1.11) методом підстановки трудомістко. Відповідні алгебраїчні перетворення приводять (1.11) до виду

$$C = \left\{ \frac{(k^2 + k \cdot k_0) \cdot t_q^{2(k+k_0-1)}}{n[k + k_0 - 1 + t_q^{2(k+k_0-1)}]} \right\}^{1/2}$$

або при  $k_0 = 0$

$$C = \left\{ \frac{k^2 \cdot t_q^{2(k-1)}}{n[k - 1 + t_q^{2(k-1)}]} \right\}^{1/2}. \quad (1.12)$$

Для наших умов за формулою (1.12)  $C \approx 2,846$ . Тоді, згідно оцінки (1.10),  $\frac{20,0 - 12,1}{1,27} = 4,89 > C = 2,846$ , тому спостереження  $x_{10} = 20$  можна виключити з подальших розрахунків.

### ***Контрольні питання***

1. Що таке *погрішність вимірювання*?
2. Чим абсолютна погрішність відрізняється від відносної?
3. Що таке приладова (систематична) погрішність?
4. Що таке модельна погрішність?
5. Що таке випадкова погрішність і які причини приводять до її появи?
6. Операції з наближеними числами.
7. Помилки вимірювання і міри точності.
8. Методи виключення грубих помилок.

### **Практичне заняття № 3.**

#### ***Програмні системи обробки даних. Аналіз теоретико-експериментальних досліджень та формулювання висновків і пропозицій. Складання звітів з науково-дослідної роботи***

**Ціль роботи:** Розглянути які існують програмні системи обробки даних. Освоїти аналіз теоретико-експериментальних досліджень та правила складання звітів з науково-дослідної роботи.

#### **Теоретичні пояснення:**

##### **Програмні системи обробки даних**

Серед математичного програмного забезпечення обробки інформації слід виділити широко поширені програмні продукти MS Excel, Statistica, Mathematica, MatLab і ін. Дамо коротку характеристику цих пакетів, що мають важливе значення при проведенні математичного моделювання і обробці виміральної інформації, одержаної під час фізичних експериментів.

Програма Microsoft Excel є програмним засобом для роботи з таблицями даних, що дозволяє упорядковувати, аналізувати і графічно представляти різні види даних. Клас програм, використовуваних для цієї мети, називається електронними таблицями або табличними процесорами.

Застосування електронних таблиць спрощує роботу з даними і дозволяє одержати результати без проведення розрахунків вручну або спеціального програмування. У науково-технічних завданнях електронні таблиці можна використовувати ефективно, наприклад, для:

- проведення однотипних розрахунків над великими наборами даних;
- автоматизації підсумкових обчислень;
- рішення задач шляхом підбору значень параметрів, табуляції формул;
- обробки результатів експериментів;
- проведення пошуку оптимальних значень параметрів;
- підготовки табличних документів;
- побудови діаграм і графіків за наявними даними.

Програма статистичної обробки даних Statistica розрахована на середовище Windows, хоча є версії для середовища DOS. Основними завданнями пакету є первинний аналіз даних, регресійний аналіз, дискримінантний і кластерний аналіз. Особливості програм

полягають в розвитку графічних засобів представлення інформації, а також засобів роботи з графіками – масштабування, вибір кольору зображення, об'єднання різних графіків, додавання тексту, рисунків. Звичайною практикою стало застосування в цьому пакеті вбудованих мов програмування. Вбудована мова програмування BASIC має обчислювальні процедури, що настроюються, з подальшою їх оптимізацією для підвищення продуктивності програми. За допомогою цих мов можна розширювати можливості системи, задаючи різні напрями обробки даних. В результаті досягається гнучкість системи, що дозволяє настроювати її на рішення складних задач.

Пакет Statistica розроблений фірмою StatSoft Inc.(США). Перша версія системи реалізована для DOS в 1991 р. У 1992 р. вийшла версія Statistica для Macintosh, в 1994 р. для Windows. Останні версії системи реалізовані на основі сучасних технологій об'єктно-орієнтованого програмування і підтримують багатодокументальний інтерфейс MDI, динамічна зовнішність даних DDE, підтримку зв'язування і впровадження об'єктів OLE і ін. В даний час фірма StatSoft готує до випуску ряд нових програмних продуктів. Серед них слід виділити кошти розробки, орієнтовані на користувачів, які розробляють власні процедури і методи обробки даних. Такі програми передбачається супроводжувати об'єктно-орієнтованими засобами для макропрограмування графічних, математичних і статистичних процедур.



Інший відомий пакет Mathematica реалізований для різних комп'ютерів – сумісних з IBM PC, Macintosh, робочих станцій Next і Sun, а також супер-EOM Gray. Пакет Mathematica відноситься до комп'ютерних систем символічної математики. Ця особливість дозволяє одержувати рішення не тільки для конкретних даних, але і в загальному вигляді. Пакет орієнтований

на науковців і математиків-аналітиків. Він включає великий набір обчислювальних методів і алгоритмів, має сучасний інтерфейс. Пакет розроблений фірмою Wolfram Research Ltd.(США). Перша версія пакету вийшла в 1998 р. Програмний пакет відноситься до інтерпретуючих систем, що реалізують аналіз і інтерпретацію даних. Обчислювальне середовище дозволяє користувачу самому додавати нові функціональні можливості, що забезпечує адаптацію системи під різні специфічні завдання. Вдосконалення цього програмного



продукту ведеться у напрямі розробки універсального ядра системи, що забезпечує роботу на різних обчислювальних платформах.

Ще одним могутнім математичним інструментарієм є пакет MatLab (Matrix Laboratory). Пакет призначений для математичного моделювання і забезпечує проведення досліджень в багатьох областях науково-технічних додатків. Структура пакету дозволяє ефективно поєднувати різні підходи до створення математичних моделей, включаючи аналітичний і імітаційний. У основі імітаційного моделювання покладений статистичний експеримент (метод Монте-Карло). У пакет вбудована мова об'єктно-орієнтованого програмування. Близько 30 інструментальних додатків пакету дозволяють забезпечувати рішення диференціальних і алгебри рівнянь, інтегральне обчислення, символічні обчислення і ін. Окрім стандартного набору математичних функцій пакет містить також і нетрадиційні алгоритми – засоби цифрової обробки зображень, пошуку рішень на основі нечіткої логіки, апарат побудови і аналізу нейронних мереж. MatLab може працювати з операційними системами Windows, UNIX, MacOS.

Черговим лідером на ринку математичних пакетів є MathCad. Цей програмний продукт також як і Mathematica є інтерпретуючою системою. Пакет орієнтований на рішення різноманітних задач аналізу і інтерпретації інформації. Серед цих завдань слід виділити рішення окремих рівнянь алгебри (лінійних і нелінійних) і їх систем, звичайних диференціальних рівнянь і їх систем, диференціальних рівнянь в приватних похідних, статистичну обробку даних (інтерполяцію, екстраполяцію, апроксимацію і ін.), роботу з векторами і матрицями, пошук екстремуму функціональних залежностей. У систему інтегровані засоби символічної математики, що забезпечує чисельне і аналітичне рішення різних задач. Програма доповнена об'ємним довідковим матеріалом. Керівництво включає не тільки рекомендації про порядок роботи з програмною системою, але і інформацію по основах математики, фізико-математичних формулах і константах.

В даний час ринок програмних систем у області фізико-математичних додатків продовжує рости. Нові програмні пакети розробляються на основі комп'ютерних технологій, що інтенсивно розвиваються, з використанням досягнень сучасних методів досліджень. В результаті створюються програмні засоби, здатні вирішувати складні задачі науково-технічних додатків.

При вивченні даного курсу для обробки статистичних даних ми використовуватимемо програму MS Excel.

**Аналіз теоретико-експериментальних досліджень та  
формулювання висновків і пропозицій.  
Складання звітів з науково-дослідної роботи**

Основою спільного аналізу теоретичних і експериментальних досліджень є зіставлення висунутої робочої гіпотези з дослідними даними спостережень.

Теоретичні і експериментальні дані порівнюють методом зіставлення відповідних графіків. Критеріями зіставлення можуть бути мінімальні, середні і максимальні відхилення експериментальних результатів від даних, встановлених розрахунком на основі теоретичних залежностей. Можливо також обчислення середньоквадратичного відхилення і дисперсії. Проте найбільш достовірними слід вважати критерії адекватності відповідності теоретичних залежностей експериментальним.

В результаті теоретико-експериментального аналізу можуть виникнути три випадки.

1. Встановлено повний або достатньо добрий збіг робочої гіпотези, теоретичних передумов з результатами досліджу.

При цьому додатково групують одержаний матеріал досліджень так, щоб з нього витікали основні положення розробленої раніше робочої гіпотези, внаслідок чого остання перетворюється на доведене теоретичне положення, в теорію.

2. Експериментальні дані лише частково підтверджують положення робочої гіпотези і в тій або іншій її частині суперечать їй. В цьому випадку робочу гіпотезу змінюють і переробляють так, щоб вона якнайповніше відповідала результатам експерименту. Найчастіше проводять додаткові експерименти коректувань з метою підтвердити зміни робочої гіпотези, після чого вона також перетворюється на теорію.

3. Робоча гіпотеза не підтверджується експериментом. Тоді її критично аналізують і повністю переглядають. Потім проводять нові експериментальні дослідження з урахуванням нової робочої гіпотези. Негативні результати наукової роботи, як правило, не є негодящими, вони у багатьох випадках допомагають виробити правильні уявлення про об'єкти, явища і процеси.

Після виконаного аналізу ухвалюють остаточне рішення, яке формулюють як висновок, виводи або пропозиції. Ця частина роботи вимагає високої кваліфікації, оскільки необхідно стисло, чітко, науково виділити те нове та істотне, що є результатом дослідження, дати йому вичерпну оцінку і визначити шляхи подальших досліджень.

Звичайно по одній темі не рекомендується скласти багато висновків (не більше 5-10). Якщо ж крім основних висновків, що відповідають поставленій меті дослідження, можна зробити ще і інші, то їх формулюють окремо, щоб не затемнити конкретної відповіді на основне завдання теми.

Всі висновки доцільно розділити на дві групи: наукові і виробничі. У наукових висновках необхідно показати, який внесок внесений в науку в результаті виконаних досліджень (нові пропозиції, принципова відмінність тих, що існують, спростування деяких відомих положень і ін.). В ув'язненні потрібно розробити план впровадження закінчених НДР у виробництво і розрахувати очікуваний економічний ефект. При виконанні науково-дослідної роботи піклуються про захист державного пріоритету (першість в рішенні певної наукової або технічної задачі) на винахід або відкриття.

### ***Вимоги до оформлення наукового звіту***

Науковий звіт про проведені дослідження є не менш важливим, чим лабораторний журнал – по ньому інші дослідники зможуть ознайомитися у ваших результатами. Ціль звіту – викласти мету, хід і результати експерименту у вигляді, в якому їх найзручніше зрозуміти і перевірити іншим людям.

Важливою властивістю наукового (і будь-якого) звіту є довіра до нього з боку читачів. Це значить, що в звіті обов'язково слід привести ті експериментальні або статистичні дані, на яких ґрунтуються ваші висновки – при бажанні дослідник може повторити розрахунки і перевірити їх достовірність і адекватність одержаних вами результатам. Природно, що вони повинні бути повністю перевірені ще раз перед представленням звіту на суд наукової громадськості (або викладача).

У звіті немає необхідності розповідати всю історію отримання результатів, а також наводити дані експериментів, які відповідають тупиковим гілкам досліджень, або не важливі для результатів, що аноншуються. Проте всі актуальні дані повинні бути приведені, незалежно від того, свідчать вони за або проти представленої теорії. Давайте бути чесними.

При оформленні звіту варто виділяти ті експериментальні дані, результати і ідеї, які одержані іншими дослідниками і лабораторіями. Займатися плагіатом, тобто привласнювати собі авторство, небезпечно – у разі викриття дослідник може вважати свою наукову кар'єру завершеною, а студент – не чекати гарної оцінки (і, можливо, йому доведеться переробляти звіт).

У звіті повинні бути чітко виділені розділи:

- **Назва звіту** – як правило, приводиться на титульній сторінці.
- **Дані про групу дослідників**, що виконали експеримент, і лабораторія (підприємство), в якому він проводився.
- **Мета досліджень** – стисло формулюються основні завдання або необхідність досягнення певних результатів.
- **Експериментальні дані** – по аналогії з лабораторним журналом, необхідно вказувати використовувані матеріали, умови проведення (температура, тиск, напруженість магнітного поля, частота обертання і т.д.), тривалість і інші параметри експерименту, важливі для його відтворення.
- **Теоретичні викладення**, що дозволяють читачам зрозуміти ті модельні функціональні залежності, в рамках яких відбувається інтерпретація експериментальних даних.
- **Обробка експериментальних даних** – представлення даних в графічному (нагляднішому для розуміння вигляді), оцінка параметрів функціональних залежностей, їх погрешностей, статистична перевірка гіпотез про адекватність використовуваних моделей. При використанні програмних пакетів вкажіть їх назву, версію і значення чисельних параметрів, використовуваних при обробці даних.
- **Результати дослідження** – приводяться висновки про підтвердження або спростування даних гіпотез. Слід використовувати дієслова «досліджені», «перевірені», «виміряні» і т.п.
- **Список літератури** – бібліографічні посилання на ті книги і статті, з яких були використані експериментальні дані, результати або ідеї.

Для запису результатів великої кількості однотипних вимірювань зручно використовувати таблиці. З їх допомогою вдається уникнути непотрібного багаторазового запису позначення вимірюваної величини, одиниць вимірювання, використовуваних масштабних коефіцієнтів і т.п. У таблиці, крім експериментальних даних, можуть бути зведені проміжні результати обробки цих даних. У заголовок таблиці заносяться розмірності величин, характерні міри. Таблиці кресляться за допомогою лінійки і олівця (якщо звіт рукописний). У таблиці вказується порядковий номер кожного вимірювання.

Нагляднішими, ніж таблиці, є графіки залежностей досліджуваних фізичних величин. Графіки дають візуальне уявлення про зв'язок між величинами, що у край важливо при інтерпретації одержаних даних, оскільки графічна інформація легко сприймається, викликає більше довіри, володіє значною місткістю. На основі графіка

легше зробити висновок про відповідність теоретичних представлень даним експерименту.

При побудові графіка слід враховувати наступні характеристики:

- **Осі** – графіки, за рідким винятком, будують в прямокутній системі координат, де по горизонтальній осі (осі абсцис) відкладають аргумент, незалежну величину, а по вертикальній осі (осі ординат) – функцію, залежну величину.

- **Масштаб по осях** – чисельне значення фізичної величини, відповідне одиничному відріzkу. Осі необов'язково повинні містити початок координат – звичайно враховують мінімальне і максимальне значення. При необхідності вибирають логарифмічний або подвійний логарифмічний масштаб.

- **Підписи осей** – назва величини, що відкладається, масштабний коефіцієнт.

- **Шкала** – підписи до осей у вигляді числового масштабу, з урахуванням масштабного коефіцієнта. Звичайно вибираються якісь «круглі» числа, з мінімумом знаків після коми.

- **Масштабна сітка** – для зручності визначення величин конкретних точок роблять тонкі вертикальні і горизонтальні лінії, які є продовженнями відміток шкали.

- **Експериментальні точки** – повинні бути чітко видно. Якщо на одному графіку показані декілька залежностей, їх треба виділити точками різного вигляду (кружечки, ромби, квадратики і т.д.).

- **Проведення кривих** – експериментальні точки з'єднують плавною кривою, щоб вони в середньому були однаково розташовані по обидві сторони від проведеної кривої. Якщо відомий математичний опис спостережуваної залежності, то теоретична крива проводиться так само. Правильно побудована крива повинна заповнювати все поле графіка, що буде свідченням правильного вибору масштабів по кожній з осей. Якщо ж значна частина поля виявляється незаповненою, то необхідно заново вибрати масштаби і перебудувати залежність.

- **Погрішності вимірювань** – навколо проставленої експериментальної точки будують два відрізки, паралельні осям абсцис і ординат. У вибраному масштабі довжина кожного відрізка повинна дорівнювати подвоєній погрішності величини, що відкладається по паралельній осі. Центр відрізка повинен приходиться на експериментальну точку.

- **Назва** – під графіком повинно бути приведено його назву, що пояснює, до чого відноситься зображена залежність.

Всі сторінки, таблиці, формули, схеми і графіки повинні бути *пронумеровані* (у порядку використання). На початку звіту звичайно приводять зміст звіту. Якщо таблиці або графіки мають значний розмір і заважають зв'язаному сприйняттю тексту, їх варто винести в *Додатки* і дати на них посилання в тексті.

### ***Контрольні питання***

1. Які програмні продукти для обробки даних експериментів Ви знаєте?
2. Використання програмного пакету Microsoft Office для обробки даних.
3. Що є основою для аналізу теоретико-експериментальних досліджень?
4. Принципи формулювання висновків і пропозицій.
5. Вимоги до складання наукових звітів.
6. Вимоги до оформлення звітів з науково-дослідної роботи.

## ДОДАТКИ

*Додаток А*

Інтеграл ймовірностей  $\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t [\exp(-t^2/2)] \cdot dt$ ,  $\Phi(-t) = -\Phi(t)$

<i>t</i>	Значення $\Phi(t)$ при сотих долях <i>t</i>									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0040	0080	0120	0160	0199	0239	0279	0319	0359
0,1	0398	0438	0478	0517	0557	0596	0636	1675	0714	0753
0,2	0793	0832	0871	0910	0948	0987	1026	1064	1103	1141
0,3	1179	1217	1255	1293	1331	1368	1406	1443	1480	1517
0,4	1554	1591	1628	1664	1700	1736	1772	1808	1844	1879
0,5	1915	1950	1985	2019	2054	2088	2123	2157	2190	2224
0,6	2257	2291	2324	2357	2389	2422	2454	2486	2517	2549
0,7	2580	2611	2642	2673	2703	2734	2764	2794	2823	2852
0,8	2881	2910	2939	2967	2995	3023	3051	3078	3106	3133
0,9	3159	3186	3212	3238	3264	3289	3315	3340	3365	3389
1,0	3413	3437	3461	3485	3508	3531	3554	3577	3599	3621
1,1	3643	3665	3686	3708	3729	3749	3770	3790	3810	3830
1,2	3849	3869	3888	3907	3925	3944	3962	3980	3997	4015
1,3	4032	4049	4066	4082	4099	4115	4131	4147	4162	4177
1,4	4192	4207	4222	4236	4251	4265	4279	4292	4306	4319
1,5	4332	4345	4357	4370	4382	4394	4406	4418	4429	4441
1,6	4452	4463	4474	4484	4495	4505	4515	4525	4535	4545
1,7	4554	4564	4573	4582	4591	4599	4608	4616	4625	4633
1,8	4641	4649	4656	4664	4671	4678	4686	4693	4699	4706
1,9	4713	4719	4726	4732	4738	4744	4750	4756	4761	4767
2,0	4772	4778	4783	4788	4793	4798	4803	4808	4812	4817
2,1	4821	4826	4830	4834	4838	4842	4846	4850	4854	4857
2,2	4861	4864	4868	4871	4875	4878	4881	4884	4887	4890
2,3	4893	4896	4898	4901	4904	4906	4909	4911	4913	4916
2,4	4918	4920	4922	4925	4927	4929	4931	4932	4934	4936

Таблиця допускає лінійну інтерполяцію з помилкою до 10.

*Приклад.* Розрахувати  $\Phi(1,614)$ .

*Рішення:* Беремо з таблиці значення  $\Phi(1,61) = 0,1163$  та  $\Phi(1,62) = 0,4474$  з різницею 0,0011 та вводимо поправку на відносне прирощення з аргументу  $(1,614-1,61)/0,01 = 0,4$ ;

$$\Phi(1,614) = \Phi(1,61) + 0,0011 \cdot 0,4 = 0,4467.$$

Продовження таблиці для значень  $t > 2,5$  см в Додатку В.

Додаток В

Величини, пов'язані з інтегралом ймовірностей  $\Phi(t)$  ;

функція  $t = t(P)$  є зворотною для  $P = 2\Phi(t)$

$t$	$\Phi(t)$	$1 - 2\Phi(t)$	$1 - P$	$t = t(P)$	$P$
2,5	0,49379	0,01242	0,05	1,960	0,95
2,6	0,49534	0,00932	0,04	2,054	0,96
2,7	0,49653	0,00693	0,03	2,170	0,97
2,8	0,49744	0,00511	0,02	2,326	0,98
2,9	0,49813	0,00373	0,01	2,576	0,99
3,0	0,49865	0,00270	0,009	2,612	0,991
3,1	0,49903	0,00194	0,008	2,625	0,992
3,2	0,49931	0,00137	0,007	2,697	0,993
3,3	0,49952	0,00097	0,006	2,748	0,994
3,4	0,49966	0,00067	0,005	2,807	0,995
3,5	0,499767	0,000465	0,004	2,878	0,996
3,6	0,499841	0,000318	0,003	2,968	0,997
3,7	0,499892	0,000216	0,002	3,090	0,998
3,8	0,499927	0,000145	0,001	3,291	0,999
3,9	0,499952	0,000096	0,0009	3,320	0,9991
4,0	0,499968	0,000063	0,0008	3,353	0,9992
4,1	0,499979	0,000041	0,0007	3,390	0,9993
4,2	0,499987	0,000027	0,0006	3,432	0,9994
4,3	0,499991	0,000017	0,0005	3,481	0,9995
4,4	0,499995	0,000011	0,0004	3,540	0,9996
4,5	0,4999966	0,0000068	0,0003	3,615	0,9997
4,6	0,4999979	0,0000041	0,0002	3,720	0,9998
4,7	0,4999987	0,0000025	0,0001	3,891	0,9999
4,8	0,4999992	0,0000016	$10^{-5}$	4,417	$1 - 10^{-5}$
4,9	0,4999995	0,0000009	$10^{-6}$	4,892	$1 - 10^{-6}$
5,0	0,4999997	0,0000006	$10^{-7}$	5,327	$1 - 10^{-7}$

В таблиці значень  $\Phi(t)$  помилка лінійної інтерполяції убиває зі збільшенням значень  $t$  ; вона не перебільшує:

$10^{-4}$  – в інтервалі (2,5; 3,2);  $10^{-5}$  – в інтервалі (3,2; 3,9);

$10^{-6}$  – в інтервалі (3,9; 4,5);  $10^{-7}$  – в інтервалі (4,5; 5,0).

В таблиці значень  $t(P)$  інтерполяцію не роблять.



**Критичні значення  $t(P)$  відношення (1.1.3)**  
**для вибраковування «вискакуючих» значень  $x$**   
**( $n$  – число прийнятих результатів,  $P$  – надійність виводу)**

$n$	Значення $t(P)$ при надійності				$n$	Значення $t(P)$ при надійності			
	0,95	0,98	0,99	0,999		0,95	0,98	0,99	0,999
5	3,04	4,11	5,04	9,43	20	2,145	2,602	2,932	3,979
6	2,78	3,64	4,36	7,41	25	2,105	2,541	2,952	3,819
7	2,62	3,36	3,96	6,37	30	2,079	2,503	2,802	3,719
8	2,51	3,18	3,71	5,73	35	2,061	2,476	2,768	3,652
9	2,43	3,05	3,54	5,31	40	2,048	2,456	2,742	3,602
10	2,37	2,96	3,41	5,01	45	2,038	2,441	2,722	3,565
11	2,33	2,89	3,31	4,79	50	2,030	2,429	2,707	3,532
12	2,29	2,83	3,23	4,62	60	2,018	2,411	2,683	3,492
13	2,26	2,78	3,17	4,48	70	2,009	2,399	2,667	3,462
14	2,24	2,74	3,12	4,37	80	2,003	2,389	2,655	3,439
15	2,22	2,71	3,08	4,28	90	1,998	2,382	2,646	3,423
16	2,20	2,68	3,04	4,20	100	1,994	2,377	2,639	3,409
17	2,18	2,66	3,01	4,13	$\infty$	1,960	2,326	2,576	3,291
18	2,17	2,64	2,98	4,07					

Лінійна інтерполяція за аргументом  $n$  може дати помилку до  $10^{-2}$  при  $20 < n < 60$  та помилку до  $10^{-3}$  при  $60 < n < 100$ .

При  $n > 100$  критичні значення  $t_n(P)$  з точністю до  $10^{-3}$  можна розрахувати за формулою

$$t_n(P) = t_\infty(P) + \frac{t_{100}(P) - t_\infty(P)}{n} \cdot 100;$$

наприклад, при  $P = 0,99$  та  $n = 200$  маємо:

$$t_{200}(0,99) = 2,576 + \frac{2,639 - 2,576}{200} \cdot 100 = 2,576 + 0,031 = 2,607.$$

Критичні значення  $T_N$  Ф.Грabbса

Кількість спостережень $n$	Значення $T_N$ при рівні значущості $q$			Кількість спостережень $n$	Значення $T_N$ при рівні значущості $q$		
	0,1	0,05	0,025		0,1	0,05	0,025
3	1,406	1,412	1,414	14	2,297	2,461	2,602
4	1,645	1,689	1,710	15	2,326	2,493	2,638
5	1,791	1,869	1,917	16	2,354	2,523	2,670
6	1,894	1,996	2,067	17	2,380	2,551	2,701
7	1,974	2,093	2,182	18	2,404	2,577	2,728
8	2,041	2,172	2,273	19	2,426	2,600	2,754
9	2,097	2,237	2,349	20	2,447	2,623	2,778
10	2,146	2,294	2,414	21	2,467	2,644	2,801
11	2,190	2,343	2,470	22	2,486	2,664	2,823
12	2,229	2,387	2,519	23	2,504	2,683	2,843
13	2,264	2,426	2,562	24	2,520	2,701	2,862
				25	2,537	2,717	2,880

Додаток D, а

Відсоткові точки критерію Смірнова-Граббса  $\left[ i_{\max |x_{(i)} - x} \right] / S$

<i>n</i>	Довірча імовірність <i>p</i>				<i>n</i>	Довірча імовірність <i>p</i>			
	0,8	0,9	0,95	0,99		0,8	0,9	0,95	0,99
3	1,406	1,412	1,414	1,414	27	2,568	2,749	2,913	3,239
4	1,645	1,689	1,710	1,728	28	2,582	2,764	2,929	3,258
5	1,791	1,869	1,917	1,972	29	2,596	2,778	2,944	3,275
6	1,894	1,996	2,067	2,161	30	2,609	2,792	2,958	3,291
7	1,974	2,093	2,182	2,310	31	2,622	2,805	2,972	3,307
8	2,041	2,172	2,273	2,431	32	2,634	2,818	2,985	3,322
9	2,097	2,237	2,349	2,532	33	2,646	2,830	2,998	3,337
10	2,146	2,294	2,414	2,616	34	2,657	2,842	3,010	3,351
11	2,190	2,343	2,470	2,689	35	2,668	2,853	3,022	3,364
12	2,229	2,387	2,519	2,753	36	2,678	2,864	3,033	3,377
13	2,264	2,426	2,563	2,809	37	2,689	2,874	3,044	3,389
14	2,297	2,461	2,602	2,859	38	2,699	2,885	3,055	3,401
15	2,327	2,494	2,638	2,905	39	2,709	2,894	3,065	3,413
16	2,354	2,523	2,670	2,946	40	2,718	2,904	3,075	3,424
17	2,386	2,551	2,701	2,983	41	2,727	2,913	3,084	3,435
18	2,404	2,577	2,728	3,017	42	2,736	2,922	3,094	3,445
19	2,426	2,601	2,754	3,049	43	2,745	2,931	3,103	3,455
20	2,447	2,623	2,779	3,079	44	2,753	2,940	3,112	3,465
21	2,467	2,644	2,801	3,106	45	2,762	2,948	3,120	3,474
22	2,486	2,664	2,823	3,132	46	2,770	2,956	3,129	3,483
23	2,504	2,683	2,843	3,156	47	2,778	2,964	3,137	3,492
24	2,521	2,701	2,862	3,179	48	2,785	2,972	3,145	3,501
25	2,537	2,718	2,880	3,200	49	2,793	2,980	3,152	3,510
26	2,553	2,734	2,897	3,220	50	2,800	2,987	3,160	3,518

## Критичні точки розподілу Ст'юдента

Число ступінів свободи $k$	Рівень значущості $q$ (двостороння критична область)					
	0,10	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001
1	6,31	12,7	31,82	63,7	318,3	637,0
2	2,92	4,30	6,97	9,92	22,33	31,6
3	2,35	3,18	4,54	5,84	10,22	12,9
4	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	2,01	2,57	3,37	4,03	5,89	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,40
8	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,03	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,96
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,73	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,51	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,49	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,74
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,72
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,44	3,71
27	1,71	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
29	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
40	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
60	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
120	1,66	1,98	2,36	2,62	3,17	3,36
$\infty$	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29
	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001	0,0005
Рівень значущості $q$ (одностороння критична область)						

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Білушак Г.І., Чабанюк Я.М. Теорія ймовірностей і математична статистика. Практикум. – Львів, 2001. – 418 с.
2. В.П. Боровиков, И.П. Боровиков. Статистический анализ и обработка данных в среде Windows. – М.: «Филинь», 1997. – 608 с.
3. Арбузова Т.Б., Кичигин В.И., Чумаченко Н.Г. Как сделать и оформить научную работу или диссертацию (Справочное руководство): Учебное пособие для вузов по дисциплинам: «Основы научных исследований», «Методология научных исследований» / Под общ. ред. чл.-корр. РААСН, д.т.н., проф. Т.Б.Арбузовой; Рекомендовано МОиПО РФ и АСВ в качестве учебн. пособия для вузов. – М.: Изд-во АСВ, 1995. – 271 с.
4. Грушко И.М., Сиденко В.М. Основы научных исследований. – Харьков: «Вища школа», 1983. – 224 с.
5. Кичигин В.И. Моделирование процессов очистки воды: Учебное пособие. – М.: Изд-во АСВ, 2003. – 230 с.
6. Shumway R.H. Applied statistical time series analysis. – Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1988. – 179 p.
7. Ryan, T.P. Modern Regression Methods. – New York: Wiley, 1997. – 327 p.
8. Гліненко Л.К., Сухоносів О.Г. Основи моделювання технічних систем: навчальний посібник. – Львів: Бескид Біт, 2003. – 176 с.
9. Копейкин С.В., Курочкин Е.П. Планирование и методы обработки результатов эксперимента: утв. в кач-ве учебн. пособия. – Куйбышев: Куйбышевский гос. ун-т, 1984. – 88 с.
10. Основы моделирования сложных систем: Учебн. пособие для втузов / Под общ. ред. Н.В.Кузьмина. – К.: Вища школа, 1981. – 360 с.
11. Грушко И.М., Сиденко В.М. Основы научных исследований. Харьков: Вища школа, 1979. – 200 с.

*Навчальне видання*

Методичні вказівки до самостійної роботи студентів з дисципліни  
«Організація наукових досліджень» (Основи планування  
експерименту. Методи експериментальних досліджень) (для студентів  
5 курсу всіх форм навчання спец. 8.092108 – «Теплогазопостачання і  
вентиляція»)

Укладачі: Іван Іванович Капцов,  
Олександр Васильович Ромашко,  
Людмила Вікторівна Гапонова,  
Вікторія Вікторівна Гранкіна

Редактор: М.З. Аляб'єв

План 2009, поз. 726М

---

Підп. до друку 21.09.09	Формат 60x84 1/16	Папір офісний
Друк на ризографі	Умовн.-друк. арк. 2,2	Обл.-вид. арк. 2,5
Замовл. №	Тираж 50 прим.	

---

61002, м. Харків, ХНАМГ, вул. Революції, 12

---

Сектор оперативної поліграфії ЦНІТ ХНАМГ  
61002, м. Харків, ХНАМГ, вул. Революції, 12