

Розрахунково-графічна робота №1
Напруженість та деформація в гірських породах

Завдання. Зразок гірської породи висотою h і діаметром d при статичних дослідженнях підлягав стиску аж до руйнування при навантаженні $P_{кр}$. В процесі досліджень фіксувалися поперечні Δd і повздовжні Δh деформації, які відповідають навантаженню P при його зміні від 0 до $P_{кр}$.

Визначити модуль поздовжньої пружності E на лінійній ділянці кривої навантаження; коефіцієнт Пуассона μ ; модуль зсуву G ; модуль об'ємного (всебічного) стиску K ; модуль одностороннього стиску M ; граничний січний модуль деформації (модуль пластичності) $E_{пл}$; модуль повної деформації $E_{деф}$; коефіцієнт пластичності $K_{пл}$; питому пружну енергію, яка накопичена в зразку $W_{пр}$; питому роботу руйнування породи W .

Таблиця 1

Вихідні дані

Варіант	Висота зразка, мм	Діаметр зразка, мм	Руйнівне навантаження $P_{кр}$, Н
1	75	37	28000
2	73	36	27000
3	72	35	26000
4	71	34	25000
5	70	33	24000
6	67	32	23000
7	66	31	22000
8	65	30	21000
9	64	39	29000
10	63	38	30000
11	62	40	25000
12	61	37	24000
13	60	36	23000
14	59	35	22000
15	57	32	27000
16	55	31	28000
17	74	30	29000
18	68	35	30000

Варіант	Висота зразка, мм	Діаметр зразка, мм	Руйнівне навантаження $P_{кр}$, Н
19	73	38	28000
20	71	32	27000

Таблиця 2

Величина деформації залежно від навантаження

Ступінь наванта- ження	Зусилля стиску, частка від $P_{кр}$	Абсолютна повздовжня деформація $\Delta h \cdot 10^{-3}$, мм	Абсолютна поперечна деформація $\Delta d \cdot 10^{-3}$, мм
0	0,0	0,0	0,0
1	0,1	3,5	0,4
2	0,2	7,0	0,8
3	0,3	10,5	1,2
4	0,4	14,0	1,6
5	0,5	17,5	2,0
6	0,6	21,5	2,4
7	0,7	25,9	2,8
8	0,8	31,5	5,2
9	0,9	40,5	10,3

Порядок виконання роботи

1. Визначаємо площу поперечного перерізу зразка:

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 40^2}{4} = 1256, \text{ мм}^2$$

де d – діаметр зразка, мм.

2. Визначаємо межу міцності породи на стиск:

$$\sigma_{ст} = \frac{P_{кр}}{S} = \frac{25000}{1256} = 19,9 \text{ МПа}$$

де $P_{кр}$ – зусилля, при якому зразок породи зруйнувався, Н;

S – площа поперечного перерізу зразка, мм^2 .

3. За даними таблиці 2 «Величина деформації залежно від навантаження» розраховуємо:

- напруження стиску ($\sigma_{ст}$):

$$\sigma_{ст} = \frac{P_{кр}}{S}$$

- відносні поздовжні деформації ($\varepsilon_{пов}$):

$$\varepsilon_{пов} = \frac{\Delta h}{h}$$

- відносні поперечні деформації ($\varepsilon_{поп}$):

$$\varepsilon_{поп} = \frac{\Delta d}{d}$$

Даний розрахунок потрібно виконати для кожного ступеню навантаження із відповідним значенням P , h , d . Результат розрахунку рекомендується звести до спільної таблиці (таблиця 3).

Таблиця 3

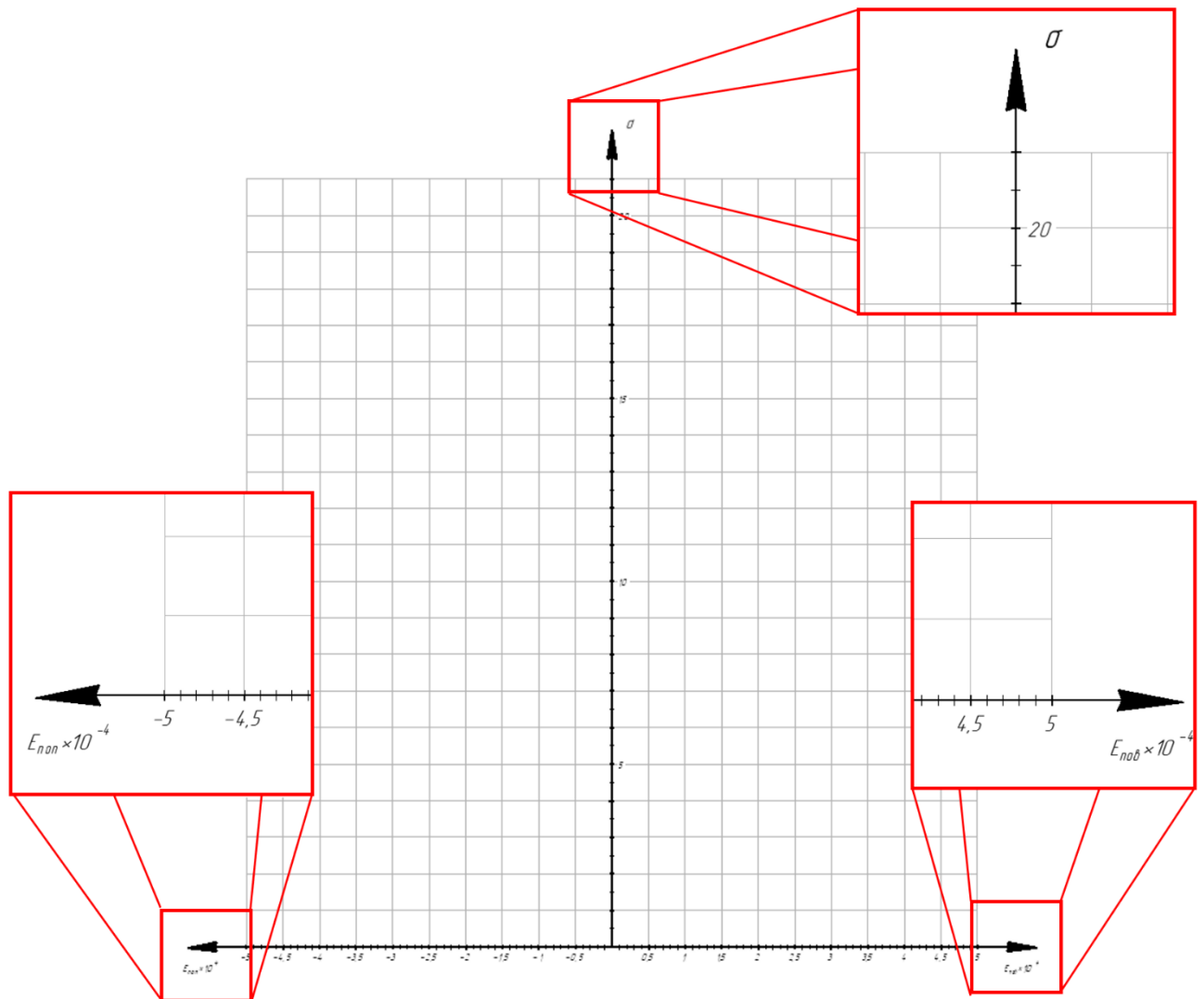
Приклад подання результатів розрахунку напруження стиску та відносних поздовжньої та поперечної деформацій

Ступінь навантаження	Напруження стиску, МПа	Відносна поздовжня деформація $\varepsilon_{пов} \cdot 10^{-4}$, мм	Відносна поперечна деформація $\varepsilon_{поп} \cdot 10^{-4}$, мм
0	0,00	0,00	0,00
1	1,99	0,46	-0,10
2	3,98	0,84	-0,20
3	5,97	1,27	-0,30
4	7,96	1,69	-0,40
5	9,95	2,11	-0,50
6	11,94	2,59	-0,60
7	13,93	3,12	-0,70
8	15,92	3,80	-1,30
9	17,91	4,88	-2,58

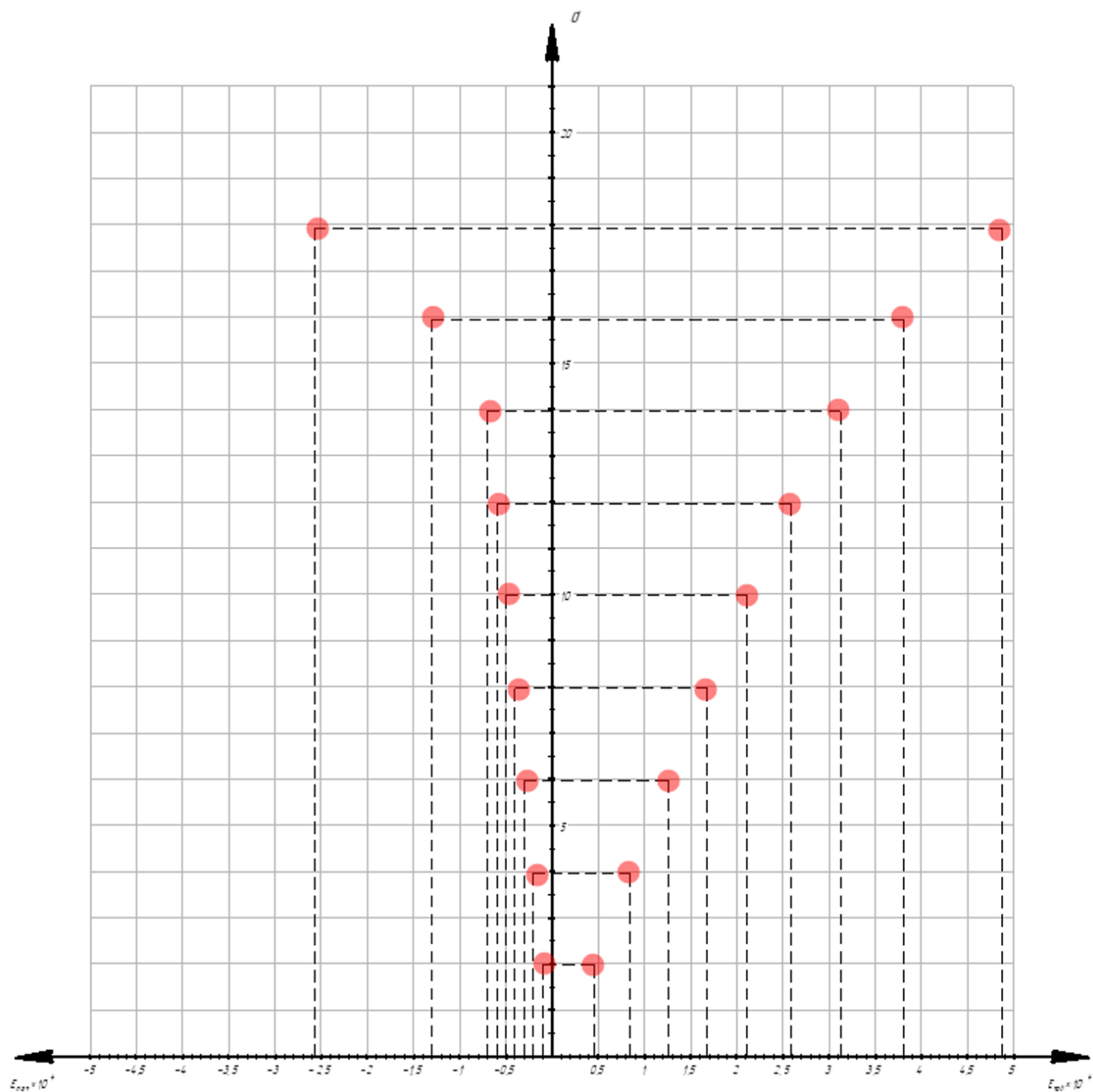
4. За результатами розрахунків будемо графік навантаження гірської породи, який показує залежність відносних деформацій зразка від напружень.

Повздовжні та поперечні деформації мають різні знаки, тому графіки їх навантаження розташовують в різних квадратах.

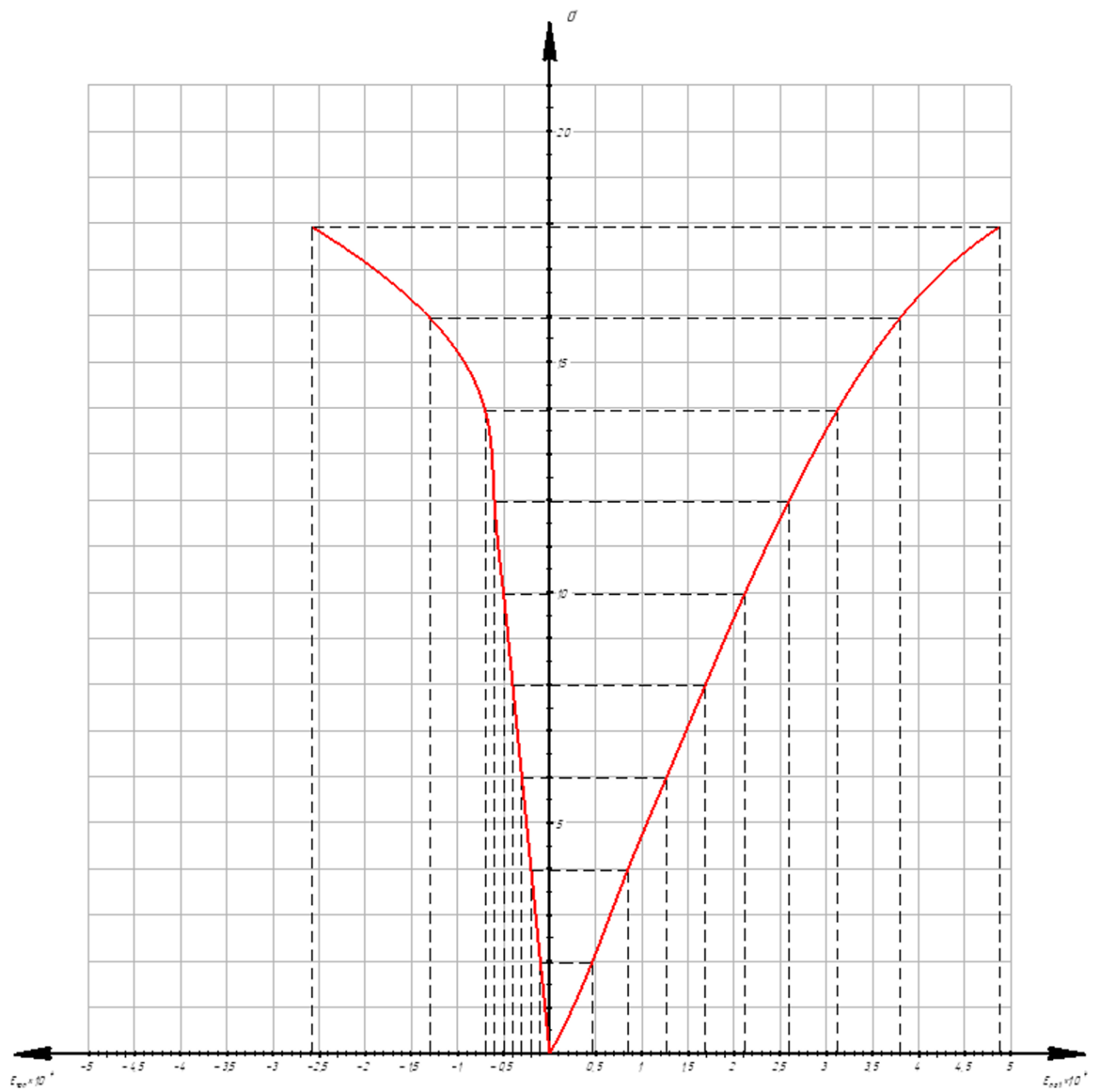
4.1. Приклад виконання основи для побудови графіку навантаження гірської породи.



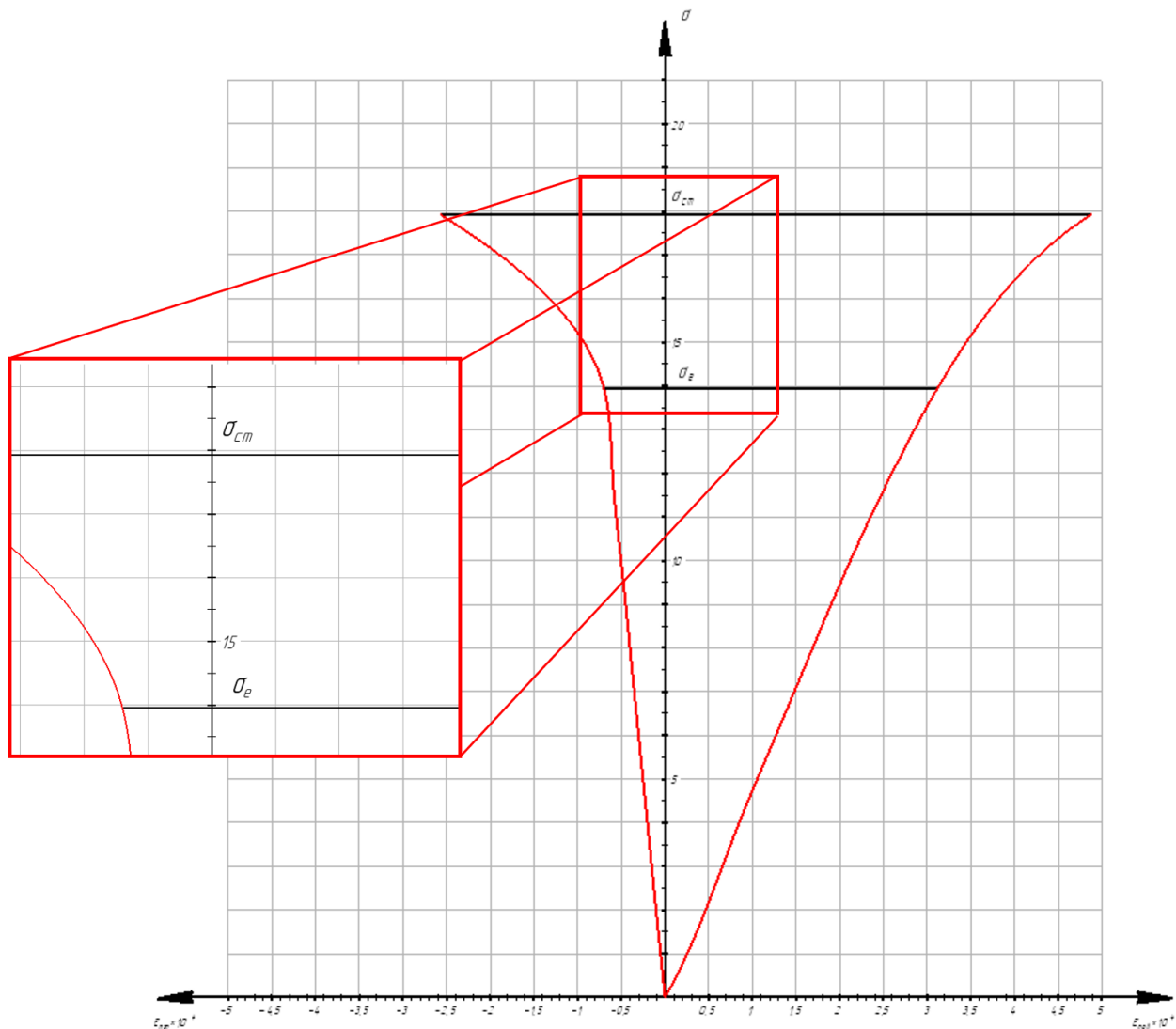
4.2. Приклад відображення результатів розрахунків (табл. 3).



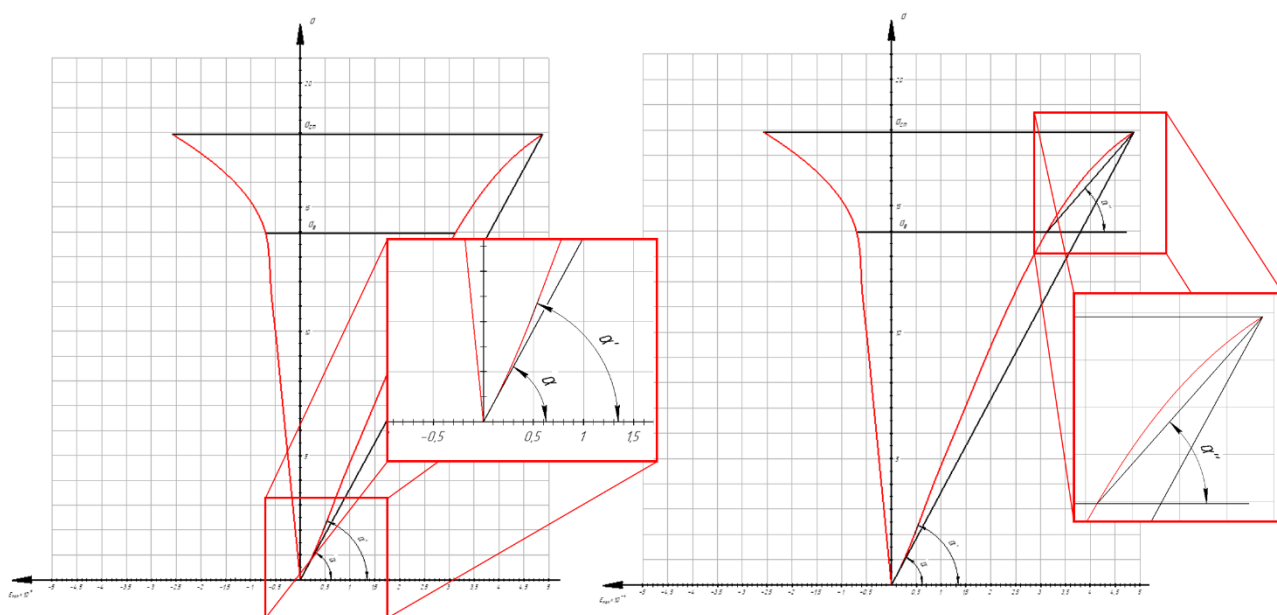
4.3. Приклад побудови кривих деформації.



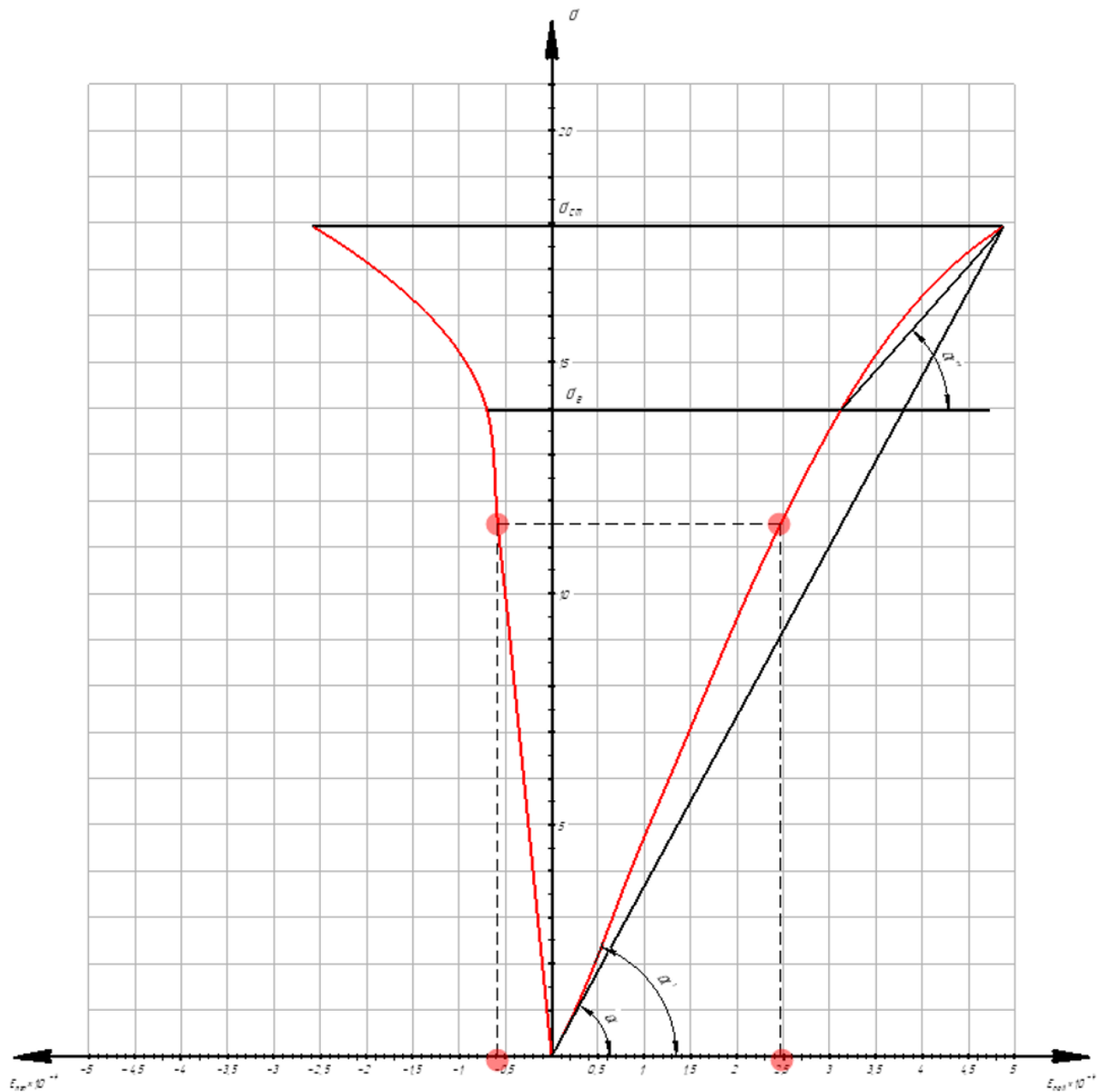
4.4. Приклад визначення межі переходу зразка від пружних до пластичних деформацій та позначення межі міцності.



4.5. Приклад визначення кутів необхідних для виконання подальших розрахунків.



4.6. Приклад визначення коефіцієнта Пуассона та кінцевий вигляд графіку навантаження гірської породи.



5. Після виконання графіку в окрему таблицю (табл. 4) вносимо дані визначені за його допомогою.

Таблиця 4

Приклад оформлення визначених за допомогою графіку навантаження гірської породи

Межа пружності, МПа	Відносна деформація, мм·10 ⁴		Виміряні значення кутів		
σ_e	$\epsilon_{пов}$	$\epsilon_{поп}$	α	α'	α''
13,93	2,48	0,59	61°24'	69°30'	48°29'

6. Модуль Юнга визначається як відношення напруження до відносної деформації:

$$E = tga', \text{ МПа}$$

7. Коефіцієнт Пуассона визначається як відношення відносних поперечних і поздовжніх деформацій:

$$\mu = \frac{\varepsilon_{\text{поп}}}{\varepsilon_{\text{пов}}}$$

де $\varepsilon_{\text{поп}}$ і $\varepsilon_{\text{пов}}$ – відносні поперечна і поздовжня деформації, які обираємо в межах лінійної ділянки графіка для довільної точки.

8. Модуль зсуву буде рівний:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}, \text{ МПа}$$

де E – модуль пружності, МПа;

μ – коефіцієнт Пуассона.

9. Модуль об'ємного (всебічного) стиску:

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\mu)}, \text{ МПа}$$

10. Модуль одностороннього стиску:

$$M = \frac{E(1 - \mu)}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)}, \text{ МПа}$$

11. Кутовий коефіцієнт прямої $O\sigma_{\text{ст}}$ чисельно дорівнює модулю повної деформації, яка враховує пружну і пластичну деформацію:

$$E_{\text{деф}} = tga, \text{ МПа}$$

12. Граничний січний модуль (модуль пластичності):

$$E_{\text{пл}} = tga'', \text{ МПа}$$

13. Коефіцієнт пластичності:

$$K_{\text{пл}} = 2 \frac{E}{E_{\text{деф}}} - 1$$

де E – модуль пружності породи, Па;

$E_{\text{деф}}$ – модуль повної деформації, Па.

14. Питома пружна енергія деформації:

$$W_{\text{пр}} = \frac{\sigma_e^2}{2E}, \text{ Дж/м}^2$$

де σ_E – межа пружності породи, МПа;

E – модуль пружності породи, МПа.

15. Повна питома робота руйнування:

$$W = \frac{\sigma_{\text{ст}}^2}{2E}, \text{ Дж/м}^2$$

де $\sigma_{\text{ст}}$ – межа міцності породи на стиск, МПа.