

1.2. Геометричні параметри та параметри руху, що можуть бути визначені шляхом візуалізації виробів

Поверхня виробу з природного каменю може бути охарактеризована двовимірною функцією $f_0(x, y)$, де x і y – просторові координати в площині цієї поверхні, а значення функції f_0 для кожної пари координат (x, y) є мірою яскравості поверхні виробу в точці з цими координатами. Більшість виробів з природного каменю, для яких вимірюються ГП, мають плоску лицьову поверхню. Це прямокутні блоки, видобути з родовища природного каменю, плити і облицювальні вироби, виготовлені з цих блоків, оброблені зразки природного каменю з родовищ. Тому для поверхні таких виробів доцільно використовувати дві просторові координати x і y .

Поверхня виробу розташована в полі зору оптичної системи ПФВЗ і проектується цією системою в площину початкового відеозображення $f_0(x_{\hat{a}\zeta}, y_{\hat{a}\zeta})$, де $x_{\hat{a}\zeta}$ і $y_{\hat{a}\zeta}$ – просторові координати в площині початкового відеозображення. Ця площина співпадає з світлочутливою поверхнею перетворювача «світло-сигнал» в складі ПФВЗ.

При формування відеозображення виникають геометричні похибки [148, 158], обумовлені: дисторсією оптичної системи; неперпендикулярністю поверхні виробу і оптичної осі ПФВЗ; відмінностями форми поверхні виробу від площини. В результаті на поверхні перетворювача «світло-сигнал» отримуємо відеозображення $f_{\text{in}}(x_{\hat{a}\zeta}, y_{\hat{a}\zeta})$ з геометричними похибками. Також слід враховувати наявність динамічних похибок відеозображень в оптичній системі, що характеризується функцією розсіювання точки, в перетворювачі «світло-сигнал» і електронних схемах, що характеризуються інерційними властивостями при швидких змінах амплітуди відеозображення в зоні контурів ОВ. Окрім того, всі ці блоки ПФВЗ додають випадкові похибки $\xi(x_{\hat{a}\zeta}, y_{\hat{a}\zeta})$ до відеозображення. В результаті отримуємо відеозображення $f_{\hat{A}}(x_{\hat{a}\zeta}, y_{\hat{a}\zeta})$,

що містить геометричні та динамічні похибки, та відеозображення на виході ПФВЗ $f_i(x_{\hat{a}_c}, y_{\hat{a}_c}) = f_A(x_{\hat{a}_c}, y_{\hat{a}_c}) + \xi(x_{\hat{a}_c}, y_{\hat{a}_c})$ з випадковими похибками.

Перетворювачі «світло-сигнал» сучасних ПФВЗ (цифрових відеокамер і фотоапаратів) представляють собою матрицю світлочутливих елементів. Така матриця разом з аналого-цифровим перетворювачем відеосигналу (в складі ПФВЗ) формує цифрове відеозображення $f_i(n, m)$, яке є двовимірним масивом (матрицею) відліків яскравості, значення яких квантовані за амплітудою. В даному випадку: n, m – порядкові номери (індекси) дискретних відліків амплітуди відеосигналу в рядках і стовпцях цифрового відеозображення виробу, $n \in \overline{1, N}$, $m \in \overline{1, M}$; N, M – кількість дискретних відліків амплітуди відеосигналу в рядках та стовбцях цифрового відеозображення виробу, що визначає розміри цифрового відеозображення в дискретних точках (д.т.). Цифрове відеозображення $f_i(n, m)$ є представленням у цифровій формі відеозображення $f_i(x_{\hat{a}_c}, y_{\hat{a}_c})$ на виході ПФВЗ.

Цифрове відеозображення $f_i(n, m)$ з виходу ПФВЗ передається в цифрову ЕОМ. Для ахроматичної поверхні виробів з природного каменю достатньо одного напівтонового цифрового відеозображення $f_i(n, m)$, що характеризує яскравість точок цієї поверхні. Для хроматичної поверхні виробів формується кольорове цифрове відеозображення, що містить 3 канали (3 цифрових монохромних відеозображення) і характеризує яскравість і колір поверхні за певною колориметричною системою. Найпоширенішою є колориметрична система RGB (R , G і B – відповідно червоний, зелений і синій кольори, а яскравість $Y = 0,30R + 0,59G + 0,11B$ [161, 162]. Всі положення і методи алгоритмічної обробки відеозображень, наведені в даній роботі, застосовуються як до напівтонового цифрового відеозображення $f_i(n, m)$, так і до кожного з каналів кольорового цифрового відеозображення.

В цифровій ЕОМ виконується алгоритмічна компенсація похибок на цифровому відеозображенні $f_i(n, m)$. В результаті послідовно отримуємо цифрові відеозображення $\hat{f}_A(n, m)$, $\hat{f}_{in}(n, m)$ і $\hat{f}_0(n, m)$, що є алгоритмічними оцінками відеозображень $f_A(x_{ac}, y_{ac})$, $f_{in}(x_{ac}, y_{ac})$ і $f_0(x_{ac}, y_{ac})$. З урахуванням коефіцієнта збільшення оптичної системи ПФВЗ цифрове відеозображення $\hat{f}_0(n, m)$ також є алгоритмічною оцінкою двовимірної функції $f_0(x, y)$, що характеризує поверхню виробу з природного каменю.

Елементи (точки) цифрового відеозображення $\hat{f}_0(n, m)$ з індексами (n, m) характеризують яскравість точок початкового відеозображення $f_0(x_{ac}, y_{ac})$ з координатами [156, 158] $x_{ac} = n \cdot \delta_{x1}$, $y_{ac} = m \cdot \delta_{y1}$, де δ_{x1} і δ_{y1} – відстань по горизонталі і вертикалі між центрами сусідніх світлочувливих елементів перетворювача «світло-сигнал».

Якщо відомий коефіцієнт збільшення оптичної системи $k_{i \text{ in}}$ [158], то

$$x = x_{ac} / k_{i \text{ in}} = n \cdot \delta_x, \quad y = y_{ac} / k_{i \text{ in}} = m \cdot \delta_y,$$

де δ_x і δ_y – крок дискретності просторових координат x і y в площині поверхні виробу, що відповідає відстані в 1 д.т. на цифровому відеозображенні $f_0(n, m)$.

Для вимірювань ГП в приладовій системі використовується цифрове відеозображення $\hat{f}_0(n, m)$. Перед вимірюваннями ГП на цьому відеозображенні виділяють область Q_{iA} , що належить ОВ. Можливі два методи пошуку і виділення ОВ [153, 156, 157, 161, 162], які здійснюються:

- шляхом розподілу відеозображення на ОВ і фон;
- шляхом виділення контурів ОВ з подальшою побудовою областей, що належать цьому об'єкту.

Основою першого методу є алгоритмічна процедура сегментації відеозображень [161], тобто їх розподіл на області з подібними властивостями. Найчастіше сегментацію проводять на основі значень яскравості або кольору

дискретних точок цифрового відеозображення. Для визначення належності дискретних точок цифрового відеозображення ОВ і фону доцільно порівнювати яскравість або колір цих точок з пороговими значеннями. Порогове значення повинно забезпечити точне визначення ГП ОВ і дорівнює середині висоти перепаду яскравості, що утворює контур ОВ [219]. Другий метод [161, 162] більш складний, має меншу швидкодію і призначений для обробки цифрових відеозображень, які мають низьку якість.

Тому в приладовій системі пошук ОВ доцільно виконувати шляхом розподілу цифрового відеозображення на області ОВ і фону. При цьому потрібно враховувати те, що цифрові відеозображення $\hat{f}_0(n, m)$ виробів з природного каменю є кольоровими растровими графічними зображеннями. Тому для сегментації використовуються значення кольору, що характеризують ОВ та фон. Адаптацію цього методу до впливу несприятливих та нестаціонарних факторів пропонується реалізовувати на основі штучних нейронних мереж (див. розділ 5). Для виробів, що мають ахроматичну поверхню, можливе перетворення кольорового відеозображення у напівтонове відеозображення [153, 162] з подальшою сегментацією на основі значень яскравості.

Цифрове відеозображення після виділення ОВ має вигляд [150, 158]:

$$\hat{f}_{0\text{п\ddot{a}\ddot{a}\ddot{a}}} (n, m) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } \hat{f}_0(n, m) \in Q_{\text{і\ddot{A}}} , \\ 0, & \text{якщо } \hat{f}_0(n, m) \notin Q_{\text{і\ddot{A}}} . \end{cases} \quad (1.1)$$

Основою процесу вимірювання ГП виробів є рівняння вимірювань та рівняння похибок [164]. Для координат точок на поверхні виробу з природного каменю маємо такі рівняння вимірювань:

$$\begin{aligned} x[\ddot{a}.\ddot{o}.] &= q_x \cdot [1 \ddot{a}.\ddot{o}.], \quad y[\ddot{a}.\ddot{o}.] = q_y \cdot [1 \ddot{a}.\ddot{o}.], \\ x[\ddot{i}\ddot{]} &= k_{\text{і } x} \cdot x[\ddot{a}.\ddot{o}.], \quad y[\ddot{i}\ddot{]} = k_{\text{і } y} \cdot y[\ddot{a}.\ddot{o}.], \end{aligned} \quad (1.2)$$

де q_x , q_y – індекси (порядкові номери в рядку та стовпцю) дискретного відліку двовимірного цифрового відеозображення, що відповідає вимірюваній

точці виробу; $[1 \text{ ä.ö.}]$ – відстань по горизонталі та по вертикалі між двома сусідніми дискретними відліками у площині цифрового відеозображення; $k_{ix}[\text{ä.ö.}]$, $k_{iy}[\text{ä.ö.}]$ – масштабні коефіцієнти для перерахунку значень координат у дискретних точках (д.т.) відеозображення у значення у міліметрах, ці коефіцієнти визначаються шляхом аналітичного розрахунку або експериментальних досліджень відеозображення тестового ОВ з відомими геометричними розмірами.

В рівняннях (1.2) враховано той факт, що цифрові відеозображення виробів є матрицею, елементи якої характеризують яскравість і колір відповідних точок ОВ. При обробці відеозображень безпосередньо визначаються координати точок як індекси відповідних елементів матриці. Такий підхід є загальноприйнятим в цифровій обробці відеозображень [156, 158, 160 – 162]. Цим і обумовлено використання в проміжних розрахунках координат та відстаней одиниці в 1 д.т. Але підсумкові результати вимірювань ГП виробів приводяться в одиницях системи СІ, тобто в метрах або міліметрах.

Рівняння похибок вимірювання координат точок виробу мають вигляд:

$$\begin{aligned} x^*[\text{ä.ö.}] &= x + \Delta_{x*} = (q_x + \Delta_{qx}) \cdot ([x] + \Delta_{[x]}), \\ y^*[\text{ä.ö.}] &= y + \Delta_{y*} = (q_y + \Delta_{qy}) \cdot ([y] + \Delta_{[y]}), \end{aligned}$$

де Δ_{x*} , Δ_{y*} – загальні похибки результатів x^* , y^* вимірювання координат; Δ_{qx} , Δ_{qy} – похибки знаходження чисельних значень координат (в том числі: випадкові, динамічні та геометричні похибки відеозображень, що виникли в ПФВЗ; похибки, обумовлені дискретним характером цифрових відеозображень та їх перетворенням і кодуванням при введенні в цифрову ЕОМ); $\Delta_{[x]}$, $\Delta_{[y]}$ – похибки відтворення одиниці вимірювань $[x] = [y] = [1 \text{ ä.ö.}]$, обумовлені похибками виготовлення матричного перетворювача «світло-сигнал» в ПФВЗ.

Вказані похибки вимірювання координат точок ОВ детально розглянуто у підрозділах 1.4, 2.3 – 2.5. Всі інші ГП виробів визначаються шляхом

чисельного розрахунку в цифровій ЕОМ на основі вимірних значень координат точок ОВ. Для таких розрахунків найсуттєвішою є трансформована похибка, обумовлена наявними похибками у початкових даних для розрахунків (координатах точок ОВ). Формули для розрахунку трансформованих похибок наведено в підрозділі 3.5 для ГП виробів з природного каменю та в розділі 4 для параметрів руху виробів та обладнання.

Компенсація похибок визначення ГП і параметрів руху ОВ в приладовій системі здійснюється шляхом алгоритмічної обробки відеозображень та результатів вимірювання ГП в цифровій ЕОМ (див. розділи 3 і 4). Для позначення такої процедури в подальшому використано вираз «алгоритмічна компенсація похибок».

На цифровому відеозображенні $\hat{f}_{0\bar{n}\bar{a}\bar{a}\bar{i}}(n, m)$ згідно рівнянь вимірювань (1.2) безпосередньо можуть бути виміряні координати точок з номерами (n_j, m_j) , що належать виробу з природного каменю ($j \in \overline{1, N_{\hat{A}}}$, $N_{\hat{A}}$ – загальна кількість точок, що належать виробу). Серед всіх точок виробу виділяють точки, що належать його контуру та структурним елементам його поверхні.

Номери точок (n_j, m_j) на цифровому відеозображенні перераховуються згідно рівнянь вимірювань (1.2) в координати відповідних точок (x_j, y_j) на поверхні виробу з врахуванням того, що $q_x = n_j$, $q_y = m_j$. Координати (x_j, y_j) згідно рівнянь вимірювань можуть бути виражені в одиницях довжини (д.т.) цифрового відеозображення або у одиницях довжини (метрах або міліметрах) поверхні виробу. Кроки дискретності δ_x і δ_y та масштабні коефіцієнти k_{ix} і k_{iy} визначаються шляхом аналітичного розрахунку на основі значень δ_{x1} , δ_{y1} і $k_{i\bar{m}}$. Для існуючих ПФВЗ, що використовуються в приладовій системі, ці значення можуть бути невідомі. В цьому випадку величини δ_x , δ_y , k_{ix} і k_{iy} визначаються на основі дослідження цифрового відеозображення тестового ОВ, що має відомі лінійні розміри, заздалегідь визначені з

високою точністю. Всі інші ГП виробів визначаються приладовою системою на основі алгоритмічної обробки координат (n_j, m_j) або (x_j, y_j) .

Розглянемо ГП ОВ (виробів з природного каменю та структурних елементів їх поверхні), що можуть бути визначені для кожного відеозображення шляхом алгоритмічної обробки результатів вимірювань координат точок. ОВ будемо вважати плоскою геометричною фігурою, що розміщена в площині відеозображення. ГП ОВ можна розділити на п'ять груп: координати характерних контурних точок об'єкта, лінійні розміри та периметр об'єкта, різні варіанти визначення площі об'єкта, морфометричні ознаки об'єкта, коефіцієнти геометричної форми об'єкта [161, 162, 169, 170, 192].

До координат характерних контурних точок ОВ відносяться:

- перелік всіх контурних точок з визначеними координатами;
- екстремальні координати об'єкта (координати самої верхньої, нижньої, лівої та правої точок об'єкта);
- координати вершин опуклого багатокутника, в який вписано об'єкт;
- координати характерних точок геометричної фігури (наприклад, прямокутника або еліпса), що використовується для апроксимації об'єкта.

До лінійних розмірів ОВ відносяться його ширина w та висота h , що відповідають ширині та висоті прямокутника, в який вписано цей об'єкт. Відстань між двома точками ОВ з координатами (x_l, y_l) і (x_j, y_j) дорівнює [161]: $d = \sqrt{(x_j - x_l)^2 + (y_j - y_l)^2}$. Величини w , h і d для цифрового відеозображення можуть бути обраховані у д.т. або у метрах.

Площа ОВ може бути визначена за такими варіантами:

- площа об'єкта $S_{\hat{A}}$ (область, яку займає цей об'єкт на відеозображенні);
- повна площа об'єкта, що дорівнює його площі із заповненими отворами;
- опукла площа об'єкта $S_{\hat{A}_1}$, що дорівнює площі опуклого багатокутника, в який вписано цей об'єкт.

Площа ОВ для цифрового відеозображення може бути виражена відносною кількістю точок цифрового відеозображення, що належать ОВ, або обрахована у одиницях площі (m^2).

До морфометричних ознак ОВ, як плоскої фігури в площині відеозображення, відносяться такі ГП:

- центр мас об'єкта;
- еквівалентний діаметр, що відповідає діаметру кола з площею, яка дорівнює площі об'єкта $d_e = \sqrt{4S_{\hat{A}} / \pi}$;
- довжина максимальної осі інерції об'єкта як плоскої фігури;
- довжина мінімальної осі інерції об'єкта як плоскої фігури;
- кутове положення об'єкта, що визначається кутом між горизонтальною віссю координат і максимальною віссю інерції цього об'єкта.

До коефіцієнтів геометричної форми ОВ, як плоскої фігури в площині відеозображення, відносяться:

- коефіцієнт опуклості: $k_c = S_{\hat{A}} / S_{\hat{A}_1}$;
- коефіцієнт заповнення: $k_f = S_{\hat{A}} / (w \cdot h)$;
- ексцентриситет, що визначається для еліпса, який має головні моменти інерції такі ж, як у об'єкта.

Узагальненим варіантом ГП ОВ є його моменти [169]. Початкові моменти ОВ порядку $(\beta + \gamma)$ дорівнюють:

$$m_{\beta\gamma} = \iint_{Q_{\hat{A}}} x^{\beta} y^{\gamma} f_0(x, y) dx dy.$$

Центральні моменти порядку $(\beta + \gamma)$ визначаються формулою:

$$\mu_{\beta\gamma} = \iint_{Q_{\hat{A}}} (x - x_c)^{\beta} (y - y_c)^{\gamma} f_0(x - x_c, y - y_c) dx dy,$$

де x_c, y_c – координати центра мас ОВ.

Координати центра мас ОВ дорівнюють [169]:

$$x_c = m_{10} / S_{\hat{A}}, \quad y_c = m_{01} / S_{\hat{A}}.$$

Для відеозображення (1.1)

$$x_c = \frac{1}{N_{\hat{I}\hat{A}}} \sum_{j=1}^{N_{\hat{I}\hat{A}}} x_j = \frac{\delta_x}{N_{\hat{I}\hat{A}}} \sum_{j=1}^{N_{\hat{I}\hat{A}}} n_j, \quad y_c = \frac{1}{N_{\hat{I}\hat{A}}} \sum_{j=1}^{N_{\hat{I}\hat{A}}} y_j = \frac{\delta_y}{N_{\hat{I}\hat{A}}} \sum_{j=1}^{N_{\hat{I}\hat{A}}} m_j.$$

Важливими характеристиками ОВ, як плоскої фігури, є його головні моменти інерції J_1 і J_2 , довжина максимальної і мінімальної осей інерції $l_{\max}$ і $l_{\min}$ та ексцентриситет $e_{\hat{a}\hat{e}}$. Головні моменти інерції визначаються відносно максимальної і мінімальної осей інерції ОВ [169, 192]:

$$J_{1,2} = \frac{1}{2}(J_x + J_y) \pm \sqrt{J_{xy}^2 + \frac{1}{4}(J_x - J_y)^2},$$

де J_x, J_y, J_{xy} – моменти інерції ОВ відносно координатних осей Ox і Oy ,

$$J_x = \mu_{20}, \quad J_y = \mu_{02}, \quad J_{xy} = \mu_{11}.$$

Для відеозображення (1.1)

$$J_x = \frac{1}{N_{\hat{I}\hat{A}}} \sum_{j=1}^{N_{\hat{I}\hat{A}}} (x_j - x_c)^2 = \frac{\delta_x^2}{N_{\hat{I}\hat{A}}} \sum_{j=1}^{N_{\hat{I}\hat{A}}} (n_j - n_c)^2, \quad \text{де } n_c = \frac{1}{N_{\hat{I}\hat{A}}} \sum_{j=1}^{N_{\hat{I}\hat{A}}} n_j,$$

$$J_y = \frac{1}{N_{\hat{I}\hat{A}}} \sum_{j=1}^{N_{\hat{I}\hat{A}}} (y_j - y_c)^2 = \frac{\delta_y^2}{N_{\hat{I}\hat{A}}} \sum_{j=1}^{N_{\hat{I}\hat{A}}} (m_j - m_c)^2, \quad \text{де } m_c = \frac{1}{N_{\hat{I}\hat{A}}} \sum_{j=1}^{N_{\hat{I}\hat{A}}} m_j,$$

$$J_{xy} = \frac{1}{N_{\hat{I}\hat{A}}} \sum_{j=1}^{N_{\hat{I}\hat{A}}} (x_j - x_c)(y_j - y_c) = \frac{\delta_x \delta_y}{N_{\hat{I}\hat{A}}} \sum_{j=1}^{N_{\hat{I}\hat{A}}} (n_j - n_c)(m_j - m_c).$$

Довжина максимальної і мінімальної осей інерції ОВ, як плоскої фігури, визначається співвідношеннями [192, 193]:

$$l_{\max} = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{J_x + J_y + 2C_J}, \quad l_{\min} = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{J_x + J_y - 2C_J},$$

$$\text{де } C_J = \sqrt{J_{xy}^2 + \frac{1}{4}(J_x - J_y)^2}.$$

Ексцентриситет визначається на основі апроксимації ОВ еліпсом, що має моменти та осі інерції, як у ОВ [169, 192]:

$$e_{\hat{a}\hat{e}} = \frac{c_{\hat{a}\hat{e}}}{a_{\hat{a}\hat{e}}} = \frac{2\sqrt{(l_{\max}/2)^2 - (l_{\min}/2)^2}}{l_{\max}},$$

де $c_{\text{ае}}^2 = a_{\text{ае}}^2 - b_{\text{ае}}^2$ – половина міжфокусної відстані еліпса, $a_{\text{ае}}$ і $b_{\text{ае}}$ – його півосі.

На основі моментів інерції ОВ також може бути визначено його кутове положення відносно центра мас [192, 193]. Це кутове положення визначається як кут між віссю Ox і максимальною віссю інерції:

$$\alpha = \begin{cases} \arctg \frac{J_y - J_x + 2C_J}{2J_{xy}}, & J_y > J_x, \\ \arctg \frac{2J_{xy}}{J_x - J_y + 2C_J}, & J_y < J_x. \end{cases} \quad (1.3)$$

Інший варіант визначення кутового положення ОВ наведено в [169]:

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctg \frac{2\mu_{11}}{\mu_{02} - \mu_{20}} + \lambda, \quad \lambda = \begin{cases} 0, & \text{якщо } \mu_{20} \geq \mu_{02}, \mu_{30} \geq 0, \\ \pi/2, & \text{якщо } \mu_{20} < \mu_{02}, \mu_{30} \geq 0, \\ \pi, & \text{якщо } \mu_{20} \geq \mu_{02}, \mu_{30} < 0, \\ 3\pi/2, & \text{якщо } \mu_{20} < \mu_{02}, \mu_{30} < 0. \end{cases} \quad (1.4)$$

Найпростіший варіант визначення кутового положення ОВ – на основі вимірюваних координат двох опорних точок цього об'єкта за формулою [169, 170]:

$$\alpha = \arctg \frac{y_l - y_j}{x_l - x_j}. \quad (1.5)$$

Параметри руху ОВ можуть бути визначені на основі часової послідовності відеозображень $f_i(x_{\text{ае}}, y_{\text{ае}})$, що характеризує просторове положення ОВ в моменти часу $t_i = i \cdot \delta_{\text{а}}$ ($i \in \overline{1, K}$, K – загальна кількість відеозображень у часовій послідовності, $\delta_{\text{а}}$ – інтервал часу, що розділяє моменти формування двох сусідніх відеозображень у часовій послідовності) [150, 156, 158]. З урахуванням використання дискретних відліків відеозображень в цифровій ЕОМ отримуємо часову послідовність $f_i(n, m)$. Для кожного цифрового відеозображення у часовій послідовності визначаються координати точок ОВ згідно викладених вище методів.

На основі цих даних можна визначити параметри руху ОВ [150, 156, 158]:

1. Лінійні переміщення контурних точок та центра мас ОВ. Ці переміщення dr_{ij} визначаються для j -ї точки ОВ на основі їх проекцій dx_{ij} і dy_{ij} на координатні осі Ox і Oy просторової системи координат в площині лицьової поверхні виробу:

$$dx_{ij} = x_{ij} - x_{(i-q)j}, \quad dy_{ij} = y_{ij} - y_{(i-q)j}, \quad dr_{ij} = \sqrt{dx_{ij}^2 + dy_{ij}^2},$$

де x_{ij}, y_{ij} – координати j -ї точки ОВ в момент часу $t_i = i \cdot \delta_{\bar{a}}$, $q = 1, 2, 3, \dots$ – коефіцієнт, що задає крок визначення параметрів руху за чисельними методами диференціювання.

2. Лінійні швидкості і прискорення контурних точок та центра мас ОВ в площині лицьової поверхні виробу:

$$v_{xij} = \frac{dx_{ij}}{q \cdot \delta_{\bar{a}}}, \quad v_{yij} = \frac{dy_{ij}}{q \cdot \delta_{\bar{a}}}, \quad v_{ij} = \sqrt{v_{xij}^2 + v_{yij}^2},$$

$$a_{xij} = \frac{v_{xij} - v_{x(i-q)j}}{q \cdot \delta_{\bar{a}}}, \quad a_{yij} = \frac{v_{yij} - v_{y(i-q)j}}{q \cdot \delta_{\bar{a}}}, \quad a_{ij} = \sqrt{a_{xij}^2 + a_{yij}^2},$$

3. Поточне кутове положення ОВ α_i відносно його центру мас в момент часу $t_i = i \cdot \delta_{\bar{a}}$ згідно співвідношень (1.3) – (1.5).

4. Кутові переміщення, швидкості і прискорення ОВ відносно його центру мас:

$$d\alpha_i = \alpha_i - \alpha_{(i-q)}, \quad \omega_i = \frac{d\alpha_i}{q \cdot \delta_{\bar{a}}}, \quad d\omega_i = \omega_i - \omega_{(i-q)}, \quad \varepsilon_i = \frac{d\omega_i}{q \cdot \delta_{\bar{a}}}.$$

Для ОВ на основі відеозображень також можуть бути визначені інші механічні величини, що залежать від ГП та параметрів руху цих об'єктів:

1. Якщо відома апріорна інформація про тривимірну геометричну форму та просторове розташування ОВ, то на основі відеозображення можуть бути оцінені об'єм $V_{i\hat{A}}$ та площа перетину S_i цього об'єкту. Наприклад, для ОВ в формі шару на основі виміряного поперечного розміру w його об'єм

$V_{\hat{I}\hat{A}} = 4\pi w^3 / 3$, на основі виміряної площі $S_{\hat{I}\hat{A}}$ його об'єм $V_{\hat{I}\hat{A}} = 32 / (3\sqrt{\pi}) S_{\hat{I}\hat{A}}^{3/2}$.

В даному випадку максимальне значення площі перетину $S_{\hat{I}} = S_{\hat{I}\hat{A}}$.

2. Якщо відома апріорна інформація про об'ємну густину ОБ $\rho_{\hat{I}\hat{A}}$ або його густину $\rho_{\hat{I}\hat{A}1}$, як плоскої фігури, то можна визначити масу цього об'єкта: $m_{\hat{I}\hat{A}} = \rho_{\hat{I}\hat{A}} \cdot V_{\hat{I}\hat{A}}$ або $m_{\hat{I}\hat{A}} = \rho_{\hat{I}\hat{A}1} \cdot S_{\hat{I}\hat{A}}$.

3. Якщо відома маса ОБ, то на основі вимірювань його параметрів руху можуть бути оцінені зовнішні сили та моменти, що діють на цей об'єкт: $F_{\hat{I}\hat{A}} = m_{\hat{I}\hat{A}} \cdot a_{ij}$.

4. На основі розрахованих площі перетину ОБ та зовнішньої сили, що перпендикулярна площині цього перетину, можуть бути визначені механічні напруги в цьому об'єкті: $U_{\hat{I}\hat{A}} = F_{\hat{I}\hat{A}} / S_{\hat{I}}$.

5. На основі переміщень ділянок ОБ, що виміряні для часової послідовності відеозображень, можуть бути визначені механічні деформації об'єкта.

Приклади таких обчислень механічних величин для прикладних задач наведено в [17, 25, 219].

Таким чином, для одного цифрового відеозображення безпосередньо можуть бути виміряні координати точок ОБ та обраховані ГП цих об'єктів. Для часової послідовності відеозображень можуть бути визначені параметри руху ОБ шляхом алгоритмічної обробки результатів вимірювань координат. На цій основі також можуть бути визначені інші механічні величини, що залежать від ГП та параметрів руху ОБ.