

Міністерство освіти і науки України
Державний університет «Житомирська політехніка»

М. М. Можаровський
В. П. Шумляківський
Р. В. Колодницка

ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА

Підручник

Житомир
2023

УДК 538.8

М74

*Рекомендовано до друку Вченою радою університету
«Житомирська політехніка»*

(протокол № __ від __ _____ 20__ р.)

Рецензенти:

Сивак Р.І. – доцент кафедри механіки та інженерії агроєкосистем Поліського національного університету, д.т.н., доц.

Шелудченко Б.А. – професор кафедри механіки та інженерії агроєкосистем Поліського національного університету, к.т.н., проф..

Кирилович В.А. – професор кафедри робототехніки, електроенергетики та автоматизації ім. проф. Б.Б. Самотокіна, Державного університету «Житомирська політехніка», д.т.н., доц.

Можаровський М.М.

М74 Технічна механіка : підручник : підручник / М.М. Можаровський, В.П. Шумляківський, Р.В. Колодницька. - Електронні дані. – Житомир : Державний університет «Житомирська політехніка». 2023. – 243 с.

ISBN 978-966-XX-XX-X

В підручнику викладені основи теоретичної механіки, опору матеріалів, деталей і механізмів машин; наведені приклади розрахунків. У відповідності з навчальними планами по предмету «Технічна механіка» для освітнього рівня «Бакалавр» спеціальностей 275 «Транспортні технології», 184 «Гірництво».

Призначений для студентів денної і заочної (дистанційної) форми навчання за вказаними спеціальностями. Може бути корисним для студентів при виконанні курсових та дипломних робіт (проектів) за визначеним напрямом підготовки та ін.

ЗМІСТ

Передмова.....	5
Розділ 1 ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА	
1.1. Основні поняття і аксіоми статyki.....	8
1.2. В'язі та їх реакції.....	11
1.3. Плоска система сил.....	15
1.4. Елементи теорії тертя.....	24
1.5. Просторова система сил.....	29
1.6. Визначення центру ваги.....	35
1.7. Кінематика точки.....	42
1.8. Найпростіші рухи твердого тіла.....	50
1.9. Закони динаміки і рівняння руху точки.....	54
1.10. Сили, що діють на точки механічної системи.....	57
1.11. Теорема про рух центру мас механічної системи.....	59
1.12. Робота сили.....	62
1.13. Потужність.....	64
1.14. Коефіцієнт корисної дії.....	64
<i>Контрольні запитання і завдання.....</i>	<i>65</i>
Розділ 2 ОСНОВИ ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ	
2.1. Основні поняття.....	67
2.2. Розтяг і стиск.....	70
2.3. Дослідне вивчення механічних властивостей матеріалів.....	75
2.4. Основні механічні характеристики матеріалів.....	81
2.5. Розрахунки на міцність при розтягу і стиску.....	88
2.6. Зріз (зсув) та зминання.....	90
2.7. Розрахунки при деформаціях кручення.....	95
2.8. Розрахунки при деформаціях згину (прямий поперечний згин).....	103
2.9. Стійкість при осьовому навантаженні брусу (поздовжній згин).....	111
2.10. Розрахунок брусу на сумісні дії кручення та згину.....	112

<i>Контрольні запитання і завдання</i>	113
Розділ 3 ДЕТАЛІ І МЕХАНІЗМИ МАШИН	
3.1. Машини і їх основні елементи.....	115
3.2. Основні критерії працездатності і розрахунку деталей машин	122
3.3. Машинобудівельні матеріали	132
3.4. Деталі обертового руху.....	143
3.5. Корпусні деталі.....	147
3.6. Пружини і ресори	150
3.7. Нероз'ємні з'єднання деталей машин	152
3.8. Роз'ємні з'єднання деталей	166
3.9. Підшипники ковзання.....	172
3.10. Підшипники кочення	180
3.11. Муфти.....	193
3.12. Механічні передачі.....	198
3.13. Кривошипно-шатунні механізми.....	221
3.14. Кулісні механізми	221
<i>Контрольні запитання і завдання</i>	223
Розділ 4 ЗМІНА МЕХАНІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ МАТЕРІАЛІВ	
4.1. Поняття і основні способи зміни механічних властивостей	226
4.2. Обробка зміцнення пластичними деформаціями.....	226
4.3. Підвищення зносостійкості поверхневих шарів	229
4.4. Поверхневі покриття.....	231
4.5. Зміцнення поверхневих шарів хіміко-термічною обробкою	233
4.6. Зміцнення ходових гвинтів	234
<i>Контрольні запитання і завдання</i>	235
Розділ 5 ТЕНДЕНЦІЇ РОЗВИТКУ КОНСТРУКЦІЙ МАШИН І МЕХАНІЗМІВ	
СПИСОК ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ.....	241

Передмова

Механіка – одна з найдавніших наук. Вона розвивалась з розвитком людства, своєчасно даючи відповіді на багаточисельні запити практики. В давнину не існувало поділу науки по галузях знань, тому механіка, також як філософія і природознавство, була частиною науки про природу і суспільство. І тільки після Аристотеля (384 – 322 рік до н.е.) починається виділення приватних наук із загального природознавства.

Виникнення і розвиток механіки як науки нерозривно пов'язане з історією розвитку продуктивних сил суспільства, з рівнем виробництва і техніки на кожному етапі його розвитку.

В стародавньому Єгипті при будівництві пірамід уже користувались важелями, похилими площинами, блоками.

Обґрунтування початкових законів механіки (статики) зробив в своїх працях один з великих вчених давнини Архімед (287 – 212 р. до н.е.).

В епоху Відродження (XIV – XVI століття) великий вклад в розвиток механіки вніс знаменитий італійський художник, вчений та інженер Леонардо да Вінчі (1452 – 1519). Він вивчав тертя ковзання , рух тіла, що падає, вперше ввів поняття моменту сили.

Завдяки великому відкриттю Миколи Коперніка (1473 – 1543) був здійснений переворот в природознавстві: на зміну геоцентричній системі Птолемея прийшла геліоцентрична система світу. На основі вчення М. Коперніка І.Кеплер (1571 – 1630) сформулював три закони руху планет, які в наслідку призвели до відкриття І. Ньютоном закону всесвітнього тяжіння.

Основоположниками основ динаміки рахуються італієць Галілео Галілей (1564 – 1642) і англієць Ісаак Ньютон (1643 – 1727). В праці Ньютона „Математичні початки натуральної філософії”, що видана в 1687 р., викладені в системному вигляді основні закони так званої класичної механіки (закони Ньютона).

В XVIII ст. в механіці починається інтенсивний розвиток аналітичних методів, тобто методів оснований на використанні диференціального і інтегрального обчислень. До цього періоду відносяться дослідження по механіці твердого тіла, гідродинаміці і небесній механіці. Методи розв'язку задач шляхом складання і

інтегрування відповідних диференціальних рівнянь були розроблені великим математиком і механіком Леонардом Ейлером (1707 – 1783). Він заклав перші цеглинки в фундамент наук, які тільки зароджувались, таких як опір матеріалів і теорія пружності.

Серед інших досліджень в області механіки найбільше значення для її розвитку мали праці видатних французьких вчених – Ж. Д'Аламбера (1717 – 1783), який запропонував свій відомий принцип розв'язку задач динаміки, і Ж.Лагранжа (1736 – 1813), який розробив загальний аналітичний метод розв'язку задач динаміки на основі принципу Д'Аламбера і принципу можливих переміщень.

В роботах французьких вчених Варіньона і Пуансо на ряду з динамікою отримала подальший розвиток і статика.

Велике значення для подальшого розвитку механіки мали роботи вчених XIX і XX століть: М.В.Остроградського, П.Л.Чебишева, С.В.Ковалевської, А.М.Ляпунова, І.В.Мещерського, А.Н.Крилова, Н.Є.Жуковського та ін.

Кінематика, як окремий розділ механіки, виділилась лише в першій половині XIX століття під впливом запитів машинобудування, яке в даний період набуло бурхливого розвитку. Цей розділ має велике значення при вивченні руху механізмів і машин.

Сучасний розвиток машинобудування і техніки в цілому вимагає розв'язку спеціальних задач. На порядку денному перед наукою стоять задачі по створенню нових матеріалів для різних галузей народного господарства, а це в свою чергу ставить задачу про дослідження їх міцності і властивостей деформуватись. Тому набувають бурхливого розвитку науки про міцність і деформацію елементів споруд і деталей машин – опір матеріалів, теорія пружності, теорія пластичності і повзучості та деякі інші науки.

На відміну від теоретичної механіки ці науки розглядають задачі, в яких найбільш суттєвими є властивості матеріалів і тіл, що деформуються, а закони руху абсолютно твердого тіла відступають на другий план. В той же час, внаслідок спільності основних положень, ці науки можуть розглядатись як розділ механіки, який можна назвати механікою тіл, що деформуються..

В курсі „Деталі і механізми машин” на базі теоретичної механіки і опору матеріалів вивчаються особливості розрахунку і принципи конструювання окремих елементів і простих з’єднань машин.

Даний підручник розрахований для набуття і закріплення теоретичних знань при вивченні курсу „Технічна механіка” студентами не машинобудівних спеціальностей ВУЗів і включає теоретичну механіку, опір матеріалів, деталі і механізми машин. Крім того, в рамках вивчення курсу розглядаються зміна механічних властивостей матеріалів і тенденції розвитку конструкцій машин і механізмів.

В розділі I. „Теоретична механіка” викладені основи статички, кінематики, динаміки, наведені приклади розв’язку задач і приклади виконання розрахунково–графічних завдань.

В розділі 2 «Основи опору матеріалів» наводяться загальні принципи розрахунку елементів конструкції; наведені приклади розрахунку бруса на розтягування (стискання), зріз та зминання, поперечний та поздовжній згини, а також на сумісну дію кручення та згину.

В розділі 3 «Деталі і механізми машин» розглянуті основні з’єднання деталей машин, передачі та механізми; наведені рекомендації по використанню тих чи інших передач; наведені приклади розрахунків.

В розділі 4 «Зміна механічних властивостей матеріалів» викладений матеріал, що сприяє поглибленню і розширенню знань студентів з матеріалознавства.

В кінці кожного з перекислених розділів наведені контрольні запитання. Вони допоможуть студентам проаналізувати викладений матеріал і проконтролювати свої знання.

В розділі 5 «Тendenції розвитку конструкцій машин і механізмів» розрахований на перспективу розвитку машинобудування і деякий політ фантазії.

В даному підручнику викладений мінімум загальнотехнічних знань, при засвоєнні яких студент може себе впевнено більш відчувати при виконанні курсових і дипломних робіт.

Розділ 1

ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА

1.1. Основні поняття і аксіоми статики

Теоретична механіка – це наука, в якій вивчається механічний рух тіл та встановлюються загальні закони цього руху. Теоретична механіка складається з трьох розділів: *статика*, *кінематика* і *динаміка*.

Статика – це розділ теоретичної механіки, в якому вивчаються закони приведення і умови рівноваги сил, що діють на матеріальні точки.

Матеріальні тіла, що існують в природі мають властивості під дією прикладених сил деформуватись, тобто змінюють форму внаслідок зміни взаємного розташування частинок, що їх утворюють. Але в більшості твердих тіл (металів, каменю, дерева) в нормальних умовах ці деформації є надто малими. Врахування їх набуває практичного значення при розгляді питань міцності відповідних конструкцій. Ці питання вивчаються в розділі «Опір матеріалів». При розгляді ж загальних умов рівноваги деформаціями більшості твердих тіл в першому наближенні зазвичай нехтують. В зв'язку з цим в механіці вводять поняття абсолютно твердого тіла (АТТ).

Абсолютно твердим тілом називають тіло, відстань між будь-якими двома точками якого, завжди залишається завжди залишається незмінною. На рис. 1.1 відстань $AB = const$.

В статистиці всі тіла розглядаються як абсолютно тверді, тому в подальшому ми будемо називати їх твердими тілами, або просто тілами.

Другим основним поняттям в статистиці є поняття сили. **Силою** називають векторну величину, що являє собою міру механічної взаємодії одного твердого тіла на інше, в результаті якої тіла можуть

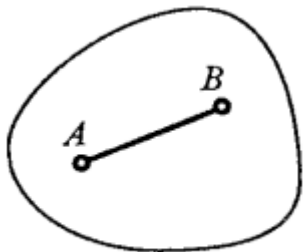


Рис. 1.1

набувати прискорень, або змінювати розміри та форму(деформуватися).

Таким чином, сила $\vec{F}$ як векторна величина, має модуль F , точку прикладання A і напрямок (лінія дії) (рис. 1.2). Проекції вектору сили $\vec{F}$

на координатні осі визначають наступним чином:

на вісь Ox

$$F_x = F \cos \alpha; \quad (1.1)$$

на вісь Oy

$$F_y = F \sin \beta. \quad (1.2)$$

Модуль вектору $\vec{F}$, тобто значення сили, визначається за теоремою Піфагора:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}. \quad (1.3)$$

Введемо наступні визначення:

Матеріальною точкою будемо називати абсолютно тверде тіло, розмірами якого можна знехтувати, абстрактно зосередивши масу цього тіла в точці. Наприклад, рух супутника навколо планети можна розглядати як рух матеріальної точки, оскільки розміри супутника є мізерно малими в порівнянні з розмірами планети.

Системою сил називатимемо декілька сил, що діють на задане тверде тіло.

Дві системи називаються **еквівалентними**, якщо, діючи на одне і те ж тіло, вони відтворюють однакову механічну дію.

Сили, що діють на частинки тіла (матеріальні точки) зі сторони інших матеріальних тіл, називають **зовнішніми силами**. Сили, що діють на частинки даного тіла зі сторони інших частинок цього ж тіла, називають **внутрішніми силами**.

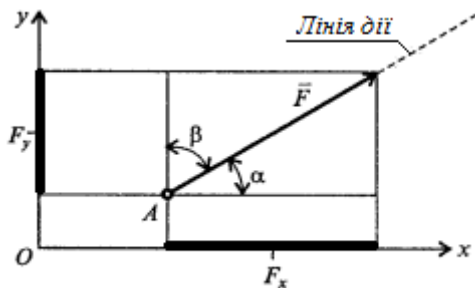


Рис. 1.2

Якщо під дією заданої системи сил вільне тіло може знаходитись в стані спокою, то таку систему називають **зрівноваженою або системою, еквівалентною нулю**.

Якщо система сил є еквівалентною одній силі, то цю силу називають **рівнодіючою** даної системи сил.

Силу, прикладена до твердого тіла в будь-якій одній точці, називають **зосередженою** силою. Силу, що діє на визначену частину твердого тіла, називають **розподіленою**.

Всі теореми і рівняння статички базуються на декількох вихідних положеннях, що приймають без математичних доведень і називають **аксіомами**. Аксіоми статички являють собою результат знань, накопичених людством, і відображують об'єктивні процеси. Достовірність цих аксіом підтверджуються багато чисельними дослідими та спостереженнями.

Аксіома 1. Дві сили (F_1 і F_2), що діють на вільне абсолютно тверде тіло, знаходиться в рівновазі тоді і тільки тоді, коли вони є рівними за модулем і напрямлені вздовж однієї прямої в протилежні сторони (рис. 1.3).

Аксіома 2. Дія заданої системи сил на абсолютно тверде тіло не зміниться, якщо до неї додати або відняти зрівноважену систему сил.

Наслідок із аксіом 1 і 2: точку прикладання сили, що діє на абсолютно тверде тіло, можна переносити вздовж її лінії дії в будь-яку іншу точку тіла. Уявимо, що в точці А до твердого тіла прикладена сила $\vec{F}$ (рис. 1.4).

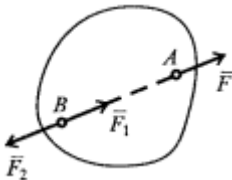


Рис. 1.3

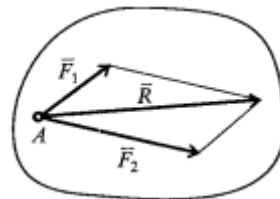


Рис. 1.4

Прикладемо в точці В дві сили $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$, що дорівнюють за модулем силі $\vec{F}$ і напрямлені вздовж її лінії дії в протилежні сторони. За аксіомою 2 можна відкинути зрівноважену систему сил $\vec{F}_2$ і $\vec{F}$. В результаті тепер на тіло буде діяти тільки сила $\vec{F}_1$, що дорівнює силі $\vec{F}$, але вже прикладений в точці В.

Аксіома 3. Дві сили, прикладені до тіла в одній точці, мають рівнодіючу, що є діагоналлю паралелограму, побудованого на цих силах як на сторонах. Вектор $\vec{R}$ (рис. 1.5) представляє собою геометричну суму векторів $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2. \quad (1.4)$$

Із аксіоми 3 витікає, що рівнодіюча двох сил, прикладених в одній точці, дорівнює їх геометричній сумі та прикладена в тій же точці.

Аксіома 4. Два матеріальних тіла діють одне на інше з силами, рівними за величиною і протилежними за напрямком. Така система сил не є зрівноваженою, оскільки сили прикладені до різних тіл.

Аксіома 5. Якщо тіло, що деформується, знаходиться в рівновазі під дією заданої системи сил, то рівновага не порушиться, якщо тіла стануть абсолютно твердими. Цю аксіому називають аксіомою затвердіння.

Із аксіоми 5 витікає, що ця умова, яка є необхідною як для абсолютно твердого так і тіла, що деформується, не є для останнього достатньою. В розділі 2 цього підручника буде розглядатись достатність рівноваги тіл, що деформуються.

1.2. В'язі та їх реакції

Тіло, яке може здійснювати будь-які переміщення в просторі, називають **вільним**. Прикладами вільного тіла можуть бути літак чи снаряд, що летять в повітрі. В різного роду спорудах та конструкціях ми зазвичай зустрічаємося з тілами, на переміщення яких накладаються обмеження. Такі тіла називають **невільними**.

Тіло, що обмежує свободу руху твердого тіла, є повдношенню до нього **в'яззю**. Якщо, прикладені до тіла сили будуть намагатись зрушити його по тому чи іншому напрямку, а в'язь перешкоджає такому переміщенню, то тіло буде діяти на в'язь з **силою тиску на в'язь**. По аксіомі 4 статики в'язь буде діяти на тіло з такою ж силою, але протилежно направленою. Силу, з якою задана в'язь діє на тіло, перешкоджаючи тому чи іншому переміщенню, називають **силою реакції** в'язі.

Із викладеного витікає **принцип звільнення** твердого тіла від в'язі, або **аксіома в'язі**: будь-яке невільне тіло (рис. 1.6, а) можна розглядати як вільне, якщо уявно відкинути накладені на тіло в'язі і прикласти замість них сили реакцій цих в'язей (рис. 1.6, б).

Сили, що діють на тіло прийнято розділяти на задані, або **активні сили**, і реакції в'язей, або **пасивні сили**.



Рис. 1.6

Активні сили відрізняються тим, що модуль і напрямок кожної сили наперед відомі і не залежать від інших, прикладених до цього тіла, сил. Прикладами активних сил можуть служити мускульна сила людини, сила ваги, сила стиснутої пружини і т.п.

Реакції в'язей на тіло, що знаходиться в стані спокою, виникають лише в тих випадках, коли це тіло від дією активних сил чинить тиск на в'язь, тому їх називають **пасивними силами**.

За аксіомою в'язі реакції в'язей направлені в сторону, протилежну тій, куди в'язь не дозволяє переміщуватись тілу. Як наслідок, якщо відомо, в якому напрямку в'язь чинить опір переміщенню твердого тіла, то відомо і напрямок реакції в'язі.

Розглянемо типи в'язей, що найбільш часто зустрічаються.

1. *Гладенька поверхня або площина. Гладенькою* будемо називати таку поверхню, на якій в першому наближенні можна знехтувати тертям. В'язь, у вигляді гладенької поверхні, не заважає тілу переміщуватись тільки в одному напрямку – перпендикулярному до цієї поверхні. Тому реакція гладенької поверхні $\vec{N}$ направлена по нормалі до цієї поверхні і прикладена до тіла в точці дотику (див. рис. 1.6, б). на рис. 1.6, б зображене тіло, що звільнене від в'язі. И подальшому при розгляді рівноваги невільного тіла реакцію в'язі будемо зображувати так, як показано на рис. 1.7, не перемальовуючи його.

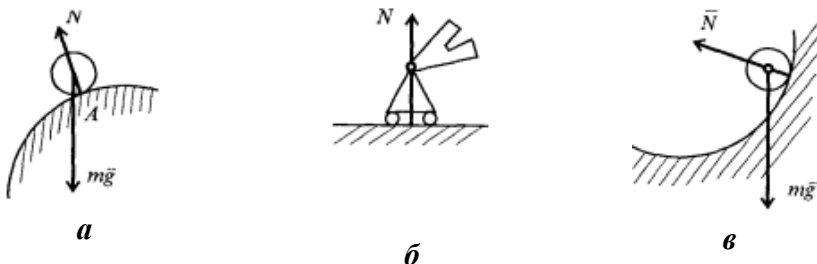


Рис. 1.7

На цьому рисунку показані в'язі у вигляді *гладеньких випуклої* (рис. 1.7, а) і *увігнутої* (рис. 1.7, в) поверхонь, а на рис. 1.7, б і 1.8, б, в – у вигляді *плоскої гладенької* поверхні.

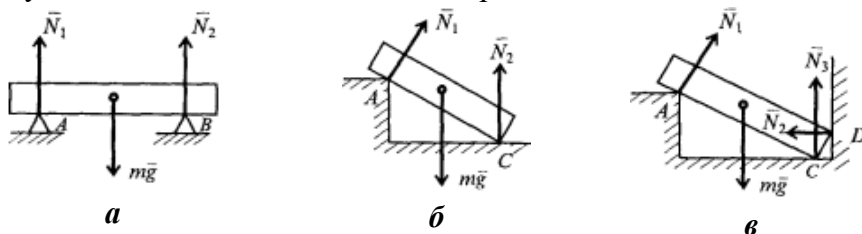


Рис. 1.8

2. *Гладенька опора.* В'язь, що здійснюється в вигляді *гладенької опори*, не дозволяє тілу переміщуватись у напрямку, перпендикулярному до поверхні тіла в точці опори (рис. 1.8). Видно, що реакція гладенької опори направлена по нормалі до

поверхні, на яку опирається тіло і прикладена до тіла в точках дотику А і В.

3. *Нитка.* Вязь, що здійснюється в вигляді гнучкої нитки (рис. 1.9), не дозволяє тілу віддалитись від точки А, тому реакція вязі T направлена вздовж нитки до точки її закріплення.

4. *Циліндричний шарнір.* На рис. 1.10 зображена шарнірно-нерухома опора валу, вісь якого проходить через шарнір А перпендикулярно площині креслення. Циліндричний шарнір А допускає обертання валу, але заважає його переміщенню в площині xOy . Тому реакція циліндричного шарніру $\vec{R}$ розташовується в площині, перпендикулярній осі можливого обертання, і її напрямок визначають дві взаємноперпендикулярні проекції на осі Ox і Oy .

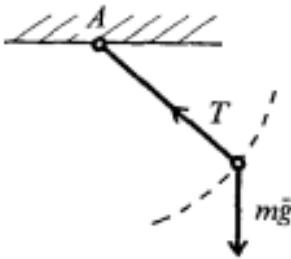


Рис. 1.9

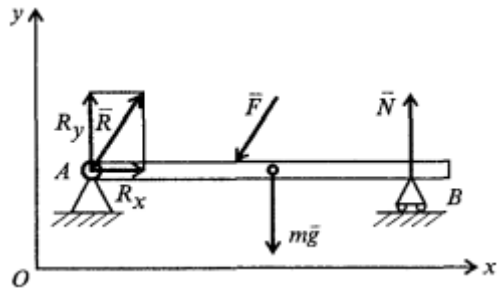


Рис. 1.10

5. *Невагомий стержень.* Жорсткий невагомий (масою його зазвичай нехтують) стержень, шарнірно прикріплений до тіла (рис. 1.11), зазнає дію тільки двох сил, прикладених в шарнірах А і В (рис. 1.11, б). Як і вся конструкція, стержень АВ знаходиться в рівновазі. Якщо стержень знаходиться в рівновазі під дією двох сил, то у відповідності з аксіомою 1 статки ці сили повинні бути рівними за модулем, але протилежно направлені по одній лінії дії, тобто $\vec{R}_1 = -\vec{R}_2$, а їх модулі $R_1 = R_2 = R$. На відміну від нитки стержень може діяти на тіло в двох напрямках, піддаючись або стиску (рис. 1.11, б), або розтягу.

6. *Жорстка заробка.* Заробка (рис. 1.12) виключає можливість будь-яких переміщень осей Ox і Oy , а також повертання в площині

xOy . Тому така в'язь при звільненні тіла від в'язі буде замінюватись реакцією $\bar{R}$ (або її проекціями R_x і R_y і моментом в заробці M_A).

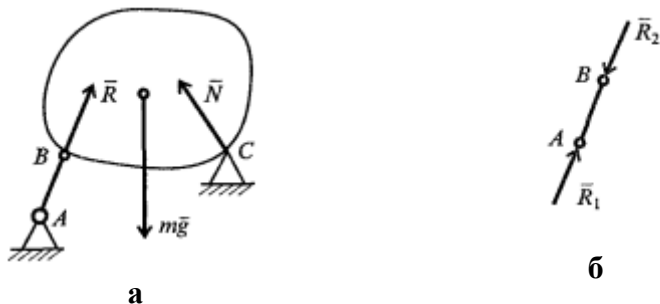


Рис. 1.11

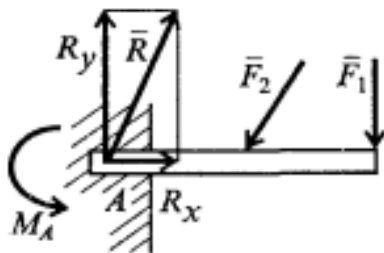
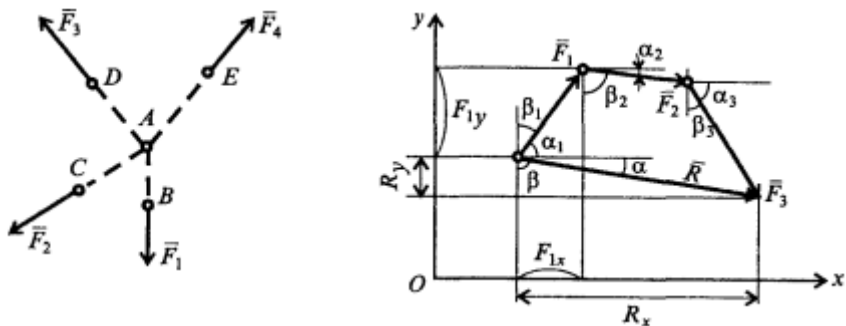


Рис. 1.12

1.3. Плоска система сил

Систему сил, лінії дії котрих знаходяться в одній площині, називають **плоскою**.

На площині можуть бути прикладені довільно розташовані сили, пари сил і сили, лінії дії котрих збігаються в одній точці. Розглянемо рівновагу системи збіжних сил.



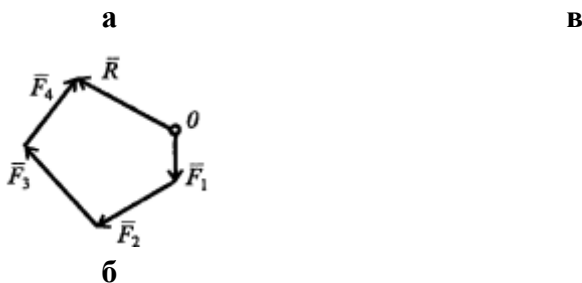


Рис. 1.13

Збіжними називають сили, лінії дії котрих перетинаються в одній точці (рис. 1.13, а). Використовують два способи додавання збіжних сил: *геометричний* (рис. 1.13, б) і *аналітичний* (рис. 1.13, в).

Геометричний спосіб додавання збіжних сил.

Від довільної точки О відкладаємо вектор, що дорівнює силі $\vec{F}_1$; від кінця $\vec{F}_1$ відкладаємо вектор, що дорівнює силі $\vec{F}_2$, і т.д. (див. рис. 1.13, а, б). Потім, з'єднуючи початок вектору $\vec{F}_1$ з кінцем останнього $\vec{F}_4$, отримуємо рівнодіючу всіх сил. Побудовану фігури називають **силовим багатокутником**.

Аналітичний спосіб додавання збіжних сил.

Проектуючи векторне рівняння $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{R}$ на координатні осі, отримаємо два алгебраїчні рівняння:

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = R_x;$$

$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = R_y$$

або

$$F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 + F_3 \cos \alpha_3 = R \cos \alpha;$$

$$F_1 \cos \beta_1 + F_2 \cos \beta_2 + F_3 \cos \beta_3 = R \cos \beta.$$

Звідси знайдемо значення рівнодіючої всіх збіжних сил:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \quad (1.5)$$

і напрямок вектору $\vec{R}$:

$$\cos \alpha = \frac{R_x}{R}; \quad \cos \beta = \frac{R_y}{R}. \quad (1.6)$$

Умовою рівноваги системи збіжних сил є рівність нулю модуля рівнодіючої $\vec{R}$, тобто силовий багатокутник повинен бути

замкненим (при геометричному способі додавання) або, аналітично, проєкції рівнодіючої сили на координатні осі повинні бути рівними нулю ($R_x = R_y = 0$). Звідси для плоскої системи збіжних сил отримуємо два рівняння рівноваги цих сил:

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0; \\ \sum F_{iy} = 0. \end{cases} \quad (1.7)$$

Як наслідок, для рівноваги системи збіжних сил необхідно і достатньо, щоб сума проєкцій всіх сил на кожну із координатних осей була рівною нулю.

Приклад 1.1

Визначити натяг ниток, що утримують тіло вагою 10 Н в рівновазі (рис. 1.14, а)

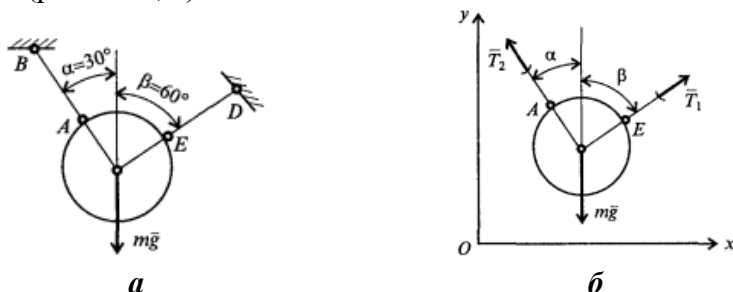


Рис. 1.14

Розв'язок.

При розв'язку задач статички належить дотримуватись визначеної послідовності. В заданому прикладі буде детально викладено порядок розв'язку задач такого типу.

1. *Виконати схематичне креслення конструкції.* Вибрати об'єкт (вузол, стержень чи тверде тіло), рівновага якого розглядається, причому шукані і задані величини повинні бути з ним пов'язані. В нашому прикладі вихідні дані (вага, кути α і β) і шукані величини (натяг ниток) пов'язані з тілом вагою 10 Н, тобто воно є об'єктом рівноваги.

2. *Звільнитись від в'язей і прикласти до об'єкту, рівновага якого розглядається, всі активні і пасивні сили.* До цього етапу

розв'язку задачі належить віднестись особливо уважно. Рівняння рівноваги, що вивчають в статиці, наводяться тільки для вільних тіл. Тому належить добре обдумати, які реакції в'язей при звільненні від останніх необхідно проставити на кресленні.

3. *Проаналізувати отриману систему сил.* Тіло знаходиться в рівновазі під дією плоскої системи збіжних сил (лінії їх дії пересікаються в центрі кулі). Для такої системи сил існує два рівняння рівноваги. Число невідомих в цих рівняннях також дорівнює двом, як наслідок, задача є статично визначною.

4. *Записати умову рівноваги у векторній (графічній) чи аналітичній формі.* Знайти невідомі величини.

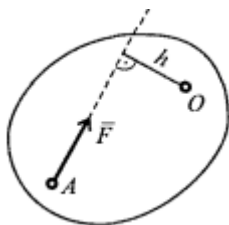
В заданому прикладі будемо використовувати аналітичний метод розв'язку. Запишемо рівняння рівноваги плоскої системи збіжних сил:

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0; \\ \sum F_{iy} = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} -T_2 \cos 60^\circ + T_1 \cos 30^\circ = 0; \\ T_2 \cos 30^\circ + T_1 \cos 60^\circ - mg = 0. \end{cases}$$

Розв'язавши отриману систему рівнянь, знаходимо натяг ниток:

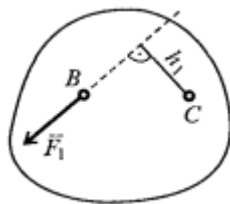
$$T_1 = 5 \text{ Н}; \quad T_2 = 8,68 \text{ Н}.$$

Момент сили відносно точки. Сила, що діє на тіло, може не тільки пересувати його, але і повертати навколо якої-небудь точки. Нехай сила $\vec{F}$, що прикладається в точці А, намагається повернути тіло навколо точки О (рис. 1.15). оскільки силу можна переносити по лінії її дії, то обертовий ефект цієї сили не буде залежати від того, в якій точці ця сила прикладена, буде залежати від відстані h від точки **О** по лінії дії сили.



$$m_O(\vec{F}) = -h \cdot F$$

a



$$m_C(\vec{F}_1) = +h_1 \cdot F$$

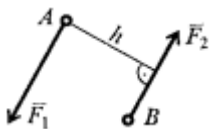
б

Рис. 1.15

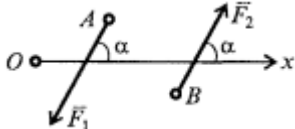
Моментом сили $\vec{F}$ відносно деякого центру O називають величину, що дорівнює добутку сили на найкоротшу відстань від точки O до лінії дії сили і взяту з відповідним знаком. Знак «плюс» відповідає моменту сили, який намагається повернути тіло навколо точки O проти ходу годинникової стрілки, знак «мінус» - якщо сила намагається повернути тіло за напрямком руху годинникової стрілки. Якщо лінія дії сили проходить через точку, то момент сили відносно цієї точки дорівнює нулю.

Перпендикуляра, опущений із точки O на лінію дії сили $\vec{F}$, називають її **плечем відносно центру O** .

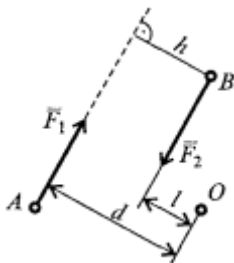
Пара сил. Система двох рівних за модулем, паралельних і протилежно направлених сил, прикладених до тіла в двох різних точках (рис. 1.16,а) називають **парою сил**.



a



б



в

Рис. 1.16

Плечем пари h (див. рис. 1.16, а) називають найкоротшу відстань між лініями дії сил, що складають пару. **Моментом пари**

сил називають взятий зі знакои «плюс» чи «мінус» добуток модуля однієї із сил на плече пари.

Властивості пари сил. 1. Сума проекцій сил, що утворюють пару, на будь-яку вісь дорівнює нулю (рис. 1.16, б):

$$F_2 \cos \alpha - F_1 \cos \alpha = 0. \quad (1.8)$$

Як наслідок, пару сил неможливо замінити рівнодіючою.

Приклад 1.2

Визначити моменти пар сил $\bar{F}_1$ і $\bar{F}_2$ (див. рис. 1.16, а і в).

Розв'язок.

1. Момент пари сил $\bar{F}_1$ і $\bar{F}_2$, представлених на рис 1.16, а :

$$m(\bar{F}_1, \bar{F}_2) = +F_1 h = Fh.$$

Момент пари сил $\bar{F}_1$ і $\bar{F}_2$, представлених на рис 1.16, в :

$$m(\bar{F}_1, \bar{F}_2) = -F_1 h = -Fh.$$

2. Сума моментів сил, що утворюють пару, відносно будь-якої точки площини, в якій лежить ця пара сил, дорівнює моменту пари (рис. 1.16, в):

$$m_o(\bar{F}_1) = -F_1 d = -Fd;$$

$$m_o(\bar{F}_2) = +F_2 l = +Fl;$$

$$m_o(\bar{F}_1) + m_o(\bar{F}_2) = -Fd + Fl = -(d - l)F = -Fh.$$

Приведення плоскої системи сил до заданого центру.

Нехай на тверде тіло діє система сил $\bar{F}_1, \bar{F}_2, \dots, \bar{F}_n$ (рис. 1.17, а).

Прикладемо в точці O по дві зрівноважуючі сили, одна із яких буде дорівнювати і паралельна заданій: $\bar{F}'_1 = \bar{F}_1, \dots, \bar{F}'_n = \bar{F}_n$, а друга – рівна, але направлена в протилежну сторону: $\bar{F}''_1 = -\bar{F}_1, \dots, \bar{F}''_n = -\bar{F}_n$

Тепер на тіло діятимуть: система збіжних сил $\bar{F}'_1, \bar{F}'_2, \dots, \bar{F}'_n$ і система пар сил з моментами $m_1 = m(\bar{F}_1 \bar{F}''_1), m_2 = m(\bar{F}_2 \bar{F}''_2), \dots, m_n = m(\bar{F}_n \bar{F}''_n)$. Систему

збіжних сил замінемо рівнодіючою (рис. 1.17, б): $\bar{R} = \bar{F}'_1 + \bar{F}'_2 + \dots + \bar{F}'_n$ або (що витікає з рівняння $\bar{F}_1 = \bar{F}'_1$ і т. д.) $\bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \dots + \bar{F}_n$. У відповідності з другою властивістю пари сил знайдемо алгебраїчну суму моментів всіх сил:

$$M_O = M_1 + M_2 + \dots + M_n. \quad (1.9)$$

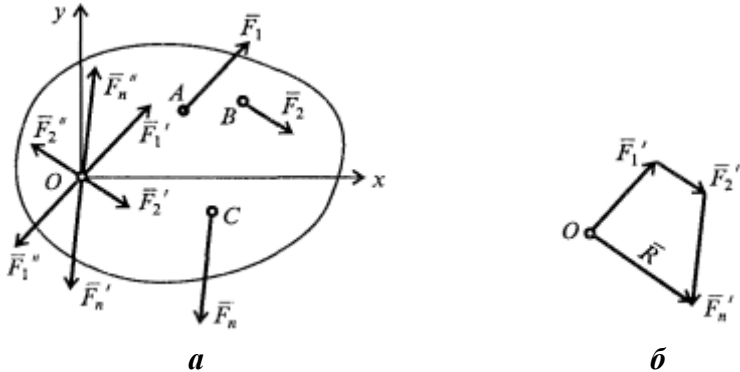


Рис. 1.17

В результаті приведення всіх сил до точки O приходимо до *леми Пуансо*:

Довільну плоску систему сил можна замінити однією силою, що дорівнює геометричній сумі всіх сил, прикладених в довільно вибраному центрі, і моментом, рівним алгебраїчній сумі моментів приєднаних пар.

Отриману в результаті приведення силу $\bar{R}$ називають **результуючою силою** (вона не є рівнодіючою для заданої системи сил, оскільки не замінює їх дії), а M_O – **результуючим моментом**.

В теоретичній механіці прийняті наступні визначення:

1. Точку O називають **центром приведення**.
2. Вектор $\bar{R}$, що дорівнює геометричній сумі всіх сил, є **головним вектором** системи сил. Його значення не залежить від вибору центру приведення, тобто $\bar{R}$ – *інваріантна величина*.
3. Момент M_O , рівний алгебраїчній сумі моментів приєднаних пар, називають **головним моментом** системи сил; його значення залежить від вибору центру приведення.

Приватні випадки приведення.

1. $\bar{R} = 0$, $M_O \neq 0$ – система сил приводиться до пари з моментом, що дорівнює алгебраїчній сумі моментів всіх сил

відносно центру приведення. В цьому випадку головний момент не залежить від центру приведення.

2. $\bar{\mathbf{R}} \neq \mathbf{0}, \mathbf{M}_O = \mathbf{0}$ – система приводиться до однієї рівнодіючої сили, прикладеної в точці O ; головний вектор в цьому випадку є рівнодіючою, оскільки він один замінює сукупність діючих сил.

3. $\bar{\mathbf{R}} \neq \mathbf{0}, \mathbf{M}_O \neq \mathbf{0}$ – така система може бути замінена однією рівнодіючою силою, прикладеною в новому центрі приведення, розташованому від попереднього на відстані $d = M_O/R$.

4. $\bar{\mathbf{R}} = \mathbf{0}, \mathbf{M}_O = \mathbf{0}$ – плоска система сил знаходиться в рівновазі.

Аналітичні умови рівноваги плоскої системи сил. Необхідною і достатньою умовою рівноваги є рівність нулю головного вектору і головного моменту системи сил ($\bar{\mathbf{R}} = \mathbf{0}, \mathbf{M}_O = 0$). Спроектувавши вектор $\bar{\mathbf{R}}$ на координатні осі, отримуємо: $R_x = 0$ і $R_y = 0$, оскільки $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$. Знаючи, що $R_x = \sum F_{ix}$ і $R_y = \sum F_{iy}$, отримуємо **аналітичні умови рівноваги довільної плоскої системи сил**:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \\ \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0; \\ \sum_{i=1}^n m_O(\bar{F}_i) = 0; \end{cases} \quad (1.10)$$

Досить часто ці рівняння називають **основними рівняннями рівноваги**. В залежності від розташування сил іноді є доцільним складати умову рівноваги у вигляді двох рівнянь моментів і одного рівняння проєкцій:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \\ \sum_{i=1}^n m_A(\bar{F}_i) = 0; \\ \sum_{i=1}^n m_B(\bar{F}_i) = 0; \end{cases} \quad (1.11)$$

В цьому випадку вісь Ox не повинна бути перпендикулярною до AB .

Можна записати рівняння рівноваги у вигляді трьох рівнянь моментів відносно трьох точок, що не лежать на одній прямій:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n m_A(\bar{F}_i) = 0; \\ \sum_{i=1}^n m_B(\bar{F}_i) = 0; \\ \sum_{i=1}^n m_C(\bar{F}_i) = 0; \end{cases} \quad (1.12)$$

Приклад 1.3

На ферму вагою 200 кН діє вітер з силою $F = 40 \text{ кН}$. Визначити реакції опор.

Розв'язок.

1. За об'єкт рівноваги вибираємо ферму.
2. Звільняємось від вязей і замінюємо їх дію реакціями (рис. 1.18)

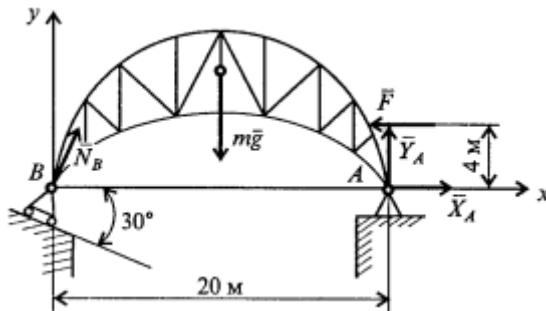


Рис. 1.18

3. В результаті аналізу отриманої системи сил встановлюємо, що ферма знаходиться в рівновазі під дією довільної плоскої системи сил. Як наслідок, існує три рівняння рівноваги. Співставивши число невідомих шуканих величин N_B , X_A і Y_A з числом рівнянь, робимо висновок, що задача є статично визначною.

4. Записуємо рівняння рівноваги для конкретної задачі:

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; N_B \cos 60^\circ + X_A - F = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0; N_B \cos 30^\circ + Y_A - 200 = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n m_B(\bar{F}_i) = 0; = -200 \cdot 10 + Y_A \cdot 20 + 40 \cdot 4 = 0.$$

5. Розв'язавши отриману систему рівнянь, визначаємо:

$$Y_A = 92 \text{ кН}; N_B = 124,7 \text{ кН}; X_A = -22,4 \text{ кН}.$$

Реакція X_A отримана з від'ємним знаком; це означає, що фактичний напрямок цього вектору є протилежним.

1.4. Елементи теорії тертя

Давно відомо, що якщо рухати одне тіло по поверхні другого, то в площині дотику виникає сила опору відносному ковзанню цих тіл. Вперше дослідженням явища тертя займався Леонардо Давінчі. Точне визначення сили тертя з врахуванням всіх факторів, від яких вона залежить, являє собою досить складну задачу, для якої і до сих пір не вдається знайти повного теоретичного розв'язку.

Тому при вивченні законів тертя приходить базуватись на результатах дослідів.

Таким чином, закони тертя були знайдені дослідним шляхом і в 1771 р. сформульовані французьким вченим Кулоном.

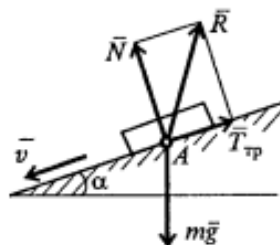


Рис. 1.19

Закони тертя.

1. Сила тертя направлена в сторону, протилежну відносній швидкості ковзання (рис. 1.19)

2. Сила тертя не залежить від площі контактних поверхонь.

3. Модуль сили тертя пропорційний нормальному тиску.

Розрізняють силу тертя в спокої і в русі:

$$F_{\text{тр}} \leq f_0 N - \text{сила тертя спокою};$$

$$F_{\text{тр}} \leq f N - \text{сила тертя руху};$$

де N – сила нормального тиску, f_0 – коефіцієнт тертя спокою, f – коефіцієнт тertia ковзання. Максимальна величина сили тертя $F_{\text{трmax}} = f_0 N$. Із дослідів відомо, що при русі коефіцієнт тертя залежить від швидкості ковзання тіл.

Коефіцієнти f і f_0 залежать від матеріалу і фізичного стану контактних поверхонь. Значення цих коефіцієнтів наводяться в табл. 1.1.

Таблиця 1.1

Коефіцієнт тертя ковзання

Матеріал	Коефіцієнт тертя	
	спокую f_0	ковзання f
Камінь по камню	0,6,...0,7	
Шнур по дереву	0,5,...,0,8	0,5
Дерево по дереву	0,4,...,0,7	0,3
Метал по дереву	0,4,...,0,6	0,3,...,0,5
Бетон по піску	0,3,...,0,4	
Камінь по дереву	0,4	
Шкіра по металу	0,3,...,0,4	0,3
Азбестова обкладка по сталі (чавуну)	0,25,...,0,35	
Бронза по чавуну	0,16	
Бронза по чавуну з достатнім мащенням	0,12	
Сталь по льоду	0,03	0,015
Сталь по чавуну, сталь по сталі, чавун по чавуну	0,12,...,0,2	0,1

Приклад 1.4

На стальний вал, діаметром 40 см, (рис. 1.20, а) діє крутний момент $M_{кр} = 250 \text{ кН} \cdot \text{м}$. Визначити, з якою силою потрібно стиснути гальмівні колодки, обтягнуті шкірою, щоб зупинити вал.

Розв'язок.

1. За об'єкт рівноваги вибираємо вал.
2. Звільнюємося від вязей і замінюємо їх реакціями: нормальною силою $\bar{N}$ і силою тертя $\bar{F}_{тр}$, які будуть діяти на вал зі сторони кожної колодки (рис. 1.20, б).

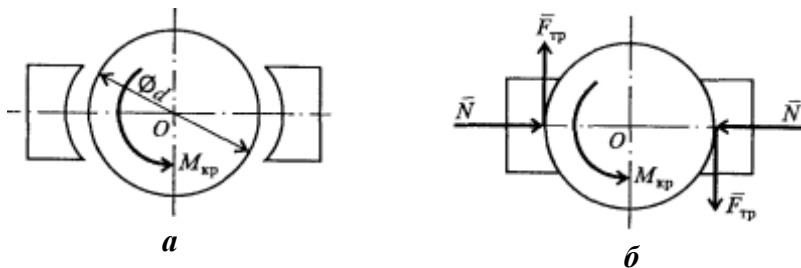


Рис. 1.20

3. Оскільки число невідомих не перевищує число рівнянь рівноваги плоскої системи, то будемо рахувати, що задача є статично визначальною.

4. Запишемо одне із рівнянь рівноваги, а іменно:

$$\sum_{i=1}^n M_O(\bar{F}_i) = 0; \quad M_{кр} - F_{тр} \cdot d = 0.$$

Звідси отримуємо значення сили тертя

$$F_{тр} = \frac{M_{кр}}{d} = \frac{250}{0,4} = 625 \text{ (кН)}.$$

5. Шукану силу $\bar{N}$ визначаємо із залежності $F_{тр} = f_0' N$.

В табл. 1.1 для пари шкіра-метал коефіцієнт тертя спокою рекомендується приймати $f_0 = 0,3 \dots 0,4$. Таким чином,

$$N = \frac{F_{тр}}{0,3} = 2083,3 \text{ (кН)}.$$

На шорсткій поверхні сила тертя може коливатись від нуля до максимального значення, тобто $0 \leq F_{тр} \leq F_{трmax}$. В цьому випадку реакція в'язі R буде $N \leq R \leq R_{max}$. Найбільший кут φ , на який повна реакція R відхиляється називають кутом тертя:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{F_{трmax}}{N} = \frac{f_0 N}{N} = f_0.$$

В залежності від напрямку прикладеної до тіла сили масимальна реакція в'язі R_{max} може мати різні напрямки, утворюючи при цьому геометричне місце в просторі у вигляді конічної поверхні з вершиною в точці дотику тіла, яку називають **конусом тертя** (рис. 1.21). Якщо прикладена до тіла сила знаходиться в середині конуса тертя, то тіло буде знаходитись в рівновазі.

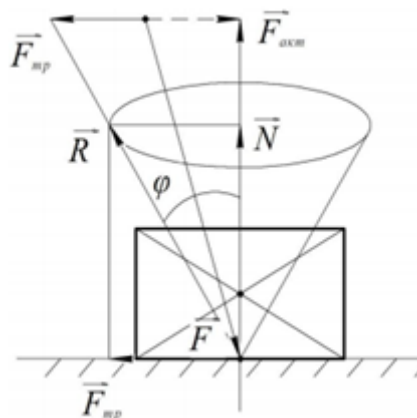


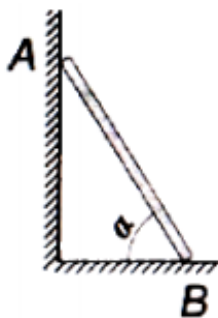
Рис. 1.21

Приклад 1.5

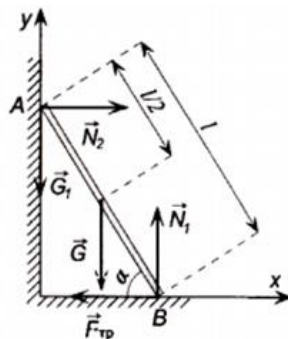
Драбина вагою $G = 100 \text{ Н}$ спирається на горизонтальну підлогу і вертикальну стіну (рис. 1.22, а). Стіна гладенька, коефіцієнт тертя драбини об підлогу $f = 0,4$. Під яким кутом α потрібно поставити драбину, щоб по ній могла б піднятися наверх людина вагою $G_1 = 800 \text{ Н}$?

Розв'язок.

1. За об'єкт рівноваги вибираємо драбину з людиною на ній.
2. Звільнюємося від вязей і замінюємо їх реакціями: нормальними силами $\vec{N}_1$ і $\vec{N}_2$ та силою тертя $\vec{F}_{\text{тр}}$, які будуть діяти на драбину зі сторони підлоги і стіни відповідно (рис. 1.22, б).



а



б

Рис. 1.22

3. Оскільки число невідомих не перевищує число рівнянь рівноваги плоскої системи, то будемо рахувати, що задача є статично визначальною.

4. Запишемо умову рівноваги умову рівноваги довільної плоскої системи сил,

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0; \\ \sum F_{iy} = 0; \\ \sum m_B(\vec{F}_i) = 0. \end{cases}$$

Позначимо довжину драбини l і складемо рівняння рівноваги.

$$\begin{cases} N_2 - F_{\text{тр}} = 0; \\ N_1 - G - G_1 = 0; \\ G_1 \cdot l \cdot \cos \alpha + G \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos \alpha - N_2 \cdot l \cdot \sin \alpha = 0. \end{cases}$$

Рівняння (3) розділимо $l \cdot \cos \alpha$, і воно набуде вигляду:

$$G_1 + 0,5 \cdot G - N_2 \cdot \tan \alpha = 0. \quad (4)$$

Для граничного стану рівноваги, відповідного мінімального значення кута α , сили тертя відповідно до закону Кулона дорівнює:

$$F_{\text{тр}} = F_{\text{max}_{\text{тр}}} = f \cdot N_1.$$

З рівнянь (1), (2) і (4) отримаємо:

$$\begin{aligned} N_2 - F_{\text{тр}} &= f(G + G_1), \\ \tan \alpha &= \frac{2 \cdot G_1 + G}{2 \cdot f \cdot (G_1 + G)}. \end{aligned} \quad (5)$$

5. Підставляючи числові значення в (5) знаходимо шукану величину:

$$\tan \alpha = \frac{2 \cdot 800 + 100}{2 \cdot 0,4 \cdot (800 + 100)} \approx 2,36$$

Звідки шуканий кут α дорівнює:

$$\alpha = \tan^{-1} 2,36 \approx 67^\circ.$$

Тертям кочення, або тертям другого роду, називають опір, що виникає при коченні одного тіла по другому. Розглянемо циліндричний каток радіусом r і вагою $m\bar{g}$, що лежить на шорсткій поверхні. Прикладемо в центрі катка силу Q (рис. 1.23,

а), яка буде меншою за $F_{\text{трmax}}$: $Q < F_{\text{трmax}}$. Виникне сила тертя $F_{\text{тр}}$, яка буде перешкоджати ковзанню точки A по площині. В цьому випадку $m\vec{g}$ і $\vec{N}$ врівноважуються, а $F_{\text{тр}}$ і $\vec{Q}$ утворюють пару сил і каток повинен котитись по площині.

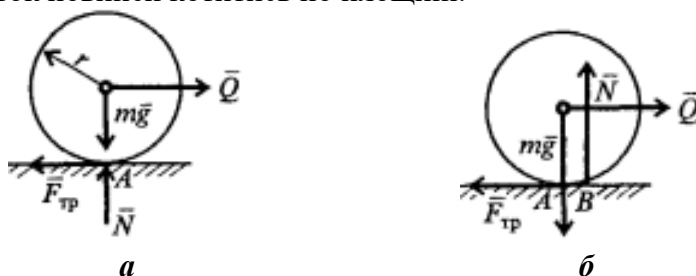


Рис. 1.23

В дійсності, якщо $Q < Q_{\text{гранич}}$, залишається в стані спокою. Для пояснення наступного необхідно в міркування внести наступні корективи (рис. 1.23, б):

$$Q_{\text{гранич}} \cdot r = N \cdot AB = Nk.$$

Коефіцієнт k , що входить в цей вираз називають коефіцієнтом тертя кочення; його розмірність – одиниці довжини (см). Як наслідок, виникає момент тертя кочення

$$M_{\text{тр}} = kN.$$

Значення коефіцієнту тертя кочення приведені в табл. 1.2.

Таблиця 1.2

Коефіцієнт тертя кочення

Матеріал	Коефіцієнт тертя кочення k , см
Дерево по дереву	0,05...0,08
Дерево по сталі	0,03...0,04
Чавун по чавуну	0,005
М'яка сталь по м'якій сталі	0,005
Тверда сталь по твердій сталі	0,001

1.5. Просторова система сил

Просторовою будемо називати систему сил, лінії дії яких мають будь-які напрямки в просторі.

Момент сили відносно точки (центру). Вектор моменту сили відносно деякого центру є векторний добуток радіусу-вектору точки прикладання сили, проведеного із цього центру, на вектор сили (рис. 1.24). У відповідності з визначенням

$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{m}_O(\vec{F}). \quad (1.13)$$

Із рис. 1.24 видно, що модуль вектору моменту сили відносно центру О буде дорівнювати моменту сили відносно точки О, яка знаходиться з цією силою в одній площині:

$$M_O = hF = rF \sin(\vec{r} \wedge \vec{F}) = 2 \text{ площ. } \triangle OAB.$$

Відомо, що будь-який вектор можна розкласти по координатних осях:

$$\vec{M}_O = M_x \vec{i} + M_y \vec{j} + M_z \vec{k}; \quad (1.14)$$

Також можна розкласти по координатних осях радіус-вектор $\vec{r}$ точки прикладання сили і силу $\vec{F}$:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}; \quad \vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}.$$

Виконавши дію $\vec{r} \times \vec{F}$, отримаємо

$$\vec{M}_O = (yF_z - zF_y)\vec{i} + (zF_x - xF_z)\vec{j} + (xF_y - yF_x)\vec{k}.$$

Таким чином, проєкції вектору моменту сили на координатні осі будуть наступними:

$$\begin{cases} M_x = yF_z - zF_y; \\ M_y = zF_x - xF_z; \\ M_z = xF_y - yF_x. \end{cases} \quad (1.15)$$

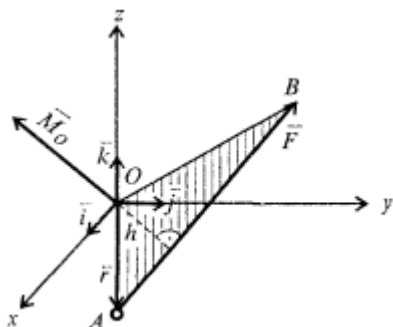


Рис. 1.24

Напрямні косинуси вектору моменту сили будуть визначати його напрямки у просторі:

$$\cos(\vec{M}_O \wedge \vec{i}) = \frac{M_x}{M_O};$$

$$\cos(\vec{M}_O \wedge \vec{j}) = \frac{M_y}{M_O};$$

$$\cos(\bar{M}_O \wedge \bar{k}) = \frac{M_z}{M_O}.$$

Проекції вектору моменту сили на вісь чисельно дорівнюють моменту сили відносно осі:

$$m_x(\bar{F}) = M_x = yF_z - zF_y;$$

$$m_y(\bar{F}) = M_y = zF_x - xF_z;$$

$$m_z(\bar{F}) = M_z = xF_y - yF_x;$$

$$M_O = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}. \quad (1.16)$$

Перші три рівняння є аналітичним виразом для визначення моментів сили відносно координатних осей.

Приклад 1.6

Визначити моменти сил $\bar{Q}$, $\bar{T}$ і $\bar{P}$ відносно координатних осей, якщо відомі точки прикладання цих сил (рис. 1.25).

Розв'язок.

1. Визначаємо моменти сили $\bar{T}$ відносно координатних осей:

$$m_x(\bar{T}) = -Ta;$$

$$m_y(\bar{T}) = 0 \text{ (оскільки сила } \bar{T} \text{ пересікає вісь } Oy);$$

$$m_z(\bar{T}) = 0 \text{ (оскільки сила } \bar{T} \text{ паралельна осі } Oz);$$

2. Визначаємо моменти сили $\bar{P}$ відносно координатних осей:

$$m_x(\bar{P}) = +Ph;$$

$$m_y(\bar{P}) = 0 \text{ (оскільки сила } \bar{P} \text{ паралельна осі } Oy);$$

$$m_z(\bar{P}) = -Ph.$$

3. Визначаємо моменти сили $\bar{Q}$ відносно координатних осей:

$$m_x(\bar{Q}) = 0 \text{ (оскільки сила } \bar{Q} \text{ пересікає вісь } Ox);$$

$$m_y(\bar{Q}) = -Q \sin \alpha \cdot b;$$

$$m_z(\bar{Q}) = +Q \cos \alpha \cdot b.$$

Теорема про приведення просторової

системи сил до заданого центру. Будь-яка

просторова система сил, що діють на

абсолютно тверде тіло, може бути замінена

однією силою, яка геометрично дорівнює

сумі всіх діючих сил, прикладених в довільно

вибраному центрі, і вектором-моментом, що дорівнює

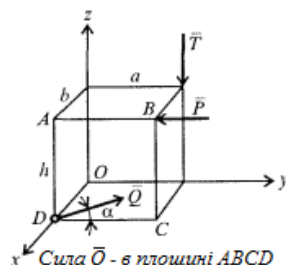


Рис. 1.25

геометричній сумі моментів всіх сил відносно центру приведення (рис. 1.26).

Доведення. Нехай на тверде тіло діє система сил, довільно розташована в просторі. За центр приведення виберемо довільну точку O . прикладемо до цієї точки врівноважену систему сил: $\vec{F}_1' = -\vec{F}_1'', \vec{F}_2' = -\vec{F}_2''$ і т. д. , причому $\vec{F}_1' = \vec{F}_1, \dots, \vec{F}_n' = \vec{F}_n$. Замінюємо збіжну систему сил рівнодіючою $\vec{R} = \vec{F}_1' + \vec{F}_2' + \dots + \vec{F}_n'$. Потім обчислимо моменти всіх сил, що залишились, відносно центру приведення O . Моменти сил $\vec{F}_1'', \vec{F}_2'', \dots, \vec{F}_n''$ відносно центру O дорівнюють нулю, оскільки їх плече дорівнює нулю. Вектори-моменти заданих сил відносно центру приведення будуть дорівнювати:

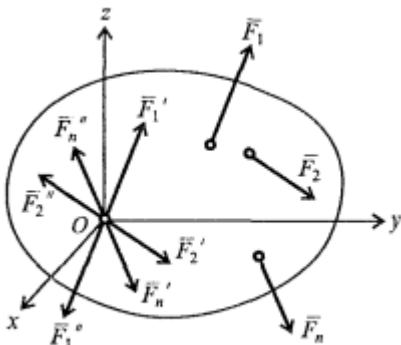


Рис. 1.26

$$\begin{aligned} \bar{m}_O(\vec{F}_1) &= \bar{m}_1; \bar{m}_O(\vec{F}_2) = \\ &= \bar{m}_2; \dots; \bar{m}_O(\vec{F}_n) = \bar{m}_n. \end{aligned}$$

Знаходимо геометричну суму цих векторів і отримуємо головний вектор-момент:

$$\bar{M}_O = \sum_{i=1}^n \bar{m}_O(\vec{F}_i) = \sum_{i=1}^n \bar{m}_i. \quad (1.17)$$

Таким чином, на тверде тіло тепер діє одна сила $\vec{R}$ і один момент $\bar{M}_O$, тобто система просторових сил, довільно розташованих, зведена до однієї результуючої сили $\vec{R}$ і одного результуючого моменту $\bar{M}_O$. Теорема доведена.

Аналітичні вирази для визначення головного вектору і головного моменту. Головний вектор $\vec{R}$ і головний момент $\bar{M}_O$ були знайдені геометричним шляхом (побудовою векторних багатокутників). Для просторової системи сил їх просте визначати аналітично. Приймаємо центр приведення за початок координат. Тоді, проєктуючи на координатні осі векторні рівняння, отримуємо:

$$\begin{cases} R_x = \sum_{i=1}^n F_{ix}; \\ R_y = \sum_{i=1}^n F_{iy}; \\ R_z = \sum_{i=1}^n F_{iz}. \end{cases} \quad (1.18)$$

$$\begin{cases} M_x = \sum_{i=1}^n m_{ix}; \\ M_y = \sum_{i=1}^n m_{iy}; \\ M_z = \sum_{i=1}^n m_{iz}. \end{cases} \quad (1.19)$$

Приватні випадки приведення. Будь-яка довільна просторова система сил може бути замінена головним вектором і головним моментом. Розглянемо можливі приватні випадки:

а) випадок рівноваги:

$$\bar{R} = 0; \quad \bar{M}_O = 0;$$

б) система сил зводиться до пари (тверде тіло обертається):

$$\bar{R} = 0; \quad \bar{M}_O \neq 0;$$

в) система сил зводиться до рівнодіючої:

1-й випадок - $\bar{R} \neq 0$, $\bar{M}_O = 0$ – рівнодіюча проходить через центр приведення (точку O);

2-й випадок - $\bar{R} \neq 0$, $\bar{M}_O \neq 0$ – при цьому і результуюча сила і результуюча пара лежать в одній площині, тобто $R \perp \bar{M}_O$. Це є приватним випадком плоскої системи сил. Раніше було показано, що такий випадок може мати рівнодіючу, прикладену не в центрі приведення, а в іншій точці, віддаленій від нього на відстані, що дорівнює M_O/R . Таким чином просторова система замінюється однією рівнодіючою, що не проходить через центр приведення;

г) система зводиться до динамічного гвинта:

$$\bar{R} \neq 0, \quad \bar{M}_O \neq 0,$$

і вони не перпендикулярні.

Аналітичні умови рівноваги просторової системи сил. Необхідною і достатньою умовою рівноваги довільної просторової системи сил є рівність нулю головного вектору і головного моменту:

$$\bar{R} = 0; \quad \bar{M}_O = 0. \quad (1.20)$$

Оскільки $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = 0$, то і $R_x = R_y = R_z = 0$. Аналогічне міркування буде справедливим і для вектору

головного моменту. Як наслідок, для рівноваги довільної просторової системи сил необхідно і достатньо:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \\ \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0; \\ \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0. \end{cases} \quad (1.21)$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n m_x(\bar{F}_i) = 0; \\ \sum_{i=1}^n m_y(\bar{F}_i) = 0; \\ \sum_{i=1}^n m_z(\bar{F}_i) = 0. \end{cases} \quad (1.22)$$

Приклад 1.7

Визначити, який вантаж зможе підняти людина, прикладаючи зусилля до шнура $P = 60 \text{ Н}$ (рис. 1.27); визначити також реакції опор.

Розв'язок.

1. За об'єкт рівноваги вибираємо вал АВ.

2. Звільняємо вал від вязів і замінюємо їх дію реакціями.

Опири О і В представляють собою циліндричні шарніри, які заважають переміщенню тільки в радіальному напрямку, тому проставляємо в радіальному напрямку реакції X_O, Z_O, X_B і Z_B . Шнур «обриваємо» чуть вище ролика С і замінюємо натягом нитки T .

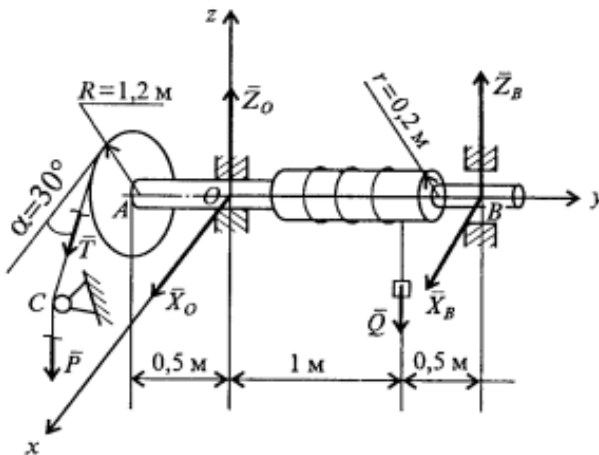


Рис. 1.27

3. Тепер можна розглядати рівновагу вільного тіла під дією активних і пасивних сил. Із шести рівнянь рівноваги довільної системи просторових сил залишається тільки п'ять, оскільки сума

проекцій на вісь Oy тотожно дорівнює нулю. Задача є статично визначною, оскільки невідомих величин також п'ять: X_O, X_B, Q, Z_O, Z_B .

4. Складаємо рівняння рівноваги просторової системи сил:

$$F_x = X_O + X_B + T \cos 30^\circ = 0;$$

$$F_y = 0;$$

$$F_z = -Q + Z_O + Z_B - T \cos 60^\circ = 0;$$

$$M_x = +Z_B \cdot 1,5 - Q \cdot 1 + T \cos 60^\circ \cdot 0,5 = 0;$$

$$M_y = -Qr + TR = 0;$$

$$M_z = -X_B \cdot 1,5 + T \cos 30^\circ \cdot 0,5.$$

5. Підставивши в передостаннє рівняння $r = 0,2$ м, $R = 1,2$ м і $T = 60$ Н, отримуємо, що вага вантажу $Q = 360$ Н.

Із останнього рівняння визначаємо реакцію X_B :

$$X_B = \frac{60 \cos 30^\circ \cdot 0,5}{1,5} = 17 \text{ (Н)}.$$

Підставляючи отримані значення $Q = 360$ Н, $X_B = 17$ Н в остальні рівняння, знаходимо Z_O, Z_B і X_O :

$$Z_B = \frac{360 \cdot 1 - 60 \cdot 0,5 \cdot 0,5}{1,5} = 230 \text{ (Н)};$$

$$Z_O = 360 - 230 + 60 \cdot 0,5 = 160 \text{ (Н)};$$

$$X_O = -(17 + 60 \cdot 0,85) = -68 \text{ (Н)}.$$

Реакція X_O буде мати протилежний напрямок, оскільки в результаті обчислень отриманий від'ємний знак.

1.6. Визначення центру ваги

Центр ваги твердого тіла. Сили гравітації окремих частинок тіла направлені приблизно до центру Землі. Оскільки розміри тіл, що розглядаються, є жалюгідно малими в порівнянні з радіусом Землі, то ці сили можна рахувати паралельними. Рівнодіюча цих паралельних сил, що дорівнює їхній сумі, є вага тіла, а центр цієї системи паралельних сил, в якому прикладається вага тіла, називають *центром ваги тіла*.

Щоб знайти положення центру ваги тіла, необхідно вивчити, як додаються паралельні сили і визначаються координати точки прикладання їх рівнодіючої.

Додавання паралельних сил. Припустимо, що на тіло діє система паралельних сил $\bar{F}_1, \bar{F}_2, \bar{F}_3$ і $\bar{F}_4$ (рис. 1.28), причому $\bar{F}_1$ і $\bar{F}_2$ діють в одну сторону, а $\bar{F}_3$ і $\bar{F}_4$ – в протилежну. Для сил $\bar{F}_1$ і $\bar{F}_2$ знайдемо такий центр приведення, відносно якого результируючий момент буде рівним нулю:

$$\sum_{i=1}^2 m_{B_1}(\bar{F}_i) = F_2 \cdot A_2 B_1 - F_1 \cdot A_1 B_1 = 0.$$

Звідси $\frac{A_2 B_1}{A_1 B_1} = \frac{F_1}{F_2}$. Модуль результируючої сили, прикладеної в точці B_1 , буде дорівнювати $R_1 = \bar{F}_1 + \bar{F}_2$.

Аналогічно знаходимо R_2 та її точку прикладання B_2 .

Потім приведемо сили $\bar{R}_1$ і $\bar{R}_2$ до центру приведення C , положення якого визначиться із співвідношення

$$\frac{B_2 C}{B_1 C} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Результируюча сил $\bar{R}_1$ і $\bar{R}_2$ буде дорівнювати їх геометричній сумі, тобто

$$\bar{R} = \bar{R}_1 + \bar{R}_2.$$

Оскільки лінія дії у антипаралельних сил одна і та ж, то модуль $\bar{R}$ буде дорівнювати $R = R_2 - R_1$.

Якщо $\bar{R} \neq 0$, то завжди можна знайти таку точку в якій буде прикладена рівнодіюча $\bar{R}$ всіх паралельних сил.

Цю точку прийнято називати *центром паралельних сил*.

Координати центру

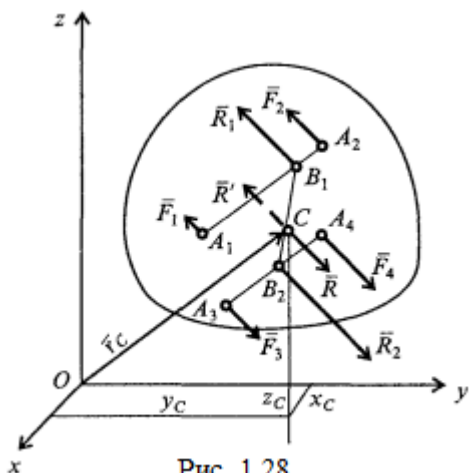


Рис. 1.28

паралельних сил. Положення центру паралельних сил відносно початку координатної системи визначають радіусом-вектором $\bar{r}$ або його проекціями на координатні осі, що є рівнозначним координатам центру паралельних сил x_C, y_C і z_C .

Теорема про момент рівнодіючої (теорема Варіньона).

Прикладаємо в точці C силу $\bar{R}' = -\bar{R}$ (див. рис. 1.28). тоді система буде знаходитись в рівновазі.

Тепер визначимо момент відносно точки O . очевидно, він дорівнює нулю, оскільки система сил знаходиться в рівновазі:

$$\sum_{i=1}^n \bar{m}_O(\bar{F}_i) = \sum_{i=1}^n \bar{m}_O(\bar{F}_i) + \sum_{i=1}^n \bar{m}_O(\bar{R}') = 0.$$

Але, оскільки $\bar{R}' = -\bar{R}$, то

$$\sum_{i=1}^n \bar{r}_i \times \bar{F}_i - \bar{r}_C \times \bar{R} = 0,$$

або

$$\sum_{i=1}^n \bar{r}_i \times \bar{F}_i = \bar{r}_C \times \bar{R}.$$

В правій частині рівняння записаний момент рівнодіючої, а в лівій – геометрична сума моментів всіх сил відносно тієї ж точки.

Звідси витікає, що **момент рівнодіючої відносно будь-якого центру дорівнює геометричній сумі векторів–моментів сил, що додаються, відносно того ж центру.** Ця теорема про момент рівнодіючої називається теоремою Варіньона.

Спроектувавши векторне рівняння $\bar{r}_C \times \bar{R} = \sum_{i=1}^n \bar{r}_i \times \bar{F}_i$ на координатні осі, отримуємо формули для визначення моментів рівнодіючої відносно координатних осей:

$$m_x(\bar{R}) = \sum_{i=1}^n m_x(\bar{F}_i);$$

$$m_y(\bar{R}) = \sum_{i=1}^n m_y(\bar{F}_i);$$

$$m_z(\bar{R}) = \sum_{i=1}^n m_z(\bar{F}_i).$$

Величина рівнодіючої паралельних сил не зміниться, якщо всі сили повернути паралельно осі Oz . В цьому випадку момент рівнодіючої відносно осі Oy

$$R_{x_C} = \sum_{i=1}^n F_i x_i, \text{ звідки } x_C = \frac{\sum_{i=1}^n F_i x_i}{R}.$$

Аналогічним чином обчислюємо інші координати центру паралельних сил:

$$\begin{aligned}x_C &= \frac{\sum_{i=1}^n F_i x_i}{R} = \frac{\sum_{i=1}^n F_i x_i}{\sum_{i=1}^n F_i}, \\y_C &= \frac{\sum_{i=1}^n F_i y_i}{R} = \frac{\sum_{i=1}^n F_i y_i}{\sum_{i=1}^n F_i}, \\z_C &= \frac{\sum_{i=1}^n F_i z_i}{R} = \frac{\sum_{i=1}^n F_i z_i}{\sum_{i=1}^n F_i},\end{aligned}$$

Координати центру ваги твердого тіла. Якщо в формулах для визначення координат центру паралельних сил замість F_{ix} , F_{iy} , F_{iz} і R підставити $m_i g_x$, $m_i g_y$, $m_i g_z$ і mg , то отримаємо залежності для визначення координат центру ваги тіла:

$$\begin{cases} x_C = \frac{\sum m_i g_x \cdot x_i}{mg} = \frac{\sum V_i x_i}{V}; \\ y_C = \frac{\sum m_i g_y \cdot y_i}{mg} = \frac{\sum V_i y_i}{V}; \\ z_C = \frac{\sum m_i g_z \cdot z_i}{mg} = \frac{\sum V_i z_i}{V}, \end{cases} \quad (1.23)$$

де m_i , V_i – відповідно маса і об'єм кожної частинки твердого тіла, а m і V – вся маса і об'єм однорідного тіла.

Для плоскої фігури площею S , що має однакову товщину h елементарні об'єми V_i можна виразити через елементарні площадки S_i : $V_i = hS_i$.

Тоді координати центру ваги цієї фігури будуть визначатись наступним чином:

$$\begin{cases} x_C = \frac{\sum S_i x_i}{S}; \\ y_C = \frac{\sum S_i y_i}{S}; \\ z_C = \frac{\sum S_i z_i}{S}. \end{cases} \quad (1.24)$$

Існує також поняття центру мас, яке буде справедливим будь-якого силового поля:

$$\begin{cases} x_C = \frac{\sum m_i x_i}{m}; \\ y_C = \frac{\sum m_i y_i}{m}; \\ z_C = \frac{\sum m_i z_i}{m}. \end{cases} \quad (1.25)$$

Таким чином, центр ваги (або центр мас) – це геометрична точка C , яка в приватних випадках може лежати поза межами самого тіла; наприклад, центр ваги кільця лежить на перетині його осей симетрії, тобто поза межами тіла.

Приклад 1.8

Знайти координати центру ваги однорідної пластини, зображеної на рис. 1.29, а. товщина пластинки є сталою.

Розв'язок.

1. Оскільки однорідна пластинка має сталу товщину, то можна користуватися формулами для визначення положення центру ваги площі.

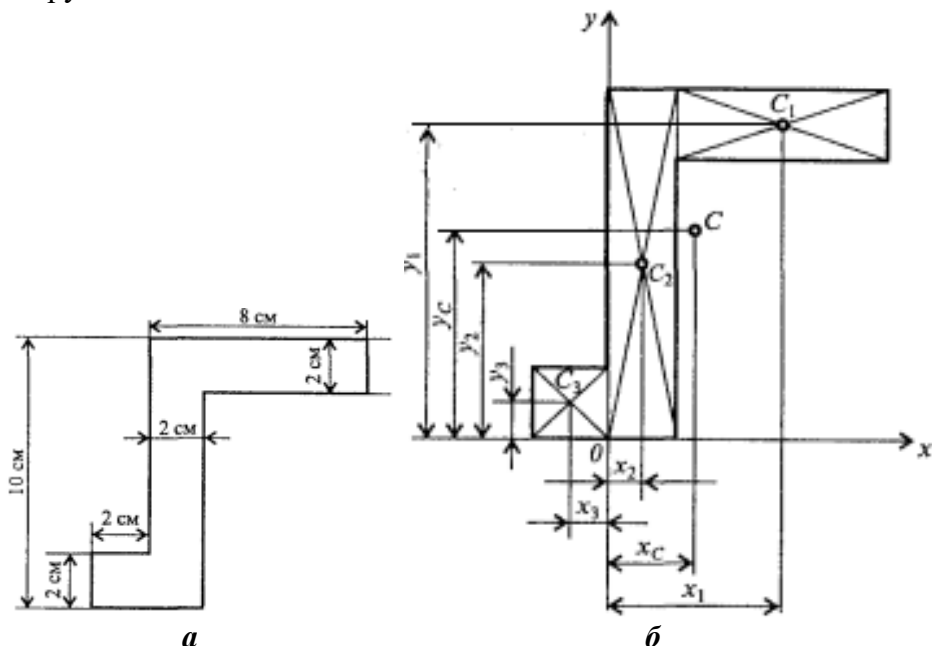


Рис. 1.29

2. Розбиваємо пластинку на три найпростіші геометричні фігури (рис. 1.29, б), координати центрів ваги яких відомі.

3. Вибираємо координатну систему, як показано на кресленні.

4. Заносимо в табл.1.3 результати обчислень; кожному прямокутнику відповідає одна строчка таблиці.

5. Визначаємо суми S_i , $S_i \cdot x_i$, $S_i \cdot y_i$, і записуємо результати в нижній строчці.

6. Обчислюємо координати центру ваги пластинки:

$$\begin{cases} x_c = \frac{\sum S_i x_i}{S} = \frac{76}{36} = 2\frac{1}{9} \text{ (см);} \\ y_c = \frac{\sum S_i y_i}{S} = \frac{212}{36} = 5\frac{8}{9} \text{ (см).} \end{cases}$$

7. За обчисленими координатами центру ваги пластинки будуємо її центр ваги С.

Таблиця 1.3

Номер елемента	$S_i, \text{см}^2$	$x_i, \text{см}$	$y_i, \text{см}$	$S_i x_i, \text{см}^3$	$S_i y_i, \text{см}^3$
1	12	5	9	60	108
2	20	1	5	20	100
3	4	1	1	4	4
Σ	36	-	-	76	212

Методи визначення центрів ваги.

Метод розбивання на фігури, положення центрів ваги яких відомі використовують у випадках, коли тіло можна розбити на кінцеве число елементів.

Метод доповнення є приватним випадком методу розбивання на найпростіші фігури. Використовують, коли тіло розбивається на найпростіші фігури, положення центрів ваги яких відомі, але деякі із геометричних фігур являють собою пустоти.

Приклад 1.9

Знайти центр ваги поперечного перерізу (рис. 1.30) валу діаметром 12 см, в якому просвердлений отвір діаметром 2 см.

Розв'язок.

1. Оскільки потрібно знайти центр ваги поперечного перерізу, то скористаємось формулами для визначення центру ваги площі.

2. Доповнимо поперечний переріз від'ємною площею

$$S_2 = -\pi r^2 = -\pi \cdot 1^2 = -\pi \text{ (см}^2\text{)}.$$

3. Початок координатної системи розташовуємо в центрі кола радіусу R, тобто в точці C_1 .

4. Заповнимо табл.. 1.4.

5. Визначаємо суми S_i , $S_i \cdot x_i$, і записуємо результати в нижній строчці/

6. Обчислюємо координати центру ваги поперечного перерізу:

$$x_C = \frac{\sum S_i x_i}{S} = \frac{-3\pi}{35\pi} = -\frac{3}{35} \text{ (см)},$$

а $y_C = 0$, оскільки вісь C_1 є віссю симетрії цього перерізу.

7. За обчисленими координатами поперечного перерізу будуємо його центр ваги (точка C).

Таблиця 1.4

Номер елемента	$S_i, \text{см}^2$	$x_i, \text{см}$	$y_i, \text{см}$	$S_i x_i, \text{см}^3$	$S_i y_i, \text{см}^3$
1	36π	0	0	0	0
2	$-\pi$	3	0	3π	0
Σ	35π	-	-	3π	0

Метод інтегрування застосовують у випадках, коли для визначення центру ваги не можуть бути використані перші два методи.

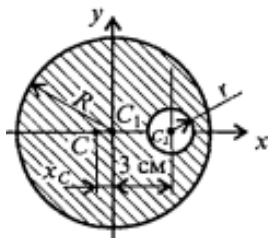


Рис. 1.30

Дослідний метод на практиці застосовується двома способами – підвішуванням і зважуванням.

Спосіб підвішування полягає в тім, що плоске тіло, яке неможливо розбити на

найпростіші фігури з відомим положенням центру ваги, підвішують на нитці. Прокреслюють лінію вздовж цієї нитки на площині тіла. Потім цю плоску фігуру відкріплюють і підвішують за іншу точку, після чого знову проводять вертикальну лінію (вздовж лінії підвісу). Перетин цих двох ліній дає точку, в якій і знаходиться центр ваги.

Спосіб зважування. Зазвичай використовують для крупних виробів: літаків, гвинтокрилів та інших машин. Якщо відома маса, наприклад літака, то ставлять на ваги задні колеса (рис. 1.31) і за показами ваг визначають реакцію $\bar{N}_B$. Потім складають одне із рівнянь рівноваги; зручніше скласти суму моментів відносно точки A :

$$\sum_{i=1}^3 m_A(\bar{F}_i) = 0; \quad m g a - N_B l = 0.$$

Звідси знаходять шукану величину a , тобто положення центру ваги літака: $a = \frac{N_B l}{m g}$.

1.7. Кінематика точки

Основні поняття. Кінематикою називають розділ механіки, в якому вивчається рух матеріальних тіл в просторі з геометричної точки зору, поза зв'язками з силами, що викликали цей рух.

В теоретичній механіці вивчається найпростіша форма руху *механічний рух*. Механічний рух завжди розглядають відносно вибраної системи відліку, яка може бути рухомою або умовно нерухомою. Наприклад, при розгляді механічного руху тіл, що знаходяться на землі, за *нерухому систему координатних осей* зазвичай вибирають систему координатних осей, незмінно пов'язаних із Землею.

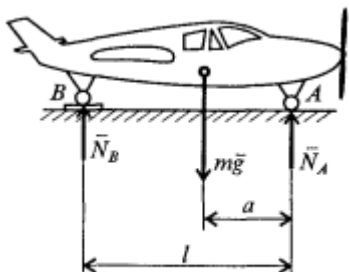


Рис. 1.31

Способи задання руху

матеріальної точки. Рухома точка описує в просторі деяку лінію, чи *траєкторію точки*.

Рух точки буде задано **природнім способом** (рис. 1.32, а), якщо будуть відомі: 1) траєкторія точки; 2) залежність зміни довжини дуги від часу: $\widehat{OM} = S = f(t)$ (цю залежність називають рівнянням руху матеріальної точки); 3) початок руху; 4) напрямком відліку.

Положення точки в просторі однозначно визначається радіусом-вектором $\vec{r}$, проведеним із деякого нерухомого центру в задану точку M (рис. 1.32, б). такий спосіб задання руху називають **векторним**:

$$\vec{r} = \vec{r}(t). \quad (1.26)$$

Положення точки в просторі в цьому випадку буде визначатись геометричним місцем кінців векторів $\vec{r}$, тобто *годографом* її радіусу-вектора.

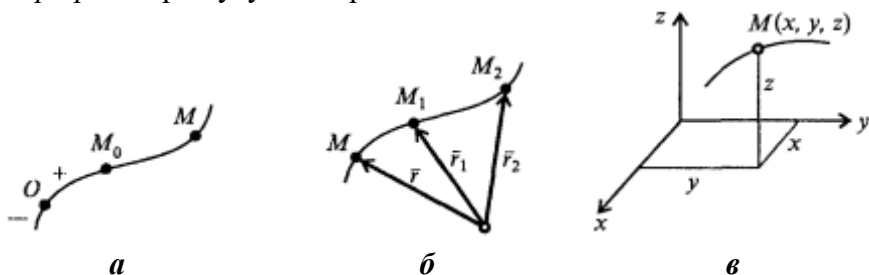


Рис. 1.32

При координатному способі задання руху (рис. 1.32, в) повинні бути відомими залежності, за якими можна визначити, як протягом часу змінюються координати точки в просторі:

$$\begin{cases} x = f_1(t); \\ y = f_2(t); \\ z = f_3(t). \end{cases} \quad (1.27)$$

Ці рівняння називають *рівняннями руху точки в декартових координатах*, за їх допомогою для кожного моменту часу можна визначити положення точки в просторі. Якщо точка *рухається на площині*, то її положення буде визначатись двома рівняннями:

$$\begin{cases} x = f_1(t); \\ y = f_2(t). \end{cases} \quad (1.28)$$

Якщо точка рухається по прямій, то її рух визначається тільки одним рівнянням $x = f(t)$.

Приклад 1.10

Рух точки в площині задано рівняннями

$$\begin{cases} x = 2 + 4t, \\ y = -3 + 8t, \end{cases}$$

де x і y – в см, а t – в с. визначити траєкторію рухомої точки.

Розв'язок.

Рівняння траєкторії отримуємо, виключивши параметр t (час) із заданих рівнянь руху. Із першого рівняння $t = (x - 2)/4$, із другого - $t = (y + 3)/8$. Прирівнявши праві частини цих рівнянь, отримаємо:

$$\frac{x - 2}{4} = \frac{y + 3}{8}$$

або $2x - y = 7$.

Траєкторія руху – пряма лінія, побудуємо її. Приймаючи $x = 0$, знайдемо точку перетину лінії траєкторії з віссю Oy : $y_1 = -7$.

Приймаючи $y = 0$, знайдемо точку перетину траєкторії з віссю Ox : $x_2 = 3,5$. Провівши через ці точки пряму, отримуємо лінію траєкторії руху матеріальної точки (рис. 1.33). На цій лінії необхідно знайти початок руху точки.

В момент початку руху, тобто коли $t = 0$, точка мала координату $x_A = 2 + 4 \cdot 0 = 2$ см, а координату $y_A = -3 + 8 \cdot 0 = -3$ см. Залишається визначити, як від точки A буде рухатись матеріальна точка. Зі збільшенням часу координати x і y будуть зростати. Як наслідок, матеріальна точка почне рух із точки A і в подальшому буде рухатись вгору за стрілкою до безкінечності.

Таким чином траєкторія руху матеріальної точки знайдена; вона показана *природнім способом*: її початок – в точці A , напрямок руху – за стрілкою (рис. 1.33).

Швидкість точки. Швидкість точки характеризує ріст і напрямок руху матеріальної точки. При векторному способі завдання руху положення точки в кожен момент часу буде визначатись радіусом-вектором $\vec{r}_1 = \vec{r}(t)$.

Нехай в момент часу t точка займає положення M , яке буде визначатись радіусом-вектором $\vec{r} = \vec{r}(t)$ (рис. 1.34, а). в момент часу $t + \Delta t$ точка займе положення M_1 ,

яке буде визначатись радіусом-вектором $\vec{r}_1$. Цей радіус-вектор буде дорівнювати сумі: $\vec{r}_1 = \vec{r} + \Delta\vec{r}$. Відношення $\Delta\vec{r}/\Delta t$ є вектором середньої швидкості, а векторна похідна від $\vec{r}$ в часі t і буде вектором швидкості в цей момент часу:

$$\vec{v} = d\vec{r}/dt.$$

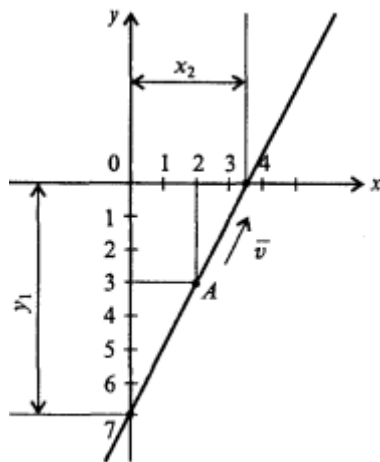


Рис. 1.33

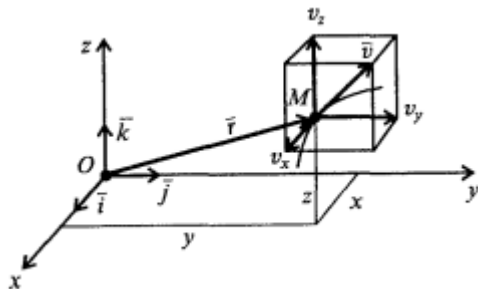
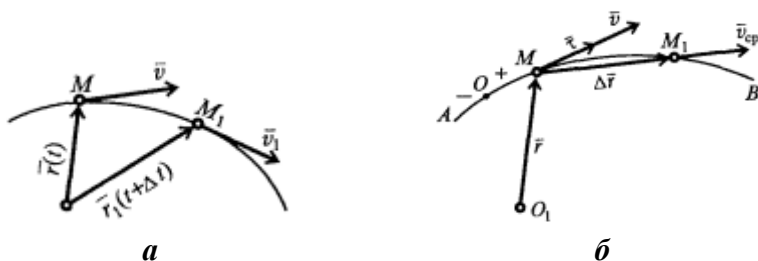


Рис. 1.34

Оскільки $\vec{v}$ є похідною від функції $\vec{r} = \vec{r}(t)$, то вектор швидкості $\vec{v}$ завжди буде направлений по дотичній до траєкторії руху матеріальної точки.

Якщо ж рух задано природнім способом, то будуть відомими її траєкторія АВ, початок руху, напрямок та рівняння руху $S = S(t)$. Skorистаємось отриманою залежністю для швидкості $\vec{v} = d\vec{r}/dt$. Введемо проміжну змінну – дугову координату S :

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dS} \cdot \frac{dS}{dt}. \quad (1.29)$$

Оскільки dS – величина скалярна, то вектор $\frac{d\vec{r}}{dS}$ буде мати напрямок дотичної до траєкторії в точці М; цей вектор позначимо $\vec{\tau}$ (рис. 1.34, б) і він є ортом напрямку, модуль його дорівнює одиниці. Орт $\vec{\tau}$ завжди направлений в сторону зростання S .

Таким чином, при природньому способі задання траєкторії руху вектор швидкості матеріальної точки бкде визначатись формулою

$$\vec{v} = \frac{dS}{dt} \vec{\tau}. \quad (1.30)$$

Похідна dS/dt є алгебраїчним значенням швидкості. Якщо $dS/dt > 0$, то в цей момент часу точка буде рухатись в сторону збільшення дуги S і, як наслідок, напрямок її швидкості буде співпадати з напрямком орту $\vec{\tau}$. Якщо ж $dS/dt < 0$, то функція S є спадаючою, і, як наслідок, вектор швидкості буде направлений в сторону, протилежну напрямку $\vec{\tau}$.

Визначимо швидкість точки при координатному способі завдання руху. Нехай задані рівняння руху точки М (рис. 1.34, в):

$$\begin{cases} x = f_1(t); \\ y = f_2(t); \\ z = f_3(t). \end{cases} \quad (1.31)$$

Її положення в просторі буде визначатись радіусом-вектором

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z. \quad (1.32)$$

На основі попередніх висновків вектор швидкості можна написати у вигляді:

$$\bar{v} = d\bar{r}/dt = \frac{d}{dt}(x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}) = \bar{i}\frac{dx}{dt} + \bar{j}\frac{dy}{dt} + \bar{k}\frac{dz}{dt}.$$

Як наслідок,

$$\bar{v} = \bar{i}v_x + \bar{j}v_y + \overline{\bar{k}v_z}. \quad (1.33)$$

Побудуємо паралепіпед на проєкціях v_x , v_y і v_z (див. рис. 1.34, в) і визначимо модуль вектору швидкості:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}. \quad (1.34)$$

Прискорення точки. Вектор прискорення точки $\bar{a} = d\bar{v}/dt = d^2\bar{r}/dt^2$.

Якщо відомі проєкції a_x , a_y і a_z цього вектору на координатні осі, то можна визначити модуль прискорення:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}. \quad (1.35)$$

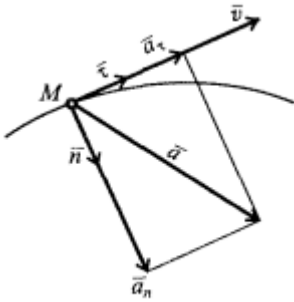


Рис. 1.35

При природному способі завдання траєкторії руху матеріальної точки її вектор прискорення можна розкласти по натуральних осях координат $\bar{i}$ і $\bar{n}$ (рис. 1.35):

$$\bar{a} = a_\tau \bar{i} + a_n \bar{n}. \quad (1.36)$$

Проекцію прискорення на орт $\bar{i}$ називають дотичним прискоренням, яке змінює модуль швидкості:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}.$$

Дотичне прискорення існує тільки при нерівномірному криволінійному русі.

Нормальне прискорення $a_n = v^2/\rho$ змінює напрям швидкості $\bar{v}$, тому матеріальна точка рухається по криволінійній траєкторії (ρ – радіус кривизни траєкторії).

Приватні випадки руху матеріальної точки.

1. $a_n = 0$; $a_\tau = 0$. Як наслідок повне прискорення $a = 0$. Точка рухається рівномірно по прямій лінії. Закон руху в цьому випадку

$$S = S_0 + v_0 t, \quad (1.37)$$

де S_0 – дугова координата в початковий момент часу; v_0 – швидкість руху точки в початковий момент руху (швидкість не поміняється і в будь-який інший момент часу t , оскільки рух є не прискореним).

2. $a_n \neq 0$; $a_\tau = 0$ – рівномірний криволінійний рух. Вектор швидкості матеріальної точки змінюється лише за напрямком. Закон руху по криволінійній траєкторії записують аналогічно першому випадку:

$$S = S_0 + v_0 t. \quad (1.38)$$

3. $a_n = 0$; $a_\tau \neq 0$ – прямолінійний прискорений рух по закону:

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}. \quad (1.39)$$

4. $a_n \neq 0$; $a_\tau \neq 0$ – криволінійний прискорений рух по закону:

$$S = S_0 + v_0 t + a_\tau \frac{t^2}{2}. \quad (1.40)$$

Приклад 1.11

Потяг рухається рівноуповільнено по закругленню радіусом $r = 1$ км. На початку ділянки швидкість потягу дорівнювала 36 км/год і повне прискорення $a_0 = 0,125$ м/с². Визначити швидкість та прискорення в кінці криволінійної ділянки, якщо довжина ділянки 560 м.

Розв'язок.

1. Будемо розглядати рух однієї з точок потягу, наприклад його центру ваги. Поєднаємо початок відліку дугової координати 0 з початковим положенням точки M_0 , напрямок руху приймаємо за додатний (рис. 1.37). в цьому випадку величина S_0 буде дорівнювати нулю.

2. Запишемо закон рівноуповільненого руху матеріальної точки

$$S = v_0 t - a_\tau \frac{t^2}{2}$$

і формулу для визначення швидкості при цьому русі

$$v = v_0 - a_\tau t.$$

3. Визначимо нормальне прискорення точки на початку ділянки:

$$a_{n0} = \frac{v_0^2}{R} = \frac{100}{1000} = 0,1 (\text{м/с}^2)$$

($v_0 = 36 \text{ км/год} = 10 \text{ м/с}$; $R = 1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$).

4. Знаючи модуль повного прискорення точки на початку шляху, визначимо його дотичну складову:

$$a_0^2 = a_{n0}^2 + a_\tau^2; \quad a_\tau = \sqrt{a_0^2 - a_{n0}^2} = \sqrt{0,125^2 - 0,1^2} = 0,075 (\text{м/с}^2).$$

5. Підставляючи в закон руху дотичну складову a_τ , визначимо час t , протягом якого потяг проходить ділянку довжиною 560 м:

$$560 = 10 t - \frac{0,075 t^2}{2}.$$

$$\text{Звідси } t = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 1120 \cdot 0,075}}{0,075} = \frac{10 \pm 4}{0,075} (\text{с}).$$

$$\text{Як наслідок, } t_1 = \frac{14}{0,075} (\text{с}); \quad t_2 = \frac{6}{0,075} (\text{с}).$$

Значення t_1 відкидаємо як нереальне, оскільки цей час перевищує час $t_1 = \frac{14}{0,075} (\text{с})$, через який потяг зупиниться (при $v_k = 0$). Тому приймаємо до уваги тільки другий корінь рівняння $t_2 = \frac{6}{0,075} = 80 (\text{с})$.

6. Визначимо швидкість в кінці шляху:

$$v_k = 10 - 0,075 t_k = 10 - 0,075 \cdot 80 = 4 (\text{м/с}).$$

7. Обчислимо нормальне прискорення в кінці шляху

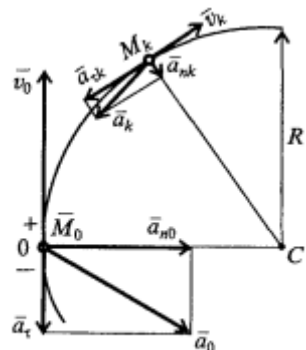


Рис. 1.36

$$a_{nk} = \frac{v_k^2}{R} = \frac{4^2}{1000} = 0,016 (\text{м/с}^2).$$

8. Визначаємо повне прискорення в кінці шляху:

$$a_k = \sqrt{a_{nk}^2 + a_t^2} = \sqrt{0,016^2 + 0,075^2} = 0,0767 (\text{м/с}^2).$$

Із розрахунків видно, що повне прискорення зменшилось за рахунок зменшення нормального прискорення, в той час як дотичне прискорення залишилось незмінним.

1.8. Найпростіші рухи твердого тіла

Поступальний рух. *Поступальним називають такий рух твердого тіла, при якому будь-яка пряма, взята на тілі, в процесі руху залишається паралельною своєму початковому положенню.*

При поступальному русі всі точки описують однакові траєкторії і в кожний момент часу мають геометрично рівні швидкості та прискорення. Ця основна властивість поступального руху дає можливість вивчати рух тіла по одній із його точок. Прикладом поступального руху є рух поршня парової машини, повзуна з різцем в поперечно-стругальному верстаті. В цих випадках траєкторії руху точок прямолінійні. В спарнику двох коліс (рис. 1.37) траєкторії точок представляють коло; сам спарник AA_1 рухається поступально, а колеса обертаються. Існують ще більш складні траєкторії руху при поступальному русі тіла. При випусканні шасі у літака колеса здійснюють поступальний рух, причому траєкторії точок колеса мають просторову криву.

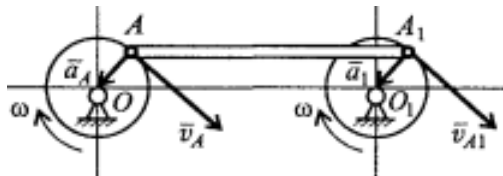


Рис. 1.37

Обертальний рух відносно нерухомої осі. Обертальним називають такий рух, при якому точки тіла рухаються в площинах, перпендикулярних нерухомій прямій, яку називають

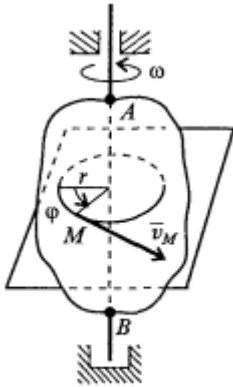


Рис. 1.38

віссю обертання тіла, і описують кола, центри яких лежать на цій осі. Для здійснення цього руху належить нерухомо закріпити дві точки твердого тіла A і B (рис. 1.38). Тоді пряма, що проходить через ці точки, є віссю обертання.

При обертанні тіла кут повороту тіла змінюється в залежності від часу:

$$\varphi = f(t). \quad (1.41)$$

Цю залежність називають *рівнянням обертального руху тіла*.

Величину, що характеризує швидкість зміни кута повороту φ в часі, називають *кутовою швидкістю тіла*. Її значення визначають за формулою:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (1.42)$$

Враховуючи, що $S = r\varphi$ і, як наслідок, $\varphi = \frac{S}{r}$,

отримаємо

$$\omega = \frac{dS}{r dt} = \frac{v_M}{r}.$$

Звідси знаходимо лінійну *швидкість точки обертального тіла*:

$$v_M = \omega r. \quad (1.43)$$

Величину, що характеризує ріст зміни кутової швидкості в часі називають *кутовим прискоренням*

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \quad (1.44)$$

Якщо $d\omega/dt > 0$ і $d\varphi/dt > 0$, то рух тіла є прискореним; якщо $d\omega/dt < 0$, а $d\varphi/dt > 0$, то рух є уповільненим.

Приватні випадки обертального руху тіла.

1. $\omega = \text{const}$ – рівномірний обертальний рух по закону:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t. \quad (1.45)$$

2. $\varepsilon = \text{const}$ – рівнозмінний обертальний рух (рівноприскорений або рівноуповільнений). Його закон руху:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}. \quad (1.46)$$

Плоский рух твердого тіла. *Плоским, або плоско-паралельним, рухом твердого тіла називають такий рух, при якому кожна точка тіла рухається в площині, паралельній деякій нерухомій площині.* Прикладами плоского руху можуть бути: рух щайби по льоду; колеса потягу по прямолінійній ділянці шляху.

Плоский рух тіла можна розкласти на поступальний і обертальний відносно вибраного центру. На рис. 1.39 показано, що тіло із положення I можна перемістити в положення II, використавши два варіанти.



Рис. 1.39

1 - й варіант. Переміщуємо тіло поступально так, щоб пряма АВ, переміщуючись самій собі, зайняла в просторі положення A_2B_1 . Після цього повернемо тіло навколо точки B_1 на кут φ_1 .

2 – й варіант. Перемістимо тіло поступально із положення I так, щоб пряма АВ співпала з прямою A_1B_2 , що їй паралельна. Після цього будемо обертати тіло навколо точки A_1 до тих пір, поки точка B_2 не попаде в точку B_1 . Оскільки $A_1B_2 \parallel A_2B_1$, то кути $\varphi_1 = \varphi_2$. Як наслідок, щоб заняти положення II, тіло може здійснювати різні поступальні рухи (в залежності від вибраного полюсу), а обертання, як в першому так і в другому варіанті, буде однаковим.

Як наслідок, *будь-який плоский рух можна розкласти на поступальний рух тіла разом з вибраним полюсом і обертальний відносно полюса.* Частіш за все за такий полюс вибирають центр мас тіла.

Миттєвий центр швидкостей.

Незмінно з тілом пов'язану точку, швидкість

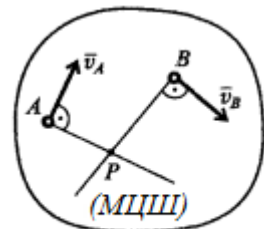


Рис. 1.40

якої дорівнює нулю, називають *миттєвим центром швидкостей*. Миттєвий центр швидкостей (МЦШ) лежить на перпендикулярах до швидкостей точок тіла, опущених із цих точок (рис. 1.40). різні випадки визначення миттєвого центру швидкостей показані на рис. 1.41, *a – в*.

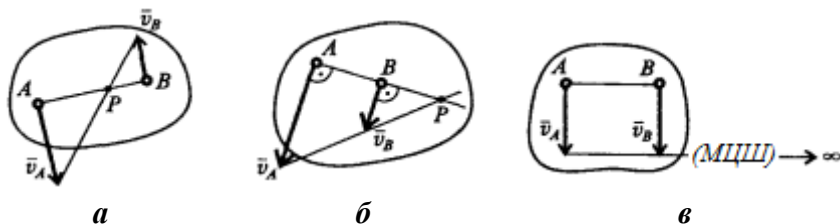


Рис. 1.41

Перетворення рухів. В машинах дуже часто відбувається перетворення одного руху в інший. Наприклад, в кривошипно-шатунному механізмі (рис. 1. 42) кривошип ОА здійснює обертовий рух, який перетворюється в поступальний рух переміщення повзуна В. при розв'язку практичних задач буває необхідним знайти закони цього руху або швидкості. Розглянемо приклад.

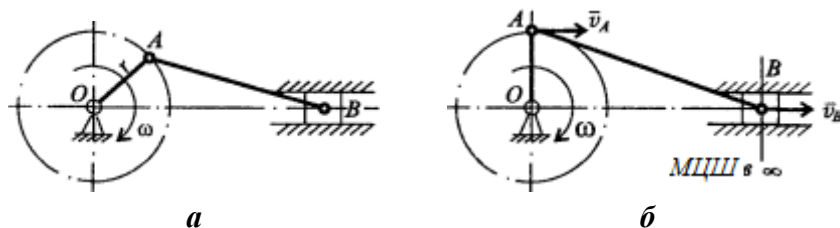


Рис. 1.42

Приклад 1.12

В кривошипно-шатунному механізмі (див. рис. 1.41) за один оберт кривошипа повзун проходить шлях, що дорівнює 400 мм. Який шлях пройде за цей час точка А? де знаходиться МЦШ ланки АВ, коли кривошип ОА займе вертикальне положення?

Розв'язок.

1. Розглянемо, які траєкторії руху мають точки А, В і які рухи здійснюють тіла, до яких вони належать. Точка А зчленяє два

тіла, що здійснюють різні рухи. З однієї сторони точка А приймає участь в обертальному русі кривошипу ОА, а з іншої – вона належить тілу АВ (шатуну), яке здійснює плоский рух. Точка В також зчленяє два тіла: шатун АВ і повзун В. Оскільки точка В належить повзуну, що здійснює поступальний рух з прямолінійною траєкторією всіх його точок, то для неї завжди буде відомою траєкторія руху – це пряма горизонтальна лінія. Таким чином, знаючи напрямки швидкостей точок А і В, можна знайти положення МЦШ для кривошипно-шатунного механізму, коли кривошип ОА займає вертикальне положення. На рис. 1.42, б видно, що МЦШ знаходиться в безкінечності. Як наслідок, всі точки ланки АВ мають однакові швидкості.

2. За один оберт кривошипу точка А проходить шлях $S = 2\pi r$. Повзун В за один оберт пройде шлях, що дорівнює $4r$. Як наслідок, можна знайти радіус кривошипу, якщо відомий пройдений шлях точки В:

$$4r = 400 \text{ мм}; \quad r = 100 \text{ мм}.$$

3. Знаючи радіус r кривошипу, можна визначити пройдений точкою А шлях за один оберт кривошипу:

$$S = 2\pi r = 2\pi \cdot 100 = 628 \text{ (мм)}.$$

1.9. Закони динаміки і рівняння руху точки

Динамікою називають розділ механіки, в якому вивчають рух матеріальних тіл під дією прикладених до них сил.

В основі динаміки лежать закони сформульовані Ньютоном.

Перший закон – закон інерції, установленний Галілеєм, гласить: *матеріальна точка зберігає стан спокою чи рівномірного прямолінійного руху, поки дії других тіл не змінять цей стан.*

Другий закон – основний закон динаміки – встановлює зв'язок між прискоренням, масою та силою: прискорення матеріальної точки є пропорційним прикладеній до неї силі і має

однаковий з нею напрямком. Запишемо цей закон у формі, яку надав цьому закону Л. Ейлер (рис. 1.43):

$$m\bar{a} = \bar{F}. \quad (1.47)$$

В класичній механіці маса m приймається за постійну величину. Маса є мірою інертності матеріальних тіл в їх поступальному русі. Запишемо основний закон динаміки у вигляді скалярних рівнянь, спроектувавши векторне рівняння на координатні осі:

$$\begin{cases} ma_x = F_x; \\ ma_y = F_y; \\ ma_z = F_z. \end{cases} \quad (1.48)$$

Третій закон

формулюється наступним чином: *будь-якій дії відповідає рівна і протилежно направлена протидія.* Цей закон встановлює, що при взаємодії двох тіл, в якому б кінематичному стані вони не знаходились, сили, прикладені до кожного з них, рівні за модулем і направлені в протилежні сторони по одній прямій.

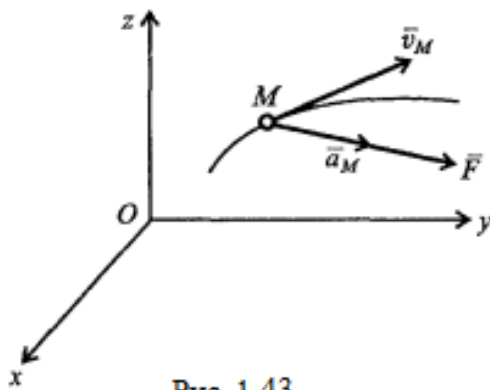


Рис. 1.43

Четвертий закон не був сформульований Ньютоном як окремий закон механіки, але таким можна рахувати зроблене ним узагальнення правила паралелограму сил: *декілька одночасово діючих сил надають точці таке прискорення, яке надала б одна сила, що дорівнює їх геометричній сумі.*

Векторний вираз основного закону динаміки можна спроектувати або на декартові, або на натуральні (натуральні) осі координат. В першому випадку отримаємо *рівняння руху*

матеріальної точки в прямокутній декартовій системі координат:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = F_x; \\ m\ddot{y} = F_y; \\ m\ddot{z} = F_z, \end{cases} \quad (1.49)$$

де $\ddot{x} = a_x$; $\ddot{y} = a_y$; $\ddot{z} = a_z$.

В другому випадку отримаємо натуральні (природні) рівняння руху:

$$\begin{cases} ma_n = F_n; \\ ma_\tau = F_\tau; \\ ma_b = F_b, \end{cases} \quad (1.50)$$

де $a_n = v^2/\rho$; $a_\tau = d^2S/dt^2$.

Проекція прискорення на бінормаль завжди дорівнює нулю $a_b = 0$, тому $F_b = 0$.

Приклад 1.13

Рівняння руху матеріальної точки M з масою m має вигляд:

$$\begin{cases} x = r \cos kt; \\ y = r \sin kt. \end{cases}$$

Визначити рівнодіючу, прикладених до точки сил і траєкторію руху матеріальної точки.

Розв'язок.

1. Визначимо проекції прискорення на координатні осі. Для цього спочатку визначимо проекції швидкості на ті ж осі:

$$\begin{cases} v_x = \dot{x} = -kr \sin kt; \\ v_y = \dot{y} = kr \cos kt. \end{cases}$$

З врахуванням цього отримуємо:

$$\begin{cases} a_x = \dot{v}_x = -k^2r \cos kt; \\ a_y = \dot{v}_y = -k^2r \sin kt. \end{cases}$$

2. Визначимо проекції рівнодіючої сили. Оскільки

$$\begin{cases} F_x = m\ddot{x}; \\ F_y = m\ddot{y}, \end{cases}$$

то

$$\begin{cases} F_x = -mk^2 r \cos kt; \\ F_y = -mk^2 r \sin kt. \end{cases}$$

3. Визначаємо модуль рівнодіючої:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = mk^2 r \sqrt{\cos^2 kt + \sin^2 kt} = mk^2 r.$$

4. Визначаємо напрямок рівнодіючої:

$$\begin{cases} \cos \alpha = \frac{F_x}{F} = -\cos kt = -\frac{x}{r}; \\ \cos \beta = \frac{F_y}{F} = -\sin kt = -\frac{y}{r}. \end{cases}$$

Очевидно, що кут нахилу рівнодіючої сили по відношенню до координатних осей буде змінюватись.

5. Визначаємо траєкторію руху матеріальної точки. Для виключення часу піднесемо в квадрат і додамо рівняння руху. В результаті отримуємо рівняння кола з радіусом r : $x^2 + y^2 = r^2$.

Якщо побудувати проєкції рівнодіючої сили, прикладеної до матеріальної точки, то отримаємо, що сила весь час змінює напрямок, залишаючись постійно направленою до центру кола радіусом r .

1.10. Сили, що діють на точки механічної системи

Механічною системою називають уявно виділену сукупність матеріальних точок, що взаємодіють між собою. Механічну систему іноді називають **матеріальною системою** чи *системою матеріальних точок*. Існують системи **вільних** точок (наприклад, Сонячна система) і **невільних** матеріальних точок (їх рух обмежується в'язями). Прикладом системи невідільних точок може служити будь-який механізм чи машина.

Всі сили, що діють на систему невідільних точок можна розділити на *задані сили* і *реакції в'язей*.

За іншим признаком сили, що діють на точки будь-якої механічної системи, можна розділити на *зовнішні* і *внутрішні*. Домовимося позначати зовнішні сили $\bar{F}^E$, внутрішні сили $\bar{F}^J$.

Зовнішніми називають сили, що діють на точки системи зі сторони матеріальних, що не входять в склад даної системи.

Внутрішніми силами називають сили взаємодії між матеріальними точками даної механічної системи. Прикладом внутрішніх сил можуть служити сили пружності, що діють між частинками пружного тіла, прийнятого за механічну систему.

Одна і та ж сила може бути як зовнішньою, так і внутрішньою в залежності від того, яка механічна система розглядається. Наприклад, реакції підшипників валу є зовнішніми силами по відношенню до валу. Ці ж реакції можна віднести до внутрішніх сил, якщо розглядати всю установку разом зі станиною.

Таким чином, в залежності від типу класифікації сил будь-яка сила може бути зовнішньою і внутрішньою, в той же час вона може бути заданою або реакцією вязі. Рух точок системи залежить як від зовнішніх, так і від внутрішніх сил.

За законом рівності дії і протидії кожній внутрішній силі відповідає друга внутрішня сила, що дорівнює їй по модулю і протилежна за напрямком.

На основі сказаного можна зробити наступні висновки:

1. Головний вектор всіх внутрішніх сил дорівнює нулю:

$$\bar{R}^J = \sum_i \bar{F}_i^J = 0. \quad (1.51)$$

Як наслідок, і суми їх проекцій на координатні осі також дорівнюють нулю:

$$\begin{cases} \sum \bar{F}_{ix}^J = 0; \\ \sum \bar{F}_{iy}^J = 0; \\ \sum \bar{F}_{iz}^J = 0. \end{cases} \quad (1.52)$$

2. Головний момент всіх внутрішніх сил відносно будь-якого центру і координатних осей дорівнює нулю:

$$\bar{M}_0^J = \sum_{i=1}^k \bar{M}_{i0}^J = 0 \quad (1.53)$$

або

$$\begin{cases} \sum_i m_x (\bar{F}_i^J) = 0; \\ \sum_i m_y (\bar{F}_i^J) = 0; \\ \sum_i m_z (\bar{F}_i^J) = 0. \end{cases} \quad (1.54)$$

Хоч ці рівняння мають вигляд рівнянь рівноваги сил, довільно прикладених в просторі, але внутрішні сили не зрівноважуються, оскільки вони прикладені до різних точок системи і можуть викликати переміщення цих точок одна до другої.

1.11. Теорема про рух центру мас механічної системи

Уявимо, що механічна система складається із k матеріальних точок (рис. 1.44).

Відомо (див. підрозділ 1.6), що можна знайти центр мас такої системи, якщо задані маси m_i і координати центрів ваги точок:

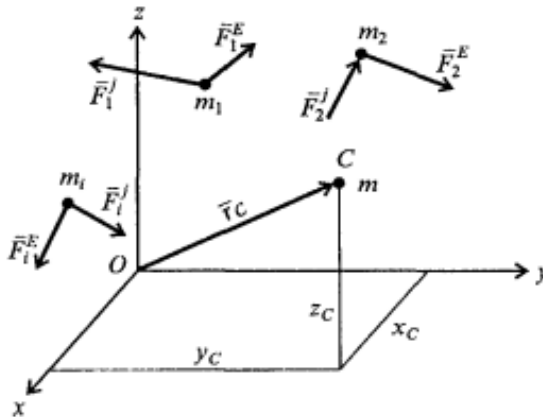


Рис. 1.44

$$\begin{cases} x_C = \frac{\sum_{i=1}^k m_i x_i}{m}; \\ y_C = \frac{\sum_{i=1}^k m_i y_i}{m}; \\ z_C = \frac{\sum_{i=1}^k m_i z_i}{m}, \end{cases} \quad (1.55)$$

або, що одне і те ж,

$$\begin{cases} mx_C = \sum_{i=1}^k m_i x_i ; \\ my_C = \sum_{i=1}^k m_i y_i ; \\ mz_C = \sum_{i=1}^k m_i z_i . \end{cases}$$

Двічі продиференціювавши ці рівняння, отримаємо:

$$\begin{cases} m\ddot{x}_C = \sum_{i=1}^k m_i \ddot{x}_i ; \\ m\ddot{y}_C = \sum_{i=1}^k m_i \ddot{y}_i ; \\ m\ddot{z}_C = \sum_{i=1}^k m_i \ddot{z}_i . \end{cases} \quad (1.56)$$

Праві частини отриманих рівнянь у відповідності з основним законом динаміки предстеляють собою суму зовнішніх $\bar{F}_i^E$ і внутрішніх $\bar{F}_i^J$ сил, що діють на ці матеріальні точки в проекціях на відповідні осі координат. Як наслідок, останні рівняння можна переписати так:

$$\begin{cases} m\ddot{x}_C = \sum_{i=1}^k F_{ix}^E + \sum_{i=1}^n F_{ix}^J ; \\ m\ddot{y}_C = \sum_{i=1}^k F_{iy}^E + \sum_{i=1}^n F_{iy}^J ; \\ m\ddot{z}_C = \sum_{i=1}^k F_{iz}^E + \sum_{i=1}^n F_{iz}^J . \end{cases}$$

Враховуючи, що головний вектор внутрішніх сил дорівнює нулю ($\bar{R}^J = 0$), отримуємо:

$$\begin{cases} m\ddot{x}_C = \sum_{i=1}^k F_{ix}^E ; \\ m\ddot{y}_C = \sum_{i=1}^k F_{iy}^E ; \\ m\ddot{z}_C = \sum_{i=1}^k F_{iz}^E . \end{cases} \quad (1.57)$$

Ці рівняння виражають **теорему про рух центру мас системи**, яка формулюється наступним чином.

Центр мас механічної системи рухається як матеріальна точка з масою, що дорівнює масі системи, до якої прикладені всі зовнішні сили, що діють на цю систему.

Звідси витікає, що внутрішні сили не здійснюють впливу на рух центру мас механічної системи.

Приклад 1.14

Визначити переміщення плавучого крану, що піднімає вантаж масою 2000 кг, при повороті стріли крану до вертикального

положення (рис. 1.45). Маса крану 20 т. Довжина стріли АВ дорівнює 8 м. Опором води знехтувати.

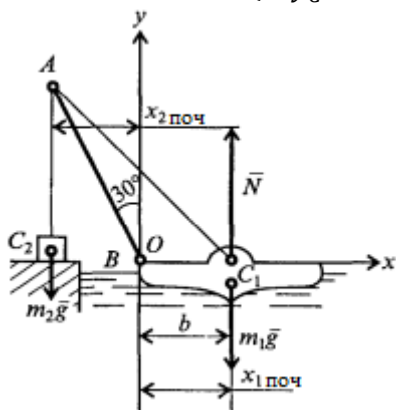
Розв'язок.

1. Вибираємо систему відліку (рис. 1.45, а).
2. Проставляємо всі зовнішні сили, що діють на матеріальні тіла заданої механічної системи. На плавучий кран діють сила ваги $m_1\bar{g}$ (задана сила) і сила $\bar{N}$ (реакція, тобто пасивна сила); до вантажу прикладена тільки одна зовнішня сила – його вага $m_2\bar{g}$.
3. Запишемо рівняння руху механічної системи:

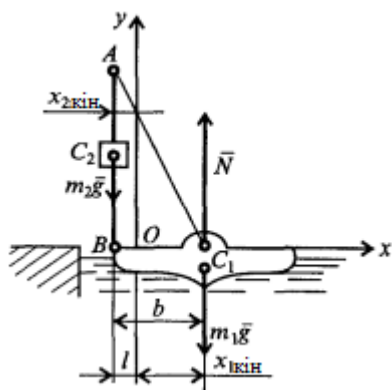
$$\begin{cases} m\ddot{x}_C = \sum_{i=1}^k F_{ix}^E; \\ m\ddot{y}_C = \sum_{i=1}^k F_{iy}^E, \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} m\ddot{x}_C = 0; \\ m\ddot{y}_C = -m_1g - m_2g + N. \end{cases}$$



а



б

Рис. 1.45

4. Будемо досліджувати перше рівняння, оскільки нас цікавить рух центру мас по горизонталі. Враховуючи, що $m\ddot{x}_C = 0$, то швидкість центру мас вздовж осі Ох $v_{xC} = const$. Це означає, що швидкість центру мас в цьому напрямку в будь-який момент часу є незмінною, тобто справедливим буде рівняння $v_{x\text{споч}} = v_{x\text{кін}}$.

В початковий момент система знаходилась в спокої, як наслідок, $v_{x_{\text{споч}}} = v_{x_{\text{скін}}} = 0$. Оскільки $v_{x_c} = dx_c/dt$, то $x_c = \text{const}$.

Таким чином, аналіз рівняння руху центру мас вздовж осі Ох показав, що початкова та кінцева координати центру мас співпадають: $x_{\text{споч}} = x_{\text{скін}}$.

5. Запишемо формулу для визначення положення центру мас механічної системи стосовно її початкового положення:

$$x_{\text{споч}} = \frac{m_1 x_{1\text{споч}} + m_2 x_{2\text{споч}}}{m_1 + m_2}$$

і кінцевого положення

$$x_{\text{скін}} = \frac{m_1 x_{1\text{кін}} + m_2 x_{2\text{кін}}}{m_1 + m_2}$$

6. Виразимо початкові і кінцеві координати матеріальних тіл системи у відповідності з вибраною системою відліку (див. рис. 1.46):

$$x_{1\text{споч}} = b; \quad x_{2\text{споч}} = -AB \sin 30^\circ = -8 \cdot \frac{1}{2} = 4(\text{м})$$

$$x_{1\text{кін}} = b - l; \quad x_{2\text{кін}} = -l.$$

7. Визначимо переміщення l плавучого крану. Прирівнявши $x_{\text{споч}} = x_{\text{скін}}$, отримаємо:

$$m_1 x_{1\text{споч}} + m_2 x_{2\text{споч}} = m_1 x_{1\text{кін}} + m_2 x_{2\text{кін}}$$

або

$$m_1 b + m_2 (-4) = m_1 (b - l) + m_2 (-l);$$

$$m_1 b - m_2 \cdot 4 = m_1 b - m_1 l - m_2 l;$$

$$-2000 \cdot 4 = -20000l - 2000l.$$

Відповідь: $l = 0,36 \text{ м}$.

1.12. Робота сили

Обчислимо роботу сили, яка є постійною за модулем і напрямком (рис. 1.46). Будемо вважати, що точка М переміщується в точку М₁. Вектор сили $\vec{F}$ з вектором переміщення складає кут α . в цьому випадку робота виконується тільки

складовою сили, яка співпадає з напрямком вектору переміщення $\vec{U}$:

$$A = FU \cos \alpha = FU \cos(\vec{F} \wedge \vec{U}).$$

Із векторної алгебри відомо, що скалярний добуток двох векторів $\vec{F} \vec{U} = FU \cos(\vec{F} \wedge \vec{U})$. Як наслідок, **робота постійної за модулем і напрямком сили на прямолінійному переміщенні визначається скалярним добутком вектору сили на вектор переміщення її точки прикладання**:

$$A = \vec{F} \vec{U}. \quad (1.58)$$

Розглянемо приватні випадки визначення роботи постійної сили.

1. Сила $\vec{F}$ діє на тіло в напрямку вектору переміщення $\vec{U}$:

$$A = FU.$$

2. Сила $\vec{F}$ направлена перпендикулярно вектору переміщення $\vec{U}$:

$$A = 0.$$

3. Сила $\vec{F}$ направлена в сторону протилежну вектору переміщення $\vec{U}$:

$$A = -FU.$$

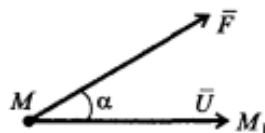


Рис. 1.46

4. Робота сили ваги не залежить від виду траєкторії, а визначається тільки відстанню по вертикалі між початковою і кінцевою точками переміщення:

якщо точка переміщується зверху вниз, то робота сили ваги є величиною додатною:

$$A = mgH,$$

де H – перепад висот ;

якщо точка переміщується знизу вверх, то робота сили ваги є величиною від’ємною

$$A = -mgH.$$

Із цього пункту витікає важливий висновок: **робота сили ваги на замкненому шляху дорівнює нулю.**

Приклад 1.15

Нехтуючи опором повітря, визначити роботу сили ваги при плануванні планера масою 1200 кг із точки А в точку В (рис. 1.47).

Розв'язок.

На планер, котрий ми приймаємо за матеріальну точку, діє тільки сила ваги. Роботу сили ваги при переміщенні її точки прикладання зверху вниз визначається за наведеною вище формулою:

$$A = mgH = 1200 \cdot 9,8 \cdot 2800 = 32828000 \text{ Н} \cdot \text{м} = 32,82 \text{ МН} \cdot \text{м}.$$

1.13. Потужність

Одна і та ж робота може бути виконаною за різні проміжки часу. Тому в механіці вводять поняття потужності N , яка визначається відношенням роботи до часу.

Якщо у виразі для потужності представити замість переміщення $U = vt$, то при рівномірному прямолінійному русі потужність можна визначити через силу та швидкість руху:

$$N = Fv \cos \alpha. \quad (1.59)$$

При роботі машин часто буває необхідно виразити потужність через кутову швидкість обертання ω . Для рівномірного обертового руху буде справедливою наступна формула:

$$N = M_{\text{кр}} \omega = M_{\text{кр}} \frac{\pi n}{30}$$

де $M_{\text{кр}}$ – крутний момент відносно осі обертання; n – частота обертання, об/хв.

1.14. Коефіцієнт корисної дії

Для того щоб виконати корисну роботу, необхідно затратити дещо більшу роботу, оскільки частка її витрачається на подолання сил опору (сил тертя в зубчастих передачах і опорах, опору повітря та іншого середовища, в якому переміщується матеріальна точка).

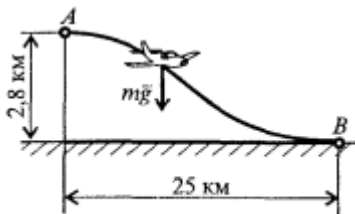


Рис. 1.47

Ефективність роботи будь-якого механізму чи машини оцінюють коефіцієнтом корисної дії η .

Коефіцієнтом корисної дії (ККД) машини називають відношення корисної роботи до повної затраченої роботи:

$$\eta = \frac{A_{\text{кор}}}{A_{\text{повн}}} < 1.$$

Контрольні запитання і завдання

1. Що називають абсолютно твердим тілом?
2. Які системи називають еквівалентними?
3. В чому полягає принцип звільнення твердого тіла від в'язей?
4. В чому є відмінність активних сил від пасивних?
5. Що називають плоскою і просторовою системою сил?
6. Чим відрізняються збіжні сили від довільно розташованих в просторі?
7. Як визначається момент сили відносно точки?
8. Запишіть основні рівняння рівноваги довільної просторової системи сил.
9. Що таке головний вектор сил і чому він дорівнює? Чи залежить головний вектор сил від вибору центру приведення?
10. Перечисліть способи визначення положення центру ваги твердого тіла.
11. Чи має матеріальна точка прискорення при рівномірному русі по криволінійній траєкторії?
12. Чи можуть точки тіла, яке рухається поступально, мати криволінійні траєкторії?
13. Що таке миттєвий центр швидкостей плоскої фігури?
14. Запишіть основний закон динаміки.
15. Чому дорівнює робота сили ваги? Чи залежить вона від виду траєкторії точки прикладання сили?

16. Дайте визначення коефіцієнту корисної дії. Для чого введено це поняття?
17. Як визначити центр ваги автомобіля?

Розділ 2

ОСНОВИ ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ

2.1. Основні поняття

В даному розділі будемо розглядати тіла, які під дією зовнішніх сил змінюють свою форму та розміри, тобто *деформуються*.

Деформації можуть бути *пружними*, якщо тіло після зникнення навантажень, тобто дії зовнішніх сил, відновлює свої розміри та форму. Якщо ж після зняття навантажень тіло не відновлює попередньої форми, то деформації, що виникли в ньому, називають *залишковими*. Матеріал тіл, що будуть розглядатись в цьому розділі, будемо вважати *однорідним* та *ізотропним*. В такому матеріалі механічні властивості рахують однаковими в усіх напрямках.

В опорі матеріалів всі тіла прийнято класифікувати за співвідношенням їхніх розмірів в трьох взаємно перпендикулярних напрямках наступним чином:

- **пластина** – тіло, в якого довжина і ширина є набагато більшими за товщину;

- **оболонка** – тіло, що на відміну від пластини, обмежується криволінійними поверхнями;

- **брус** – тіло, в якого довжина є значно більшою від його висоти і ширини. Якщо лінія, яка з'єднає центри ваги окремих поперечних перерізів бруса є прямою лінією, то такий брус називають прямим;

- **стрижень** – брус, який працює тільки на розтяг або стиск;

- **балка** – брус, до якого прикладені сили під кутом до його осі. В цьому випадку брус під дією таких сил буде працювати не тільки на розтяг (стиск), але і на згин, тобто буде згинатись під дією зовнішніх сил.

В залежності від того, які сили прикладені до бруса, він буде деформуватись по-різному. Щоб визначити напружений стан,

необхідно знайти невідомі внутрішні зусилля, що будуть виникати в матеріалі тіла при дії на нього зовнішніх сил. Для цього використовують *метод перерізів*. Цей метод є універсальним в опорі матеріалів і дозволяє виявляти внутрішні зусилля в матеріалі при різних деформаціях. Метод полягає в тім, що тіло уявно розсікають площиною на дві частини (рис. 2.1, а) і розглядають рівновагу будь-якої відсіченої частини. Рахують,

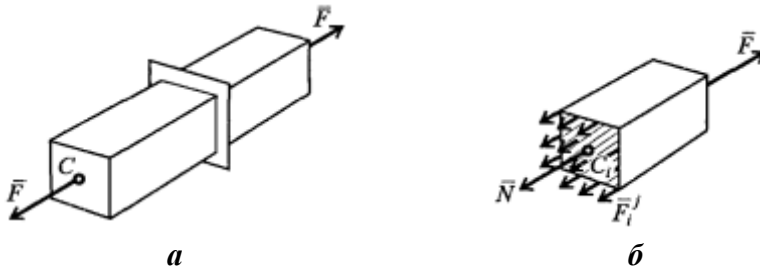


Рис. 2.1

що внутрішні сили розподілені рівномірно по площині перерізу, їх рівнодіюча $\bar{N}$ (рис. 2.1, б) прикладена в центрі ваги перерізу. Складемо рівняння рівноваги сил, що діють на відсічену частину бруса:

$$\sum_i \bar{F}_i^E + \sum_i \bar{F}_i^J = 0, \text{ або } -F - N = 0.$$

Звідси

$$N = F. \quad (2.1)$$

Величину σ , що характеризує інтенсивність розподілу внутрішніх сил по поперечному перерізу, називають напруженням:

$$\sigma = N/A, \quad (2.2)$$

де A – площа поперечного перерізу. Напруження згідно Міжнародної системи одиниць вимірюють в Па (Н/м^2), а на практиці часто використовують Н/см^2 , Н/мм^2 .

В розглянутому прикладі внутрішні сили направлені по нормалі до поперечного перерізу, тому напруження називають *нормальним*.

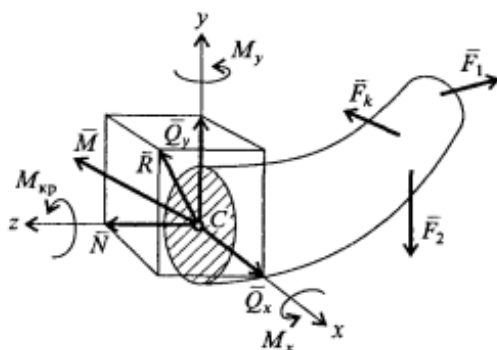


Рис. 2.2

В загальному випадку навантаження тіла зовнішніми силами (рис. 2.2) всі внутрішні сили можна привести до головного вектору $\bar{R}$ і головного моменту $\bar{M}$.

Виберемо систему координат так, щоб вісь z була направлена по нормалі до перерізу, а осі x і y розташуємо в його площині. Спроектувавши головний вектор і головний момент на координатні осі вибраної системи координат, отримуємо шість рівнянь для визначення *внутрішніх силових факторів*. Складову внутрішніх сил по нормалі до перерізу $\bar{N}$ називають поздовжньою силою; сили $\bar{Q}_x$ і $\bar{Q}_y$ є складовими поперечної сили Q . Момент відносно осі z називають крутним моментом ($M_{кр}$), а моменти M_x і M_y – згинальними моментами відносно осей x і y . При заданих зовнішніх силах всі шість невідомих внутрішніх силових факторів можуть бути визначеними із шести рівнянь рівноваги, складених для відсіченої частини бруса. Якщо в поперечному перерізі виникає тільки внутрішня нормальна сила $\bar{N}$, а інші внутрішні силові фактори перетворюються в нуль, то будуть мати місце деформації розтягу або стиску, в залежності від напрямку сили $\bar{N}$. Якщо в поперечному перерізі буде виникати тільки крутний момент $M_{кр}$, то брус в даному перерізі працює тільки на кручення. У випадку, коли зовнішні сили прикладені до бруса таким чином, що в поперечних перерізах буде виникати тільки згинальний

момент M_x або (M_y), то буде мати місце чистий згин в площині yOz (або xOz). Якщо в поперечному перерізі наряду зі згинальним моментом, наприклад M_x , виникає ще і поперечна сила $\bar{Q}_y$, то такий випадок називають поперечним згином (в площині yOz). Можливі і інші випадки, коли в поперечному перерізі будуть діяти різні внутрішні силові фактори; при цьому брус буде зазнавати складного напруженого стану. При цьому крім нормальних напружень σ в поперечному перерізі будуть виникати дотичні напруження τ в площині цього перерізу.

2.2. Розтяг і стиск

Під розтягом розуміють такий вид навантаження, при якому в поперечних перерізах бруса (стрижня) тільки одне внутрішнє невідоме навантаження – поздовжня сила $\bar{N}$, а всі інші можливі внутрішні силові фактори дорівнюють нулю. Стиск відрізняється від розтягу тільки знаком сили $\bar{N}$: при розтягу вектор нормальної сили $\bar{N}$ направлений від перерізу (див. рис. 2.1), а при стиску – до перерізу. Тому при аналізі внутрішніх сил зберігається єдність підходів до питань розтягу і стиску. Виключення становлять довгі тонкі стрижні, для яких стиск супроводжується згином (це питання розглянемо в подальшому).

Закон Гука. Багаточисельні спостереження за поведінкою твердих тіл показують, що в переважній більшості випадків переміщення в визначених межах пропорційні силам, що викликали ці переміщення. Вперше в 1676 р. Робертом Гуком був сформульований закон про те, що «яка сила, така і деформація».

В сучасній інтерпретації закон Гука визначає *лінійну залежність між напруженнями і деформаціями*:

$$\sigma = E\varepsilon. \quad (2.3)$$

Тут коефіцієнт пропорційності E – *модуль пружності першого роду* (модуль Юнга), ε – відносна деформація, яку для однорідного матеріалу стержня визначають як

$$\varepsilon = \Delta l / l. \quad (2.4)$$

Величину ε іноді називають *відносним видовженням* стрижня довжиною l , видовження якого під дією прикладеної сили склало Δl .

Модуль пружності першого роду є фізичною константою матеріалу; він визначається дослідним шляхом. Для матеріалів, що найбільш часто зустрічаються його значення наведені в табл. 2.1.

Видовження стрижня. Якщо в закон Гука замість напруження підставити $\sigma = N/A$, а замість деформації $\varepsilon = \Delta l/l$, то для стрижня, в якого на довжині l поздовжня сила постійна ($N = \text{const}$) і площа поперечного перерізу не змінюється ($A = \text{const}$), то отримаємо вираз для визначення видовження стрижня:

$$\Delta l = Nl/EA. \quad (2.5)$$

При розв'язанні багатьох практичних задач виникає необхідність на ряду з видовженням, що обумовлюється напруженнями σ , враховувати також видовження, пов'язані дією температурних розширень.

В цьому випадку деформацію розглядають як суму силової і чисто температурної деформації:

$$\varepsilon = \sigma/E + \alpha t, \quad (2.6)$$

де α – коефіцієнт температурного розширення матеріалу. Для однорідного матеріалу стрижня, навантаженого по кінцях і рівномірно нагрітого маємо:

$$\Delta l = Nl/EA + \alpha l t. \quad (2.7)$$

Побудова епюр. Графіки зміни поздовжньої сили N , нормальних напружень σ і переміщень поперечних перерізів δ стрижня вздовж його осі при зовнішніх навантаженнях називають епюрами відповідно *поздовжніх сил*, *напружень* і *переміщень* перерізів. Епюри дають наглядну уяву про закон зміни величин, що досліджуються. Побудову епюр розглянемо на конкретному прикладі.

Приклад 2.1

Для бруса, зображеного на рис. 2.3, а, побудувати епюри внутрішніх сил N , напружень σ і переміщень поперечних перерізів δ по довжині бруса.

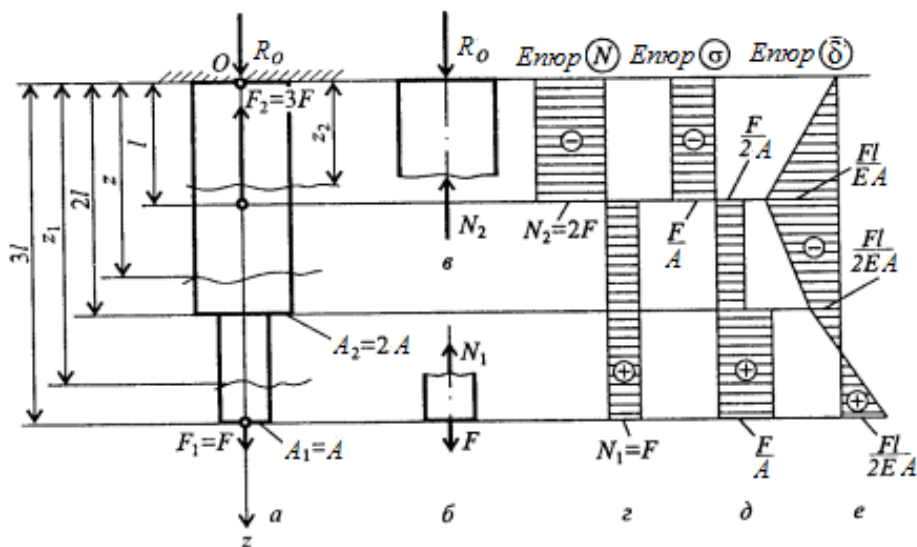


Рис. 2.3

Розв'язок.

1. Вибираємо початок відліку в нерухомому перерізі (точка O); додатній напрямок осі z направимо по осі бруса, тобто вниз.

2. Визначимо реакцію в закріпленні стрижня, склавши одне рівняння рівноваги:

$$\sum_i F_{iz} = 0;$$

$$R_0 - 3F + F = 0.$$

Звідси $R_0 = 2F$.

3. Побудуємо епюр внутрішніх поздовжніх сил N . Для цього на відстані z_1 розсічемо уявно брус і розглянемо рівновагу нижньої частини (рис. 2.3, б):

$$\sum F_{iz} = 0; \quad -N_1 + F = 0.$$

Звідси $N_1 = F$, що є справедливим для $l \leq z_1 \leq 3l$. В цих межах в брусі будуть виникати деформації розтягу, оскільки вектор сили N_1 направлений від перерізу.

Тепер вибираємо другу ділянку бруса $0 \leq z_2 \leq l$ і розглянемо рівновагу верхньої частини (рис. 2.3, в):

$$\begin{aligned}\sum_i F_{iz} &= 0; \quad R_0 - N_2 = 0; \\ -N_2 + 2F &= 0.\end{aligned}$$

Звідси $N_2 = 2F$. Оскільки N_2 направлена до перерізу, то брус під дією сил R_0 і N_2 буде стискатись. Після того як визначили значення поздовжньої сили N на всіх ділянках бруса, переходимо до побудови епюру поздовжніх сил N (рис. 2.3, г). Паралельно осі бруса проводимо базову (нейтральну, нульову) і у вибраному масштабі, перпендикулярно до базової лінії, відкладаємо отримані числові значення обчислених зусиль. Як правило, додатні величини вгору або вправо, а від'ємні – вниз або вліво. На полі епюру проставляємо знак «+» чи «-». Епюр заштриховуємо тонкими лініями, перпендикулярними до базової. Кожна ордината епюру в певному масштабі відображує величину внутрішнього зусилля.

Аналізуючи побудований епюр « N », відмітимо, що внутрішні сили не залежать від розмірів поперечного перерізу, а залежать тільки від прикладених зовнішніх сил. Тому довжину бруса розбивають на ділянки. Ділянка навантаження – частина бруса вздовж якої внутрішнє зусилля є величиною постійною ($N = \text{const}$), або змінюється за одним і тим же законом. Границі ділянок – торцеві перерізи; де прикладені зосереджені сили чи моменти, починається або закінчується розподілене навантаження. Переріз на границі ділянок називають *характерним*.

При перевірці правильності побудови епюру « N » належить звернути увагу на те, що на епюрі поздовжніх сил в тих перерізах, де були прикладені зовнішні сили, повинні бути стрибки на величину прикладеної зовнішньої сили.

Епюр «N» на окремих ділянках навантажень обмежується прямими лініями і значення поздовжньої сили на ділянці є величиною постійною ($N_i = \text{const}$), за винятком випадків врахування власної ваги вертикальних елементів конструкції. При врахуванні власної ваги границями ділянок додатково є перерізи де змінюється площа поперечного перерізу або питома вага матеріалу.

4. Побудуємо епюр нормальних напружень « σ ». Брус належить розбити на ділянки. *Ділянка напружень* – частина бруса, вздовж якої поздовжня сила N і площа поперечного перерізу A є величинами постійними або змінюються за одними і тими ж законами. Границями ділянок є торцеві перерізи і перерізи, де змінюється хоча б один з виразів для N або A . З врахуванням вище сказаного, в нашому прикладі брус на епюрі « σ » буде мати три ділянки (рис. 2.3, д): $\sigma_1 = N_1/A_1 = F/A$; $\sigma_2 = N_1/A_2 = F/2A$; $\sigma_3 = N_2/A_2 = -2F/2A = -F/A$.

Стрибки на епюрі « σ » виникають в точках прикладання зосереджених сил, а також у місцях де ступінчасто змінюється площа поперечного перерізу.

5. Будуємо епюр переміщень « δ ». Починати належить від нерухомого перерізу, тобто від перерізу O . Виразимо переміщення перерізу, що знаходиться від нерухомого на відстані z_2 :

$$\delta = \frac{\sigma}{E} z_2.$$

Якщо $0 \leq z_2 \leq l$, то для $z_2 = l$ переміщення

$$\delta_1 = \frac{-F}{EA} l.$$

Для $l \leq z \leq 2l$

$$\delta_2 = \delta_1 + \frac{\sigma}{E} z$$

$$\text{або } \delta_2 = \delta_1 + \frac{F}{2EA} (z - l); \text{ при } z = 2l \quad \delta_2 = -\frac{F}{2EA} l.$$

Для $2l \leq z_1 \leq 3l$

$$\delta_3 = \delta_2 + \frac{F}{EA}(z_1 - 2l); \text{ при } z_1 = 3l \quad \delta_3 = \frac{F}{2EA}l.$$

Відкладаємо обчислені переміщення на епюрі « δ » (рис. 2.3, е).

Слід пам'ятати, що на епюрі « δ » не може бути стрибків (розривів). Кожна ордината епюру в прийнятому масштабі дорівнює переміщенню відповідного ординаті перерізу відносно нерухомого перерізу.

2.3. Дослідне вивчення механічних властивостей матеріалів.

Основна мета – отримати граничні, для конструкційних матеріалів напруження, при яких відбуваються їх втрата міцності та використати отримані значення для порівняння з максимальними розрахунковими напруженнями. Це є необхідним для висновків про міцність конструктивних елементів, що виготовляються із заданих конструкційних матеріалів.

Основним видом дослідних випробувань є випробування матеріалів на розтяг – стиск. Для проведення таких випробувань використовують спеціальне обладнання – розривні машини (рис. 2.4).



Рис. 2.4. Сучасна розривна машина

Зразки для проведення досліджень міцності матеріалів на розтяг – стиск стандартизовані і використовуються двох типів: циліндричні та плоскі (рис. 2.5)

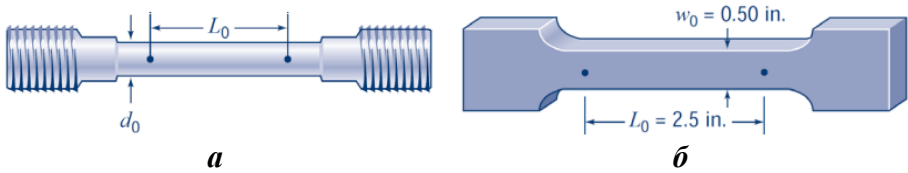


Рис. 2.5

Циліндричні зразки бувають двох видів: 1) нормальні $L_0 = 10d_0 = 11,3\sqrt{A_0}$ і 2) укорочені $L_0 = 5d_0 = 5,65\sqrt{A_0}$. Опис циліндричного зразка представлено на рис. 2.6.

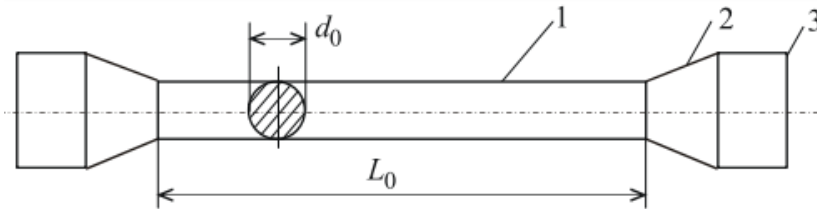


Рис. 2.6. Циліндричний зразок (1 – робоча частина; 2 – перехідна частина; 3 – захвати; L_0 – розрахункова довжина (база); d_0 – діаметр бази)

Плоскі зразки також бувають двох видів: 1) нормальні, якщо $L_0 = 11,3\sqrt{A_0} = 11,3\sqrt{b_0h_0}$ і 2) укорочені $L_0 = 5,65\sqrt{A_0} = 5,65\sqrt{b_0h_0}$. Форма плоского зразка представлена на рис. 2.7.

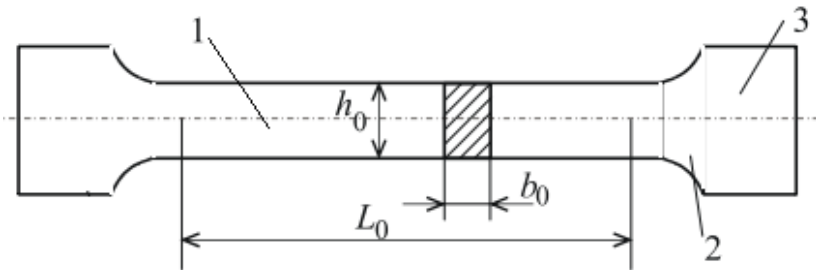


Рис. 2.7. Плоский зразок

Машинна діаграма розтягу. Установивши зразок в захватах розривної машини і розтягуючи його гідравлічним чи механічним

зусиллям, можна побудувати діаграму розтягу в координатах «зусилля – видовження» (рис. 2.8). Видовження бази зразка вимірюється за допомогою механічних тензометрів (рис. 2.9).

Слід відмітити, що пластичні матеріали мають явно виражену площадку текучості, коли видовження зростає при практично постійному зусиллі. Це явище найбільш наглядно проявляється на прикладі випробовування зразків із мало вуглецевої сталі. Машинна діаграма викреслюється в координатах $F, \Delta l$. На кривій діаграми розтягу можна виділити чотири ділянки.

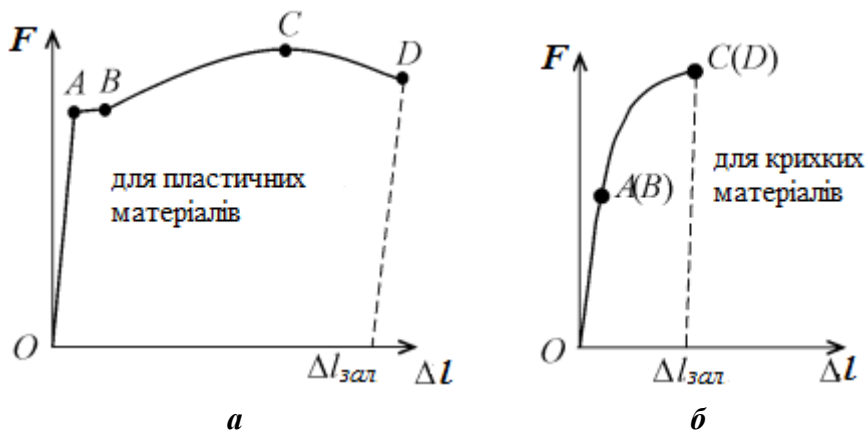


Рис. 2.8

Ділянка OA носить назву *зони пружності*. Тут матеріал підпорядковується закону Гука і деформації визначаються за формулою $\Delta l = Fl/EA$. На рис. 2.8, а ця ділянка показана з відступом від масштабу. Видовження на ділянці OA дуже малі, і пряма OA , будучи викресленою в масштабі, співпала би в межах ширини лінії з віссю ординат.

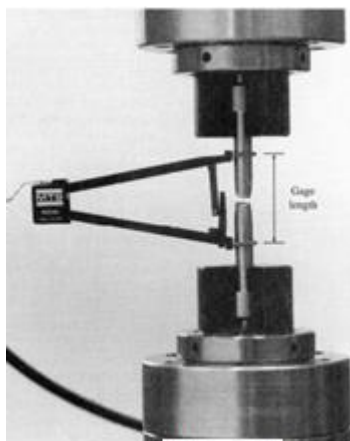


Рис. 2.9

Значення сили, для якої справедливий закон Гука, буде залежати від розмірів зразка і механічних властивостей

матеріалу, тому при подальшому розгляді діаграми розтягу її представляють в координатах σ і ϵ .

Зону *AB* називають *зоною загальної текучості*, а ділянку *AB* – *площадкою текучості*. Тут відбуваються суттєві зміни довжини зразка без помітного збільшення навантажень. Не всі матеріали мають площадку текучості. У крихких матеріалів площадка текучості не виявляється (рис. 2.8, б).

Зону *BC* називають *зоною зміцнення*. В цій зоні видовження зразка супроводжується зростанням навантажень. На цій стадії деформування на зразку намічується місце руйнування (розриву) та починає утворюватись так звана *шийка* – місцеве звуження зразка. При подальшому навантаженні зразка шийка швидко прогресує. Починаючи з точки *C* видовження зразка відбувається зі зменшенням сили його навантаження, але середнє напруження в поперечному перерізі шийки зростає. Видовження зразка носить в цьому випадку місцевий характер, тому ділянку *CD* називають *зоною місцевої текучості*. Точка *D* відповідає руйнуванню зразка.

Зразок із пластичного матеріалу (мало вуглецева сталь) в процесі деформування в зоні місцевої текучості (рис. 2.10, а) та в момент руйнування показано на рис. 2.10, б а зразок із крихкого матеріалу, що зруйнувався без суттєвих пластичних деформацій – на рис. 2.11.

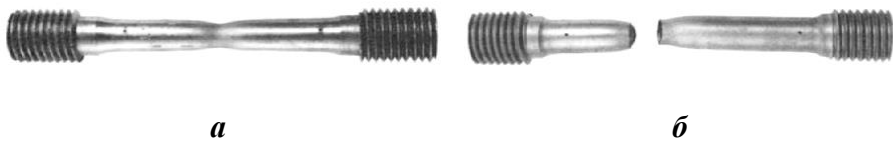


Рис. 2.10



Рис. 2.11.

Очевидно, що машинна діаграма розтягу характеризує властивості зразка, а не матеріалу, тому її параметри не можуть бути використаними для оцінки міцності матеріалу.

Умовна діаграма розтягу. Ця діаграма будується на базі машинної діаграми розтягу з метою кількісного визначення механічних властивостей матеріалу.

Перебудова машинної діаграми в умовну відбувається шляхом:

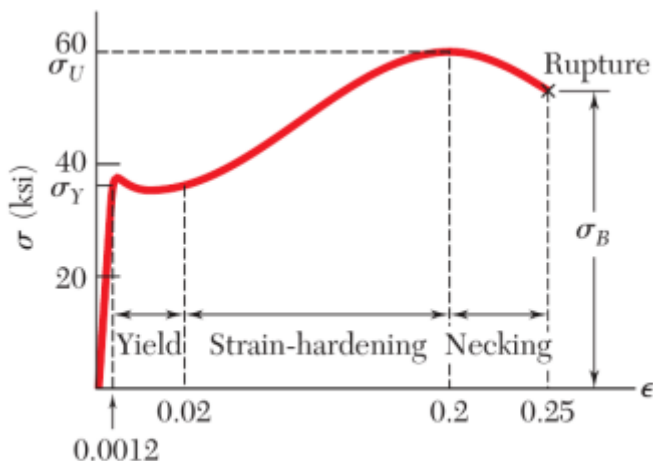
1) діленням показів осі абсцис на L_0 , тобто введенням **відносних лінійних деформацій**

$$\varepsilon_i = \Delta L_i / L_0, \quad (2.1)$$

де ε_i – масив відносних деформацій бази зразка

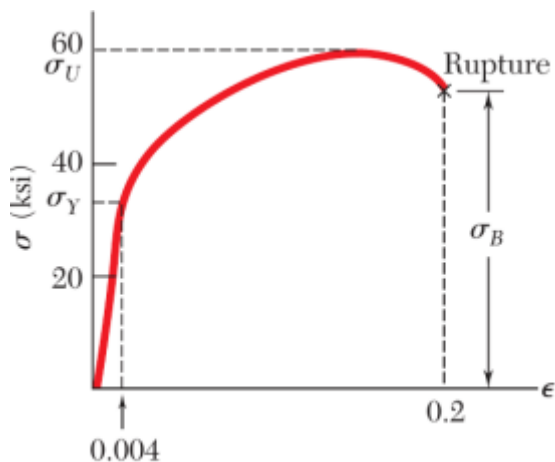
2) діленням показів осі ординат на A_0 , тобто введенням **умовних напружень**

$$\sigma_i = F_i / A_0, \quad (2.2)$$



(a) Low-carbon steel

Рис. 2.12



(b) Aluminum alloy

Рис. 2.13

де A_0 – вихідна площа поперечного перерізу зразка, σ – умовне напруження. Його умовність полягає в тім, що не враховується зміна площі поперечного перерізу зразка в процесі його деформування. Зразок умовної діаграми розтягу для маловуглецевих сталей показаний на рис. 2.12. На рис. 2.13 представлений зразок умовної діаграми розтягу для алюмінієвого сплаву.

Відносна поперечна деформація. При розтязі (стисканні) прямого бруса крім поздовжньої деформації ε відбувається зміна поперечних розмірів бруса (рис. 2.14). Ширина бруса при розтязі зменшується на деяку величину Δb . Якщо величину Δb віднести до вихідної величини b , то отримаємо вираз для визначення відносної поперечної деформації ε_1 :

$$\varepsilon_1 = \Delta b / b. \quad (2.8)$$

Відношення відносної поперечної деформації до відносної поздовжньої деформації називають коефіцієнтом Пуассона і позначають літерою грецького алфавіту μ :

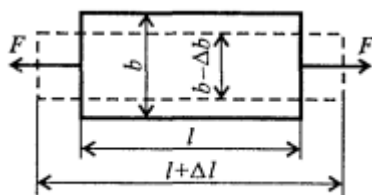


Рис. 2.14

$$\mu = \varepsilon_1 / \varepsilon. \quad (2.9)$$

Коефіцієнт Пуассона μ , на ряду з модулем пружності E , характеризують механічні властивості матеріалу; його значення коливається для металів - $\mu = 0,25 \dots 0,35$. Для всіх ізотропних матеріалів коефіцієнт Пуассона знаходиться в межах: $0 \leq \mu \leq 0,5$. Значення коефіцієнту μ для деяких матеріалів наведені в табл. 2.1.

2.4. Основні механічні характеристики матеріалів

Механічні властивості матеріалів встановлюють дослідним шляхом при випробуванні матеріалів на розтяг – стиск. Їх величини визначають із умовних діаграм розтягу (див. рис. 2.15). Як видно із рис. 2.15, представлена діаграма має такий же вигляд, як і в координатах $F, \Delta l$ (див. рис. 2.8), але ця крива буде характеризувати вже не властивості зразка, а властивості матеріалу. Відмітимо на цій діаграмі характерні точки.

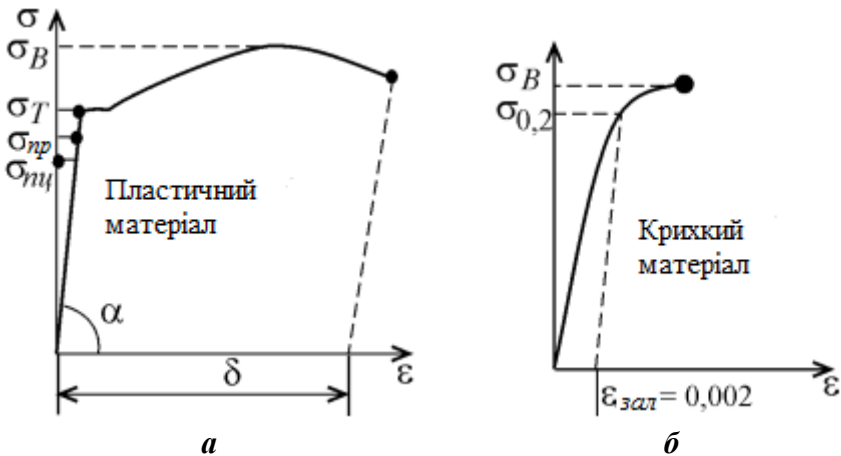


Рис. 2.15

(тут δ – відносьне видовження в момент руйнування)

1) **Межа пропорційності** ($\sigma_{\text{пц}}$) – найбільше напруження, при якому є справедливим закон Гука

$$\sigma = E\varepsilon. \quad (2.10)$$

Напомним, що коефіцієнт пропорційності $E = \operatorname{tg} \alpha$ має розмірність напруження, називається модулем поздовжньої пружності та встановлюється дослідним шляхом:

Сталі $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па,

Алюмінієві сплави $E = 0,7 \cdot 10^{11}$ Па,

Титанові сплави $E = 1,1 \cdot 10^{11}$ Па,

Латуні $E = 1,1 \cdot 10^{11}$ Па.

2) **Межа пружності** ($\sigma_{\text{пр}}$) – найбільші напруження, до яких в матеріалі зразка не виникають залишкові деформації. Належить відмітити, що $\sigma_{\text{пр}} > \sigma_{\text{цп}}$.

3) **Межа текучості** (σ_{T}) – напруження при якому розвиток деформацій відбувається без помітного зростання напружень.

Для крихких матеріалів, що не мають площадки текучості, вводять поняття *умовної межі текучості*, при якій залишкова деформація бази зразка складе $\varepsilon_{\text{зал}} = 0,002$. Цю межу називають $\sigma_{0,2}$.

4) **Межа міцності (тимчасовий опір)** $\sigma_{\text{В}}$ – відношення максимального до вихідної площадки поперечного перерізу бази зразка.

5) **Відносне видовження зразка в момент руйнування**

$$\delta = \Delta l_{\text{зал}} / l_0 \cdot (100\%).$$

6) **Відносне поперечне звуження зразка в момент руйнування**

$\psi = \frac{A_0 - A_{\text{Шmin}}}{A_0} \cdot (100\%)$, де $A_{\text{Шmin}}$ – площа поперечного перерізу шийки зразка в момент руйнування.

Істинна діаграма розтягу. Діаграму розтягу, побудовану з врахуванням зменшення площі поперечного перерізу, називають **істинною діаграмою розтягу**. Її будують в координатах ($\sigma_{\text{іст}}$, $\varepsilon_{\text{іст}}$):

$\sigma_{\text{іст}} = \frac{F}{A}$, де A – поточне значення площі поперечного перерізу зразка.

Максимальне істинне напруження:

$\sigma_{ict} = \frac{F_D}{A_{IIImin}}$, де A_{IIImin} – площа поперечного перерізу зразка після руйнування, F_D – зусилля в момент руйнування.

Величина ε_{ict} визначається із умови рівності об'ємів матеріалу до і після випробувань, виділених поблизу шийки (рис. 2.16)

$$A_0 L_0 = A_{III} L, \quad L = L_0 + \Delta L,$$

$$A_0 L_0 = A_{III} L_0 + A_{III} \cdot \Delta L.$$

Поділимо на L_0 :

$$A_0 = A_{III} + A_{III} \cdot \varepsilon_{ict},$$

$$A_0 = A_{III}(1 + \varepsilon_{ict}) \rightarrow \varepsilon_{ict} = \frac{A_0}{A_{III}} - 1.$$

В порівнянні з умовною істинна діаграма має вигляд, представлений на рис. 2.17:

$$\sigma_{ictmax} = \frac{F_D}{A_{IIImin}}, \quad \varepsilon_{ictmax} = \frac{A_0}{A_{IIImin}} - 1.$$

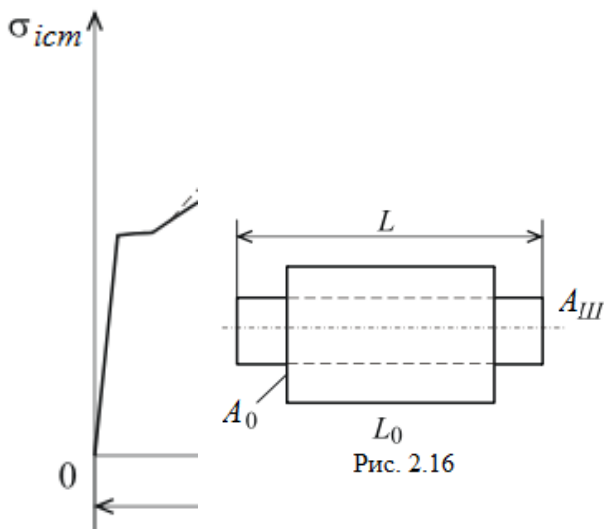


Рис. 2.17

Розвантаження і повторне навантаження. Явище наклепу (нагартування). Наклепом називають явище підвищення пружних властивостей матеріалу в результаті попереднього

пластичного деформування. Розглянемо перше і повторне навантаження (рис. 2.18)

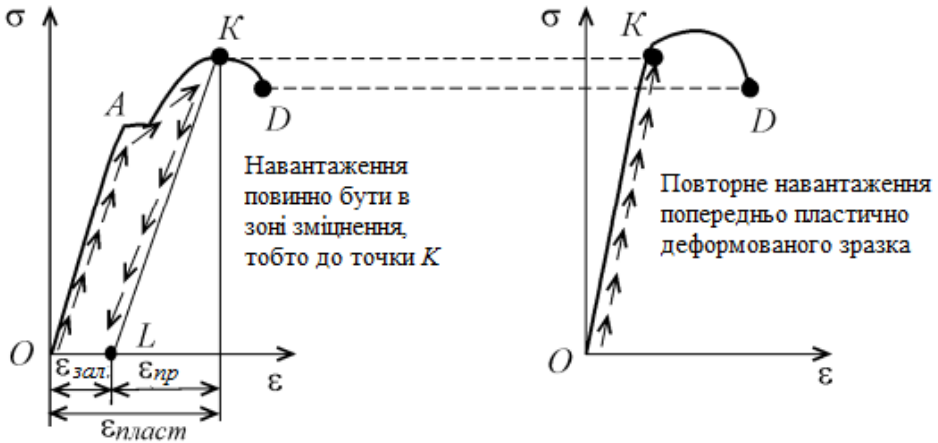


Рис. 2.18

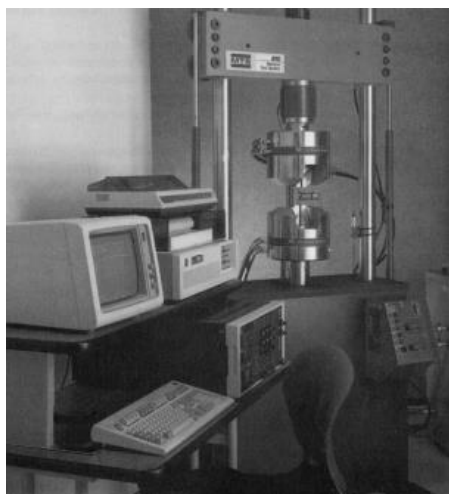
KL – **пряма розвантаження**. Як показує дослід, ця пряма є паралельною лінії навантаження – прямій OA .

$\epsilon_{пл} = \epsilon_{зал} + \epsilon_{пр}$, де $\epsilon_{пр}$ – пружна складова повної деформації, $\epsilon_{зал}$ – залишкова деформація, $\epsilon_{пл}$ – повна пластична деформація.

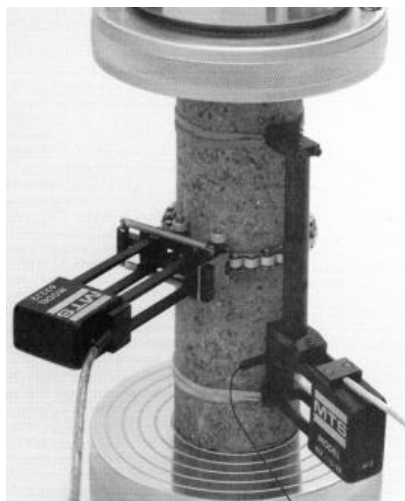
Якщо зразок навантажити в межах $\sigma < \sigma_{пр}$, то $\epsilon_{зал} = 0$, розвантаження буде відбуватись по лінії AO і властивості залишаться незмінними.

Якщо навантажити в межах $\sigma_{пр} < \sigma < \sigma_B$ (**не доводячи до руйнування!**), то розвантаження буде відбуватись по лінії KL . При повторному навантаженні цього зразка його діаграма розтягу зміниться. Особливо важливим є збільшення межі пружності, тобто матеріал набуває здатність сприймати більші навантаження без розвитку залишкових деформацій.

Випробовування на стиск. Для випробування на стиск використовують універсальні випробувальні машини з реверсом зусиль навантаження, що здатні як розтягувати так і стискати зразки (рис. 2.19, а). для визначення деформацій використовують також механічні тензометри (рис. 2.19, б)



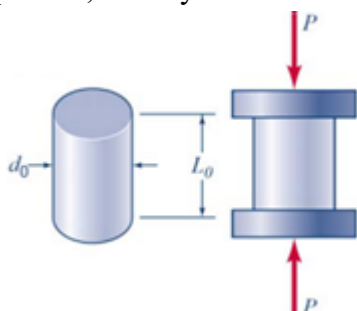
a



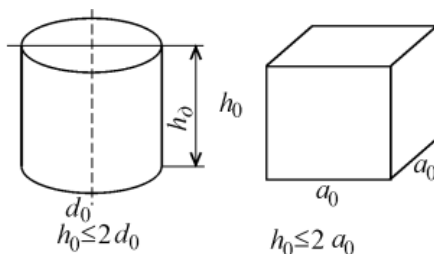
б

Рис. 2.19

Зразки для випробувань. Для випробувань за схемою представленою на рис. 2.20, а використовують циліндричні та призматичні зразки (рис. 2.20, б). Подібним випробуванням піддають не тільки зразки із металевих матеріалів, але і зразки із кераміки, бетону та ін.



a



б

Рис. 2.20

Діаграма стиску. Для пластичних матеріалів (маловуглецеві сталі) на початковому етапі діаграма є аналогічною діаграмі розтягу. При подальшому стисканні сила стиску зростає, оскільки зразок розплющується і його площа поперечного перерізу збільшується. Внаслідок тертя на торцях зразок на початку

пластичних деформацій набуває бочкоподібної форми (barreling), а потім перетворюється в диск. Зазвичай випробування завершують, якщо висота зразка уменшилась на 1/3. Для пластичних матеріалів діаграма має вигляд, як показано на рис. 2.21, а, де представлено діаграму стискання міді.

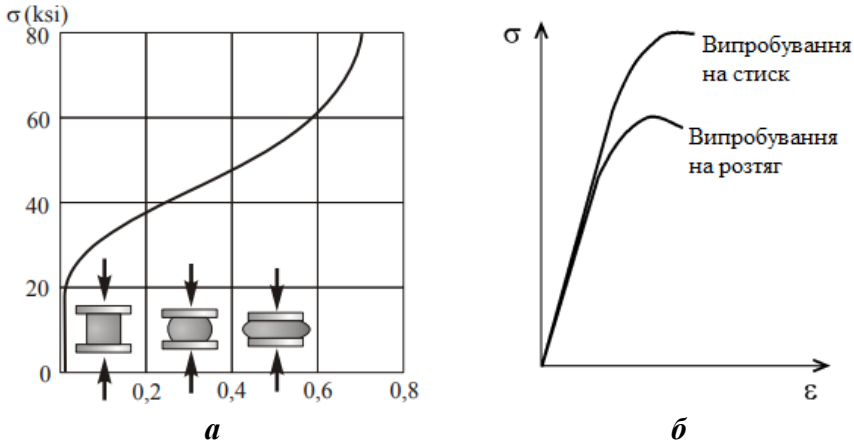


Рис. 2.21

Для крихких матеріалів вид діаграми якісно не відрізняється від діаграми розтягу крихких матеріалів. Тим не менше крихкі матеріали краще чинять опір деформаціям стиску, крива значно вище на діаграмі (рис. 2.21, б).

Порівняння результатів випробувань на розтяг і стиск.

Для пластичних матеріалів порівняння проводять по межах текучості. Прийнято рахувати, що

$$\sigma_{Tp} \approx \sigma_{Tc}.$$

Для крихких матеріалів порівняння проводять по межах міцності

$$k = \sigma_{Bp} / \sigma_{Bc}.$$

Для чавуну $k = 0,2 \dots 0,4$.

Для кераміки $k = 0,1 \dots 0,2$.

Поняття про граничні та допустимі напруження.

В якості **граничних напружень** при розрахунках на міцність прийнято рахувати:

а) для пластичних матеріалів межу текучості

$$\sigma_{\text{гран}} = \sigma_{\text{T}}, \quad (2.11)$$

б) для крихких матеріалів межу міцності

$$\sigma_{\text{гран}} = \sigma_{\text{В}}. \quad (2.12)$$

Допустимим напруженням, що складає праву частину умови міцності, називають величину

$$[\sigma] = \sigma_{\text{гран}}/n.$$

а) для пластичних матеріалів $[\sigma] = \sigma_{\text{T}}/n$,

б) для крихких матеріалів $[\sigma] = \sigma_{\text{В}}/n$, де n – коефіцієнт запасу міцності.

Вплив різних факторів на механічні властивості матеріалів. На властивості матеріалів і сплавів суттєвий вплив здійснюють хімічний склад, технологія отримання, термічна та механічна обробки, умови експлуатації – температура, характер навантажень та ін..

Таблиця 2.1

Механічні характеристики деяких матеріалів

Матеріал	Напруження, МПа				E , Мпа $\times 10^5$	$\delta\%$ l_0 $= 5d$	μ
	$\sigma_{\text{Тр}}$	$\sigma_{\text{Тс}}$	$\sigma_{\text{ВР}}$	$\sigma_{\text{Вс}}$			
Сталь маловуглецева	250	250	390		2,0	42	0,25...0,35
Сталь 30 не гартована	330	330	530		2,0	28	
Сталь 30 нагартована	1030	900	1100		2,0	11	
Сталь 45 не гартована	370	370	620		2,0	24	
Сталь 45 нагартована	1040	970	1080		2,0	13	
Сталь У8 не	250	430	630		2,0	25	

гартована							
Сталь У8 нагартована	700	700	1100		2,0	16	
Сталь 30ХГС нагартована	1400	1400	1620		2,0	10	
Сталь 40ХНВ нагартована	1720	2100	2050		2,0	10	
Чавун сірий СЧ28	140	310	150	640	0,7	0,6	
Титан технічний	520	520	600		1,1	23	
Мідь відпалена	55	55	220		1,1	46	0,34
Мідь пруткова	250	250	320		1,1	15	
Латунь	330	330	450		1,2	17	
Бронза	110	110	136		1,2	7,5	
Алюміній	50	50	84		0,7	35	0,26 ...0,36
Дюралюміній	340	340	540		0,75	13	
Текстоліт	75	115	127	168	0,03	1,5	

2.5. Розрахунки на міцність при розтягу і стиску

Розміри елементів конструкції належить підбирати так, щоб забезпечити їх міцність в роботі при найменшій витраті матеріалу. На основі аналізу конструкції виявляють ту точку, де виникають найбільші напруження σ_{max} . Знайдене значення напруження співставляють з допустимим значенням напруження для заданого матеріалу і конструкції.

Коли конструкція знаходиться на стадії проектування, то задаються коефіцієнтом запасу міцності n . Він призначається виходячи з конкретних умов роботи конструкції, що проектується. В кожній області техніки вже склалися свої традиції, свої вимоги і специфіка розрахунків. Наприклад, при проектуванні будівельних споруд, що розраховуються на тривалі терміни експлуатації, запаси приймають досить великими ($n_B = 2 \dots 5$). Індекс «В»

вказує на те, що запас визначається від межі міцності σ_B . В авіаційній техніці, де на конструкцію накладаються обмеження по масі, коефіцієнт запасу також визначається по межі міцності, але складає $n_B = 1,3 \dots 2,0$.

Значення коефіцієнтів запасу залежить і від властивостей матеріалу. У випадку пластичного матеріалу коефіцієнт запасу беруть від межі текучості ($n_T = 1,5 \dots 2,0$), а для крихких матеріалів коефіцієнт запасу визначають від межі міцності і приймають $n_B = 2,5 \dots 4,0$.

Призначивши коефіцієнт запасу для заданого елементу конструкції розраховують *допустиме напруження*:

$$[\sigma] = \sigma_T/n_T \text{ або } [\sigma] = \sigma_B/n_B. \quad (2.13)$$

Вибравши допустиме напруження, складають умову міцності

$$\sigma_{max} \leq [\sigma], \quad (2.14)$$

виходячи з якої визначаються розміри елементу, що проектується.

Приклад 2.2

Визначити діаметри поперечних перерізів бруса (матеріал – не загартована сталь 30), навантаженого по схемі наведених на рис. 2.3, а. Сила $F = 1000 \text{ Н}$.

Розв'язок.

1. Спочатку необхідно побудувати епюри «N» і « σ ». Методика і послідовність побудови епюр представлена в прикладі 2.1.

2. Визначаємо коефіцієнт запасу міцності. Оскільки матеріал пластичний, приймаємо коефіцієнт запасу $n_T = 1,5$.

3. Обчислюємо допустиме напруження. Із 89абл.. 2.1 для сталі 30 виписуємо $\sigma_{Tp} = \sigma_{Tc} = 330 \text{ Мпа}$. Після цього можна визначити допустимі напруження при розтягуванні та стисканні:

$$[\sigma]_p = [\sigma]_c = \frac{380}{1,5} = 220 \text{ (Мпа)}.$$

4. Проаналізувавши епюр « σ » (див. рис. 2.3, б), встановлюємо, що на двох ділянках виникають однакові напруження $\sigma_{max} = F/A$, оскільки даний матеріал працює

однаково на розтяг і стиск, то можна для будь-якої з цих двох ділянок записати умову міцності:

$$\sigma_{max} = \frac{F}{A} \leq [\sigma]_P.$$

5. З врахуванням того, що площа круглого поперечного перерізу $A = \pi d^2/4$, перепишемо умову міцності і визначимо діаметри:

$$\sigma_{max} = \frac{4F}{\pi d^2} \leq [\sigma]_P, \rightarrow d_1 \geq \sqrt{\frac{4 \cdot F}{\pi [\sigma]_P}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1000}{3,14 \cdot 220 \cdot 10^6}} = 0,0024 \text{ (м)}.$$

Площа поперечного перерізу на першій ділянці

$$A_1 = A = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,0024^2}{4} \approx 4,52 \cdot 10^{-6} \text{ (м)}.$$

На другій ділянці площа круглого поперечного перерізу

$$A_2 = 2A = \frac{\pi d_2^2}{4} \approx 2 \cdot 4,52 \cdot 10^{-6} \text{ (м)}, \rightarrow d_2 \approx \sqrt{\frac{4 \cdot 2 \cdot 4,52 \cdot 10^{-6}}{3,14}} \\ \approx 0,0034 \text{ (м)}$$

Відповідь: $d_1 \geq 0,0024 \text{ (м)} = 2,4 \text{ мм}$; $d_2 \approx 0,0034 \text{ (м)} = 3,4 \text{ мм}$.

2.6. Зріз (зсув) та зминання

Напруження та деформації при зсуві (зрізі). В підрозділі 2.1 вже упоминалось, що в поперечному перерізі можуть виникати як нормальні σ , так і дотичні τ напруження. Якщо до короткого бруса, жорстко заробленого одним кінцем в стінку (рис. 2.22, а), перпендикулярно до його осі прикласти силу $\bar{F}$, то в поперечних перерізах буде виникати внутрішня поперечна сила Q в площині перерізу, як наслідок, і дотичне напруження $\tau = Q/A$.

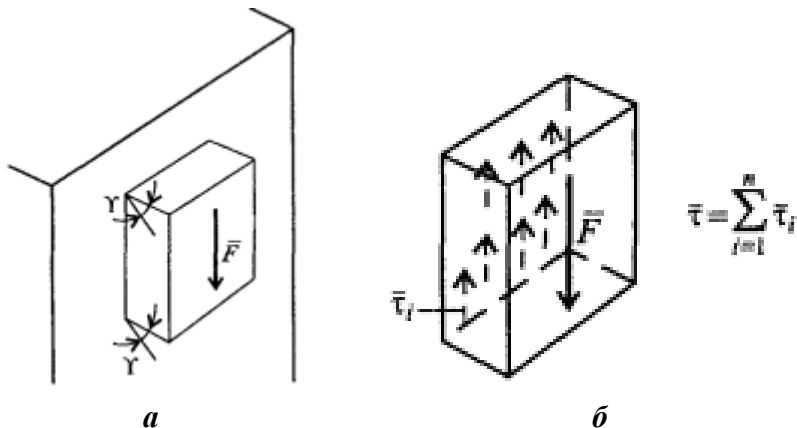


Рис. 2.22

Паралельні перерізи брусу будуть «зсуватись» один відносно одного (рис. 2.22, б) так, що верхня грань буде утворювати кут γ з горизонталлю. Встановлено, що дотичне напруження τ є прямо пропорційним кутовій деформації γ :

$$\tau = G\gamma. \quad (2.15)$$

Ця залежність виражає *закон Гука для зсуву*. Явище зрізу (зсуву) можна спостерігати, якщо сталюну полосу чи папір перерізувати ножицями, а також у випадку, якщо до клепаного з'єднання прикладемо велику силу, на яку воно не розраховане. На рис. 2.23 показано, що сили $\bar{F}$, прикладені в площині перерізів; вони викликають деформацію зсуву, і можуть викликати явище зрізу заклепки. В силу цих причин деформації зсуву часто називають деформаціями зрізу.

Модуль пружності при зсуві залежить від модуля пружності першого роду E :

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}. \quad (2.16)$$

Якщо відомі E і μ , то модуль пружності при зсуві можна визначити. Наприклад, для сталі 30 $E = 2 \cdot 10^5$ Мпа, $\mu = 0,3$, як наслідок,

$$G = \frac{2 \cdot 10^5}{2 \cdot (1+0,3)} = 0,77 \cdot 10^5 \text{ Мпа.}$$

Підкреслимо, що зсув – це є напружений стан. Якщо деформації, що виникають при цьому стані, знаходяться в межах пружності, то після зняття навантажень розміри і форма деталі відновлюються. Якщо ж деформації перевищили границю пружності, то будемо спостерігати пластичні деформації. Після зняття навантажень залишиться намічене місце зрізу. По досягненні межі міцності відбудеться зріз.

Приклад 2.3

Як правило, деформація зсуву зустрічається у сукупності з іншими видами деформації. Характерний приклад – робота найпростішого заклепкового з'єднання (рис. 2.23). Нехай задача полягає в тому, щоб розрахувати кількість заклепок n у ряді, які з'єднують між собою дві пластини товщиною t , що розтягуються силами F . При цьому діаметр заклепки d , допустимі напруження на зріз $[\tau]$ та на зминання (стиск) $[\sigma]_{зм}$. Заклепка одночасно працює і в умовах зсуву (по діаметральному зрізу на границі дотикання пластин однієї до другої (рис. 2.24, а) та зминання (по площадках контакту заклепки з кожною пластиною (рис. 2.24, б, в)).

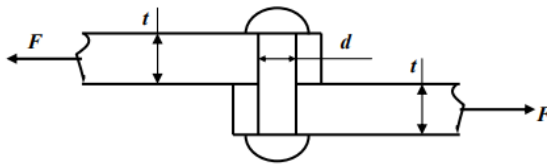


Рис. 2.23

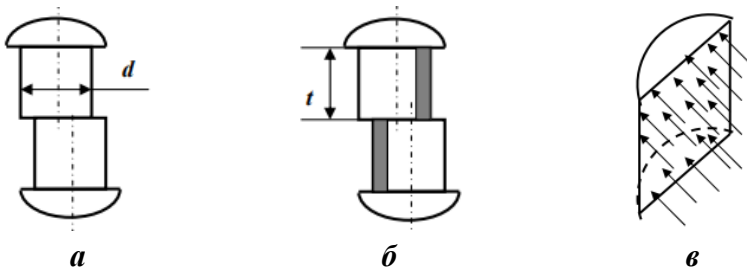


Рис. 2.24

Розв'язок.

1. Визначаємо кількість заклепок, виходячи з умови міцності на зріз:

$$\tau_{max} = \frac{F}{n \cdot \frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau],$$

де n' – кількість заклепок із розрахунку на зріз.

Звідси отримаємо

$$n' \geq \frac{4F}{\pi d^2} [\tau]. \quad (2.16, a)$$

2. Визначаємо кількість заклепок, виходячи з умови міцності на зминання:

$$\sigma_{max} = \frac{F}{n'' td} \leq [\sigma]_{зм},$$

де n'' – кількість заклепок з розрахунку на зминання.

Тобто, за умов міцності на зминання

$$n'' \geq \frac{F}{td[\sigma]_{зм}}.$$

Очевидно, ці розрахунки можуть дати різні значення n - n' та n'' . З цих двох значень треба буде вибрати найбільше для того, щоб задовольнялися обидві умови міцності – і на зріз, і на зминання.

Приклад 2.4

Перевірити міцність заклепок (рис. 2.23), якщо $[\tau]_{зр} = 100$ Мпа.

Розв'язок.

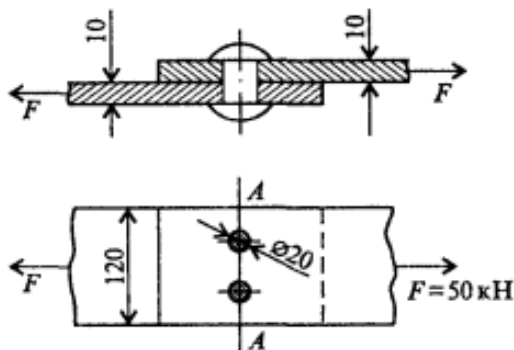


Рис. 2.25

1. Визначаємо дійсне дотичне напруження τ , що буде виникати в поперечних перерізах заклепок під дією заданих сил. Оскільки число заклепок $i = 2$ і вони зрізуються по одній площині (число зрізів $k = 1$), то:

$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{4F}{i \cdot k \cdot \pi d^2} = \frac{4 \cdot 50000}{2 \cdot 1 \cdot 3,14 \cdot 20^2} = 79,6 \text{ Н/мм}^2.$$

2. Перевіряємо міцність заклепок. Оскільки умова міцності записується наступним чином: $\tau = \frac{F}{A} \leq [\tau]_{\text{зр}}$, то в нашому випадку $\tau = 79,6 \text{ Н/мм}^2 = 79,6 \text{ Мпа} < 100 \text{ Мпа}$ умова міцності виконується і міцність заклепок при дії заданих сил забезпечена.

Зминання. При стисканні двох тіл виникає небезпека зминання контактних поверхонь. *Напруження, що будуть виникати на контактних поверхнях називають напруженнями зминання.* Напруження зминання визначають за формулою:

$$\sigma_{\text{зм}} = F/A_{\text{зм}}, \quad (2.17)$$

де F – сила, з якою стискаються контактні поверхні, $A_{\text{зм}}$ – загальна площа зминання. ***Якщо поверхня зминання є криволінійною, то площу зминання такої поверхні обчислюють як площу проекції цієї поверхні на площину, перпендикулярну до лінії дії сили, яка намагається здійснити зминання цих поверхонь.***

Приклад 2.5

Перевірити міцність з'єднання заклепкового з'єднання (див. рис. 2.23), якщо $[\tau]_{\text{зр}} = 100 \text{ Мпа}$; $[\sigma]_{\text{зм}} = 240 \text{ Мпа}$; $[\sigma]_{\text{р}} = 140 \text{ Мпа}$.

Розв'язок.

1. Перевіряємо міцність заклепки на зріз (методика розрахунку наведена в прикладі 2.3).

2. Перевіряємо міцність на зминання стінок отворів в листах, що з'єднуються:

$$\sigma_{\text{зм}} = F/A_{\text{зм}} \leq [\sigma]_{\text{зм}},$$

$$\sigma_{\text{зм}} = \frac{F}{i \cdot \delta_{\text{лист}} \cdot d} = \frac{50000}{2 \cdot 10 \cdot 20} = 125 \text{ Н/мм}^2 = 125 \text{ Мпа} \leq [\sigma]_{\text{зм}}.$$

Умова міцності виконується. Як наслідок, зминання стінок не відбудеться і міцність забезпечується.

3. Перевірку міцності на розтяг проведемо виходячи з умови міцності на розтяг:

$$\sigma_{max} = F/A_{неб} \leq [\sigma]_p.$$

Для визначення небезпечного перерізу в складних випадках зазвичай будують епюри «N», а потім « σ » (див. приклад 2.1). В нашому випадку задача більш проста. Очевидно, що небезпечним перерізом є переріз А–А, ослаблений двома отворами під заклепки. Площа в цьому поперечному перерізі $A_{неб} = 10 \cdot (120 - 2 \cdot 20) = 800 \text{ мм}^2$, а максимальні напруження, що виникатимуть при навантаженнях :

$$\sigma_{max} = 50000/800 = 63,3 \text{ (Н/мм}^2\text{)} \leq [\sigma]_p.$$

Отже, міцність на розтяг забезпечена.

Відповідь: можна рахувати, що міцність з'єднання листів є достатньою.

2.7. Розрахунки при деформаціях кручення

Під крученням розуміють такий вид навантажень, при якому в поперечних перерізах виникає тільки один невідомий внутрішній силовий фактор – крутний момент. Інші внутрішні силові фактори (поздовжня та поперечна сили, згинальні моменти) дорівнюють нулю.

Розглянемо кручення круглого бруса (рис. 2.26). до круглого бруса, що хорско зароблений в стінку, на вільному кінці прикладено скручуючий момент М. В результаті цього брус буде деформуватись: суміжні перерізи поветаються один відносно одного, твірна ОВ викривляється і займає положення ОС. При описі феформацій кручення приймають наступні припущення та правила:

- вісь бруса не деформується;

➤ поперечні перерізи, що є плоскими до деформації, залишаються такими ж і після деформації;

➤ поздовжні волокна не змінюють свої довжини (кут γ настільки малий, що зміною довжини можна знехтувати);

➤ радіуси r поперечних перерізів залишаються прямими після деформації, повертаючись на деякий кут φ ;

➤ для внутрішніх крутних моментів прийнято наступне правило знаків: якщо спостерігач дивиться на поперечний переріз зі сторони зовнішньої нормалі і бачить внутрішній крутний момент $M_{кр}$ направленим проти ходу годинникової стрілки, то такий момент рахують додатнім.

Таким чином, при крученні в поперечному перерізі бруса виникають дотичні напруження і такі деформації називають чистим зсувом.

При деформаціях кручення існують поняття кута закручування φ і відносного кута закручування θ :

$$\theta = \varphi / l. \quad (2.18)$$

Дотичні напруження τ розподіляються по перерізу нерівномірно: в центрі вони дорівнюють нулю, а на максимальному радіусі перерізу – максимальному значенню τ_{max} . Тому розрахунки ведуть по τ_{max} . Значення дотичного напруження буде залежати від величини внутрішнього силового фактору (крутного момент $M_{кр}$) і геометричної характеристики поперечного перерізу (полярного моменту опору):

$$\tau_{max} = M_{кр} / W_p, \quad (2.19)$$

де W_p – полярний момент опору перерізу.

Для суцільного поперечного перерізу діаметром D - $W_p = \pi D^3 / 16 \approx 0,2 D^3$; для кільцевого поперечного перерізу (трубчастий вал) $W_p = \pi D^3 / 16 \cdot (1 - C^4) \approx 0,2 D^3 \cdot (1 - C^4)$, де $C = d/D$ – відношення внутрішнього до зовнішнього діаметру труби. Покажемо, що вали суцільного поперечного перерізу використовувати є економічно недоцільним.

Приклад 2.6

Вал передає момент $M_{кр} = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}$. Потрібно підібрати розміри поперечного перерізу валу для випадків: а) суцільного круглого перерізу і б) круглого перерізу з отвором $d = (7/8)D$. Порівняти обидва перерізи за витратою матеріалу. Допустиме напруження $[\tau] = 60 \text{ МПа}$.

Розв'язок.

1. Виходячи з умови міцності, визначаємо полярний момент опору перерізу валу (він повинен бути однаковим для обох варіантів):

$$\tau_{max} = M_{кр}/W_p \leq [\tau], \rightarrow W_p \geq M_{кр}/[\tau] = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{60} = 0,00017 \text{ м}^3.$$

2. Визначаємо розмір діаметру для суцільного валу:

$$W_p = \pi D^3/16, \rightarrow D = \sqrt[3]{\frac{16W_p}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 0,00017}{3,14}} = 0,095 \text{ (м)}.$$

3. Визначаємо значення зовнішнього діаметру для трубчастого валу:

$$W_p = \pi D^3/16 \cdot (1 - C^4), \rightarrow D = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 0,00017}{3,14 \cdot \left(1 - \frac{7^4}{8^4}\right)}} \approx 0,114 \text{ (м)}.$$

За умовою задачі $d = 0,875D = 0,875 \cdot 0,114 = 0,10 \text{ (м)}$.

4. Визначимо витрати матеріалу (металу). Для цього обчислимо площі поперечних перерізів суцільного та трубчастого валів:

для суцільного валу:

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,095^2}{4} = 0,00708 \text{ (м}^2\text{)};$$

для трубчастого валу:

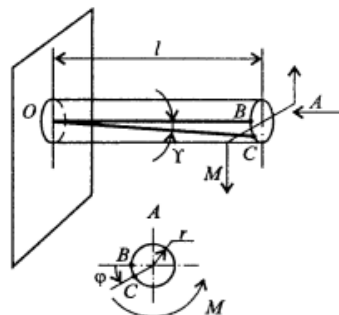


Рис. 2.26

$$A = \frac{\pi D^2}{4} \left(1 - \frac{d^2}{D^2} \right) = \frac{3,14 \cdot 0,114^2}{4} \cdot \left(1 - \frac{0,1^2}{0,114^2} \right) = 0,00235 \text{ (м}^2\text{)}.$$

Оскільки витрати металу будуть пропорційними площі поперечного перерізу, то трубчастий переріз є більш економним і в даному варіанті дає трьохкратне зниження маси валу.

Побудова епюр. При крученні, як і при розтягу, будують епюри внутрішніх силових факторів (крутних моментів), напружень (τ_{max}) і переміщень (кутів закручування φ).

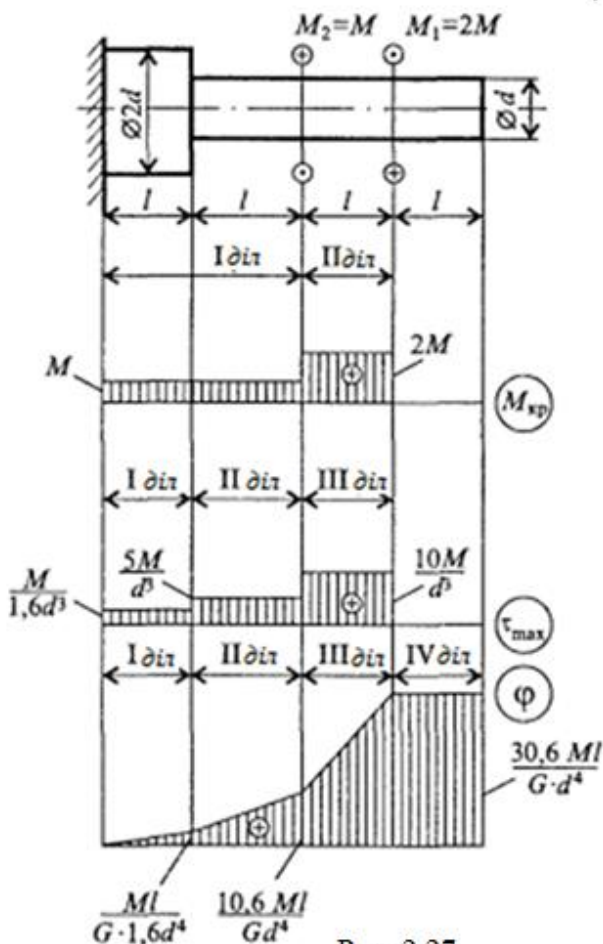


Рис. 2.27

Побудова епюру $M_{кр}$. Всю довжину бруса (рис. 2.27) розбиваємо на дві ділянки. Ділянкою в цьому випадку рахують частину бруса, на якій виконується умова $M_{кр} = const$. Границями ділянок будуть торцеві перерізи і перерізи в яких прикладені зовнішні скручуючі моменти. На епюрах внутрішніх силових факторів в перерізах де прикладені зовнішні сили виникають стрибки, що дорівнюють прикладеним зовнішнім навантаженням (в даному випадку – скручуючими моментами). Застосовуючи метод перерізів з урахуванням правила знаків для крутних моментів, будуємо епюр $M_{кр}$. На рис. 2.27 для зображення зовнішніх моментів використане умовне позначення у вигляді кружків:

кружок з крапкою означає силу, направлену *на* спостерігача, а кружок з хрестиком – силу, направлену *від* спостерігача.

Побудова епюру τ_{max} . Всю довжину бруса розбиваємо на три ділянки; ділянкою на цьому епюрі рахують частину бруса на якій виконуються умови: $M_{кр} = const$; $W_p = const$. Потім, підставляючи в формулу $\tau_{max} = M_{кр}/W_p$ відповідні значення $M_{кр}$ і W_p , обчислюємо величину τ_{max} на кожній ділянці:

на I – й ділянці $M_{кр} = +M$; $W_p = 0,2 \cdot (2d)^3 = 1,6d^3$; $\tau_{max} = \frac{M}{1,6d^3}$;

на II – й ділянці $M_{кр} = +M$; $W_p = 0,2d^3$; $\tau_{max} = \frac{5M}{d^3}$;

на III – й ділянці $M_{кр} = +2M$; $W_p = 0,2d^3$; $\tau_{max} = \frac{10M}{d^3}$;

Оскільки всі внутрішні крутні моменти мають додатній знак, то і всі дотичні напруження будуть додатними при побудові їх на епюрі τ_{max} .

Побудова епюру φ . Перш за все необхідно встановити залежність, за якою будемо визначати кути закручування валу φ . На основі закону Гука для зсуву запишемо вираз для

максимального дотичного напруження в поперечному перерізі круглого бруса:

$$\tau_{max} = G\gamma.$$

Із рис. 2.26 видно, що при крученні твірна циліндру ОВ повертається на кут γ і займає положення ОС. При цьому довжина дуги ВС дорівнює γl ; дивлячись на поперечний переріз по стрілці А, можна записати, що довжина тієї ж дуги ВС дорівнює φr . Як наслідок,

$$\gamma l = \varphi r,$$

звідси

$$\gamma = \frac{\varphi r}{l}.$$

Підставляючи знайдене значення γ в закон Гука, отримаємо:

$$\tau = G \frac{\varphi}{l} r.$$

З іншого боку, $\tau = M_{kp}/W_p$. Як наслідок,

$$M_{kp}/W_p = G \frac{\varphi}{l} r.$$

Виразимо звідси кут закручування $\varphi = \frac{M_{kp} \cdot l}{G W_p r}$.

Величину $W_p r$ (або $W_p \frac{D}{2}$) називають полярним моментом інерції перерізу і позначають J_p .

Полярний момент інерції для суцільного круглого перерізу

$$J_p = \pi D^4 / 32 \approx 0,1 D^4;$$

для трубчастого круглого перерізу

$$J_p = \pi D^4 / 32 \left(1 - \frac{d^4}{D^4} \right) \approx 0,1 D^4 \cdot \left(1 - \frac{d^4}{D^4} \right).$$

Тепер кут закручування φ запишемо у вигляді:

$$\varphi = \frac{M_{kp}}{G J_p} \cdot l.$$

Добуток $G J_p$ називають жорсткістю бруса при крученні.

Таким чином отримана залежність, по якій можна визначати кути закручування бруса. **Визначити кут закручування за цією залежністю можна тільки при умові, що на довжині l всі**

величини, що входять в формулу, є постійними, тобто $M_{кр} = \text{const}$; $J_p = \text{const}$; $G = \text{const}$.

Перейдемо до побудови епюру кутових переміщень. Вал по довжині епюру розбиваємо на чотири ділянки. Також, як і при побудові епюру переміщень при деформаціях розтягу, починаємо будувати епюр від нерухомого перерізу, тобто від жорсткого закріплення. В кінці першої ділянки кут закручування буде:

$$\varphi_I = \frac{M_{крI}l}{GJ_{pI}} = \frac{Ml}{G \cdot 0,1 \cdot (2d)^4} = \frac{Ml}{G \cdot 1,6 \cdot d^4}.$$

В кінці II ділянки кут закручування буде:

$$\varphi_{II} = \varphi_I + \frac{M_{крII}l}{GJ_{pII}} = \frac{Ml}{1,6Gd^4} + \frac{Ml}{0,1Gd^4} = \frac{10,6Ml}{Gd^4}.$$

В кінці III ділянки кут закручування буде:

$$\begin{aligned} \varphi_{III} &= \varphi_{II} + \frac{M_{крIII}l}{GJ_{pIII}} \\ &= \frac{10,6Ml}{Gd^4} \\ &\quad + \frac{2Ml}{0,1Gd^4} \\ &= \frac{30,6Ml}{Gd^4}. \end{aligned}$$

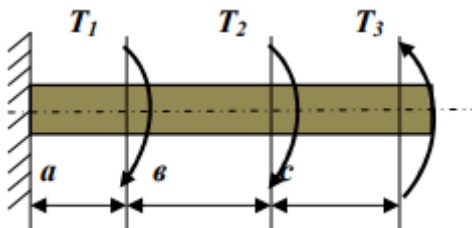


Рис. 2.28

На IV ділянці кут закручування буде рівним куту закручування φ_{III} , оскільки на цій ділянці відсутні внутрішні крутні моменти.

Обчислені кутові переміщення відкладаємо на епюрі φ (рис. 2.27).

Приклад розрахунку вала на міцність і жорсткість

Поставимо перед собою задачу підібрати діаметр для суцільного сталюго вала круглого поперечного перерізу, навантаженого так, як зображено на рис. 2.28. При цьому прийемо такі значення параметрів навантажень розмірів та допустимих величин:

$$T_1 = 1,5 \text{ кН} \cdot \text{м}; T_2 = 1,8 \text{ кН} \cdot \text{м}; T_3 = 1,6 \text{ кН} \cdot \text{м}; a = 0,4 \text{ м};$$

$b = 0,8 \text{ м}; c = 0,6 \text{ м};$
 $[\tau] = 80 \text{ МПа}; [\theta] = 1 \frac{\text{град}}{\text{м}};$
 $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}.$

1. Визначимо крутні моменти, що діють на окремих ділянках вала. При цьому почнемо з вільного кінця вала, тому що там прикладений відомий момент, у той час, як на лівому кінці в жорсткому закріпленні вала виникає

невідомий нам спочатку реактивний момент. Позначимо окремі ділянки вала I, II, III.

Використовуючи метод перерізів, знайдемо значення крутних моментів на кожній ділянці вала. Побудову епюра крутних моментів $M_{кр}$ зображено на рис. 2.29, б.

Максимальний крутний момент спостерігається на III ділянці і дорівнює $M_{крmax} = 1,7 \text{ кНм}.$

Навантаження вала та епюр розподілу крутних моментів по довжині вала зображено на рис. 2.29, а, б.

2. Визначимо діаметр вала з умови міцності

$$\tau_{max} = \frac{M_{крmax}}{W_p} \leq [\tau]$$

При цьому згадаємо, що для круглого поперечного перерізу полярний момент опору W_p визначається, як відомо виразом

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16}$$

Тоді, перетворюючи та узагальнюючи останні два вирази, можна записати

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 M_{крmax}}{\pi [\tau]}}$$

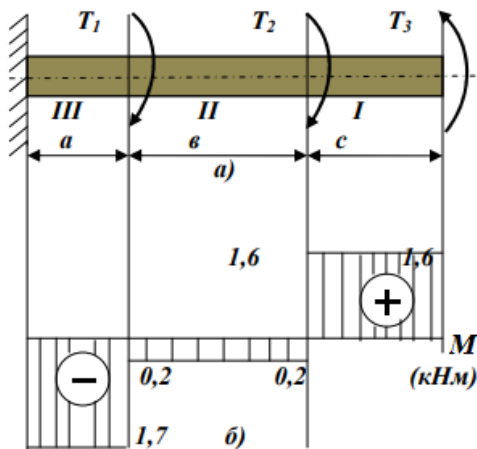


Рис. 2.29

та, підставляючи дані, отримаємо:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 1,7 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 80 \cdot 10^6}} = 0,0477 \text{ (м)} \approx 48 \text{ (мм)}$$

3. Тепер визначимо діаметр вала з умови жорсткості

$$\theta_{max} = \frac{M_{крmax} \cdot 180^\circ}{G J_p \pi} \leq [\theta]$$

де J_p – полярний момент інерції запишеться як $J_p = \frac{\pi d^4}{32}$.

Перетворюючи ці залежності, отримаємо:

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot M_{крmax} \cdot 180^\circ}{\pi^2 G [\theta]}}$$

Підставляючи числові дані, отримаємо:

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 1,7 \cdot 10^3 \cdot 180^\circ}{3,14^2 \cdot 1^\circ \cdot 8 \cdot 10^{10}}} = 0,059 \text{ (м)} = 59 \text{ (мм)}.$$

Реальний розмір діаметра вибираємо з цих двох розрахунків як максимальне значення – тобто $d = 59 \text{ мм}$. У цьому випадку він буде задовольняти як розрахунку на міцність, так і розрахунку на жорсткість.

2.8. Розрахунки при деформаціях згину (прямий поперечний згин)

Під згином розуміють такий вид навантажень, при якому в поперечних перерізах бруса виникають згинальні моменти (див. підрозділ 2.1). Якщо згинальний є єдиним силовим фактором, а поперечні сили, крутний момент і поздовжня сила відсутні, то такий згин називають *чистим*. В більшості випадків у поперечних перерізах бруса на ряду зі згинальними моментами виникають поперечні сили. В цьому випадку згин називають *поперечним*. ***Брус, що працює в основному на згин, називають балкою.***

На балку можуть діяти зосереджені сили і моменти, а також розподілені по довжині. Наприклад, на рис. 2.30 $\mathbf{F}$ – зосереджена сила, $\mathbf{M}$ – зосереджений крутний момент; на ділянці а прикладене розподілене навантаження від нуля до q_{max} .

При описі згину використовують *геометричні характеристики поперечного перерізу*, що враховують розподіл матеріалу по висоті перерізу: J_x – момент інерції перерізу відносно головної осі, перпендикулярної до площини згинаючого моменту; W_x – момент опору перерізу при згині, $W_x = J_x / y_{max}$, де y_{max} – координата точки, найбільш віддаленої від нейтральної лінії бруса (див. рис. 2.31, б).

Наприклад, для прямокутного перерізу:

$$J_x = \frac{bh^3}{12}; W_x = \frac{bh^2}{6}, \quad (2.20)$$

де b – ширина; h – висота перерізу; для круглого перерізу

$$J_x = \frac{\pi d^4}{64}; W_x = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3,$$

де d – діаметр перерізу.

Аналіз внутрішніх силових факторів починають з визначення повної системи зовнішніх сил. Розглянемо деякі характерні приклади і встановимо правила визначення згинальних моментів і поперечних сил.

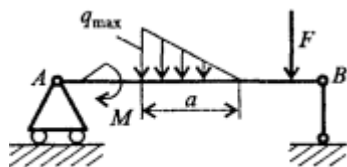


Рис. 2.30

На рис. 2.31, а показана найпростіша двохопорна балка, навантажена силою F . Звільняємо балку від в'язей і замінюємо їх дію реакціями. Опора А являє собою невагомий стержень, тому реакція R_A пройде вздовж нього. В шарнірі В розкладаємо на дві складові. Не дивлячись на те, що вибір системи координат, безумовно, є довільним, в опорі матеріалів приймається, що вісь Z направляється вздовж осі бруса: осі X та Y повинні лежати в площині, перпендикулярній до цієї осі, причому поворот від осі X до осі Y повинен відбуватись проти ходу годинникової стрілки якщо дивитись з кінця осі Z (рис. 2.31, б).

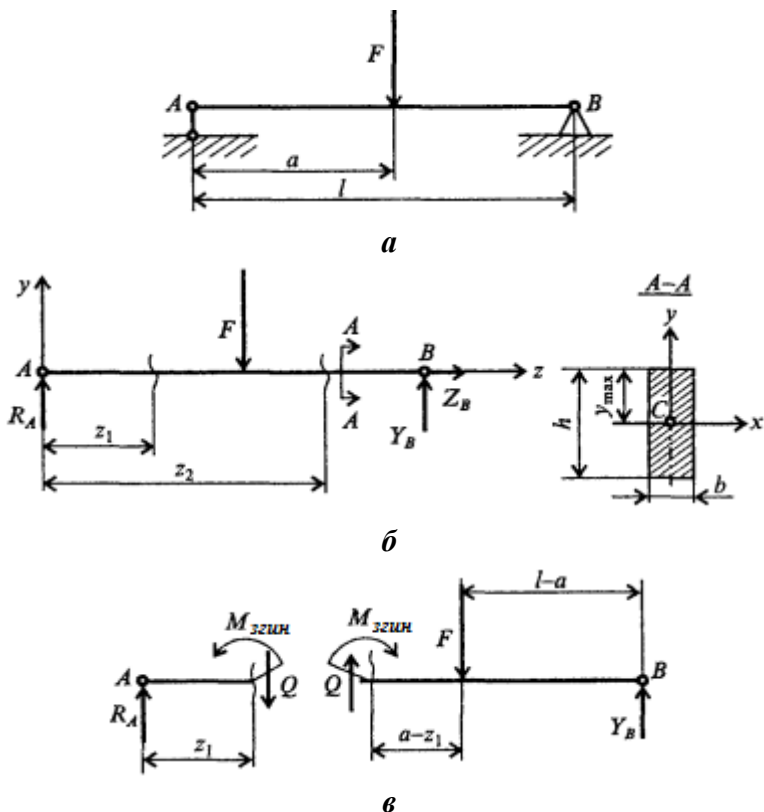


Рис. 2.31

Початок відліку для осей розташовують в центрі ваги поперечного перерізу. В цьому випадку осі X і Y називають *головними центральними осями поперечного перерізу*.

Складемо рівняння рівноваги для плоскої системи сил і визначимо реакції в'язей. Невідомих величин три - R_A, Y_B, Z_B . Рівнянь статки також три, як наслідок, задача є статично визначною:

$$\begin{cases} \sum F_{iy} = 0; & +R_A - F + Y_B = 0; \\ \sum F_{iz} = 0; & +Z_B = 0; \\ \sum M_B(\bar{F}_i) = 0; & -R_A l + F(l - a) = 0. \end{cases} \quad (2.21)$$

Звідси знаходимо реакції опор:

$$\begin{cases} Z_B = 0; \\ R_A = F(l - a)/l; \\ Y_B = F \cdot a/l. \end{cases}$$

Далі приступимо до визначення внутрішніх силових факторів в поперечних перерізах бруса. Для цього між точками прикладання зовнішніх сил і моментів, скориставшись методом перерізів, складемо рівняння рівноваги відсічених частин. Так, в наведеному прикладі необхідно виконати перерізи двічі: на відстані z_1 і z_2 від лівої опори. На рис. 2.31, в показано, як розсічений брус на відстані z_1 . Належить звернути увагу на те, щоб внутрішні силові фактори в поперечному перерізі лівої і правої частин були обов'язково протилежними за напрямком.

Із попереднього матеріалу вже відомо, що внутрішні силові фактори визначаються із рівнянь рівноваги відсічених частин. Належить домовитись про знаки поперечних сил і моментів.

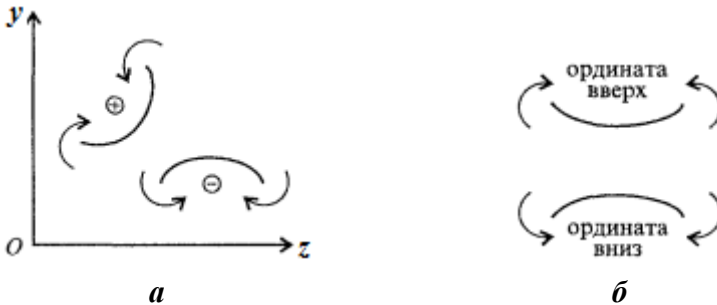


Рис. 2.32

Існує декілька способів визначення знаку згинального моменту в поперечному перерізі:

1. По знаку кривизни зігнутого бруса (рис. 2.32, а). Очевидно, знак буде залежати від вибраної системи координат. Якщо вісь у направити в протилежну сторону, то знаки $M_{зг}$ зміняться на протилежні.

2. Зазвичай при побудові епюр згинальних моментів знак моменту не залежить від вибраної системи відліку, а ординату

відкладають на *стиснутому волокні*, тобто в сторону ввігнутості зігнутої осі бруса (рис. 2.32, б).

3. Якщо важко уявити, як буде виглядати зігнута вісь бруса, то складають суму моментів сил, що діють на ліву відсічену частину бруса. Якщо рівнодіючий момент всіх сил, що діють на ліву частину, буде направлений за годинниковою стрілкою, то ординату згинального моменту відкладають на епюрі вверху, тобто момент в поперечному перерізі діє проти годинникової стрілки, а брус згинається ввігнутістю вверху, як наслідок, ордината буде відкладена на стиснутому волокні. Якщо ж сума моментів, що діють *ліворуч від перерізу*, направлена *проти годинникової стрілки*, то *згинальний момент відкладають вниз* (рис. 2.32, б).

Для сил, що лежать ліворуч від перерізу, буде мати місце зворотна залежність.

Правило визначення знаку для поперечних сил: якщо рівнодіюча зовнішніх сил, що лежать ліворуч від перерізу, направлена вверху, то поперечну силу в перерізі рахують додатною, а якщо вниз, то поперечна сила від'ємна.

В перерізі на відстані z_1 від початку координат (тобто в лівій частині бруса від перерізу, див. рис. 2.31, в) поперечна сила Q буде мати додатний знак і на епюрі буде відкладатись вверху. При розгляді рівноваги правої відсіченої частини для сил, що лежать праворуч від перерізу, буде мати місце зворотна залежність. Щоб легше засвоїти правила визначення знаків, бажано розглядати рівновагу, наприклад, завжди лівої частини бруса. При побудові епюр згинальних моментів і поперечних сил буде показано спосіб перевірки правильності вибору знаків поперечних сил.

Побудову епюр згинальних моментів і поперечних сил здійснюють в наступній послідовності:

- 1) визначають реакції опор;
- 2) виявляють в поперечних перерізах бруса всі внутрішні силові фактори (їх значення і знак);
- 3) будують епюри.

Побудуємо епюри для балки, представленої на рис. 2.31, використовуючи отримані раніше обчислення.

1. Визначаємо реакції опор.

Складаємо рівняння рівноваги плоскої системи сил:

$$R_A = \frac{F(l-a)}{l}; \quad Y_B = \frac{Fa}{l}.$$

2. Визначаємо внутрішні згинальні моменти в поперечних перерізах балки. Для цього розглядаємо рівновагу відсіченої лівої частини (рис. 2.31, в):

в перерізі z_1

$$\sum M_C(\bar{F}_i) = 0; \quad -R_A z_1 + M_{зг} = 0;$$

$$M_{зг} = +R_A z_1 = \frac{F(l-a)}{l} z_1 \quad \text{для } 0 \leq z_1 \leq a;$$

в перерізі z_2

$$\sum M_C(\bar{F}_i) = 0; \quad -R_A z_2 + F(z_2 - a) + M_{зг} = 0;$$

$$M_{зг} = +R_A z_2 - F(z_2 - a) \quad \text{для } a \leq z_2 \leq l.$$

3. Визначаємо поперечні сили.

В перерізі z_1

$$\sum F_{iy} = 0; \quad R_A - Q = 0.$$

Звідси $Q = R_A = F(l-a)/l$;

в перерізі z_2

$$\sum F_{iy} = 0; \quad R_A - F + Q = 0.$$

Звідси $Q = Fa/l$.

4. Будуємо епюр згинальних моментів.

Епюр $M_{зг}$ в межах $0 \leq z_1 \leq a$ буде мати лінійну залежність. Задаємось значенням $z_1 = 0$, при цьому $M_{зг} = 0$. Відкладаємо цю точку на епюрі (рис. 2.33). Далі при $z_1 = a$, $M_{зг} = F(l-a)a/l$.

В межах $a \leq z_2 \leq l$ отримуємо: при $z_2 = a \rightarrow M_{зг} = F(l-a)a/l$; при $z_2 = l \rightarrow M_{зг} = 0$. Відкладаємо ці ординати (вони будуються на стиснутих волокнах) і з'єднуємо лініями. Належить відмітити, що на другій ділянці можна було ординати не обчислювати, оскільки в шарнірній опорі В момент виникати не може, і тому на епюрі потрібно зразу відкласти нуль.

5. Будуємо епюр поперечних сил.

Як було встановлено в п.3, поперечні сили є постійними на кожній із двох ділянок, тому будемо відкладати обчислені значення з врахуванням знаків. Потрібно звернути увагу на те, що в точці прикладання зовнішньої сили повинен бути стрибок, що дорівнює величині прикладеної сили.

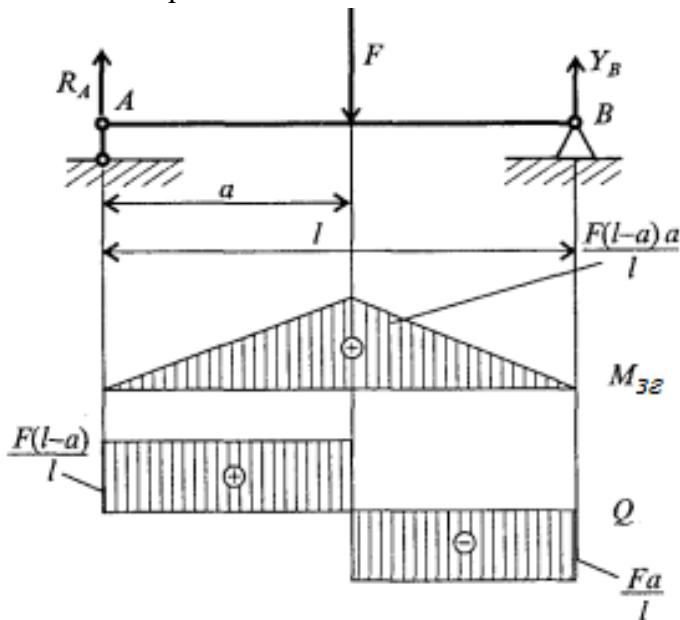


Рис. 2.33

Крім цього, можна перевірити правильність установлених знаків поперечних сил. Тангенс кута нахилу лінії $M_{зг}$ на епюрі згинальних моментів вказує на знак поперечної сили. Якщо кут гострий, то тангенс додатній, як наслідок, і поперечна сила буде мати знак «+». Якщо кут нахилу лінії з віссю Z тупий, то поперечна сила від'ємна. Співставте побудовані епюри $M_{зг}$ і Q (див. рис. 2.33).

Напруження в брусі при прямому чистому згині. Чистий згин може мати місце по всій довжині бруса ab (рис. 2.34, а), або тільки на його частині ab (рис. 2.34, б). При чистому згині в брусі будуть виникати напруження змінні по висоті поперечного

перерізу. Із рис. 2.35 видно, що при згині брусу напруження змінюються від $+\sigma_{\max}$ до $-\sigma_{\max}$. Як наслідок, в поперечних перерізах існують недеформовані шари, що утворюють *нейтральну лінію*, яка проходить через центр ваги поперечних перерізів. **Якщо зміна кривизни брусу відбувається в площині, в якій діє згинаючий момент, і ця площина проходить через головні центральні осі перерізу, то такий згин називають прямим поперечним.**

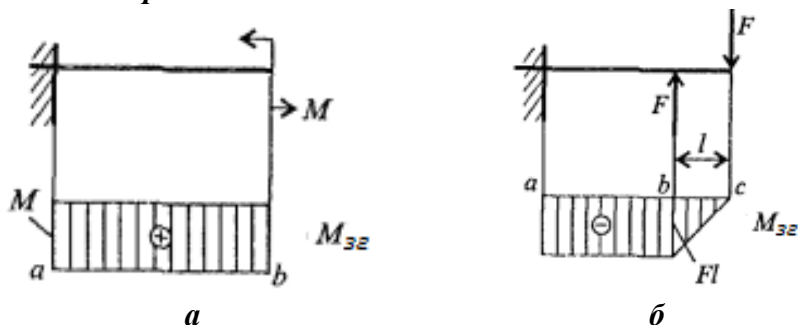


Рис. 2.34



Рис. 2.35

При прямому чистому згині

$$\sigma_{\max} = M_{зг}/W_x. \quad (2.22)$$

Розрахунок на міцність при згині за методикою є аналогічним розрахункам на міцність при розтягуванні та крученні. Обчислюють напруження в перерізах по довжині брусу і із них (по епюру напружень) вибирають найбільше. Після чого із умови

$$\sigma_{\max} = M_{зг}/W_x \leq [\sigma]_p \quad (2.23)$$

визначають геометричні розміри поперечного перерізу бруса.

Приклад 2.7

Визначити діаметр круглого поперечного перерізу бруса, навантаженого згинаючим моментом $M = 600 \text{ кН} \cdot \text{м}$ (див. рис. 2.34, а), якщо допустимі напруження $[\sigma]_p = 160 \text{ МПа}$.

Розв'язок.

1. Оскільки епюр згинальних моментів уже відомий, а брус має постійний поперечний переріз, то визначаємо момент опору перерізу:

$$W_x = W_x = \frac{M_{зг}}{[\sigma]_p} = \frac{6000000 \cdot 100}{160} = 375000 \text{ (мм}^3\text{)}.$$

2. Визначаємо діаметр круглого бруса:

$$W_x = \frac{\pi D^3}{32} \rightarrow D = \sqrt[3]{\frac{32 W_x}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 375000}{3,14}} = 156 \text{ (мм)}.$$

2.9. Стійкість при осьовому навантаженні бруса (поздовжній згин)

Під *стійкістю* розуміють властивість системи самостійно відновлювати свій початковий стан після того, як їй було надано деяке відхилення від положення рівноваги. Якщо система такої властивості не має, то її називають *нестійкою* (кажуть, що відбулась втрата стійкості).

Система, що втратила стійкість, може вести себе по-різному, але перехід до нового положення рівноваги супроводжується великими переміщеннями. Класичним прикладом нестійкої рівноваги може бути рівновага кульки на випуклій поверхні (рис. 2.36, а). Найменше відхилення від цього положення призведе до того, що кулька скотиться вниз (рис. 2.36, б, в). Попавши на увігнуту поверхню, кулька буде знаходитись в стані стійкої рівноваги. Якщо тепер її вивести з цього стану, відхиливши праворуч чи ліворуч, вона повернеться в початкове положення.

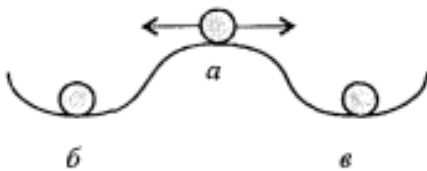


Рис. 2.36



Рис. 2.37

Явище втрати стійкості можна спостерігати для пружних тіл на цілому ряді прикладів. Найбільш простим випадком може бути втрата стійкості центрально стиснутого стрижня (рис. 2.37). При достатньо великій силі стрижень не зможе зберігати прямолінійну форму і зігнеться. Відбудеться втрата стійкості.

Тонкостінна труба, навантажена зовнішнім тиском, також може втратити стійкість. При цьому кругла форма перерізу переходить в еліптичну, і труба сплющується.

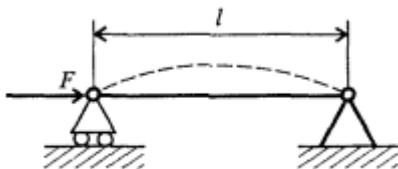


Рис. 2.38

Вперше задача про стійкість стрижня була поставлена та розв'язана Л. Ейлером в середині XVIII ст. Тому, коли мова

заходить про стійкість стиснутого стрижня, використовують вираз «стійкість стрижня по Ейлеру». Ейлер визначив значення першої критичної (ейлерової) сили для поздовжньо стиснутого стрижня з шарнірним кріпленням (рис. 2.38):

$$F_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}. \quad (2.24)$$

По досягненні критичної сили $F_{\text{кр}}$ прямолінійна форма рівноваги стає нестійкою.

Проздовжньо стиснуті стрижні необхідно перевіряти на стійкість. Особливо небезпечним є цей вид деформації при стисканні довгих стрижнів з невеликим осьовим моментом інерції J .

2.10. Розрахунок бруса на сумісні дії кручення та згину

Деталі машин дуже часто працюють при сумісній дії згинаючих та крутних моментів (наприклад, вали редукторів і коробок швидкостей). Щоб можна було порівняти два складних напружених стани, вводять поняття еквівалентного напруження.

Еквівалентне напруження $\sigma_{\text{екв}}$ – це таке напруження, яке належить створити в розтягнутому зразку, щоб його напружений стан був рівнонебезпечним із заданим.

Якщо значення $\sigma_{\text{екв}}$ знайдено, то задачу про міру небезпеки складного напруженого стану можна рахувати розв'язаною. Коефіцієнт запасу $n = \sigma_T / \sigma_{\text{екв}}$.

При сумісній дії кручення та згину еквівалентне напруження визначають:

$$\sigma_{\text{екв}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{M_{\text{зг}}}{W_x}\right)^2 + 4\left(\frac{M_{\text{кр}}}{W_p}\right)^2}. \quad (2.25)$$

Контрольні запитання і завдання

1. Чим відрізняються пружні деформації від залишкових?
2. В чому полягає суть методу перерізів?
3. Запишіть закон Гука при розтягуванні (стисканні).
4. Що називають відносним видовженням?
5. Які епюри необхідно побудувати, щоб виконати розрахунок на міцність при розтягуванні?
6. Що є загального і в чому різниця у діаграми розтягу зразка і матеріалу?
7. Що таке межа пружності?
8. Наведіть позначення модуля пружності І-го роду і коефіцієнту Пуассона. Якою залежністю вони пов'язані між собою?
9. До якої межі є справедливим закон Гука?
10. Для чого вводять поняття допустимого напруження?
11. Які напруження виникають в поперечних перерізах брусу при деформаціях кручення?

12. Запишіть закон Гука для зсуву.
13. Напишіть залежність між модулем пружності I-го роду і модулем G.
14. Що таке зминання? Як визначають напруження при зминанні?
15. Що таке полярний момент опору перерізу?
16. Які внутрішні силові фактори виникають в поперечних перерізах бруса при його згині?
17. Чим відрізняється чистий згин від поперечного?
18. Як визначають знаки згинальних моментів і поперечних сил?
19. Які напруження виникають в поперечних перерізах бруса при поперечному згині?
20. Що таке стійкість?
21. За якими напруженнями ведуть розрахунок бруса, на який діють одночасово згинальний і крутний моменти?
22. Які конструкції можна при розрахунках представити у вигляді двохопорної балки?

Розділ 3

ДЕТАЛІ І МЕХАНІЗМИ МАШИН

3.1. Машини і їх основні елементи

Людством створені машини для проведення різних видів робіт або перетворення енергії. Сучасні машини забезпечують різке підвищення продуктивності праці людини. Наприклад, людина протягом тривалого часу може розвивати потужність не більше 0,1 кВт, а потужність машин – перетворювачів енергії (електричних генераторів) досягає 1200 МВт.

Будь яка машина складається з *рушійного, передавального і виконавчого* механізмів. Наприклад, у металорізального верстату рушійним механізмом є електродвигун, а у автомобіля – двигун внутрішнього згоряння; Виконавчим механізмом (його також називають *робочим органом*) у токарного верстату є суппорт з різальним інструментом, а у автомобіля - колеса. Передавальні механізми перетворюють і передають рух від двигуна до робочих органів. Так, в токарному верстаті рух від електродвигуна до суппорта, тобто виконавчому механізму, передається через пасову передачу, коробку швидкостей, коробку подач, ходовий гвинт и ряд зубчастих кінематических пар. В автомобілі функцію передаточних механізмів виконують коробка швидкостей і карданний вал. Таким чином, **механізм - це внутрішній пристрій машини, що приводить її в дію.**

Деталі машин – це складові частини механізмів і машин, кожна з яких виготовлена без використання операції складання (наприклад, вал, шестерня, болт, шплінт, ходовий гвинт верстату, гайка). Число деталей в складних машинах може вимірюватись десятками и сотнями тисяч. Наприклад, в автомобілі більше 15 тисяч деталей, в в автоматизованих комплексах прокатного обладнання – більше мільйонна.

В машині можна виділити сукупність сумісно працюючих деталей, які являють собою конструктивні уособлені одиниці, що об'єднані одним призначенням; ці складальні одиниці називають

вузлами. Вузли однієї машини можна виготовляти на різних заводах.

Прикладами таких вузлів є муфти, редуктори, електрошпинделі, кулькові підшипники і т.п.

Дві деталі, що з'єднані рухомо, утворюють *кінематичну пару*. На рис. 3.1 показані відповідно нижчі (*а* - обертова; *б* - поступальна; *в* -- гвинтова) і вищі (*г* - зубчаста) кінематичні пари. Тіла, що утворюють кінематичну пару, називаються ланками.

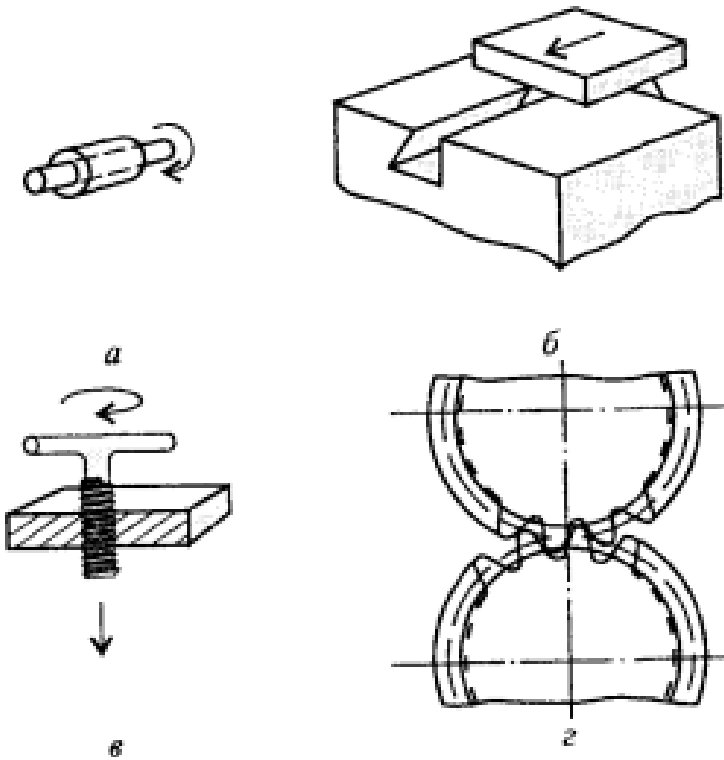


Рис. 3.1

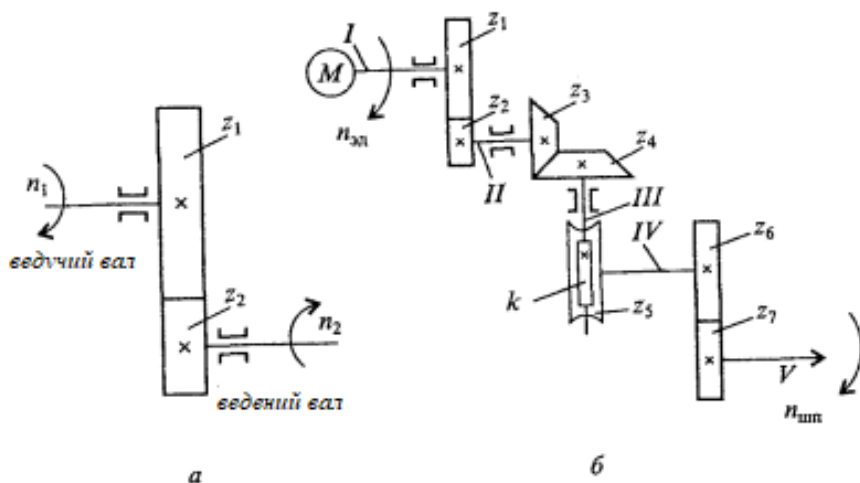


Рис. 3.2

Сукупність ланок, що з'єднані рухомо кінематичними парами, прийнято називати кінематичним ланцюгом. На рис. 3.2 представлені кінематичні ланцюги, що складаються з пари зубчастих (рис. 3.2, а), а також циліндричних, конічної та черв'ячної (рис. 3.2, б). Якщо в кінематичному ланцюгу одна ланка закріплена, то він є *механізмом* (рис. 3.3)

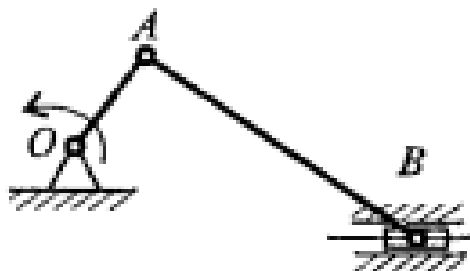
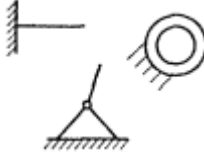
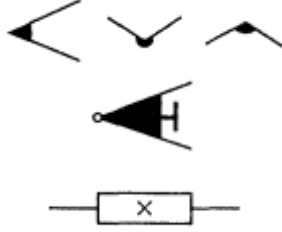
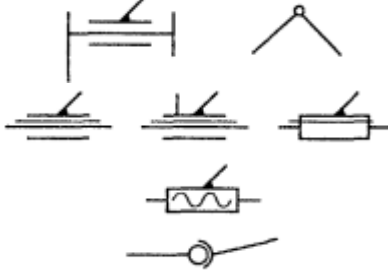
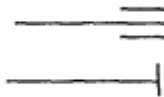
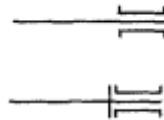
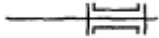
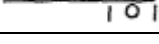
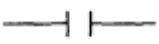
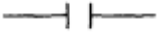
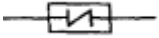
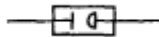
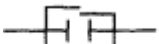
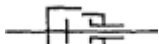
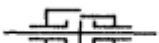
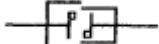
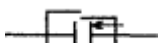


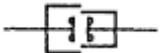
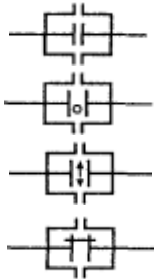
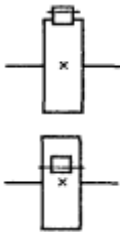
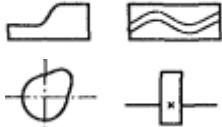
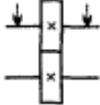
Рис. 3.3

В машинобудуванні при зображенні на кресленнях різних кінематичних пар прийняті умовні позначення, затверджені стандартом ГОСТ 2.770-68* (табл. 3.1).

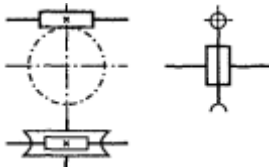
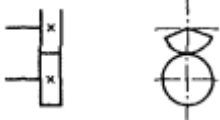
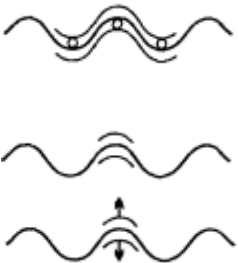
Умовні позначення елементів кінематичних схем

Найменування	Умовні позначення
Вал, вісь, стержень	
Нерухома ланка (для показу нерухомості будь-якої ланки частину її контуру покривають штриховкою)	
З'єднання частин ланки: нерухоме нерухоме, що допускає регулювання нерухоме з'єднання деталі з валом, стержнем	
Кінематична пара: обертова поступальна гвинтова сферична (кульова)	
Підшипники ковзання і кочення на валу без уточнення типу: радіальні упорні	
Підшипники ковзання: радіальні Радіально-упорні односторонні	

двосторонні	
Упорні	
односторонні	
двосторонні	
Підшипники кочення:	
радіальні	
радіально-упорні	
односторонні	
двосторонні	
упорні	
односторонні	
двосторонні	
Муфта (загальне позначення без уточнення типу)	
Муфта некерована:	
глуха	
пружна	
компенсуюча	
Муфта керована:	
загальне призначення	
одностороння	
двостороння	
Муфта керована механічна:	
синхронна (наприклад, зубчаста)	
асинхронна (наприклад, фрикційна)	

Муфта електрична	
Муфта зчеплення гідравлічна або пневматична	
Муфта автоматична: загального призначення обгінна (вільного ходу) відцентрова фрикційна запобіжна з елементом, що руйнується	
Гальма (загальні позначення без уточнення типу)	
Храпові зубчасті механізми: із зовнішнім зачепленням односторонні з внутрішнім зачепленням двосторонні	
Кулачки плоскі: поздовжнього переміщення обертові	
Передачі фрикційні циліндричними роликами	
Шків ступінчастий, що закріплений на валу	

Передача пасом без уточнення типу пасу	
Передача плоским пасом	
Передача клиновидним пасом	
Передача круглим пасом	
Передача зубчастим пасом	
Передача ланцюгом, загальне позначення без уточнення типу ланцюга	
Передачі зубчасті циліндричні (без уточнення типу зубів): зовнішнє зачеплення внутрішнє зачеплення	
Передачі зубчасті з валами, що пересікаються	

Передачі зубчасті з валами, що перехрещуються: черв'ячні з циліндричним черв'яком	
Передачі зубчасті рейкові, без уточнення типу зубів	
Передачі зубчастим сектором без уточнення типу зубів	
Передачі, що передають рух: гвинт-гайка кочення гвинт-гайка-ковзання: гайка нероз'ємна гайка роз'ємна	
Електродвигун	
Насос (без уточнення типу)	

3.2. Основні критерії працездатності і розрахунку деталей машин

Об'єкт, що розглядається в машинобудуванні, називають **виробом**. Таким може бути окрема деталь, кінематична пара, вузол, машина чи система машин. Кожен виріб характеризується

вихідними параметрами. Наприклад, у відповідності з нормативними технічними документами координаторозточувальний верстат з ЧПУ (тобто машина в цілому) повинен мати точність позиціонування 5 мкм. Якщо з часом і при обробці отвору в корпусній деталі на верстаті не досягається задана точність міжосьових відстаней, то рахують, що верстат втратив свою працездатність, хоча він як машина функціонує. Таке заключення пов'язане з тим, що вихідний параметр верстату (точність позиціонування) вийшов за межі, встановлені нормативно-технічною документацією (НТД).

Працездатність – це стан виробу, при якому він здатний виконувати свої функції, зберігаючи значення заданих вихідних параметрів в межах, встановлених НТД.

Деталі машин повинні зберігати експлуатаційні показники і виконувати свої функції протягом заданого терміну служби, а також повинні мати мінімальну вартість виготовлення і експлуатації.

Працездатність виробів характеризується визначеними критеріями. Найважливішими з них є міцність, точність, жорсткість, вібростійкість, стійкість до теплових дій, зносостійкість, надійність.

Міцність. Розрахунки на міцність деталей машин здійснюють за допустимими напруженнями, коефіцієнтами запасу міцності чи вірогідності безвідмовної роботи.

Розрахунки за допустимими напруженнями найбільш прості і зручні, використовуються для машин масового виробництва, досвід експлуатації яких є значним.

Міцність деталей, наприклад, верстатів виключає аварійні ремонти із-за їх поломки. Тому допустимі напруження статично навантажених деталей по межі текучості (для пластичних матеріалів)

$$[\sigma] = \sigma_T / n_T, \quad (3.1)$$

де $n_T = 1,1 \dots 1,4$ – коефіцієнт запасу міцності і по межі міцності (для крихких матеріалів)

$$[\sigma] = \sigma_B / n_B, \quad (3.2)$$

де $n_B = 3 \dots 4$ – коефіцієнт запасу міцності.

Міцність деталей, що працюють в умовах змінних навантажень, розраховують з врахуванням факторів, що впливають на міцність при втомі, - концентрації напружень, розмірів деталей, стану поверхневого шару. В цьому випадку допустиме напруження визначається в залежності від межі витривалості σ_r :

$$[\sigma] = \frac{\sigma_r \varepsilon_\sigma \beta}{k_\sigma n}, \quad (3.3)$$

де n - коефіцієнт запасу; ε_σ - коефіцієнт, що враховує масштабний фактор (вплив розмірів деталі); β - коефіцієнт, що враховує стан поверхневих шарів; k_σ – коефіцієнт концентрації напружень.

Для конструкцій, руйнування яких є особливо небезпечним для життя людей (парові котли, вантажопідйомні машини), метод розрахунку і вибір коефіцієнтів запасу міцності регламентується нормами державного технічного надзору.

Точність деталей машин включає точність *форми* і *розмірів* окремих ділянок деталі, а також точність взаємного положення цих ділянок.

Точність обробки характеризується значеннями допущених при обробці похибок, тобто відхиленням розмірів при обробці від заданих на кресленні. Похибки обробки повинні знаходитись в межах допусків. Крім того, необхідно при обробці виробу отримати задану чистоту поверхні, яка безпосередньо залежить від методу обробки і режимів різання. Точність машини буде в першу чергу залежати від точності і чистоти поверхонь її деталей. Разом з тим при проектуванні і виготовленні машин потрібно враховувати також і інші фактори, які можуть понижувати її точність.

Розглянемо металорізальний верстат. В координато-розточувальному верстаті під впливом зусиль, що виникають при різанні, вузли пружно деформуються і змінюють своє відносне положення.

В результаті пружних деформацій вузлів під навантаженнями відбувається викривлення траєкторій руху інструменту відносно заготовки. Точність обробки виробу при цьому буде знижуватись. Як наслідок, на точність координато – розточувального верстату (тобто машини) здійснює вплив жорсткість вузлів. Крім цього, точність вимірювальних і відлікових пристроїв цього верстату, що призначені для переміщення столу з виробом відносно інструменту, здійснювати великий вплив на точність обробки. Як наслідок, і цей фактор буде впливати на точність верстату.

Неточність обробки на верстаті може виникнути і в результаті температурних деформацій вузлів і деталей верстату, а також в наслідок зниження якості зубчастих коліс і ходового гвинта, що впливає на точність кінематичного ланцюга верстату. Особливо це є актуальним для зуборізних, гвинторізних, зубо- і різьбошліфувальних. Кінематична точність в зуборізних верстатах суттєво залежить від точності виготовлення і монтажу черв'яка і черв'ячного колеса в ділильному ланцюгу.

При конструюванні інших машин (автомобілів, літаків, під'ємних машин) повинні бути враховані конкретні фактори, які можуть знижувати точність машин, що проектуються

Жорсткість. Критерій жорсткості в машинах є одним із найважливіших. Особливо велике значення він має в верстатобудуванні. Наприклад, прецизійні верстати проектується значно більш масивними, ніж інші машини, для тих же навантажень та потужностей.

Жорсткість верстату впливає на точність обробки, вібростійкість і довговічність.

Жорсткістю вузла називають його здатність чинити опір появі пружних деформацій під дією навантажень. **Вона може бути**

визначеною як відношення сили $F(H)$, що прикладається до вузла в заданому напрямку, до пружного переміщення цього вузла δ (мм):

$$j = F/\delta. \quad (3.4)$$

Зносостійкість. В наслідок поступової зміни поверхонь тертя при взаємодії двох спряжених деталей відбувається зношення контактних поверхонь тертя. Зношення являє собою процес поступової зміни розмірів і форми деталей. За статистикою більшість деталей машин виходить з ладу із-за зношення. При зношенні в мініатюрі відбуваються ті ж руйнування: пластичні і пружні деформації, зсув, руйнування від втоми.

Для більшості деталей найбільш характерним є абразивне зношення. Абразивні частини можуть попадати ззовні в мастило чи безпосередньо на поверхні тертя; за рахунок різання або дряпання з відокремленням мікро стружки вони руйнують ці поверхні. Крім цього, при відносному переміщенні двох поверхонь мікро виступи відчують змінні напруги, як наслідок в подальшому настає руйнування від втоми. З'являються тріщини, що сприяє відокремленню частинок матеріалу. Таким чином, зношення при переміщенні двох поверхонь супроводжується абразивним зношенням за рахунок частинок, що відокремились. .

В більшості випадків можна спостерігати три стадії зношення (рис. 3.4): I – стадія припрацювання поверхонь; II – зношення, що встановилось (або нормальне); III - катастрофічне зношення.

Період нормальної експлуатації машин (II стадія зношення) характеризується лінійною залежністю між часом зношення t і величиною зношення U (мкм). Швидкість зношення γ на цій стадії залишається постійною: $\gamma = U/t$. Для абразивного зношення і зношення від втоми величину зношення визначають за наступною залежністю:

$$U = kp v_{\text{відн}} t, \quad (3.5)$$

де k – коефіцієнт, що залежить від матеріалу пар тертя, мастила, шорсткості і інших факторів; p – питомий тиск; $v_{\text{відн}}$ – швидкість відносного ковзання.

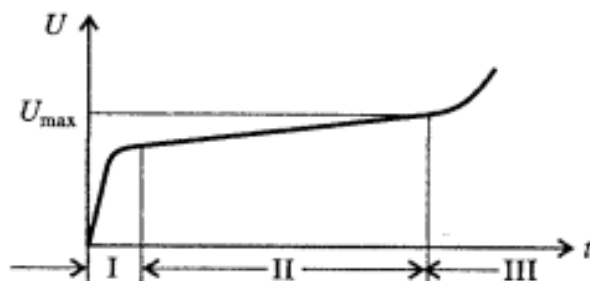


Рис. 3.4

Виключивши параметр t , отримуємо

$$\gamma = kp v_{\text{відн}} \quad (3.6)$$

Для конкретних пар можна дослідним шляхом визначити коефіцієнт k і в подальшому прогнозувати довговічність роботи багатьох деталей: напрямних ковзання верстатів, кулісних механізмів, дисків фрикційних муфт, ходових гвинтів та гайок ковзання.

Зношення викликає різке подорожчання експлуатації машин, що пов'язано з необхідністю періодичної перевірки їх технічного стану, а також ремонту. Це, в свою чергу, викликає простой та зниження продуктивності машин.

Існують наступні заходи по підвищенню зносостійкості: мащення поверхонь тертя; використання зносостійких матеріалів; захист поверхонь від забруднення; перенесення зусиль з відповідальних механізмів на менш відповідальні (наприклад, обточування зовнішньої поверхні на токарному верстаті виконують при включеному ходовому валу, а ходовий гвинт відключають); введення розвантаження поверхонь, що піддаються зношенню і т.п.

Стійкість до теплових дій. Робота машин, як правило, супроводжується виділенням тепла, що викликається робочим процесом машин і тертям в їх механізмах. Тепловиділення, пов'язане з робочим процесом, є особливо інтенсивним у теплових двигунах, електричних машинах, ливарних машинах і машинах для гарячої обробки матеріалів.

В результаті теплової дії виникають температурні деформації, які можуть негативно впливати на працездатність машин, а конкретно:

- понижувати захисну функцію шару мастила на поверхнях тертя і, як наслідок, викликати підвищене зношення або заїдання;

- змінювати зазори в рухомих з'єднаннях;

- знижувати точність машин (наприклад, в металорізальних верстатах в результаті нагріву передньої опори шпинделя може відбутися відхилення його осі, що приведе до пониження точності обробки).

Розрахунок температурних деформацій вузлів машин може бути виконаним, якщо відомі температурні поля в деталях машини.

При експлуатації металорізальних верстатів, контрольно-вимірювальних машин та іншого прецизійного обладнання застосовують наступні методи боротьби з температурними деформаціями: винесення механізмів з тепловиділенням за межі технологічного обладнання (наприклад, гідростанцій і гідросистем);

- використання мастильно-охолодної рідини (МОР) в зоні різання металорізальних верстатів;

- примусове охолодження вузлів;

- створення термokonстантних цехів, в яких підтримується постійна температура;

- вирівнювання температурного поля шляхом штучного підігріву чи охолодження окремих вузлів;

автоматична компенсація температурних деформацій – використання корекційних лінійок, поправок до програм в верстатах з ЧПУ.

Вібростійкість. Під вібростійкістю розуміють здатність конструкції працювати в заданому діапазоні без недопустимих коливань. В зв'язку зі збільшенням швидкостей машин коливання стають все більш небезпечними. Якщо частота власних коливань вузлів машини співпадає з частотою вимушених коливань, наступить резонанс. Це самий небезпечний стан машини в цілому, оскільки може відбутись її руйнування. Вібрації також не є бажаними. В металорізальному верстаті, наприклад, погіршують якість обробки поверхонь, зменшують довговічність верстату, обмежують його технологічні можливості. Основне поширення в машинах набули вимушені, параметричні коливання та автоколивання.

Вимушені коливання виникають під дією зовнішньої сили, що періодично змінюється. Причинами їх виникнення є наступні:

дисбаланс деталей, що обертаються (ротори електродвигунів, шпинделі з розточувальним різцем);

похибка в зубчастих передачах (вхід в зачеплення буде супроводжуватись ударами);

наявність переривчастої сили різання при фрезеруванні, довбанні, затилуванні, протяганні;

наявність зовнішніх джерел коливань.

Параметричні коливання виникають при наявності якого-небудь змінного параметру, наприклад моменту інерції поперечного перерізу. Уявимо, що на вал, що обертається, діє постійна сила. Якщо поперечний переріз валу круглий, у якого моменти інерції відносно всіх осей однакові, то ніяких коливань виникати не буде. Якщо ж поперечний переріз прямокутний, то вал під дією постійної сили буде прогинатись по-різному, оскільки моменти інерції у прямокутника відносно ортогональних осей різні.

Автоколивання, або незатухаючі, що самостійно підтримуються, коливання, характеризуються тим, що збуджуючі сили виникають в самому процесі коливань. При автоколивальному процесі в випадку призупинення коливань системи перестають існувати і змінні сили що підтримують ці коливання. Прикладом можуть бути автоколивання при терті (фрикційні коливання при повільному переміщенні столів, супортів верстату по напрямних ковзання). Причиною цих коливань є зміна сили тертя в залежності від зміни швидкості пересування. Іншим прикладом автоколивань є коливання, що самозбуджуються в металорізальних верстатах при різанні.

Підвищення жорсткості вузлів машини буде сприяти зниженню автоколивань. Наявність коливань в машині частіш за все супроводжується шумом. Шум пов'язаний із співударами деталей машин, що рухаються. Наприклад, похибки кроку і профілю зубців зубчастих коліс призводять до співударів при вході в зачеплення. Підвищений рівень шуму підвищує втому персоналу і, як наслідок, шкідливий для здоров'я. Рівень шуму вимірюється в децибелах (дБ), його граничне значення обмежується санітарними нормами.

Основні міри боротьби з шумом: підвищення точності і чистоти обробки, зменшення сили удару конструктивними методами, використання демпферів і матеріалів з підвищеним внутрішнім тертям.

Надійність. Проблема надійності є однією з основних проблем в машинобудуванні. **Властивість виробу зберігати свою працездатність протягом заданого проміжку часу, обумовлена безвідмовністю та довговічністю виробу, називають надійністю.**

Відомий авіаконструктор А. Н. Туполев говорив: «Чим далі від дошки конструктора знаходиться надійність, тим вона дорожче обходиться».

Ненадійна машина не зможе ефективно функціонувати , оскільки кожна її зупинка із-за пошкодження окремих її елементів або зниження технічних характеристик нижче допустимого рівня тягне за собою матеріальні збитки, а в окремих випадках і катастрофічні наслідки.

Із-за недостатньої надійності промисловість несе величезні втрати. Так, за весь період експлуатації затрати на ремонт і технічне обслуговування машин в наслідок їх зношування в декілька разів перевищують вартість нової машини: для автомобілів – до 6 разів, для літаків – до 5, для верстатів – до 8, для радіотехнічної апаратури – до 12 разів. Із-за корозії щорічно втрачається до 10% металу, що виплавляється.

Надійність *закладається* при проектуванні і розрахунку машини. При виготовленні машини *забезпечується* надійність; вона залежить від якості виготовлення деталей, якості складання вузлів машини, методів контролю та випробувань готової продукції і інших показників технологічного процесу. При експлуатації машини *реалізується* її надійність.

Показники безвідмовності та довговічності проявляються тільки при експлуатації, залежать від умов використання машини, системи її ремонту та технічного обслуговування.

Безвідмовність – це властивість виробу безперервно зберігати свою працездатність протягом заданого періоду часу. В це поняття не включається технічне обслуговування, ремонт, налагоджування. Виріб повинен зберігати свої початкові параметри в допустимих межах.

Довговічність – властивість виробу зберігати свою працездатність протягом всього періоду експлуатації до граничного стану. Тут враховуються всі ремонти, налагоджування.

Повна або часткова втрата працездатності виробів називається відмовою. За своєю природою відмови можуть бути пов'язані з руйнуванням поверхонь або самих деталей

(викришування, зношення, корозія, поламки) або не пов'язані з руйнуванням (послаблення попереднього натягу підшипників, забруднення каналів). Відмови бувають повні або часткові, раптові (поламки) або поступові (зношення, корозія), небезпечні для життя людини або ні, такі, що усуваються і не усуваються.

Показники безвідмовності і довговічності виробу визначаються в відповідності з теорією ймовірності. Ймовірність безвідмовної роботи $P(t)$ протягом заданого часу t (або заданого напрацювання) і ймовірність відмови $F(t)$ – взаємно протилежні події. Їх сума завжди дорівнює одиниці. Ймовірність безвідмовної роботи знаходиться в межах $0 \leq P(t) \leq 1$. Наприклад, за час $t = 100$ годин ймовірність безвідмовної роботи складає $P(t) = 0,99$. Це належить розуміти так: за вказаний час роботи виробу ймовірність відмови складе 1%, тобто $F(t) = 0,01$.

Основним показником довговічності елементу виробу є термін служби (напрацювання) t до відмови.

При оцінюванні надійності виробу дуже важливими є економічні показники. Підвищення безвідмовності і довговічності машин пов'язане з додатковими матеріальними затратами.

3.3. Машинобудівельні матеріали

Деталі машин є дуже різноманітними, тому для їх виготовлення необхідні матеріали з різними властивостями.

Розрізняють **конструкційні** матеріали, які використовуються для виготовлення деталей машин, і **інструментальні** матеріали, з яких отримують різні інструменти, що використовуються при виготовленні деталей машин.

При виготовленні виробів із конструкційних матеріалів одні деталі повинні мати підвищену корозійну стійкість, інші - високу електропровідність, треті – володіти особливими магнітними властивостями.

В якості конструкційних матеріалів використовують різні метали (алюміній, залізо, мідь, титан) та їх сплави.(залізовуглецеві – чавун, сталь; магнієві; мідноцинкові – латуні; мідноолов'яні – бронзи; сплави алюмінію та ін.), неметали (пластмаси, деревину, текстоліт, склопластики) і композитні матеріали.

Вибір того чи іншого матеріалу визначається функціональним призначенням деталі, умовами її роботи, конструктивними, технологічними та економічними вимогами. При цьому до основних показників, які забезпечують головні властивості матеріалів, належать: границя міцності (σ_B), границя текучості (σ_T), границя витривалості (σ_R), модуль повздовжньої пружності (E), коефіцієнт Пуассона (μ), відносне видовження (δ), твердість (оцінюється числом твердості за Брінелем, Роквелом, Вікерсом – HB , HRC , HV), густина ρ .

Сталі це залізовуглецеві сплави, в яких змістовність вуглецю не перевищує 2,14%.

Сталі поділяються на **вуглецеві** та **леговані сталі**.

Вуглецеві сталі поділяються на **низьковуглецеві** ($C < 0,25\%$), **середньовуглецеві** ($C = 0,25 \dots 0,6\%$) та **високowуглецеві** ($C > 0,6\%$).

Вуглецеві сталі поділяються на **сталі звичайної якості** та **сталі якісні конструкційні**. Якщо сталь містить у собі малу кількість вуглецю, вона характеризується високою пластичністю і зварюваністю; зі збільшенням змісту вуглецю підвищується міцність, зменшується пластичність і погіршується зварюваність. Вуглецеві сталі звичайної якості (ДСТУ 2651 – 94) марок Ст.0, Ст.1, ... , Ст.6 використовують для виготовлення корпусних і кріпильних деталей, допоміжних, невідповідальних, що працюють під незначним навантаженням і без відносного руху в з'єднанні. Якісні конструкційні сталі (ГОСТ 1050 – 88) марок 7, ... , 10 застосовують для деталей, які працюють при постійних напруженнях; марок 15, ... , 20 – для деталей, які зазнають

незначних динамічних навантажень (вживають термічну та хіміко-термічну обробку); марок 30, ... , 55 – для навантажених деталей (вживають термічну обробку).

Леговані сталі отримують на основі вуглецевих шляхом введення в них легуючих елементів (Х – хром, Н – нікель, В – вольфрам, Ю – алюміній, Г – марганець, М – молібден та ін.) з метою підвищення показників міцності, текучості, ударної в'язкості та ін. Наприклад, хром підвищує міцність; нікель – опір крихкому руйнуванню, пластичність, в'язкість; молібден і вольфрам – твердість після цементації. У залежності від кількості легуючих елементів розрізняють **низьколеговані** (легуючих елементів менше 3%), **середньолеговані** (3,0 ÷ 5,5%) та **високолеговані** (більше 5,5%) сталі, а за видом основних елементів – хромисті, марганцевисті та ін. У позначеннях марки легованої сталі зміст легуючих елементів (%) позначається цифрами за відповідними буквами. Наприклад, сталь 38Х2Ю (0,38% - С, 2% - хрому, 1% - алюмінію).

Леговані сталі поділяються на **якісні** та **високоякісні** – додається буква А в позначенні марки сталі (наприклад, сталь 12Х2Н4А – 0,12% С, 2% Х, 4% Н, А – високоякісна).

З метою надання матеріалам (головним чином сталним деталям) окремих властивостей, покращення їх робочих характеристик виконується **термічна і хіміко-термічна обробка деталей**, а також **механічне зміцнення активних поверхонь**.

Основними термічними операціями є **відпал, нормалізація (Н), загартування (З) і відпускання (В)**.

Відпал (нагрівання і поступове охолодження) поковок і відливків використовують для одержання необхідних механічних властивостей. При **нормалізації** зменшуються внутрішні напруги; її використовують для вуглецевої сталі з метою підготовки структури матеріалу перед механічною обробкою.

Загартування готових деталей дозволяє зберегти нестійку структуру при кімнатній температурі, що відзначається

підвищеною міцністю і твердістю. Після загартування здійснюють **відпускання** – нагрівання й охолодження за певного режиму. При низькому відпуску знижуються внутрішні напруги, але зберігається висока твердість (59...61 HRC) та стійкість проти зношування. Середнє відпускання (для пружин, ресор) дозволяє при підвищеній твердості (37...46 HRC) досягти підвищення міцності, пружності, витривалості та опору дії ударного навантаження. Під час високого відпускання-поліпшення (500...600 °C) одержують найбільшу в'язкість при порівняно достатній твердості (207...281 HB), міцності та пружності (використовують для болтів, осей та ін.).

Поверхнєве загартування – нагрівання поверхневого шару до температури загартування, а потім швидке охолодження – призводить до підвищення твердості поверхні, границі витривалості та опору зношуванню при збереженні в'язкої серцевини. Таким способом обробляють шийки колінчастих валів, розподільні вали, різні втулки, деталі зубчастих з'єднань, зубці великих зубчастих коліс та ін.

За допомогою хіміко-термічної обробки – **цементації, азотування, ціанування** – досягається зміцнення поверхневих шарів. Під час **цементації** деталей із низьковуглецевих сталей поверхневий шар на глибину 1...2 мм насичують вуглецем. Після цементації деталі піддають загартуванню і низькому відпусканню, після чого на поверхні виникають напруги стиску, що сприяє збільшенню границі витривалості, а твердість поверхні досягає (61...64 HRC). Таким чином обробляють зубчасті колеса, черв'яки, деталі великих підшипників кочення та ін.

Під час **азотування** поверхневий шар глибиною 0,3...0,6 мм насичується азотом. Ця операція проводиться після остаточної механічної обробки та загартування з високим відпусканням, застосовується для легованих сталей (частіше для марок 38ХМЮА та 35 ХМЮА): збільшується твердість (до 1000...1200

HV) – стійкість проти зношування і корозії. Звичайно, азотуванню піддаються зубці зубчастих коліс, циліндри роторів та ін.

Під час **ціанування** поверхня насичується одночасно вуглецем і азотом. Після високотемпературного ціанування (800...950 °С) деталі піддають загартуванню з низьким відпусканням. Низькотемпературне ціанування (540...560 °С), як і азотування, застосовують до деталей, які пройшли термічну обробку: підвищується твердість, міцність проти втомлюваності, стійкість проти зношування та корозії.

З метою підвищення стійкості проти зношування та корозії застосовують **дифузну металізацію** – насичення поверхні частіше за все хромом, титаном, бором та ін. При цьому підвищуються твердість від 1200...1500 HV (хромування) до 1600...2000 HV (титанування) і термостійкість.

Чавуни це залізо – вуглецеві сплави, в яких змістовність вуглецю перевищує 2%. У залежності від структури вони поділяються на **білі, ковкі та сірі** чавуни. **Білий чавун** характеризується високою твердістю та крихкістю (використовується для виготовлення гальмових колодок транспортних технічних засобів). **Ковкий чавун (КЧ)** характеризується високою міцністю (σ_B до 630 МПа) та низькою пластичністю. Використовується для деталей-відливок, що не оброблюються тиском.

Найбільшого розповсюдження в якості ливарного конструкційного матеріалу для деталей в машинобудуванні отримав **сірий чавун (СЧ)**. При гарних ливарних властивостях він характеризується відносно високою міцністю (σ_B до 400 МПа), зносостійкістю та демпфуючою здатністю (віброгашенням), добре оброблюється різанням (у порівнянні з КЧ вартість виготовлення деталей з СЧ знижується в 1,3 ÷ 2,0 рази).

Серед **сплавів на основі міді** найбільшого використання для виготовлення втулок, кріпильних деталей, сепараторів

підшипників кочення, корпусів та ін. отримали **латуні** та **бронзи**. Вони характеризуються високими антифрикційними, ливарними й антикорозійними властивостями. Для виготовлення деталей використовують **подвійні латуні** марок Л59, Л62, Л90 (сплави міді і цинку з відповідним змістом міді – 59, 62, 90 %) та багатокомпонентні латуні (наприклад: марки ЛКС 80-3-3 – 80% - мідь, 3% - кремній, 3% - свинець; ЛМцС 58-2-2 – 58% - мідь, 2% - марганець, 2% - свинець). У доповнення до наведених вище властивостей латуні мають достатню міцність, але їх вартість вища, наприклад, сталі 45 приблизно в 5 разів.

Для виготовлення різноманітної арматури та деталей, що в парі з іншими повинні мати низький коефіцієнт тертя, використовують **бронзи**, які за компонентами, що доповнюють мідь, називаються **олов'яними** та **безолов'яними**. Наприклад, бронзи марок: олов'яно-фосфориста БрОНФ 10-1-1 (основа – мідь, 10% - олово, 1% - нікель, 1% - фосфор); алюмінієво-заліста БрАЖ9-4 (9% - алюміній, 4% - залізо). Вартість бронз вища вартості сталі 45 у середньому в 10 разів.

Найкращі умови приробки й антифрикційні характеристики забезпечуються при використанні у вкладишах підшипників ковзання **бабітів**, легкоплавких сплавів на основі олова або свинцю. (Наприклад, бабіт марки Б83 має 83% олова). Але їх вартість у кілька разів вища вартості бронзи.

В якості ливарного матеріалу для виготовлення деталей складної конфігурації, а також різноманітних корпусів, кожухів, основин, шасі, ємкостей, трубопроводів та ін., які мають достатню міцність, а питому вагу більш як у 3 рази меншу у порівнянні зі сталлю (важливо для транспортних технічних засобів), використовуються **сплави на основі алюмінію**.

Для виготовлення корпусів та деталей складної конструкції використовують **ливарні сплави** (АЛ2, АЛ4, АЛ9 та ін.), сплави алюмінію з кремнієм – **силумін**, які мають відносно малу міцність ($\sigma_B = 170 \div 250 \text{ МПа}$). Для виготовлення більш навантажених

деталей транспортних технічних засобів використовують **деформовані сплави на основі алюмінію** (з міддю, магнієм) з термічним зміцненням – **дюралюміні** (Д1, Д16 та ін. мають $\sigma_B = 350 \div 430$ МПа). Їх вартість суттєво перевищує вартість сталі.

Для виготовлення відповідальних деталей з високою міцністю, жароміцністю, корозійною стійкістю, але з невисокими антифрикційними властивостями, низькою теплопровідністю та модулем повздовжньої пружності використовують **титанові сплави** ВТ3-1, ВТ5, В22 та ін. За питомою вагою вони в 1,7 рази легше у порівнянні зі сталлю, а за

Композитні матеріали є новими конструкційними матеріалами. Для їх отримання в основний матеріал додають так звані наповнювачі, які і визначають властивості композитного матеріалу. Розміри компонентів наповнювача коливаються від відсотків мікрметра (для порошкових наповнювачів) до декількох міліметрів (у волокнистих наповнювачів).

Порошкова металургія дозволяє отримувати композитні матеріали, що характеризуються жароміцністю і зносостійкістю, стабільними магнітними та іншими властивостями. Порошкова металургія дає можливість отримувати псевдо сплави із таких металів, що не піддаються сплавлянню, мідь-вольфрам, срібло-вольфрам, які мають високу електропровідність і стійкість до електроерозійного зношення; з них виготовляють електроконтактні деталі.

Композитні матеріали на основі пластмас характеризуються високою хімічною та корозійною стійкістю. Вони з успіхом замінюють дороговартісні кольорові метали та їх сплави.

Композитні матеріали на основі гуми суттєво відрізняються від металів. Вони характеризуються властивістю витримувати великі деформації без руйнування, високою стійкістю до зношення, газо- і водопроникністю, діелектричними властивостями.

Скло, керамічні, дерев'яні і інші неметалічні матеріали мають свої специфічні фізико-механічні та експлуатаційні властивості.

Особливе місце в композиційних матеріалах займають волокнисті матеріали. В якості волокнистих наповнювачів використовують дроти із вольфраму, молібдену, волокна оксидів алюмінію, бору, карбіду кремнію, графіту, органічні волокна і т.п.

Вибір типу конструкційного матеріалу залежить від фізико-механічних та експлуатаційних властивостей, на які впливає технологічний процес отримання як самих матеріалів, так і деталей з них.

Різні форми деталей машин із заготовок отримують за допомогою різальних інструментів. Різальні інструменти працюють в умовах великих навантажень, високих температур, тертя та зношення. Тому інструментальні матеріали повинні мати особливі експлуатаційні та фізико-механічні властивості. Матеріал різальної частини інструменту повинен мати велику твердість і великі допустимі напруження на розтяг, стиск, кручення та згин. Окрім цього, різальний інструмент повинен мати достатню в'язкість, щоб сприймати ударні навантаження при обробці заготовок із крихких матеріалів із переривчастою поверхнею різання. Різальний інструмент повинен зберігати свою твердість, а також різальні властивості при високих температурах, тому інструментальні матеріали повинні мати високу теплостійкість.

Однією з найважливіших характеристик різальної частини інструменту є зносостійкість. В цьому випадку деталі, що оброблюються одним і тим же інструментом, будуть мати мінімальне розсіювання розмірів. З метою підвищення зносостійкості на різальну частину інструменту наносять спеціальними технологіями одно та багат шарові покриття із карбідів вольфраму та нітридів титану.

В якості інструментальних матеріалів використовують інструментальні сталі, тверді сплави, синтетичні надтверді і керамічні інструментальні матеріали, абразивні матеріали.

До інструментальних сталей відносяться:

- *вуглецеві інструментальні сталі* з вмістом вуглецю 1 ... 1,3%; використовують марки У10А, У11А, У12А. допустимі швидкості різання для цих сталей – 15 ... 18 м/хв. Із цих сталей виготовляють мітчики, плашки, полотна для ножівок, свердла, зенкери малих розмірів;

- *леговані інструментальні сталі* ; їх отримують на основі вуглецевих інструментальних сталей з додаванням в процесі плавлення хрому, вольфраму, ванадію, кремнію та інших легуючих добавок. Леговані сталі в порівнянні з вуглецевими мають підвищену в'язкість в загартованому стані, більш високу загартованість, меншу схильність до появи тріщин при гартуванні. Допустима швидкість різання – 15 ...25 м/хв. Використовується для виготовлення протяжок, сверدل, мітчиків, плашок, розгортки (марки 9ХВГ, ХВГ, 6ХС та ін.)

- *швидкорізальні сталі*; вони містять вольфрам до 19%, тому після термообробки до твердості HRC 62 ...65 мають теплостійкість 600 ...650°C. Для виготовлення різальних інструментів використовують сталі Р9, Р12, Р18 – різці, фрези, довбалі. Швидкорізальні сталі з добавкою кобальту (Р9К5, Р18К10) використовують для обробки корозійно-стійких і жароміцних сталей, що важко оброблюються, та сплавів в умовах важкого переривчастого різання.

Ванадієві швидкорізальні сталі (Р9Ф5, Р14Ф4) рекомендують для інструментів, призначених для чистової обробки (протяжки, розгортки, шевери). Їх також використовують для обробки матеріалів, що важко оброблюються при зрізуванні стружки невеликого перерізу. Вольфрам-молібденові сталі (Р9М4, Р6М3)

використовують для інструментів для чорнового оброблення, а також для виготовлення протяжок, довбачів, шеверів.

Оскільки швидкорізальні сталі є дорогими, то для економії різальний інструмент виготовляють збірним або зварним. Хвостовик виготовляється із конструкційної сталі 45, 50, 40Х. Часто використовують пластинки із швидкорізальної сталі, які приварюють до державок чи корпусів інструментів.

Швидкорізальні сталі мають високу зносостійкість і можуть працювати зі швидкостями різання до 100 м/хв;

- *тверді сплави* використовуються у вигляді пластинок визначених форм та розмірів, що виготовляються методом порошкової металургії. Пластинки попередньо пресують, а потім спікають при температурі 1500 ... 1900°C. Тверді сплави ділять на три групи: вольфрамову (ВК2, ВК3, ВК4 и т.д.), титано-вольфрамову (Т30К4, Т15К6 и т.д.) і титано-тантало-вольфрамову (ТТ7К12, ТТ10К8Б). Пластинки із твердого сплаву при твердості HRC 86 ... 92 мають високу зносостійкість і теплостійкість 800 ... 1250°C. це дозволяє вести обробку зі швидкостями до 800 м/хв. Пластинки із твердого сплаву припаюють до державок мідними чи латунними припаями. Недоліком твердих сплавів є їх низька пластичність.

Тверді сплави групи ВК використовують для обробки крихких металів, пластмас та інших неметалевих матеріалів. Сплави групи ТК використовують при обробці в'язких металів і сплавів. Сплави групи ТТК відрізняються підвищеною зносостійкістю, тому їх використовують для обробки сталей аустенітного класу (що важко оброблюються);

- *синтетичні надтверді і керамічні інструментальні матеріали..* Існує велике розмаїття надтвердих матеріалів (СТМ) на основі модифікацій нітриду бора: ельбор (композит 0,1), гексаніт-Р (композит 10) та інші. Особливість пластин СТМ полягає в тім, що вони можуть обробляти тверді сплави, чавуни

будь-якої твердості, але в основному не витримують ударних навантажень.

Інструментальні керамічні матеріали (ЦМ332, силініт Р та др.) використовують для чистової та напівчистої обробки незагартованих сталей і сірих чавунів зі швидкостями різання до 900 м/хв, а «чорну» кераміку (ВОК-60) використовують для чистової і напівчистої обробки ковких, високоміцних, відбілених чавунів і загартованих сталей;

- абразивні матеріали – це дрібнозернисті порошкові речовини, що використовують для виготовлення абразивних інструментів: шліфувальних кругів, головок, сегментів, брусків. Природні абразивні матеріали (наждак, кварцовий пісок, корунд) використовується досить обмежено із-за неоднорідності їх властивостей. В промисловості використовуються штучні абразивні матеріали: електрокорунди, карбід бору, оксид хрому, синтетичні алмази, борилокарбід, славутич, ельбор, гексаніт.

Абразивні матеріали мають високу твердість, зносостійкість і теплостійкість (1200... 1800°C). інструменти із абразивних матеріалів дозволяють обробляти заготовки зі швидкостями різання 15 ...100 м/с; в основному їх використовують для фінішної обробки деталей, коли ставляться підвищені вимоги до точності та чистоти поверхонь, що оброблюються.

Для доводочних та оздоблювальних робіт, наприклад для доводки інструменту із твердих сплавів, а також для шліфування заготовок із дуже твердих матеріалів (рубінів, кварцу, корунду), використовують шліфувальні порошки із карбіду бору. Для виготовлення шліфувальних і полірувальних паст використовується оксид хрому, віденське вапно, трепел.

Борсилокарбід використовують для обробки заготовок із твердих сплавів, рубіну та інших надтвердих матеріалів. Ельбор (кубоніт) використовується для обробки заготовок із високо твердих матеріалів і конструкційних сталей. Інструменти із

славутича не поступаються алмазним по зносостійкості і переважають їх по міцності.

В промисловості використовуються природні (А) і штучні (АСО, АСР, АСМ і т.д.) алмази. Алмаз є самим твердим матеріалом, має високу тепло- і зносостійкість, нього практично не відбувається такого явища, як наростування, з багатьма матеріалами в процесі обробки їх різанням. Недоліком алмазів є підвищена їх крихкість. Кристали алмазів використовують для оснащення різців, сверدل; алмази використовують для виготовлення інструментів (кругів, брусків, пил, стрічок.

Алмазний інструмент використовується при тонкому точінні деталей із сплавів алюмінію, бронзи, латуней, неметалевих матеріалів; використовують для обробки заготовок із твердих матеріалів, германію, кремнію, напівпровідникових та керамічних матеріалів, жароміцних сталей та сплавів. Швидкість різання при цьому може сягати до 20 м/с. поверхні, оброблені алмазним інструментом, мають низьку шорсткість і мале розсіювання розмірів, оскільки алмази мають високу розмірну стійкість.

3.4. Деталі обертового руху

В машинах існує велике розмаїття деталей обертового руху: зубчасті колеса, шківні пасових передач, барабани, зірочки ланцюгових передач, маховики, шпинделі верстатів, колеса автомобілів і різних турбін і т. п. Всі ці деталі, що обертаються встановлюються на валах та осях.

Віссю називають деталь, призначенням якої є підтримка деталей, що обертаються; осі не передають крутних моментів. Частіш за все осі виготовляють прямими і вони можуть бути двох типів: рухомими (обертаються разом з встановленими на них деталями) і такими що не рухаються. На розрахункових схемах осі представляють у вигляді балок, навантажених згинальними моментами, тобто при розрахунках не враховують крутний момент та сили тертя.

Вали, на відміну від осей, не тільки підтримують деталі, що обертаються, але і передають крутні моменти, тому їх розраховують на сумісну дію кручення та згину. Якщо значення крутних моментів на валу є значно більшим значень згинальних моментів, то вали рахують легко навантаженими і їх розраховують на кручення, нехтуючи деформаціями згину.

За формою геометричної осі вали розділяють на **прямі** і **колінчасті**. Колінчасті вали використовуються при необхідності перетворення в машині зворотно-поступального руху в обертовий і навпаки. В таких валах поєднуються функції валів з функціями кривошипів в кривошипно-шатунних механізмах. Особливу групу становлять **гнуцькі** вали, положення геометричної осі яких може змінюватись у просторі.

Частіш за все осі і вали мають дві опори, але існують і багато опорні трансмісійні вали, окремі частини яких з'єднуються муфтами. Більш детальна інформація про муфти буде наведена нижче.

Опорні частини осей і валів називають **цапфами** (1 на рис. 3.5), причому проміжні цапфи називають **шийками**, а кінцеві – **шипками**. Цапфи передають на опори радіальні навантаження; довжина цапфи під підшипники кочення менша ніж під підшипники ковзання. Для з'єднання валу чи осі з іншими деталями на поверхнях виконують шпонкові пази 4, отвори 3; нарізують різьбу 2 і шліци 6 (див. рис. 3.5). різкі зміни перерізів валу знижують його втомну міцність. Тому перехід від одного перерізу до іншого повинен виконуватись плавно, в вигляді галтелей 5. Осьова фіксація насаджених деталей здійснюється за рахунок упорних кільцевих виступів – бортиків, на кінцівках посадочних ділянок; розпірних втулок; шляхом застосування клинових шпонок (рис. 3.24, в).

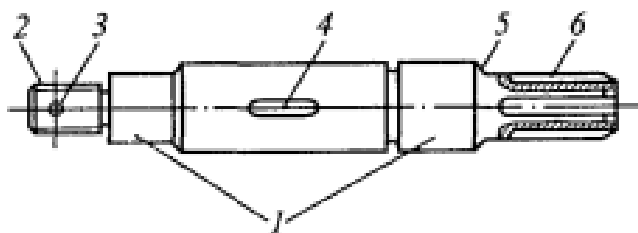


Рис. 3.5

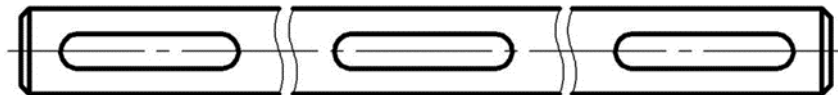


Рис. 3.5, а) – Приклад гладкого (трансмiсійного) валу

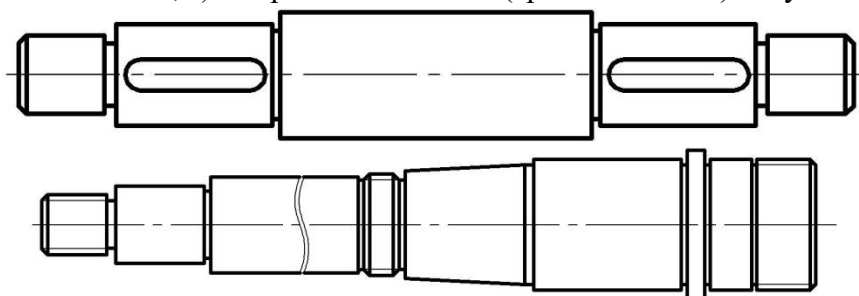


Рис. 3.5, б)– Приклад ступінчастих валів

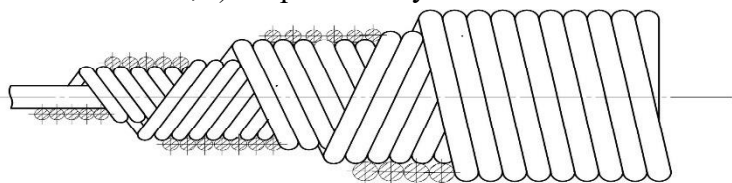


Рис. 3.5, в) – Схема гнучких валів

Попередній розрахунок валів проводять з розрахунку на кручення по заниженим допустимим напруженням, в зв'язку з відсутністю врахування дії згинального моменту. Граничне значення допустимих напружень при крученні для вуглецевих та легированих сталей становить $[\tau] = 10 \div 20$ МПа.

$$\tau = \frac{M_{кр}}{W_p} \leq [\tau], \quad (3.7)$$

де $W_p = \frac{\pi d^3}{16}$ – полярний момент опору круглого перерізу валу, м³.

Уточнений розрахунок валів виконується після розробки розрахункової схеми вала по еквівалентним напруженням в перерізі, де діють згин та кручення, по 3-й теорії міцності:

$$\sigma_{\text{екв}} = \sqrt{\sigma_{\text{зг}}^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma], \quad (3.8)$$

де $\sigma_{\text{зг}} = \frac{|M_{\text{зг.max}}|}{W_y}$ – напруження згину в небезпечному перерізі,

МПа;

$W_y = \frac{\pi d^3}{32}$ – осьовий момент опору круглого перерізу, м³.

Шпонкові з'єднання з призматичною шпонкою, після вибору перерізу шпонки, розраховують по напруженнях зминання:

$$\sigma_{\text{зм}} = F/A_{\text{зм}} \leq [\sigma_{\text{зм}}]. \quad (3.9)$$

та по напруженнях зрізу:

$$\tau_{\text{зр}} = F/A_{\text{зр}} \leq [\tau_{\text{зр}}], \quad (3.10)$$

де F – сила, що діє на шпонку, визначається з умови передачі крутильного моменту (рис. 3.24, а):

$$F = 2M_{\text{кр}}/d, \quad \text{Н} \quad (3.11)$$

$A_{\text{зм}}$ – площа зминання,

$$A_{\text{зм}} = \frac{h}{2} \cdot l_p; \quad (3.12)$$

$$l_p = l_{\text{ун}} - 2r = l_{\text{ун}} - b_{\text{ун}}; \quad (3.13)$$

h – висота шпонки;

l_p – розрахункова довжина шпонки (рис. 3.24, а);

$l_{\text{ун}}$ – довжина шпонки;

$b_{\text{ун}}$ – ширина шпонки;

r – радіус закруглень торців шпонки, ($r = \frac{b_{\text{шп}}}{2}$);

$A_{\text{зр}}$ – площа зрізу шпонки,

$$A_{\text{зр}} = b_{\text{ун}} \cdot l_{\text{ун}}. \quad (3.14)$$

При вертикальному розташуванні валу осьові сили валу тиснуть на підп'ятник. У великих гідроагрегатах (типу ГЕС) підп'ятники сприймають осьове навантаження, що сягає порядку 40 МН.

3.5. Корпусні деталі

Корпусні деталі можуть мати різне призначення. Вони заключають в собі механізми машин, підтримують їх, служать для базою взаємного розташування основних вузлів і, на кінець, утворюють контур машини чи окремих її вузлів.

Корпусні деталі в значній мірі визначають працездатність та надійність машин за критеріями точності роботи під навантаженням, вібростійкості довговічності. В стаціонарних машинах корпусні деталі складають 70 ... 85% від всієї маси машини. Тому питання зниження матеріалоемності корпусних деталей завжди є актуальним, особливо для важких верстатів.

На рис. 3.6 показаний важкий двох стійковий поздовжньо-стругальний верстат. Станина 1, стійка 2, поперечина 3, перекладина 4 і стіл 5 – це все приклади корпусних деталей.

До корпусних деталей відносяться також корпуси коробок швидкостей (автомобілів), плити, рами, основи, корпуси коробок передач, фундаментні плити.

Базовою деталлю стаціонарної машини є **станина**. На станині кріпляться всі вузли, при цьому забезпечується точність їх взаємного розташування. У металорізального верстату (див. рис. 3.6) на станині облаштовані напрямні 6, по яких переміщуються вузли, що несуть різальний інструмент чи заготовку. Станина є однією з найбільш відповідальних деталей верстату, яка визначає багато його експлуатаційних якостей. До конструкції станини ставляться наступні вимоги: вона повинна мати високу жорсткість та вібростійкість, зберігати точність в продовж тривалого часу, технологічність конструкції і мінімальну масу, зручне взаємне розташування окремих вузлів, наявність резервуарів для мащення та охолодження, зручність відведення стружки, наявність ніш для електродвигуна та електроапаратури.

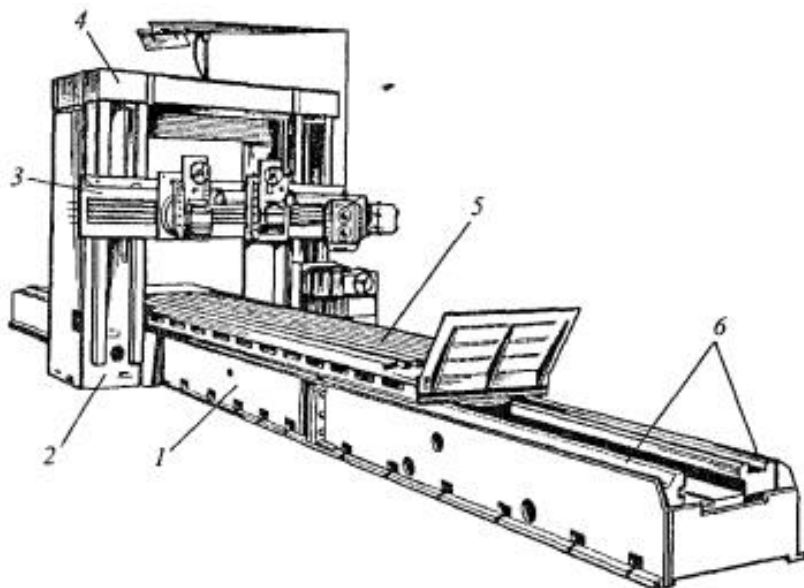


Рис. 3.6

Для корпусних деталей **критеріями працездатності та надійності** є **міцність, жорсткість та довговічність**.

Міцність є основним критерієм працездатності для корпусних деталей, що зазнають великих навантажень, головним ударних та змінних.

Жорсткість служить основним критерієм працездатності більшості корпусних деталей. Підвищенні пружні переміщення в корпусних деталях призводять до неправильної роботи механізмів, зниженню точності роботи машини, сприяють виникненню коливань.

Довговічність по зношенню має величезне значення для корпусних деталей, що мають плоскі або циліндричні поверхні ковзання, що виконані заодно з корпусом (без прокладок і втулок).

Матеріали корпусних деталей. Корпусні деталі повинні мати велику жорсткість; їх виготовляють із матеріалів з високим модулем пружності (із чавуну і сталей без термічної обробки,

оскільки термічна обробка для корпусних деталей пов'язана з суттєвими технологічними труднощами).

Корпусні деталі в транспортних машинах, наприклад картери двигунів, а також рухомі деталі стаціонарних машин, наприклад поршні, що навантажуються великими інерційними силами, частіш за все виготовляють із легких сплавів, що мають підвищену міцність, віднесену до одиниці маси деталі. Більшість корпусних деталей відливають із чавуну, що дозволяє отримати складні геометричні форми.

Зварні конструкції використовують для зменшення маси і габаритних розмірів, а в одиничному і дрібносерійному виробництвах зварні деталі бувають дешевшими від ливарних.

У важкому машинобудуванні використовують зварювально-ливарні конструкції, оскільки вони значно спрощують виготовлення крупних виливок (наприклад, станини поздовжньо-стругальних верстатів, у яких довжина напрямних досягає двадцяти метрів).

Для крупних корпусних деталей останнім часом стали використовувати бетонні і залізобетонні конструкції. Бетон добре гасить вібрації, що збільшує жорсткість машини в цілому. Окрім цього, в порівнянні з чавуном бетон менш чутливий до коливань температури. Хоч модуль пружності бетону менший ніж у чавуну, таку ж жорсткість можна отримати за рахунок збільшення товщини стінок. Маса корпусної деталі при цьому залишається в межах норми, оскільки питома вага бетону складає третину від питомої ваги сірого чавуну.

Але бетон має недолік: після схвачування він поглинає вологу, що тягне за собою об'ємні зміни. Крім цього, попадання масла на бетон пошкоджує його. Тому належить застосовувати необхідні міри по захисту бетону від вологи і попадання на нього масла.

Для виготовлення станин важких верстатів використовують залізобетон. Використання залізобетону дає економію металу на

40 ... 60%, при цьому забезпечується така ж жорсткість, що й при використанні чавуну.

Перспективним матеріалом є полімерний бетон, котрий має високий модуль пружності ($4 \cdot 10^4$ МПа) і позбавлений недоліків, що присущі бетону.

Корпусні деталі з мінімальною масою, які не піддаються великим навантаженням і не потребують стабільності розмірів, виготовляють із пластмас. До таких відносяться: корпуси приладів, переносних машин та інструментів, кришки, кожухи і т.д.

3.6. Пружини і ресори

Пружини і ресори – пружні елементи. Область їх використання дуже широка:

- ✓ створення заданих постійних сил – початкового стиску чи натягу – в передачах тертям, фрикційних муфтах, гальмах, запобіжних пристроях, підшипниках кочення;

- ✓ силове замикання механізмів для виключення впливу зазорів на точність переміщень;

- ✓ виконання функцій двигуна на основі попереднього закручування пружини, наприклад в часових механізмах;

- ✓ віброізоляція в транспортних машинах – автомобілях, залізничних вагонах, приладах, віброізоляційних опорах машин;

- ✓ гасіння енергії удару, наприклад за допомогою буферних пружин, що використовуються в артилерійських гарматах. Завдяки пружним елементам на великих переміщеннях енергія удару затухає і сила удару зменшується. На відміну від перших трьох випадків, буферні та віброізоляційні пружини акумулюють шкідливу, для роботи машини, енергію;

- ✓ вимірювання сил в приладах (динамометрах) через пружні переміщення витків пружини.

Ресори (рис. 3.7) отримують із листового матеріалу; для збільшення гнучкості їх складають з листів різної довжини, що

наближає їх до тіл рівного опору поперечному згину. Тертя між листами забезпечує демпфірування коливань. Листові ресори використовують в основному для віброізоляції (пружні підвіски автомобілів, залізничних вагонів) і сприйняття удару (в ковальсько-пресовому обладнанні). Для забезпечення щільного контакту між листами і деякого розвантаження довгих листів (руйнування яких є більш небезпечним, ніж коротких) короткі листи виготовляються з більшою кривизною. Ресори виготовляють із кремнієвих сталей, кремній-нікелевих і хромо-марганцевих.

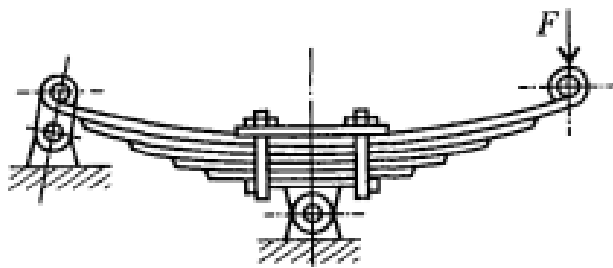


Рис. 3.7

При спрощеному розрахунку на згин ресори розглядають як консольну балку, що має трикутну форму в плані, розрізану на полоси і зібрану в пакет. Допустимі напруження вибирають в межах $[\sigma] = 40 \dots 60 \text{ МПа}$.

Пружини – найбільш універсальні пружні елементи; вони використовуються в усіх шести випадках, перелічених вище. Пружини можуть працювати розтягування (рис. 3.8,а), стискання (рис. 3.8,б) і кручення (рис. 3.8,в). єдине, що вони не сприймають – поперечний згин. В цьому випадку їх прийнято замінювати ресорами.

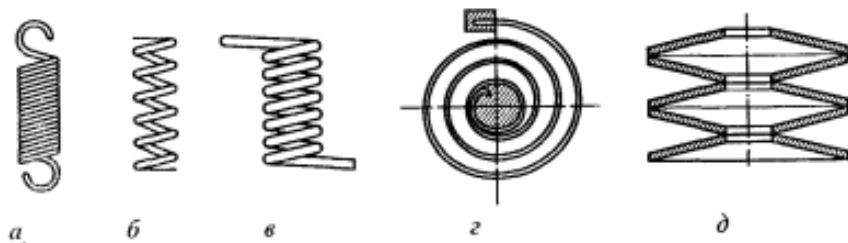


Рис. 3.8

За своєю формою пружини є дуже різноманітними: *циліндричні* (рис. 3.8, а – в), *плоскі спіральні* (рис. 3.8, г), *тарілчасті* (рис. 3.8, д), *фігурні* та ін.

Матеріали для пружин повинні мати високі і стабільні пружні властивості. Тому основними матеріалами є високо вуглецеві сталі 60, 70, марганцевиста сталь 65Г, хромованадієва сталь 50ХФА та ін.

3.7. Нероз'ємні з'єднання деталей машин

До нероз'ємних відносяться з'єднання, що не допускають відносного переміщення деталей машин, що перебувають в цих з'єднаннях. Це зварні, заклепкові і клеєві з'єднання; нерухомі з'єднання, отримані армуванням пластмасових деталей. Сюди можна віднести і нерухомі з'єднання деталей, отримані посадками з натягом.

Зварні з'єднання – це нероз'ємні з'єднання, що базуються на використанні сил молекулярного зчеплення і отримуються шляхом місцевої сумісної кристалізації матеріалу деталей (при зварюванні плавленням), або при наближенні елементарних частинок матеріалу деталей на відстань дії цих сил (при зварюванні тиском). Зварювання (електродугове, електрошлакове) здійснюється нагрівом до розплавленого або пластичного стану, але з використанням механічного зусилля (контактне зварювання).

Зварні з'єднання є найбільш досконалими нероз'ємними з'єднаннями. Зварюванням можна виготовляти деталі

необмежених розмірів. Міцність зварних єднань доведена при статичних і ударних навантаженнях до міцності суцільного металу. На даний час вже освоєно зварювання всіх конструкційних металів, включно з високолегованими, а також кольорових сплавів і пластмас.

Якість зварювання залежить від чистоти підготовки та форми поверхонь, що зварюються, кваліфікації зварювальника і умов проведення робіт. Міцність зварювальних швів залежить від взаємного проникнення розплавленого металу і металу деталей, що зварюються. Якщо глибина шва менше 1,5 мм, то можливий непровар, а якщо вона більша ніж 3,0 мм, то може бути перепал металу деталей, що зварюються. Обидва дефекти призведуть до зниження міцності зварного шва.

За взаємним розташуванням елементів, що з'єднуються, зварні з'єднання можна розділити на наступні групи:

з'єднання в стик (елементи, що з'єднуються, зварюють по торцях, рис. 3.9);

з'єднання внапусток (поверхні елементів, частково перекривають одна одну);

з'єднання таврові (елементи, що з'єднуються, перпендикулярні один до одного, при цьому один елемент приварюється торцем до бокової поверхні другого);

з'єднання кутові (з'єднуються елементи, що розташовуються під кутом один до одного і приварюються по кромках).

Зварні сталіні конструкції легші за чавунні ливарні іноді до 50%, а за сталіні ливарні – до 30%. Крім цього, вартість зварних конструкцій із прокату майже в два рази є меншою, ніж вартість сталіного литва чи поковок.

Недоліком зварювання є нестабільність якості шва, що залежить від кваліфікації зварювача. Цей недолік усувається шляхом використання автоматичного зварювання.

При проектуванні зварних з'єднань необхідно виконувати умову рівноміцності шва і елементів, що з'єднуються.

Шов в стик має декілька різновидів, що залежать від товщини елементів, що з'єднуються (табл. 3.2). для елементів малої товщини використовують зварювання з відбортовкою кромки (див. рис. 3.9, а); для елементів середньої товщини – зварювання без скосу кромки (див. рис. 3.9, б) і зі скосом кромки (див. рис. 3.9, в); для елементів великої товщини – зварювання з криволінійними скосами (див. рис. 3.9, г) і з чотирма скосами (див. рис. 3.9, д).

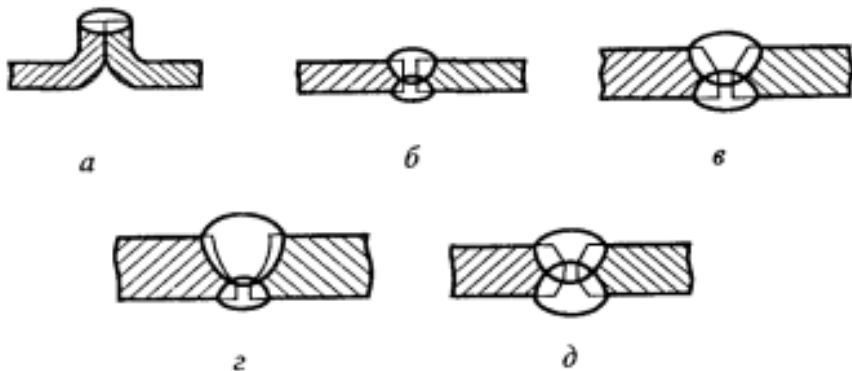


Рис. 3.9

Таблиця 3.2

Товщина елементів δ , мм, при з'єднанні в стик електродуговим зварюванням

Вид зварювання	Форма шва по рис. 3.9				
	<i>а</i>	<i>б</i>	<i>в</i>	<i>г</i>	<i>д</i>
Ручне	1...3	3...8	3...26	20...60	12...60
Автоматичне під флюсом	1,5...3	2...20	14...24	24...160	20...60

Всі види швів в стик при висоті металу, що наплавляється, h можуть виконуватись нормальними ($h = \delta$), посиленими ($h = 1,2\delta$) або облегшеними ($h < \delta$).

Стикові шви розраховуються на міцність за номінальним перерізом елементів, що з'єднуються (без врахування потовщення швів). Напруження розтягування (стискання) σ визначають за формулою:

$$\sigma_{p(ст)} = \frac{F}{l\delta} \leq [\sigma']_{p(ст)}, \quad (3.15)$$

де l – розрахункова довжина шва в мм, що дорівнює довжині шва з відрахування 10 мм на непровар. Допустимі напруження $[\sigma']_{p(ст)}$ в зварних з'єднаннях вибираються за табл. 3.3. допустима сила, що розтягає (чи стискає)

$$[F] = [\sigma']_{p(ст)} / \delta. \quad (3.16)$$

Таблиця 3.3

Допустимі напруження в зварних швах при статичному навантаженні

Спосіб зварювання і тип електроду	Стикові шви		Кутові (валикові) шви при зрізі $[\tau']_{зр}$
	При розтягуванні $[\sigma']_p$	При стисканні $[\sigma']_{ст}$	
Контактний точковий	-	-	0,50 $[\sigma]_p$
Ручний електродами Е34	0,60 $[\sigma]_p$	0,75 $[\sigma]_p$	0,50 $[\sigma]_p$
Ручний електродами Е42	0,80 $[\sigma]_p$	0,90 $[\sigma]_p$	0,60 $[\sigma]_p$
Автоматичний під шаром флюсу, контактний стиковий з оплавленням, ручний електродами Е42А і Е50А в середовищі захисного газу	0,90 $[\sigma]_p$	$[\sigma]_p$	0,65 $[\sigma]_p$

Примітка. $[\sigma]_p$ – допустимі напруження для основного металу конструкції при розтягуванні; $[\sigma']_p$, $[\tau']_{зр}$ – допустимі напруження відповідно при розтягуванні для стикового шва і зрізі для кутового шва.

Приклад 3.1

Дві штаби із сталі Ст. 3 ($[\sigma]_p = 160 \text{ МПа}$) зварені в стик і навантажені силою, що розтягує (рис 3.10). визначити допустиму силу, якщо здійснюється ручне дугове зварювання електродом Е42.

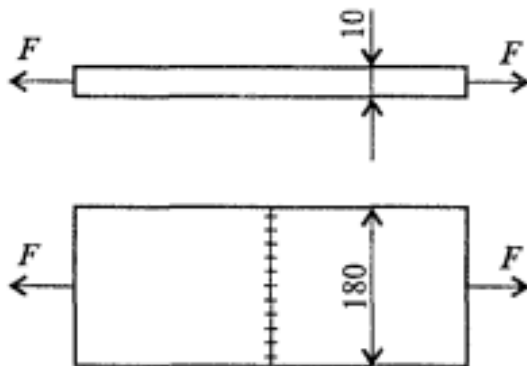


Рис. 3.10

Розв'язок.

1. По табл. 3.3 вибираємо $[\sigma']_p = 0,80 \cdot [\sigma]_p = 128 \left(\frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}\right)$.
2. Визначаємо розрахункову довжину шва $l = 180 - 10 = 170 \text{ (мм)}$.
3. Визначаємо допустиму силу, що розтягує $[F] = 128 \cdot 170 \cdot 10 = 217,6 \text{ (кН)}$.

Якщо в площині з'єднання елементів діє згинальний момент і сила, що розтягує (стискає), то напруження визначають за формулою

$$\sigma = \frac{M}{W_c} \pm \frac{F}{l\delta} \leq [\sigma']_{p(\text{ст})}, \quad (3.17)$$

де W_c – момент опору розрахункового перерізу шва.

З'єднання внапусток, як правило, виконують кутовими, або валковими швами (рис. 3.11). За розташуванням до напрямку дії навантаження кутові шви поділяють на: лобові, що розташовуються перпендикулярно напрямку дії сили (рис. 12, а); флангові, що розташовуються паралельно до напрямку дії сили

(рис. 12, б); косі, розташовані під кутом до напрямку дії сили (рис. 12, в), і комбіновані. Довжину кутових швів вибирають не менше 30 мм із-за неминучих дефектів на кінцях швів. Лобові шви накладають з двох сторін, величина перекриття повинна бути не менше 4δ . Максимальну довжину лобових і косих швів не обмежують. Довжину флангових швів рекомендують вибирати не більше $(50...60)k$ де k – катет трикутника поперечного перерізу шва. Розмір k , як правило, дорівнює товщині листів δ . Розрахунок всіх кутових швів проводять за єдиними формулами

$$\tau = \frac{F}{0,7kl} \leq [\tau']_{зр}; [F] \leq 0,7kl[\tau']_{зр}.$$

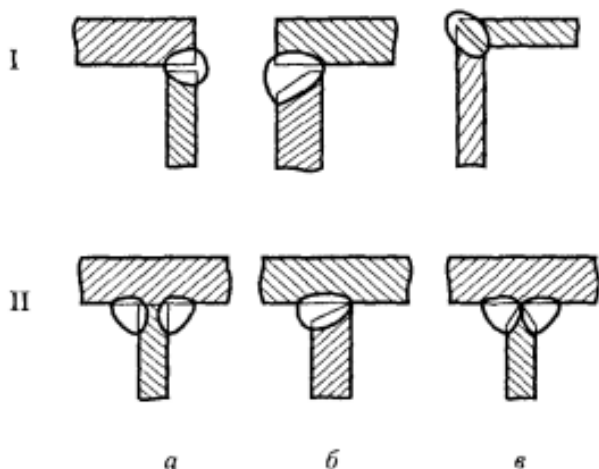


Рис. 3.11

Умовні зображення і позначення швів зварних з'єднань встановлені стандартом (ГОСТ 2.312-72). Незалежно від способів зварювання видимий шов зображують суцільною лінією, а невидимий – пунктиром; від зображення шва проводять лінійно-виноску, що закінчується односторонньою стрілкою (див. рис. 3.12). при точковому контактному зварюванні видиму одиночну точку зображують знаком +, невидимі одиночні точки на кресленнях не зображують. Розмір катета шва указують знаком ∇ , цифра, що стоїть праворуч означає висоту катету в мм (див. рис. 3.12).

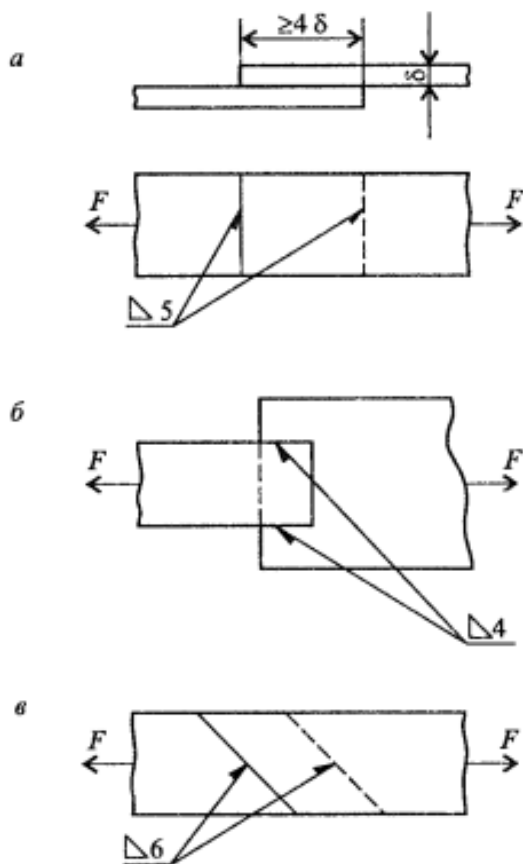


Рис. 3.12

Приклад 3.2

Розтягнутий розкіс ферми складається з двох рівнобоких кутників $75 \times 75 \times 6$, які приварені до косинки лобовими і фланговими швами з катетом $k=5$ мм. Матеріал кутників Ст. 3; $[\sigma]_p = 160$ МПа; зварювання ручне електродом Е42А.

Визначити довжини флангових швів l_{ϕ_1} і l_{ϕ_2} виходячи з умови рівномірності розкоса і його з'єднання з косинкою (рис. 3.13).

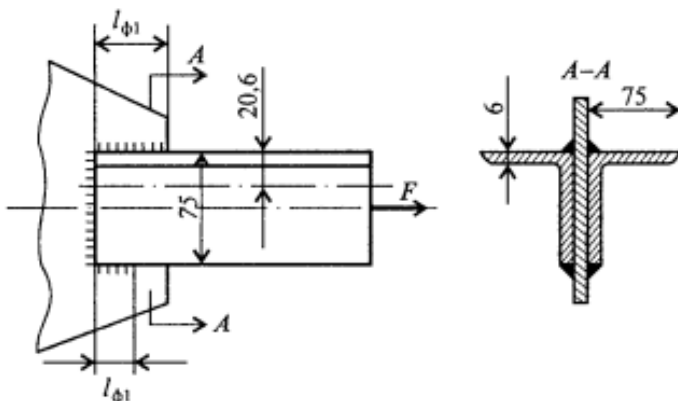


Рис. 3.13

Розв'язок.

1. Визначаємо допустиму величину сили, що розтягує
 $[F] = [\sigma]_p \cdot S_{min} = 2S_{кутн} \cdot [\sigma]_p = 2 \cdot 8,78 \cdot 10^2 \cdot 160 = 281 \cdot 10^3 (\text{Н}).$

Площа поперечного перерізу кутників вибирається з довідників (додаток В), в нашому випадку вона дорівнює $8,78 \text{ см}^2$.

2. Визначаємо допустиме зусилля для лобового шва $F_{л}$.
 Спочатку визначимо $[\tau']_{зр} = 0,65 \cdot [\sigma]_p = 0,65 \cdot 160 = 104 (\text{Н/мм}^2)$ (див. табл. 3.3). Потім обчислюємо $[F_{л}] = 2 \cdot 0,7k l_{л} [\tau']_{зр} = 2 \cdot 0,7 \cdot 5 \cdot 75 \cdot 104 = 52 \cdot 10^3 (\text{Н}).$

3. Визначаємо зусилля F_{ϕ} , яке повинне сприйматися фланговими швами:

$$F_{\phi} = [F] - [F_{л}] = 281 \cdot 10^3 - 52 \cdot 10^3 = 229 \cdot 10^3 (\text{Н}).$$

4. Обчислюємо сумарну довжину флангових швів:

$$l_{\phi} = 2(l_{\phi 1} + l_{\phi 2}) = \frac{F_{\phi}}{0,7k[\tau']_{зр}} = \frac{229 \cdot 10^3}{0,7 \cdot 5 \cdot 104} = 630 (\text{мм}).$$

Як наслідок, для одного кутника $l_{\phi 1} + l_{\phi 2} = \frac{630}{2} = 315 (\text{мм}).$

5. Визначаємо розміри $l_{\phi 1}$ і $l_{\phi 2}$.

Належить відмітити, що центр ваги перерізу кутників знаходиться на відстані 20,6 мм. Тому фланговий шов l_{ϕ_1} повинен бути довшим за l_{ϕ_2} . Звідси

$$l_{\phi_1} = \frac{l_{\phi_1} + l_{\phi_2}}{2} (75 - 20,6) = \frac{75 - 20,6}{2} 315 = 228 \text{ (мм)};$$

Таким чином, $l_{\phi_2} = 315 - 228 = 87 \text{ (мм)}$.

З'єднання паяні, хоч і є різновидністю зварних, позначаються на кресленнях по іншому. Умовний знак пайки наноситься на лінії-виносці:  - так указують видимий шов; а при показі невидимих поверхонь стрілка не ставиться - ; шви, що виконуються по периметру відмічають на лінії-виносці кружком - ; при необхідності на кресленнях проставляють розміри шва і шорсткість поверхні; позначення припою указують в технічних вимогах креслення записом по типу: «ПОС 40 ГОСТ...».

При виконанні швів припаями різних марок всім швам, що виконуються одним і тим же матеріалом, присвоюють один порядковий номер, який наносять на лінії-виносці, наприклад:



Заклепкові з'єднання утворюють установкою заклепок у суміщенні отвори елементів, що з'єднуються та розклепуванням з осаджуванням стержня заклепки (рис. 3.14).

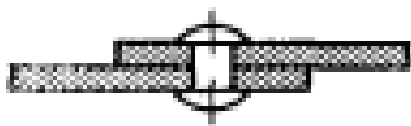


Рис. 3.14

Заклепка представляє собою циліндричний металічний стержень з головою. В залежності від типу головки розрізняють заклепки з напівкруглою (рис. 3.15, а), потайною (рис. 3.15, б) і напівпотайною (рис. 3.15, в) головками. Заклепки з напівкруглими головками використовують в силових і щільних силових швах; заклепки з потайною головою використовують тоді коли

голівки, що виступають, є небажаними; заклепки з напівпотайною голівкою використовують для з'єднань тонких (до 4 мм) сталей листів. Для тонких листів і неметалевих деталей використовують пустотілі заклепки.

Розміри заклепок регламентуються стандартом (ГОСТ 10299-80, ГОСТ 10300-80, ГОСТ 10301-80).

Зазвичай заклепки виготовляють із вуглецевої сталі марок Ст.2 і Ст.3. допустимі напруження на зріз та зминання наведені в табл. 3.4.

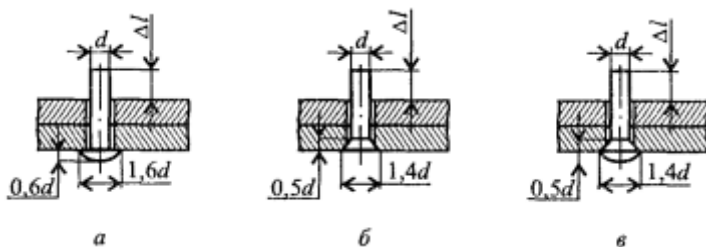


Рис. 3.15

Довжину заклепки розраховують за формулою:

$$l = l_1 + \Delta l = l_1 + (1,3 \dots 1,7)d, \quad (3.18)$$

де l_1 – сумарна товщина деталей, що з'єднуються; Δl – запас довжини на утворення голівки, що буде замикає з'єднання; d – діаметр заклепки.

Таблиця 3.4

Допустимі напруження, МПа, для заклепкових з'єднань сталей конструкцій при статичному навантаженні

Допустимі напруження	Матеріал для заклепок			
	Ст.2		Ст.3	
	Спосіб підготовки отворів			
	I	II	I	II
На зріз $[\tau]_{зр}$	140	100	140	100
На зминання $[\sigma]_{зм}$	280	240	320	280

Примітка.

1. Допустимі напруження на розтягування для основного матеріалу конструкції: для Ст.2 $[\sigma]_p = 140$ МПа, для Ст.3 $[\sigma]_p = 160$ МПа.
2. Способи підготовки отворів: І – отвори просвердлені чи прошиті (на менший діаметр) з послідовним розсвердленням; ІІ – прошиті отвори.

Таблиця 3.5

Рекомендовані діаметри отворів під заклепку при точному та грубому складаннях

Номінальний діаметр заклепки	Складання		Номінальний діаметр заклепки	Складання	
	точне	грубе		точне	грубе
10	10,5	11,0	19	21	21
11,5	12,5	12,5	22	23	24
13	13,5	14,0	25	26	27
16	16,5	17,0	28	29	30

Отвори для заклепок пробивають (прошивають) або просвердлюють по розмітці. Можна одночасно свердлити обидві деталі, що з'єднуються, це підвищує точність з'єднання. Свердління отворів є більш трудомісткою і дорогою операцією, ніж пробивка (прошивка). Поширення отримав комбінований спосіб обробки матеріалу під заклепки: спочатку пробивають отвори меншого діаметру, а потім розсвердлюють їх до потрібного розміру. Розміри отворів під заклепки рекомендується брати з табл. 3.5.

Складання з'єднань здійснюють наступним чином. В приготовлені отвори вставляють заклепки. Потім під нижню (закладну) головку підставляється підтримка з поглибленням, що відповідає обрису головки. Підтримка повинна спиратись на масивну основу (наковальню), після чого здійснюється клепа́ння (вручну або механічно).

В залежності від умов роботи прийнята наступна класифікація заклепкових швів:

міцні – забезпечують розрахункову міцність з'єднання (ферми, балки, колони);

міцно-щільні – забезпечують не тільки розрахункову міцність, але і герметичність з'єднання (парові котли, резервуари під тиском);

щільні – забезпечують герметичність з'єднань (резервуари і трубопроводи з невеликим надлишковим тиском).

Заклепкові шви конструктивно можуть бути виконаними внапустку (див. рис. 3.14), з однією (рис. 3.16, а) або двома (рис. 3.16, б) накладками, при цьому схеми заклепкових з'єднань можуть виконуватись з рядним розташуванням заклепок (див. рис. 3.16, б) або з шахматним (рис. 3.17).

Приклади розрахунку заклепкових з'єднань були розглянуті в розділі 2 (приклади 2.3, 2.4, 2.5)

Нероз'ємні з'єднання деталей із різних матеріалів можна виконувати клеями на основі синтетичних смол. Достоїнствами *клеєних з'єднань* є: можливість з'єднання деталей із різнорідних, а також тонколистових матеріалів; добрий опір втомі; можливість забезпечення герметичності. Останнім часом склеювання знайшло широке застосування навіть у відповідальних з'єднаннях машин та споруд (вітрове скло у автомобілях, літаках), в металорізальних верстатах (для підвищення зносостійкості на напрямні приклеюють фторопласт). Основним недоліком таких з'єднань є їх слабка робота на нерівномірний відрив.

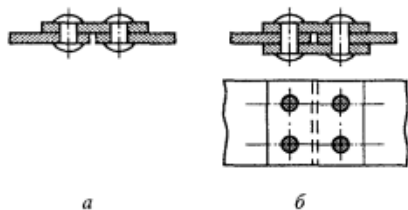


Рис. 3.16

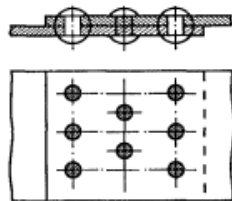


Рис. 3.17

При необхідності отримання особливо міцних з'єднань, що допускають довільне навантаження, включно з нерівномірним відривом, вібраціями, використовують комбіновані з'єднання: клесно-гвинтові, клесно-заклепкові, клесно-зварні. Випробування на зріз показують, що міцність клесно-різбових з'єднань більше як у двічі простих клесних з'єднань.

Успішно використовується клей для підвищення міцності спряжень зубчастих коліс з валом; при встановленні зовнішніх кілець підшипників в корпусні деталі, наприклад, у випадку після втрати розмірів розточування; для ущільнення і стопоріння різбових з'єднань.

Шви нероз'ємних з'єднань, отриманих склеюванням, відмічають на кресленні знаком «К», що проставляється на лінії-виносці: ; місце клесного з'єднання зображують суцільною лінією, яка повинна бути вдвічі товстішою за основну. В технічних вимогах креслення вказується, яким клесом виконується нероз'ємне з'єднання, наприклад «Клей БФ-2 ГОСТ...».

В машинобудуванні для створення нерухомих з'єднань, наприклад для деталей «вал-шестерня», успішно використовуються **посадки з натягом**. Вони характеризуються наявністю гарантованого натягу в з'єднанні деталей незалежно від способу їх з'єднання (під пресом, розігрівом деталі, що має поверхню отвору, охолодженням деталі, що має поверхню валу або комбінованим способом). Вибір посадки відбувається із-за умови, що при найменшому натягу забезпечується міцність з'єднання і передача навантаження, а при найбільшому – міцність деталей.

Спряження деталей під пресом – найбільш відомий і простий процес. Його недоліком є нерівномірна деформація тонкостінних деталей та можливість пошкодження торців.

Спосіб спряження шляхом нагріву деталі з внутрішнім розміром в з'єднанні до 200...400°C і запресуванню в неї холодної

деталі, що має зовнішній розмір, також набув великого поширення. Недоліком цього способу є можливість зміни структури металу (деталі після термообробки) а також поява окалини і короблення.

Добрим способом спряження деталей з натягом є охолодження деталі, що має зовнішню поверхню в спряженні. В залежності від призначень з'єднань вибирають **важкі, середні і легкі** посадки з натягом.

Важкі посадки використовують в з'єднаннях з великими навантаженнями, наприклад у вагонних колесах на осях, установочних штифтах в верстатних пристосуваннях, не знімних муфтах на кінцях валів прокатних станів, сидлах клапанів у головках блока циліндрів вантажних автомобілів.

Середні посадки рекомендується використовувати для запресування втулок в шків і зубчасті колеса, з'єднання кондукторних втулок з корпусом кондуктора, закріплення зубчастих коліс на валах коробок швидкостей, установки бронзових вінців черв'ячних коліс.

Легкі посадки з натягом використовують для з'єднання тонкостінних втулок з корпусами, закріплення установочних кілець на валу електродвигуна, з'єднання втулок з зубчастими колесами металорізальних верстатів.

Одним із способів створення нерухомих з'єднань є **армування пластмасових деталей**. В радіо і електротехнічній промисловості пресуванням і литвом під тиском отримують електричні роз'ємники, колодки, панелі. Це дозволяє в 10...100 разів скоротити трудомісткість виготовлення таких деталей в порівнянні з трудомісткістю отримання аналогічних конструкцій шляхом збирання із окремих елементів за допомогою механічних кріплень. Для створення нерухомих з'єднань арматуру у вигляді гвинтів, гайок, штирів (рис. 3.18, *а, б*) закріплюють за допомогою кільцевих бортиків чи канавок. Для запобігання провертання на зовнішніх поверхнях цих деталей виконується рифлення, насічка

чи плоскі грані. Дрібні деталі в вигляді пластинок (клеми електричних роз'ємів) кріплять за допомогою вирізів чи отворів (рис. 3.18, в, з). дровову арматуру розплющують (рис. 3.18, д)

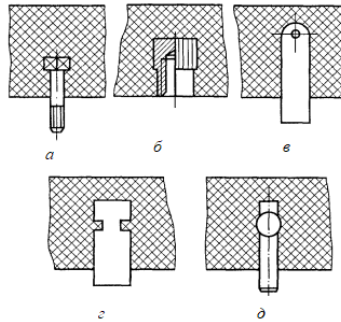


Рис. 3.18

3.8. Роз'ємні з'єднання деталей

До роз'ємних з'єднань деталей відносяться: різьбові, фрикційні з конічними кільцями, клинові, штифтові, шпонкові, шліцові і профільні (без шпонкові). Роз'ємні з'єднання можна багато разів розбирати і знову складати. Розглянемо такі з'єднання, що найбільш часто зустрічаються в машинобудуванні.

Різьбові з'єднання – це роз'ємні з'єднання, що виконуються за допомогою різьбових деталей кріплення – гвинтів, болтів 2 (рис. 3.19), шпильок, гайок 1 (рис. 3.19) або різьби, що наноситься безпосередньо на деталь з'єднання.

Різьба утворюється шляхом нанесення на поверхні деталей гвинтових канавок з перерізом, що відповідає профілю різьби. Утворені таким чином виступи отримали назву *витків*. В гвинтових передачах використовують наступні профілі різьб: трикутний (рис. 3.20, а), прямокутний (рис. 3.20, б) і трапецеїдальний (рис. 3.20, в).

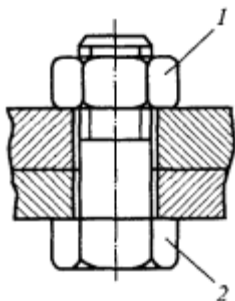


Рис. 3.19

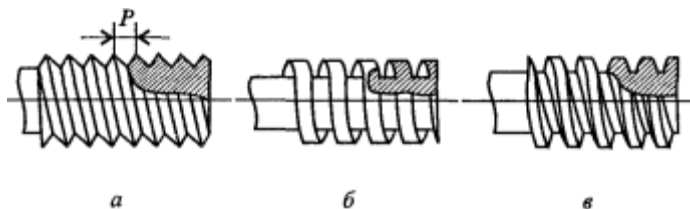


Рис. 3.20

Термін «гвинт» використовується як в загальному (що об'єднує також болти та шпильки), так і в приватному (гвинт, що обертається при закручуванні і викручуванні, тобто такий, що вкручується в деталь) розумінні. Від цієї назви виникли інші терміни: гвинтові рухи, гвинтова лінія, гвинтова поверхня. Термін «різьба походить від технологічного процесу її виготовлення – нарізування.

Гайка – деталь з різьбовим отвором, що нагвинчується на гвинт та має зовнішню форму для захвату гайковим ключем чи рукою.

Розрізняють *праву* та *ліву* різьби. Якщо зі сторони торця гвинта чи зовнішньої частини гвинтова лінія піднімається зліва направо то різьбу називають *правою*, якщо зправа наліво – *лівою*.

Незалежно від профілю всі різьби мають стандартизований крок гвинта ***p*** (див. рис.3.20). це є основна характеристика гвинта, яка показує на яку відстань (в мм) переміщується гайка (чи болт) вздовж своєї осі за один оберт.

Якщо в різьбовому з'єднанні виконана багатохідна різьба, то за один оберт гайка вздовж своєї осі переміститься на величину ходу $S = kp$, де *k* – число заходів різьби.

Різьбові з'єднання набули великого поширення в машинобудуванні. В сучасних машинах деталі, що мають різьбу, складають понад 60% від загального числа деталей.

Клинове з'єднання – це роз'ємне з'єднання, що затискається чи регулюється за допомогою клину. Типовим прикладом клинового з'єднання є з'єднання валу зі втулкою.

В клинових з'єднаннях використовують майже виключно одноукісні клини, оскільки двохукісні є більш складними при виготовленні, а переваг перед першими не мають. Робочі поверхні клинів виконуються циліндричними або плоскими з фасками (рис. 3.21). в силових клинових з'єднаннях вибирають ухили 1:100, 1:40, 1:30. Установочні клинки мають ухили 1:10, 1:6, 1:4.

Якщо клин з'єднує з втулкою вал діаметром d , то товщина клина (із умов рівномірності валу на розтягування і на зминання клином) $b = (0.25 \dots 0.30)d$; висота перерізу клину $h \geq 2.5b$.

Для того, щоб клин не витискувався із гнізда, необхідно дотримуватись співвідношення між кутом тертя φ і кутом нахилу α : $\alpha \leq 2\varphi$, де $\tan \alpha = (h_1 - h_2)/l$ (для одноукісного клину).

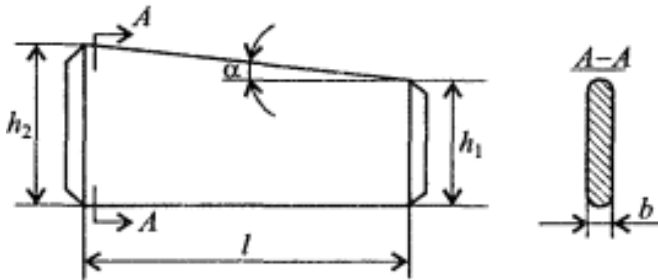


Рис. 3.21

З'єднання штифтами. Штифти призначені в основному для взаємної фіксації деталей, а також для передачі відносно невеликих навантажень. Використовують і спеціальні штифти, які служать запобіжними елементами у муфтах.

Штифти поділяють на: гладенькі, з насіченими чи видавленими канавками, пружинні. За формою штифти поділяються на циліндричні та конічні. Гладенькі штифти виготовляють із сталі 45 і А12, штифти з канавками і пружинні – із пружинних сталей.

Циліндричні штифти ставляться в отвори з натягом (рис. 3.22, а); іноді кінці шрифтів розклепують (рис. 3.22, б). в деталях, що часто піддаються розбиранню, отвори розгортають, що дозволяє роз'єднувати деталі з'єднання без вибивання штифтів

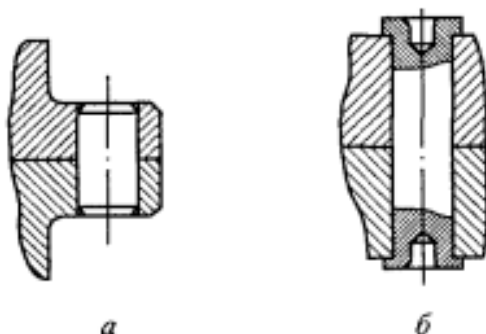


Рис. 3.22

Найбільше поширення отримали гладенькі конічні штифти; їх виконують з конусністю 1:50. Прості штифти, що забиваються в отвори (рис. 3.23, а), використовують тільки для наскрізних отворів, коли з протилежної сторони їх можна вибити. Штифти з різьбою для виймання при розбиранні з'єднань (рис. 3.23, б) використовують для установлення в глухі отвори. Штифти з різьбою, що затягується гайкою (рис. 3.23, в), використовуються в з'єднаннях, що зазнають поштовхів і ударів, а також в тих, що швидко обертаються. Для передачі навантажень, а не для фіксації взаємного положення деталей, використовують штифти з канавками.

Шпонкові з'єднання — це багаторозмірні з'єднання деталей, призначені для передачі, головним чином обертового руху (валу зі шківом, із зубчастим колесом). Ці з'єднання використовуються в тих випадках, якщо до точності центрування деталей, що з'єднуються, особливих вимог не ставлять.

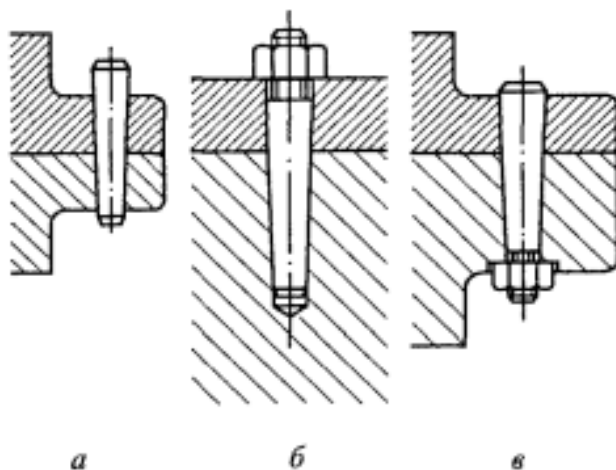


Рис. 3.23

З'єднання шпонками 1 може бути *нерухомим* (рис. 3.24) або *рухомим* вздовж осі валу 2. В останньому випадку напрямна шпонка притягується до валу гвинтами. Шпонка приблизно наполовину висоти входить в паз валу і наполовину – в паз маточини колеса. Бокові (робочі) поверхні шпонки передають обертальний рух від валу до колеса і навпаки. Форма та розміри в більшості типів шпонок стандартизовані і залежать від умов роботи з'єднань деталей, що спрягаються, та діаметру валу. По формі стандартні шпонки розділяють на *призматичні*, *клинові*, *сегментні* і *тангенціальні* з прямокутним поперечним перерізом.

На поздовжніх розрізах всі шпонки показують нерозрізаними. Розміри шпонок і пазів вибираються в залежності від діаметру валів.

Матеріал – сталь чистотягнута для шпонок з границею міцності на розтягування $\sigma_b \geq 590$ МПа.

Шліцові з'єднання використовують для більш точного центрування деталей на валах; вони передають, в порівнянні зі шпонковими з'єднаннями, більші крутні моменти, мають більшу міцність на втому. На валах виконуються виступи, а на деталях – впадини відповідних форм і розмірів.

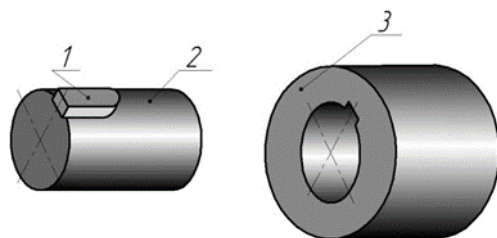


Рис. 3.24

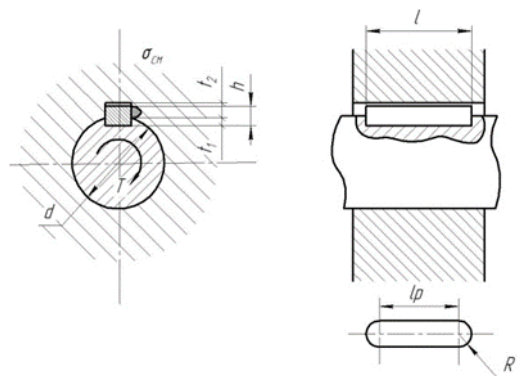


Рис. 3.24, а) з'єднання призматичною шпонкою

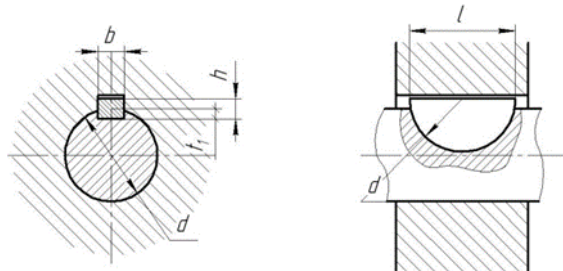


Рис. 3.24, б) з'єднання сегментною шпонкою

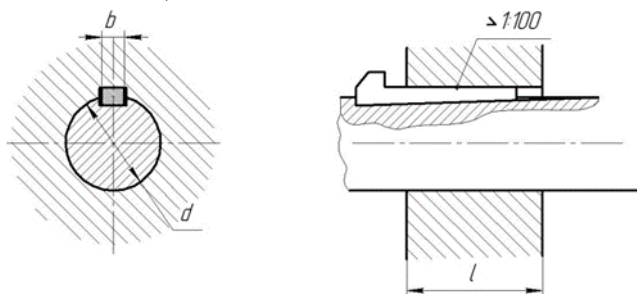


Рис. 3.24, в) з'єднання клинвою шпонкою

Найбільше поширення отримали шліцові з'єднання з *прямобічними, евольвентними і трикутними* профілями зубів (від 6 до 20 – у прямобічних, від 12 до 50 – у евольвентних). Зазвичай, при обмежених габаритних розмірах по діаметру виконуються нерухомі шліцові з'єднання трикутного профілю з модулем від 0,2 до 1,5 мм і числом шліців від 20 до 70.

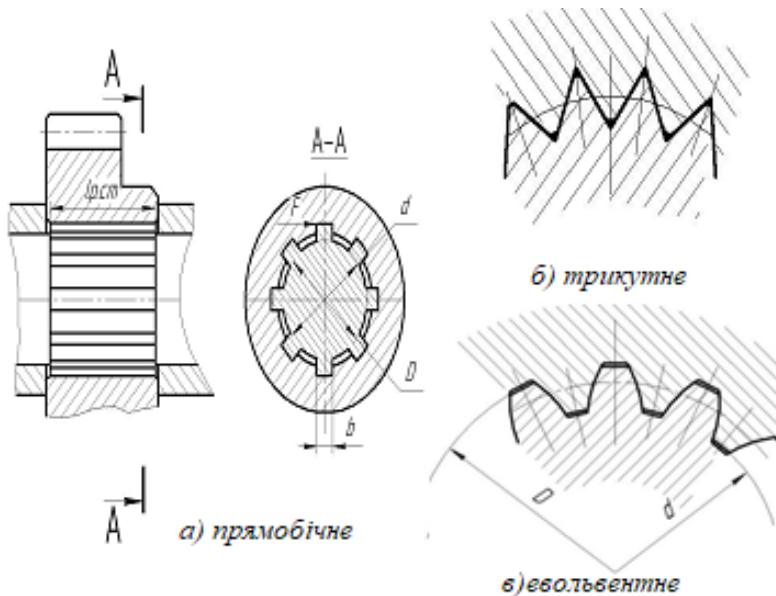


Рис. 3.24, г) – типи шліцових з'єднань

3.9. Підшипники ковзання

Підшипники ковзання – це опори деталей, що мають **обертальний рух, і працюють в умовах відносного ковзання поверхні цапфи по поверхні підшипника, які розділені шаром мастила.**

За напрямком навантажень, які діють на підшипники ковзання, останні поділяють на *радіальні* і *упорні*. Радіальні підшипники сприймають навантаження, що направлені

перпендикулярно до осі валу, а упорні підшипники – осьові навантаження.

Розрізняють декілька типів підшипників:

а) **гідродинамічні підшипники ковзання**, в яких шар мастила захвачується поверхнею цапфи в процесі обертання валу. В технічній літературі їх часто називають просто підшипниками ковзання. В порівнянні з іншими підшипниками ковзання вони використовуються частіш за все.

б) **гідростатичні підшипники ковзання** – в них шар мастила між поверхнями тертя створюється насосом до початку обертання валу. В гідростатичних підшипниках зменшується вплив похибки шийок і підшипників на точність обертання (до 5 – 10 разів). Їх використовують в опорах важких тихохідних барабанів (кулькових млинів, печей, що обертаються); опорах з мінімальним тертям випробувальних машин і приладів; опорах для механізмів, що потребують точних переміщень (поворотних пристроїв телескопів, ділильних столів); опорах шпинделів прецизійних верстатів. При запуску парових турбін, гідрогенераторів використовується гідростатичне розвантаження. Недоліками гідростатичних підшипників є великі втрати потужності на прокручування валу навіть на холостому ході, а також складність конструкції підшипника, необхідність збирання мастила, що витікає із опори;

в) **підшипники з повітряним мащенням**. Швидкість обертання валу в таких підшипниках практично не обмежується – опори з повітряним мащенням працюють з малими втратами і жалюгідним перегрівом, в'язкість мастила майже не змінюється від зміни температури (в'язкість повітря в 100 разів нижча від в'язкості найменш в'язкого рідкого мастила, що використовується – гасу). Окрім цього, ресурс повітря є необмеженим, не існує потреби збирання мастила і через трубопровідну систему відправляти в бак для мастила. Для таких підшипників діаметральні зазори призначають в межах 10...30 мм.

Опори з повітряним мащенням можуть бути *аеродинамічними* і *аеростатичними*. В аеродинамічних підшипниках повітря може самовсмоктуватись в зазор із атмосфери через торці підшипників, в аеростатичних повітря подається під тиском ззовні ще до початку обертання, таким чином вал підтримується повітряною подушкою. За експлуатаційними властивостями ці опори близькі до гідростатичних, але мають менші втрати на тертя. Повітряні опори використовують в прецизійних металорізальних верстатах, в електрошпинделях внутрішньошліфувальних верстатів (з частотою обертання 40000...300000 об/хв).

Недоліки повітряних опор: недопустимість перевантажень, що приводять до сухого тертя; висока точність виготовлення; необхідність підтримання заданого тиску в пневмережі, оскільки при падінні тиску в аеростатичних опорах виникає аварійна ситуація;

г) **електромагнітні безконтактні опори** – використовують при дуже великих швидкостях. Втрати в таких опорах є жалюгідними і допустима швидкість зазвичай визначається міцністю ротора. До недоліків відноситься висока вартість виготовлення.

Підшипник ковзання складається із *корпусу*, *вкладишів*, що підтримують вал, а також *пристроїв мащення* і *захисних пристроїв*. Корпус підшипника може собою являти окрему ливарну чи зварну деталь, що приєднується до машини, або може бути виконаним як одне ціле з нерухомою частиною машини, або рухомою її деталлю, наприклад з шатуном. За конструкцією корпуси можуть бути *цільними* або *роз'ємними*.

Роз'ємний підшипник (рис. 3.25) складається із корпусу 2, що кріпиться до станини 1 болтами 3, кришки підшипника 4 з мастильним пристроєм 5 і змінних вкладишів (напіввулок) 6. Кришка підшипника з'єднується з корпусом болтами 7. Зазор між валом і вкладишами регулюється прокладками, по мірі зношення вкладишів – підтягуванням болтів 4.

Роз'ємні корпуси полегшують монтаж валів, допускають регулювання зазорів в підшипнику. Основне застосування роз'ємні корпуси знайшли в важкому машинобудуванні.

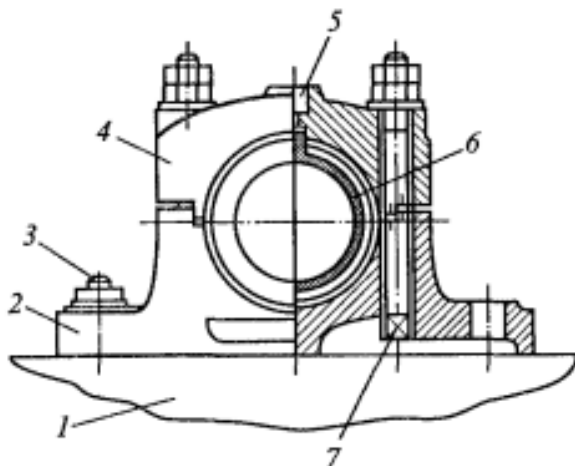


Рис. 3. 25

Вкладиші застосовується для того, щоб не виготовляти корпуси підшипників із дорогих антифрикційних матеріалів, а також для полегшення ремонту підшипників після зношення. В нероз'ємних підшипниках вкладиші виготовлюють у вигляді втулок, а в роз'ємних – у вигляді напіввтулок. Вкладиші за весь термін служби зношуються на глибину на глибину, що вимірюється, як максимум, в десятих долях міліметра. Але їх виготовлюють набагато більшої товщини, оскільки цього вимагають умови міцності. Вкладиші зазвичай виготовлюють біметалічними: на сталеву (чавунну чи бронзову) основу наплавляють тонкий антифрикційний шар.

В дрібносерійному та індивідуальному виробництві наряду з біметалічними вкладишами застосовують більш прості в виготовленні суцільні вкладиші із антифрикційних матеріалів середньої та високої міцності. Вкладиші із антифрикційних

чавунів, текстоліту, пресованої деревини зазвичай виготовляють суцільними.

Товщина ливарного вкладишу, що встановлюється в корпусі, $\delta_b = (0,035 \dots 0,05)d + 2,5$, де d – діаметр цапфи, мм. Товщина заливки приймається $\delta_1 = 0,01d$. Зменшення товщини заливки сприятливо впливає на підвищення міцності втоми шару. Наприклад, зменшення товщини шару з 2-х до 1-го мм збільшує міцність втоми бабітового шару в два рази.

Товщина поліамідного вкладишу $\delta_b = (0,04 \dots 0,05)d + 1$, товщина пластмасового покриття $\delta_2 = (0,015 \dots 0,020)d$. В масовому виробництві вкладиші штампують із стрічки, на яку нанесений антифрикційний матеріал. Це призводить до значної економії кольорових металів (до 3 – 10 разів), скороченню трудомісткості (до 10 разів) і підвищенню якості підшипників.

Наведемо оптимальні співвідношення довжини вкладишу l до його внутрішнього діаметру d :

в коротких підшипниках ковзання

$$l = (0,3 \dots 0,4)d,$$

в підшипниках швидкохідних поршневих двигунів внутрішнього згоряння (авіаційних і автомобільних)

$$l = (0,5 \dots 0,6)d,$$

в підшипниках дизелів

$$l = (0,5 \dots 0,9)d,$$

в підшипниках рідинного тертя прокатних станів

$$l = (0,6 \dots 0,9)d,$$

в підшипниках загального машинобудування довжина іноді сягає до **$1,5d$** .

Матеріали для підшипників вибирають відповідно до роботи в парі зі стальними цапфами валів. Їх поділяють на наступні групи:

а) металеві – бабіти, бронзи, сплави на цинковій основі, сплави на алюмінієвій основі, антифрикційні чавуни;

б) металокерамічні;

в) неметалеві – пластмаси, дерев'яні пластики, гуми та ін.

Для підшипників рідинного тертя проводяться наступні розрахунки.

Розрахунок за допустимим тиском в підшипниках.
Зазвичай розрахунок ведеться по навантаженнях на опору (по реакції R), віднесений до проекції цапфи:

$$p = \frac{R}{dl} \leq [p]. \quad (3.19)$$

В підшипниках більшості стаціонарних машин $p = 1 \dots 4$ Мпа в залежності від умов роботи та матеріалів; в корінних підшипниках двигунів внутрішнього згорання $p = 4 \dots 20$ Мпа; в підшипниках валків прокатних станів $p = 15 \dots 50$ Мпа.

Розрахунок використовують як перевірочний, оскільки діаметр цапфи уже відомий конструктивно після розрахунку валу.

Розрахунок на добуток тиску в підшипнику на швидкість ковзання:

$$pv \leq [pv]. \quad (3.20)$$

Добуток pv характеризує в деякій степені теплоутворення в підшипнику, а також зношення.

В підшипниках стаціонарних машин $pv = 2 \dots 10$ Н·м/(мм²·с). В опорах швидкохідних і важко навантажених машин при належному охолодженні значення pv може бути значно вищим. В підшипниках автомобільних двигунів $pv = 25 \dots 35$ Н·м/(мм²·с), поршневих авіаційних двигунів $pv = 30 \dots 50$ Н·м/(мм²·с), прокатних станів $pv =$

40 ... 200 Н · м / (мм² · с),
100 Н · м / (мм² · с) і вище.

парових

турбін

Приклад 3.3

На рис. 3.26 показаний вал черв'ячного редуктору, що сприймає радіальні навантаження $R_1 = 9000 \text{ Н}$ і $R_2 = 7000 \text{ Н}$ та осьове навантаження $A = 3000 \text{ Н}$. Вал обертається з кутовою швидкістю $\omega = 7,65 \text{ с}^{-1}$. Цапфи валу мають однаковий діаметр $d = 60 \text{ мм}$, а $d_1 = 65 \text{ мм}$. Вкладиші виготовлені в вигляді втулок із бронзи БрОЦС6-6-3. Визначити довжину l і діаметр D торцевої частини вкладишу, що сприймає осьове навантаження.

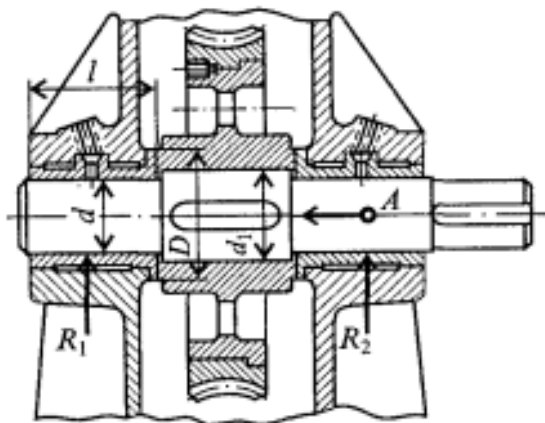


Рис. 3.26

Розв'язок.

1. У відповідності з рекомендаціями [8], викладеними вище, для механізмів стаціонарної машини приймаємо $p = 3 \text{ Мпа}$.

2. Розрахунок по допустимому тиску проводимо для лівої опори, оскільки вона сприймає більше навантаження, ніж права. Із залежності $\frac{R}{dl} \leq [p]$ визначаємо довжину вкладишу:

$$l \geq \frac{R_1}{[p]d} = \frac{900}{3 \cdot 60} = 50 \text{ (мм)}.$$

3. Перевіряємо пару цапфа – вкладиш на допустимий добуток тиску на швидкість $pv \leq [pv]$. Спочатку визначимо колову швидкість:

$$v = \omega \cdot \frac{d}{2} = 7,65 \cdot \frac{60}{2} = 230 \text{ (мм/с)} = 0,23 \text{ (м/с)}.$$

Критерій $pv = 3 \cdot 0,23 = 0,69 \text{ Н} \cdot \text{м}/(\text{мм}^2 \cdot \text{с})$. Допустиме значення цього критерію для стаціонарних машин знаходиться в межах $2 \dots 10 \text{ Н} \cdot \text{м}/(\text{мм}^2 \cdot \text{с})$, що значно вище фактичного.

4. Із умови зносостійкості торцевої частини вкладиша фактичний тиск на його торець

$$p_1 = \frac{A}{\frac{\pi(D^2 - d^2)}{4}}$$

повинно бути меншим за допустиме значення, як наслідок

$$\frac{A}{\frac{\pi(D^2 - d^2)}{4}} \leq [p].$$

Із цієї умови визначаємо діаметр

$$D \geq \sqrt{\frac{4A}{\pi[p]} + d_1^2} = \sqrt{\frac{4 \cdot 3000}{\pi \cdot 3} + 65^2} = 75 \text{ (мм)}.$$

5. Провіряємо на нагрів торцеву частину вкладишу при лінійній швидкості, що відповідає середньому діаметру опорної поверхні:

$$v_c = \omega \frac{D+d_1}{2} = 7,65 \cdot \frac{75+65}{2} = 535,5 \left(\frac{\text{мм}}{\text{с}} \right) = 0,535 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right).$$

При цьому критерій $p_1 v_c = 3 \cdot 0,535 = 1,606 \text{ Н} \cdot \text{м}/(\text{мм}^2 \cdot \text{с})$, що є значно нижче допустимого: $[pv] = 2 \dots 10 \text{ Н} \cdot \text{м}/(\text{мм}^2 \cdot \text{с})$.

Підп'ятники. Опори ковзання вертикально розташованих валів називають підп'ятниками (рис. 3.27). В корпусі 2 підп'ятника розміщується бронзова чи сталевна лінза 3, яка в міру зношення замінюється новою. В ряді випадків, в залежності від мастила, вкладиші виготовляють із дерева, текстоліту, вініпласту,

гуми і ін. втулка 1 сприймає радіальні навантаження. Корпус підп'ятника виготовляють із сірого чавуну чи сталюого литва.

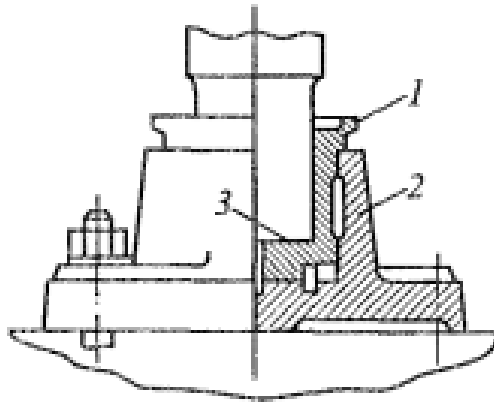


Рис. 3.27

3.10. Підшипники кочення

Підшипники кочення – це опори деталей з обертовим рухом, що використовують елементи кочення (кульки чи ролики) і які працюють на основі тертя кочення. Вони складаються (рис. 3.28 . а) із внутрішнього 1, зовнішнього 2 кілець і сепаратору 4, що розділяє і направляє тіла кочення 3. За розташуванням тіл кочення 3 підшипники можуть бути *однорядними* (рис. 3.28, а) і *дворядними* (рис. 3.28, в).

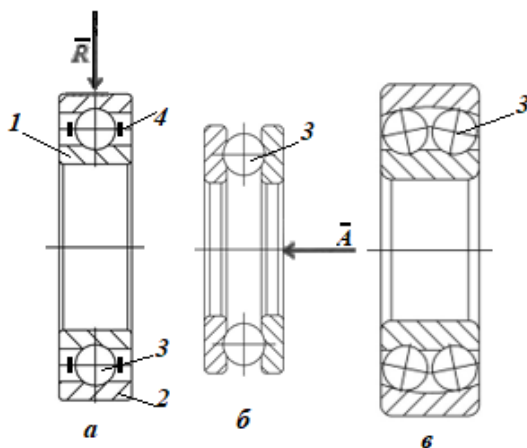


Рис. 3.28

За характером навантажень, що сприймаються підшипниками, вони поділяються на: **радіальні** (рис. 3.28, а), що сприймають тільки радіальні навантаження; **упорні** (рис. 3.28, б), що сприймають тільки осьові навантаження, і **радіально-упорні**, що сприймають радіальні і осьові навантаження.

За формою тіл кочення підшипники поділяють на *кулькові* (рис. 3.28) і *роликові*. В роликопідшипниках тіла кочення можуть мати форму коротких циліндричних роликів (рис. 3.29, а), довгих циліндричних роликів (рис. 3.29, б), конічних роликів (рис. 3.29, в), бочкоподібних роликів (рис. 3.29, г), голчастих роликів (рис. 3.29, д).

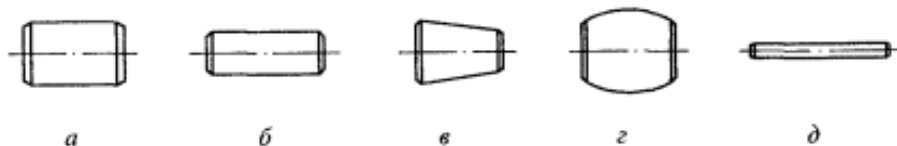


Рис. 3.29

Кулькові більш швидкохідні, а роликопідшипники мають більшу вантажопідйомність. Циліндричні роликопідшипники, близькі по швидкохідності до кулькових, погано сприймають

осьові навантаження. Конічні роликопідшипники, що мають однаково високе осьове і радіальне навантаження, допускають менш високі частоти обертання.

Всі види підшипників є стандартизованими і в залежності від розмірів, діючих на них навантажень і довговічності поєднані в серії: **легкі**, **середні** та **важкі** підшипники.

Основні розміри найбільш розповсюджених типів підшипників показано на рис.3.30. До таких розмірів належать внутрішній діаметр d зовнішній діаметр D і ширина підшипника B . В упорних кулькових підшипниках (рис. 3.30, *а*) ширину характеризує розмір H (рис. 3.30, *б*), а в радіально-упорних роликівих підшипниках (рис. 3.30, *в*) найбільшу ширину визначає розмір T .

Базова динамічна вантажопідйомність – це постійне радіальне навантаження (а для упорних і упорно-радіальних підшипників – осьове навантаження), яке підшипник може умовно сприймати протягом одного мільйона обертів при ймовірності безвідмовної роботи 90%.

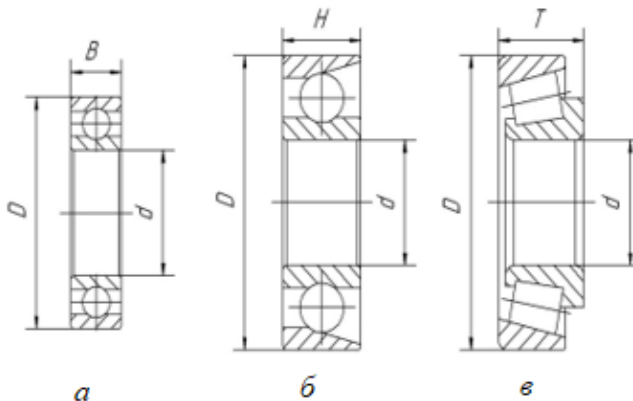


Рис. 3.30

Базова статична вантажопідйомність – це таке статичне навантаження на підшипник (радіальне – для радіальних і радіально-упорних підшипників або центральне осьове – для

упорних і упорно-радіальних), якому відповідає загальна залишкова деформація тіл кочення 1 кілець у найбільш навантаженій точці їхнього контакту, що дорівнює 0,0001 діаметру тіла кочення.

3 метою забезпечення надійної роботи для підшипників кочення встановлені граничні значення частоти обертання $n_{гран}$ з урахуванням виду мастила (рідке чи пластичне).

Основними розрахунковими параметрами підшипників кочення є базова динамічна вантажопідйомність C_1 , базова статична вантажопідйомність C_0 .

Умовні позначення підшипників кочення складаються із основного умовного позначення і додаткових умовних позначень, які можуть розташовуватись праворуч і ліворуч від основного умовного позначення. Умовні позначення наносяться на торцях кілець підшипників.

Основні умовні позначення підшипників відповідно до ГОСТ 3189-75 складаються з ряду цифр.

Дві перші цифри, рахуючи справа, означають умовно внутрішній діаметр d підшипників:

- для підшипників з внутрішнім діаметром $d \geq 20$ мм цифри зазначають частку від ділення діаметра на 5 (в мм);
- для підшипників з внутрішнім діаметром $d \leq 9$ мм перша цифра праворуч показує фактичний розмір внутрішнього діаметру в мм;
- внутрішні діаметри 10, 12, 15 і 17 мм позначають двома цифрами 00, 01, 02, 03 відповідно.

Третя цифра праворуч в основному умовному позначенні разом із сьомою свідчать про серію підшипників всіх діаметрів ($d \geq 20$ мм):

- особливо легка серія позначається цифрою 1,
- легка – 2,
- середня – 3,
- важка – 4,

- легка широка – 5,
- середня широка – 6

Четверта цифра праворуч показує на тип підшипника:

- 0 – радіальний кульковий однорядний;
- 1 – радіальний кульковий дворядний сферичний;
- 2 – радіальний із короткими циліндричними роликами;
- 3 – радіальний роликовий дворядний сферичний;
- 4 – роликовий із довгими циліндричними роликами або голчастий;
- 5 – роликовий із витими роликами;
- 6 – радіально-упорний кульковий;
- 7 – роликовий конічний;
- 8 – упорний кульковий;
- 9 – упорний роликовий.

П'ята та шоста цифри праворуч, що вводяться не для всіх підшипників, характеризують їхні конструктивні особливості.

Додаткове умовне позначення ліворуч від основного вказує на клас точності підшипника, радіальний чи осьовий зазори в підшипнику, величину моменту тертя. Цифри 0, 6, 5, 4 і 2, що стоять через знак „тире" перед основним умовним позначенням підшипника, означають його клас точності (2 – найвищий клас точності). Нормальний клас точності позначається цифрою 0, яка в деяких випадках не проставляється.

Додаткове умовне позначення праворуч від основного характеризує матеріал і конструкцію сепаратора, конструктивні зміни, спеціальні вимоги щодо шуму та інше.

Характеристика та параметри підшипників.

Кулькові підшипники радіальні однорядні (рис. 3.31, а) виготовляють таких типів: 0000, 60000 і 80000. Підшипники цих типів можуть сприймати не тільки радіальні, але й осьові навантаження, що діють в обох напрямках вздовж осі вала і не перевищують 70% невикористаного допустимого радіального навантаження.

Порівняно з іншими типами кулькові радіальні однорядні підшипники працюють з мінімальними втратами на тертя і допускають найбільшу частоту обертання. Співвісність посадочних гнізд під такі підшипники повинна бути в таких межах, щоб перекіс зовнішніх кілець відносно внутрішніх не перевищував 10... 15'.

Підшипники встановлюють на жорстких двоопорних валах, прогин яких під дією зовнішніх сил не викликає надмірного кутового зміщення осі вала відносно осі посадочного отвору, тобто на валах з відстанню між опорами $L \leq 10 d_e$ (d_e – діаметр вала).

Підшипники типів 60000 і 80000 відповідно з однією і двома захисними шайбами застосовують в таких випадках, коли через обмеження габаритів або незручності в обслуговуванні небажане використання спеціальних ущільнювальних пристроїв для захисту підшипників від забруднення або утримування мастила.

Сепаратори в радіальних однорядних кулькових підшипниках в основному штамповані з центруванням на тілах кочення. В підшипниках, що працюють в особливих умовах, а також в деяких великогабаритних підшипниках застосовують масивні сепаратори з антифрикційних матеріалів: бронзи, латуні, текстоліту, алюмінієвих сплавів та інші.

Кулькові підшипники радіальні дворядні сферичні (рис. 3.31, б) виготовляють таких типів: 1000, 11000 і 111000. Підшипники призначені для сприйняття радіальних навантажень, але вони можуть сприймати одночасно і двостороннє осьове навантаження (до 20% величини невикористаного допустимого радіального). Доріжка кочення на зовнішньому кільці виготовлена сферичною.

Така її форма забезпечує нормальну роботу підшипника навіть при значному (до 2...3°) перекосі внутрішнього кільця відносно зовнішнього. Підшипники встановлюють в опорах: багатоопорних валів трансмісійного типу; двоопорних валів, що мають значні прогини під дією зовнішніх сил; в конструкціях, де

технологічно неможливо забезпечити сувору співвісність посадочних гнізд (при розточуванні отворів в корпусах опор не за один прохід, при встановленні підшипників в окремо розташованих корпусах опор тощо).

Сепаратори у більшості дворядних сферичних кулькових підшипників штамповані. Підшипники великих розмірів виготовляють з масивними латунними сепараторами.

Кулькові підшипники радіально-упорні однорядні (рис. 3.31, в) виготовляють таких типів: 36000, 46000 і 66000.

Підшипники цих типів призначені для сприйняття радіальних і односторонніх осьових навантажень. Їхня здатність сприймати осьове навантаження визначається значенням кута контакту α (кут між площиною центрів кульок і прямою, яка проходить через центр кульки і точку дотику кульки з доріжкою кочення на зовнішньому кільці). Із збільшенням кута контакту зростає здатність підшипника сприймати осьове навантаження за рахунок зменшення радіального. Підшипники встановлюють переважно попарно на двох опорах жорстких коротких валів навіть при умові односторонньої дії осьового навантаження.

Особливістю підшипників є те, що вони вимагають регулювання осьового зазору в процесі їхнього монтажу або в процесі експлуатації.

Сепаратори у радіально-упорних кулькових підшипниках бувають штамповані з centruванням на тілах кочення або масивні зі сплавів кольорових металів з centruванням по внутрішньому кільцю.

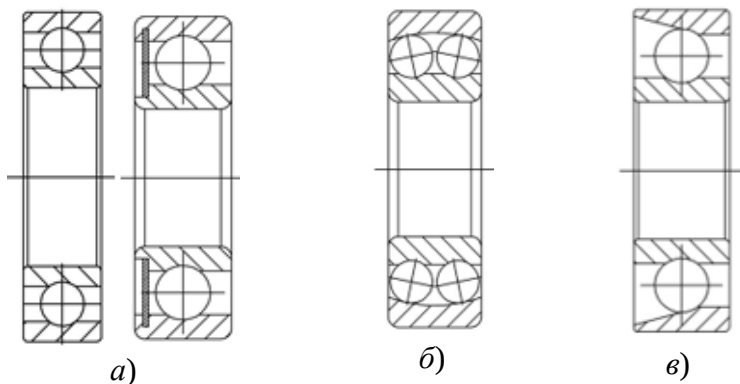


Рис. 3.31

Кулькові підшипники упорні (рис. 3.32) виготовляють двох типів: 8000 і 38000. Упорні підшипники призначені для сприйняття тільки осьових навантажень. Вони допускають значно меншу частоту обертання порівняно з іншими типами кулькових підшипників, оскільки відцентрові сили, що діють на кульки, значно навантажують сепаратори і доріжки кочення кілець підшипників.

Одинарні упорні підшипники типу 8000 призначені для сприйняття осьових навантажень, що діють в одному напрямку. Вони мають два кільця: одне туге, яке встановлюється на валу, а друге зовнішнє, що розташовується в корпусі опори. Таке розміщення кілець необхідне для самоцентрування упорного підшипника.

Здвоєні упорні підшипники типу 38000 призначені для сприйняття осьових навантажень, що діють у двох напрямках. Ці підшипники мають три кільця: середнє – туге, яке встановлюється на вали, а крайні – вільні для встановлення у гнізді корпусу опори. Сепаратори кулькових упорних підшипників штамповані або масивні зі сталі або сплавів кольорових металів.

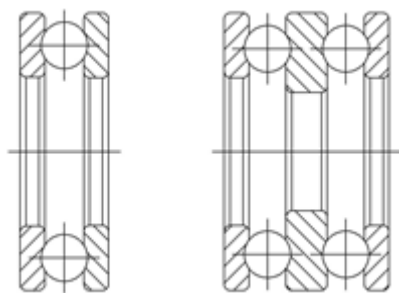


Рис. 3.32

Роликові підшипники радіальні з короткими циліндричними роликами основної номенклатури (рис. 3.33) виготовляють таких типів: 2000, 12000, 32000 і 42000. Підшипники призначені для сприйняття тільки радіальних навантажень. Вони мають значно більшу радіальну навантажувальну здатність, ніж рівногабаритні радіальні кулькові підшипники, але допускають менші частоти обертання. Підшипники дуже чутливі до перекосів внутрішніх кілець відносно зовнішніх. Тому ці підшипники вимагають високої точності щодо співвісності посадочних гнізд в опорах і можуть застосовуватись тільки для досить жорстких і коротких двоопорних валів.

Однорядні роликові підшипники основного типу (2000) мають такі конструктивні різновидності:

- 2000 – без бортів на зовнішньому кільці;
- 12000 – з однобортним зовнішнім кільцем;
- 32000 – без бортів на внутрішньому кільці;
- 42000 – з однобортним внутрішнім кільцем.

Підшипники типів 2000 і 32000 допускають у процесі монтажу і експлуатації двостороннє осьове переміщення внутрішнього кільця відносно зовнішнього, а підшипники типів 12000 і 42000 – тільки одностороннє, причому останні можуть забезпечувати односторонню фіксацію вала тільки при незначних

осьових зусиллях. Сепаратори в радіальних роликів підшипниках штамповані або масивні зі сталі або сплавів кольорових металів. Центруються масивні сепаратори переважно по двобортовому кільцю.

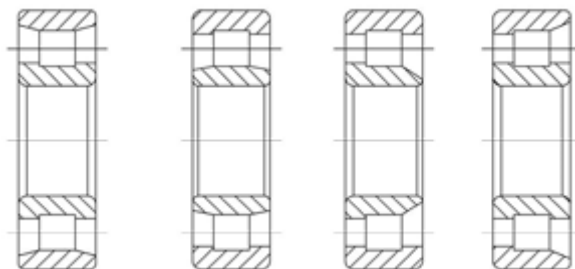


Рис. 3.33

Роликові підшипники радіальні голчасті (рис. 3.34, а) виготовляють таких типів: 24000 і 74000. Дані підшипники призначені для сприйняття тільки радіальних навантажень. Вони мають відносно менші радіальні габарити порівняно з підшипниками інших типів за умови рівності внутрішніх діаметрів та вантажопідйомність. Через відсутність сепаратора підшипники мають відносно високі втрати на тертя між голками (роliками). Тому гранична частота обертання значно нижча, ніж у підшипниках із сепараторами.

Підшипники типу 24000 не мають внутрішнього кільця. Тому поверхня доріжки кочення утворюється безпосередньо на поверхні вала і повинна мати високу твердість, точність і низьку шорсткість поверхні підшипникових кілець. Підшипники типу 74000 мають внутрішнє і зовнішнє кільця, причому внутрішнє без бортів, що забезпечує відносну рухомість кілець в осьовому напрямі.

За формою і розмірами до голчастих підшипників подібні підшипники типу 5000, що мають виті циліндричні ролики.

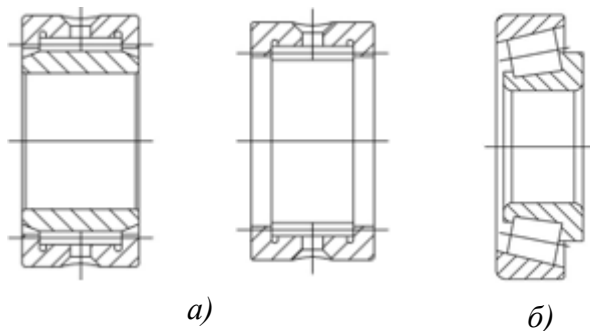


Рис. 3.34

Роликові підшипники радіально-упорні конічні (рис. 3.34, б) виготовляють таких типів:

- 7000 – основна номенклатура;
- 27000 – з великим кутом конусності;
- 97000 – дворядні;
- 77000 – чотирьох рядні.

Підшипники цих типів призначені для одночасного сприйняття радіальних і осьових навантажень. Їх допустима частота обертання значно нижча, ніж у підшипників з циліндричними роликами, а здатність сприймати осьові навантаження визначається кутом конусності, а зовнішнього кільця. Зі збільшенням кута конусності (тип 27000) осьове навантаження збільшується за рахунок зменшення радіального. Підшипники не допускають відносного перекосу осей валів і гнізд опор під підшипники.

Однорядні підшипники типів 7000 і 27000 призначені для сприйняття радіальних односторонніх осьових навантажень. Вони допускають роздільний монтаж зовнішніх кілець і вимагають регулювання осьових зазорів як під час встановлення, так і в процесі експлуатації. Підшипники можна монтувати з попереднім натягом, який створюється при умові розташування вала на двох конічних підшипниках.

Дворядні підшипники типу 97000 призначені для одночасного сприйняття радіальних і двосторонніх осьових навантажень. Необхідний радіальний чи осьовий зазор в підшипнику забезпечуються відшліфовуванням дистанційного кільця, яке встановлюється між внутрішніми кільцями. Сепаратори конічних підшипників виготовляють із сталі штампуванням або точінням. Центрування сепараторів здійснюється по тілах кочення, які мають форму конічних роликів.

Розрахунок підшипників кочення на динамічну вантажопідйомність та довговічність.

Надано:

Діаметр шипа вала редуктора під підшипник $d_n = 40$ мм, обраний роликовий радіальний сферичний однорядний підшипник середньої серії № 308. З довідника по ГОСТ 8338-75 для підшипника маємо:

d , мм	D , мм	B , мм	r , мм	C , кН	C_0 , кН
40	90	23	2,5	31,3	22,3

Колове навантаження $F_t = 3750\text{Н}$,

Радіальне навантаження $F_r = 1400\text{Н}$,

Осьове навантаження $F_a = 830\text{Н}$.

Сумарні реакції опор вала $R_1 = 2060\text{Н}$, $R_2 = 1960\text{Н}$.

Розраховуємо підшипник по більш навантаженій опорі.

Визначаємо еквівалентне навантаження:

$$P_{екв} = (V \cdot X \cdot F_r + Y \cdot F_a) K_\sigma \cdot K_t;$$

З врахуванням умов експлуатації підшипника визначаємо коефіцієнти (Додаток Д, табл. 1 і 2):

$V = 1,0$ – кінематичний коефіцієнт, який враховує котре із кілець підшипника обертається (обертається внутрішнє кільце підшипника);

$K_t = 1,0$ – температурний коефіцієнт робочої температури підшипнику (до 100°C);

$K_{\sigma} = 1,0$ – коефіцієнт безпеки при короткочасних навантаженнях до 130%.

Вирахуємо співвідношення:

$$\frac{F_a}{C_o} = \frac{830}{22300} = 0,037$$

цьому значенню відповідає коефіцієнт $e \approx 0,23$

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{830}{1400} = 0,59 > e$$

де F_r – радіальне навантаження на опорі $F_r = R_1$.

Визначаємо коефіцієнти $X = 0,56$, $Y = 1,88$ (Додаток Б, табл. 3 і 4).

Тоді $P_{екв} = (1,0 \cdot 0,56 \cdot 2060 + 1,88 \cdot 830) \cdot 1 \cdot 1 = 2700$ Н.

Визначаємо потрібну динамічну вантажопідйомність:

$$C_{mp} = P_{екв} \sqrt{\frac{60nL_h}{10^6}};$$

де L_h – потрібна витривалість підшипника в годинах, $L_h = 15360$ годин (термін роботи редуктора);

n – частота обертання проміжного валу, $n = 970$ об/хв.

$$C_{mp} = 2700 \sqrt{\frac{60 \cdot 970 \cdot 15360}{10^6}} = 80,73 \text{ кН};$$

$C_{mp} > C$; $80,73 \text{ кН} > 31,3 \text{ кН}$

Умова виконується.

Розрахункова довговічність підшипника №308:

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^3 = \left(\frac{31300}{2700}\right)^3 = 1557,45 \text{ млн.об.}$$

Розрахункова довговічність підшипника в годинах

$$L_h = \frac{L \cdot 10^6}{60n} = \frac{1557,45 \cdot 10^6}{60 \cdot 970} = 26760 \text{ год.}$$

Отримане значення розрахункової довговічності підшипника більше терміну служби редуктора, тому підшипник № 308 вважається придатним.

Підшипники кочення на даний час є основним видом опор в машинобудуванні. Вони мають цілий ряд переваг. По-перше, це стандартний вузол, найбільш стандартизований в міжнародному масштабі та виготовляється централізовано. В силу цього підшипники кочення є дешевшими, ніж підшипники ковзання. По-друге, підшипники кочення добре працюють при зміні навантажень, при різних частотах обертання та реверсах, чого не можна сказати про підшипники ковзання. По-третє, у підшипниках кочення менші, ніж у підшипників ковзання, пускові моменти, оскільки менші моменти сил тертя, і як наслідок і менші тепловиділення. Далі, оскільки підшипники кочення частіш за все змащують густим мастилом, то має місце менші витрати мастильних матеріалів в порівнянні з підшипниками ковзання. Для підшипників кочення не потрібно витрачати дорогі кольорові метали і ставити особливі вимоги до матеріалів і термічної обробки цапф валів.

До недоліків підшипників кочення відносяться: обмежений термін служби; змінна жорсткість, що викликає параметричні коливання; великі діаметральні розміри; менша, ніж у підшипників ковзання здатність демпфірування коливань.

3.11. Муфти

Призначення муфт – з'єднання окремих валів, які є продовженням один одного, і передача при цьому крутних моментів. Такі муфти називають *привідними*. Крім них в машинобудуванні існують муфти для з'єднання труб, тяг та інших деталей (вони в цьому підручнику не розглядаються).

В табл. 3.1 представлені умовні позначення некерованих (що не розчіплюються), керованих і тих, що автоматично діють, муфт.

Некеровані муфти використовують у випадках, коли, виходячи з умов технології виготовлення і складання приходить виготовляти збірними, причому збірний вал повинен працювати як цілий. До цієї категорії відносяться: *а) глухі муфти I* (рис.

3.35), які з'єднують співвісні вали 2 і 3; б) *пружні муфти*, призначення яких – пом'якчувати ударні навантаження, а також компенсувати деяку неточність взаємного розташування валів. Прикладом пружної муфти є сифонна муфта 2 (рис. 3.36), яку використовують для з'єднання валу високомоментного електродвигуна 3 верстату з ЧПУ моделі IP 500 Ф4 з ходовим гвинтом кочення1; вона компенсує деякі перекоси і не співвісність осей валу електродвигуна і опори кулькового гвинта. В той же час можливість збільшення жорсткості з'єднання вал двигуна – ходовий гвинт виключає навіть невеликий відносний поворот валів, що з'єднуються і вони працюють як єдине ціле; в) компенсуючі муфти призначені для з'єднання валів з неточно з'єднаними осями; ці муфти повинні компенсувати радіальні і кутові зміщення валів.

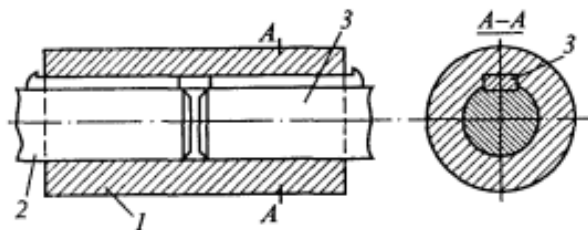


Рис. 3.35

Керовані, або муфти зчеплення, використовують в машинах або їх окремих вузлах, в яких необхідно здійснювати часті зупинки та пуски, наприклад в металорізальних верстатах і автомобілях. Муфти зчеплення можуть бути механічними, електричними, гідравлічними і пневматичними. До механічних муфт зчеплення відносяться кулачкові (або зубчасті) і фрикційні. На рис 3.36 показано кулачкову муфту зчеплення, яка складається із двох напівмуфт 1 і 2 з торцевими кулачками, що заходять у впадини між кулачками напівмуфти, що спрягається. Напівмуфта 2 може переміщуватись по шліцах вздовж валу, а напівмуфта 1 жорстко з'єднана з валом.

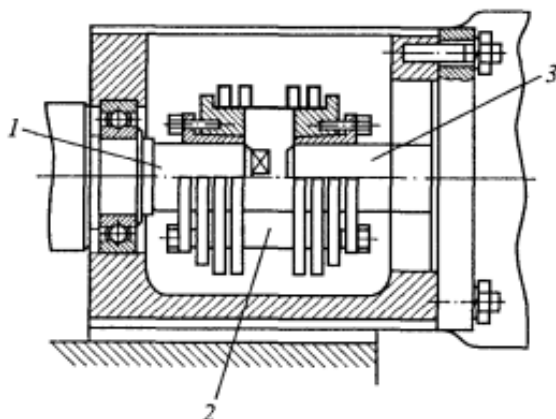


Рис. 3.36

З метою зменшення зношення механізмів включення, напівмуфту, що переміщується, розміщують на веденому валу. Якщо з'єднувати два вали, то кулачкові муфти потребують точного центрування, яке може досягатись кільце, що центрується. Зазвичай ці муфти застосовуються для з'єднання валу і шестерні, що сидить на цьому валу (як показано на рис. 3.37) і центрування деталей, що з'єднуються, забезпечено. Дуже часто напівмуфту 2 замінюють кулачками на торці шестерні чи іншої деталі, що з'єднується з валом. Для кулачкових муфт є характерним відсутність проковзування та малі габаритні розміри. До недоліків відносять – неможливість включення на швидкому ході. Включення відбувається з ударом навіть при включенні на тихому ході зі швидкостями меншими за 1 м/с.

Фрикційні муфти зчеплення передають крутний момент за рахунок сил тертя, забезпечуючи плавне з'єднання ведучого і веденого валів. Це дозволяє уникнути динамічних навантажень та шуму при запуску, а в транспортних машинах, неприємних для людини, великих прискорень.

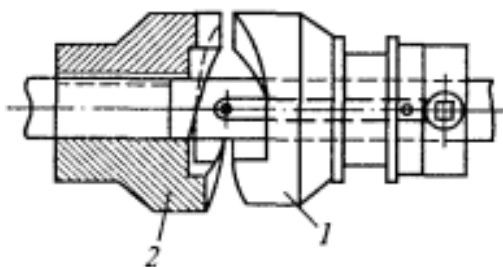


Рис. 3.37

Крім цього, фрикційні муфти служать запобіжним пристроєм. За формою робочих поверхонь фрикційні муфти поділяють на *дискові, конусні і циліндричні* (з колодками, що розсуваються).

Муфти зчеплення *електричні, гідравлічні і пневматичні* – є також фрикційними муфтами, але керовані не механічно (через систему важелів), а за допомогою електричної енергії, гідравліки або пневматики.

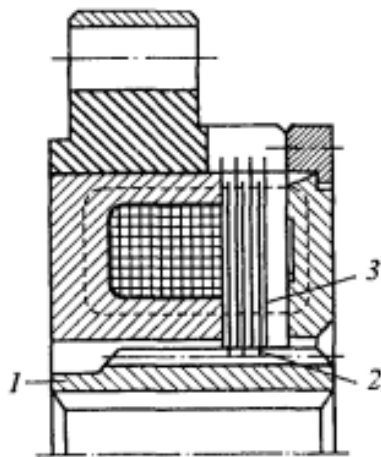


Рис. 3.38

На рис. 3.38 зображена електрична керована муфта. Але у цієї муфти інше функціональне призначення – не передавати крутний момент, а, навпаки, зупиняти обертовий рух, тобто вона виконує роль гальма. При включенні електричного струму нерухомий пакет магнітопровідних дисків 3 пригальмовує пакет 2, що кріпиться до зубчастого колеса 1, і воно зупиняється.

Автоматичні (самодіючі) муфти спрацьовують у визначених умовах без втручання оператора. До них відносяться: а) *обгінні муфти*, які передають момент в одному напрямку і допускають вільне відносно обертання в протилежному. Тому їх називають муфтами вільного ходу. Термін «обгінна муфта» виник в зв'язку з тим, що вони допускають обгін ведучого валу веденим, якщо останній отримує прискорення від іншого кінематичного ланцюга; б) *відцентрові муфти* служать для автоматичного з'єднання (чи роз'єднання) валів при досягненні ведучим валом заданої частоти обертання. Ці муфти є самокерованими по швидкості; в) *запобіжні муфти*, які виконують функцію запобіжної ланки при перевантаженні машини чи окремих її механізмів. За принципом роботи запобіжні муфти поділяють на муфти з *елементом, що руйнується, пружно-кулачкові, фрикційні*.

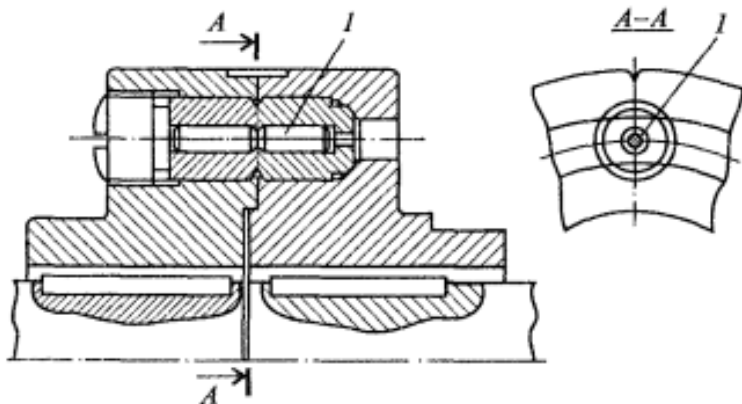


Рис. 3.39

Запобіжні муфти з елементом, що руйнується. Їх застосовують при різких перевантаженнях. Недолік – необхідність заміни запобіжного елемента. Із муфт цього типу в основному застосовують муфти із штифтами, що зрізуються 1 (рис. 3.39).

Штифти зазвичай виготовляють із середньовуглецевих сталей (покращених чи загартованих). В уявних місцях руйнування на штифтах виконується проточка, яка підвищує точність спрацювання, забезпечує виймання штифтів після їх руйнування, а також зменшує небезпеку пошкодження торцевої поверхні муфт.

Штифти необхідно встановлювати у втулки, що загартовані до високої твердості, для запобігання пошкодження їх поверхонь. Розташовують штифти в зручних, для їх заміни, місцях.

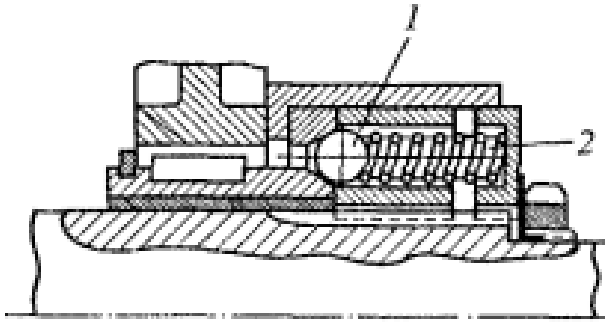


Рис. 3.40

Пружинно-кулачкові запобіжні муфти широко застосовуються при невеликих швидкостях та моментах, що застосовуються. Вони забезпечують високу точність спрацювання, оскільки пружні властивості пружин досить стабільні. При високих швидкостях ці муфти не застосовують. В пружно-кулачкових муфтах кулачки можуть бути замінені кульками 1 (рис.3.40). такі пружно-кулькові муфти мають переваги: вони є більш технологічними, мають менше зношення і на кожную кульку в конструкції можна поставити окрему пружину 2, що підвищує рівномірність навантажень. Такі муфти отримали широке застосування серед пружно- кулачкових муфт.

Фрикційні запобіжні муфти використовують при частих короткочасних навантаженнях в основному ударного типу. Їх виготовляють дисковими чи конусними; за конструкцією вони є аналогічними фрикційним муфтам, відрізняються лише відсутністю механізму керування.

3.12. Механічні передачі

Загальні відомості про передачі. Механічними передачами або просто передачами називають механізми, які служать для

передачі механічної енергії на відстань, як правило, зі зміною швидкостей і моментів, а іноді і з перетворенням видів і законів руху.

Незалежно від типу та конструкції в будь-якій механічній передачі можна виділити два вали, які називають у напрямку передачі потужності **вхідним** (ведучим) та **вихідним** (веденим) (рис. 3.41).

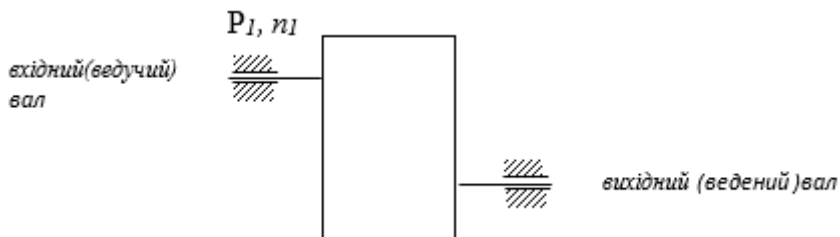


Рис. 3.41

В машинобудуванні широко застосовують різні передачі. В таких машинах, як автомобіль чи металорізальний верстат, налічується по декілька десятків зубчастих передач, а світовий випуск зубчастих коліс налічується мільйонними тиражами штук за добу.

За принципом роботи передачі поділяють на:

на передачі тертям з безпосереднім контактом тіл кочення (фрикційні) і з гнучким зв'язком (пасові);

передачі зачепленням з безпосереднім контактом (зубчасті і черв'ячні) і з гнучким зв'язком (ланцюгові).

Наряду з механічними передачами широко застосовуються гідравлічні, пневматичні та електричні передачі. Ми будемо розглядати тільки механічні передачі.

Фрикційні передачі – це передачі, в яких рух від ведучого тіла до веденого передається *силами тертя*. На рис. 3.41, а показана найпростіша фрикційна передача. Ведучий диск 1 притискається силою Q до торцевої поверхні диску 2. При обертанні диска 1 в точці M виникає сила тертя $F_{тр} = f_{тр}Q$, яка приводить в обертний рух ведений диск 2. Можна визначити, з якою кутовою швидкістю буде обертатись ведений диск. Відомо,

що передавальне відношення визначається відношенням кутових швидкостей веденої ланки до ведучої. Для заданої передачі воно буде визначатись наступним чином:

$$i = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{V_M}{r_2} \div \frac{V_M}{r_1} = \frac{r_1}{r_2}; \text{ тобто } i = \frac{r_{\text{ведучої}}}{r_{\text{веденої}}}.$$

Як наслідок, кутова швидкість веденої ланки $\omega_2 = i\omega_1 = \omega_1 \frac{r_1}{r_2}$.

Якщо диску 1 надати поступальне переміщення вздовж осі N – N, то у веденого диска 2 буде безступінчасто змінюватись кутова швидкість, оскільки радіус r_2 може змінювати своє значення від 0 до R.

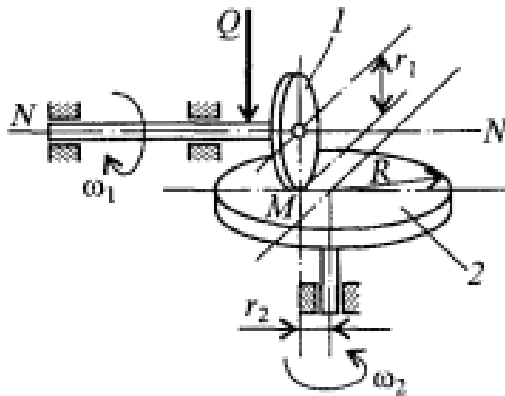


Рис. 3.41, а

Такі фрикційні передачі, які дозволяють безступінчасто змінювати частоту обертання веденої ланки, називають *варіаторами*.

Найбільший діапазон регулювання частот обертання $D = n_{\text{max}}/n_{\text{min}}$:

у лобових варіаторів – 3...4,

у торцевих і конусно–шківних – 8...10.

Переваги фрикційних передач: простота тіл кочення; безступінчасте регулювання швидкості; можливість зміни швидкості веденої ланки без зупинки ведучої, що є важливим в приводах металорізальних верстатів; низька вартість виготовлення в силу простоти конструкції.

Недоліки: неможливість (на відміну від зубчастих зачеплень) отримання точних передаточних відношень; підвищене зношення; необхідність спеціальних притискних пристроїв (чого не вимагають зубчасті передачі); великі навантаження на підшипники. В силу вказаних недоліків використання варіаторів в машинобудуванні є обмеженим. Вони використовуються в гвинтових пресах, приладах, приводах головного руху деяких верстатів (наприклад, мод. 1810 – токарно-затилувальний верстат).

Пасова передача (рис. 3.42, а, б) широко застосовується для передачі руху між віддаленими один від одного валами. Вона здійснюється за допомогою шківів 2, закріплених на валах, і одітих на ці шківви одного плоского 1 або декількох клинових пасів 3. Першу називають плоскопасовою, а другу – клинопасовою передачею.

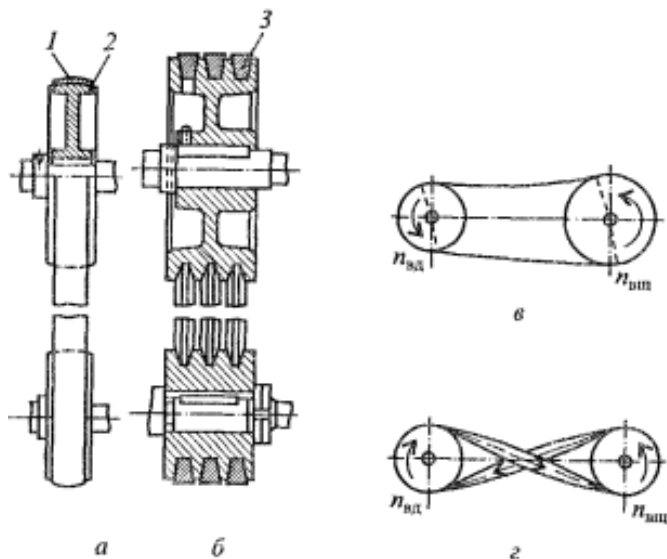


Рис. 3.42

Перевагами пасових передач є: можливість здійснювати передачі на значних відстанях; еластичність приводу, що зм'якшує коливання та навантаження та запобігає від значних

перевантажень (за рахунок проковзування); плавність ходу і безшумність роботи.

До недоліків відносять: великі габарити; непостійність передавального відношення (із-за проковзування пасу на шківах); великий тиск на шківи та опори.

Плоскі паси виготовляють із шкіри, бавовняних та просочених гумою тканин. Для створення замкненого гнучкого зв'язку їх зшивають. Клинові паси виготовляють замкнутими – суцільними визначеної довжини. Такі паси забезпечують добрий контакт зі шківом в жолобі і плавну, без ударів, передачу.

Передача зусиль забезпечується тільки при нормально натягнутих пасах. Для цього паси періодично перешивають або встановлюють спеціальні пристрої, які регулюють натяг пасів.

Плоскопасова передача буває відкритою (рис. 3.42, в), напрямок обертання веденого валу співпадає з напрямком обертання ведучого шківа, і перехресна (рис. 3.42, г), що змінює напрямок обертання веденого валу на зворотній. На поздовжньо-стругальних верстатах деяких типів використовують відкриту і перехресну пасові передачі.

Внаслідок неминучого ковзання колова швидкість на веденому валу V_2 менша швидкості V_1 на ведучому валу: $V_2 = (1 - \xi)V_1$.

Звідси передаточне відношення

$$i = \frac{n_{\text{веден}}}{n_{\text{ведуч}}} = \frac{\omega_{\text{веден}}}{\omega_{\text{ведуч}}} = \frac{(1-\xi)V_1 \cdot 2}{d_2} \div \frac{V_1 \cdot 2}{d_1} = \frac{(1-\xi)d_1}{d_2}; \text{ тобто } i = \frac{d_1}{d_2} (1 - \xi).$$

В довідниках наводяться наступні значення відносного ковзання ξ :

просочені гумою, текстильні і синтетичні паси - 0,01;

шкіряні паси – 0,015;

корднотканинні клинові паси – 0,2;

кордошнурові клинові паси – 0,01.

Зубчаста передача є механізмом, який за допомогою зубчастого зачеплення передає або перетворює рух із зміною кутових швидкостей і моментів.

Тут нами будуть розглянуті зубчасті передачі, що складаються із циліндричних (рис. 3.43, *а*) і конічних (рис. 3.43, *б*) зубчастих коліс. Зубчасті передачі, в яких перетворюється обертовий рух в поступальний і навпаки, будуть розглянуті нижче.

Для передачі обертового руху між паралельними валами використовують циліндричні зубчасті колеса (рис. 3.43, *в – д*). для перетворення і передачі обертового руху між валами, осі яких перетинаються, використовують конічні зубчасті колеса (рис. 3.43, *б*), а між осями, що перехрещуються – зубчастогвинтові (рис. 3.43, *д*).

В порівнянні з розглянутими вище *зубчасті передачі мають суттєві переваги*: малі габарити; надійні в роботі; довговічні; високий ККД; постійне передавальне відношення; великий крутний момент, що передається. Крім цього, вони можуть бути застосовані в широкому діапазоні швидкостей і моментів.

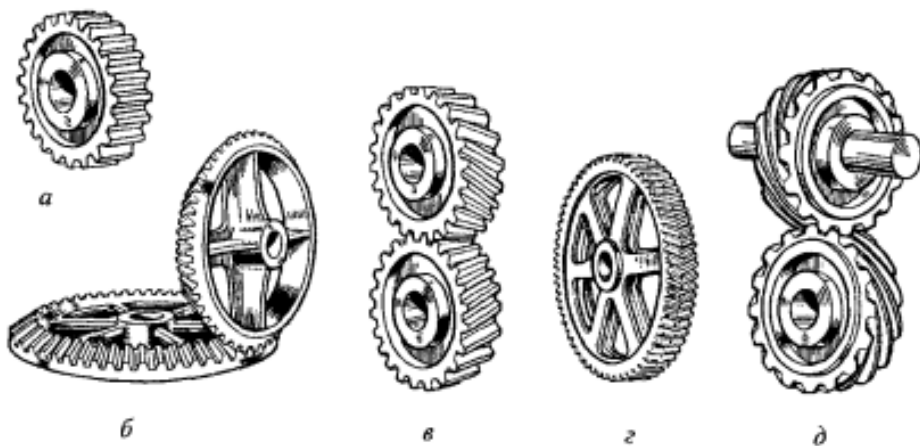


Рис. 3.43

До *недоліків* можна віднести: шум; ступінчастість регулювання швидкостей; неможливість переключати швидкості на ходу.

Основні елементи зубчастого колеса. Основною кінематичною умовою, яку повинен задовольняти профіль зубів, є постійність миттєвого передавального відношення. Профіль зубів повинен забезпечувати малі швидкості ковзання, щоб передача мала високий ККД, міцність і довговічність. Профіль повинен допускати легке виготовлення (нарізування одним інструментом незалежно від числа зубів). Цим всім умовам задовольняє евольвентне зачеплення, яке широко застосовується в машинобудуванні. Елементи евольвентних зубчастих коліс стандартизовані.

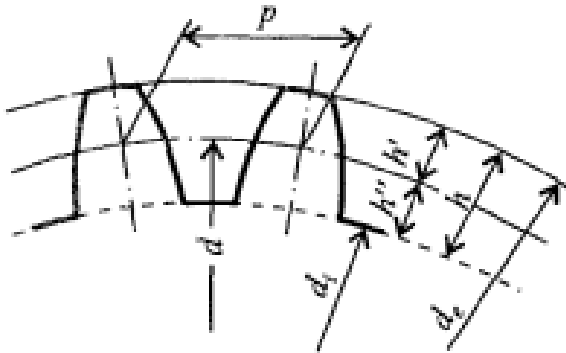


Рис. 3.44

За основний параметр приймається модуль зубів m – величина, пропорційна кроку p по ділильному циліндру: $m = \frac{p}{\pi}$.

В загальному випадку, в тому числі і для косозубих коліс розглядають колові кроки p_t і нормальні p_n :

$$p_n = p_t \cos \beta,$$

де β – кут нахилу зубів по ділильному циліндру. Для прямозубих коліс $\beta = 0$, як наслідок, $p_n = p_t = p$, тобто коловий та нормальний кроки співпадають. Вимірюють крок по ділильному колу (рис. 3.44) і визначають діленням довжини цього кола на число зубів z :

$$p = \pi d / z.$$

Знаючи, що $m = p/\pi$, можна виразити діаметр ділильного кола через модуль зубів:

$$d = mz.$$

Висота зуба h складається із головки $h' = m$ і ніжки $h'' = 1,25m$. Звідси висота зуба

$$h = h' + h'' = 2,25m.$$

Враховавши ці залежності, запишемо формулу для визначення діаметру кола виступів зубів

$$d_e = m(z + 2)$$

і впадин

$$d_i = m(z - 2,5).$$

Відстань між центрами двох зубчастих коліс (рис. 3.45), що знаходяться в зачепленні, визначається наступним чином:

$$A = \frac{d_1}{2} + \frac{d_2}{2} = \frac{mz_1}{2} + \frac{mz_2}{2} = m \frac{z_1 + z_2}{2},$$

де z_1 і z_2 – числа зубів цих коліс; $m_1 = m_2 = m$, оскільки в зачепленні можуть бути зубчасті колеса тільки одного модулю.

Передавальне відношення знайдемо виходячи з умови відсутності проковзування в точці контакту профілів зубів, тобто рівності колових швидкостей $V_1 = V_2$. Нехай кутова швидкість ведучого колеса дорівнює ω_1 , а веденого - ω_2 .

Тоді $V_1 = \omega_1 \frac{d_1}{2} = \frac{\omega_1 m_1 z_1}{2}$; $V_2 = \omega_2 \frac{d_2}{2} = \frac{\omega_2 m_2 z_2}{2}$. Враховуючи, що $m_1 = m_2$, отримуємо $\frac{\omega_1 m_1 z_1}{2} = \frac{\omega_2 m_2 z_2}{2}$ або $\omega_1 z_1 = \omega_2 z_2$. Звідси передавальне відношення буде дорівнювати

$$i = \frac{\omega_{\text{веденої}}}{\omega_{\text{ведучої}}} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{z_1}{z_2},$$

тобто передавальне відношення зубчастої передачі дорівнює відношенню чисел зубів ведучого колеса до числа зубів веденого.

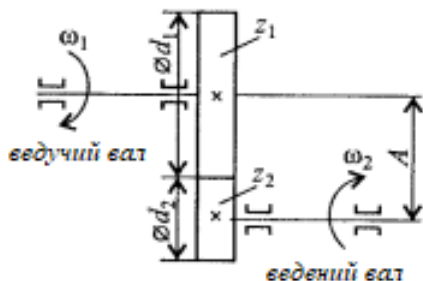


Рис. 3.45

Матеріали для виготовлення зубчастих коліс. Для тихохідних передач переважно крупногабаритних і відкритих передач, використовуються чавуни. Вони відносно добре чинять опір заїданню, тому можуть працювати при поганому мащенні. Використовують сірі чавуни СЧ 21, СЧ 24, модифіковані чавуни СЧ 28, СЧ 32, СЧ 36, а також високоміцні магнієві чавуни з кулькоподібним графітом.

Для великих діаметрів використовують сталіне литво (сталі 35Л – 50Л), а також ливарні марганцевисті і низьколеговані сталі 40ХЛ, 30ХГСЛ, 50Г2.

В молонавантажених передачах використовують пластмасові зубчасті колеса в парі з металевими; вони безшумні в роботі, хімічно стійкі та забезпечують самозмащення. Зубчасті колеса виготовляють із текстоліту, дерев'яно-шаровидних пластиків, капрону, капролону, поліформальдегіду.

Для середньо навантажених коліс, особливо в машинобудуванні використовують сталі 40Х, 40ХН з поверхневим гартуванням струмами високої частоти.

В масовому і крупносерійному виробництві застосовують зубчасті колеса високої точності, які оздоблювальним операціям піддають після термічної обробки.

Для відповідальних зубчастих коліс, особливо тих, що працюють з перевантаженнями та ударними навантаженнями, рекомендується використовувати хромонікелеві сталі марок

12ХН3А, 18Х2Н4МА, 20Х2Н4А і безнікелеві сталі 18ХГТ, 25ХГТ і 15ХФ з послідовними цементацією і гартуванням.

Черв'ячна передача (рис. 3.46) складається із *черв'яка*, тобто гвинта з трапецеїдальною різьбою, і зубчастого (черв'ячного) колеса.

Основні елементи черв'ячного колеса такі ж, як у циліндричного зубчастого колеса. Відмінність полягає в тому, що в черв'ячного колеса початковий контакт відбувається не в точці, а по лінії. Зубці черв'ячних коліс мають дугову форму, що отримується в результаті взаємного обгинання з витками черв'яка. Вісь черв'ячного колеса перпендикулярна до осі черв'яка, тому черв'ячні передачі мають характерні риси зубчастих і гвинтових передач. Винахід черв'ячних передач приписують Архімеду.

Черв'ячна передача дає можливість отримувати дуже малі передавальні відношення (наприклад, 1:400, 1:500, а в приводах столів великого діаметру верстатів зустрічаються 1:1000).

Передавальні відношення черв'ячної передачі розраховують за формулою $i = k/z$, де k – число заходів черв'яка; z – число зубців черв'ячного колеса.

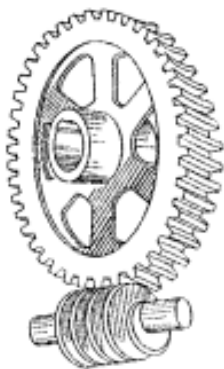


Рис. 3.46

Недоліком черв'ячної передачі є низький ККД, *перевагою* – компактність, безшумність, плавність ходу, великий коефіцієнт редукції. Широке використання черв'ячні передачі мають в

підйомно-транспортних машинах, металорізальних верстатах, автомобілях.

Матеріали вибирають з урахуванням особливостей роботи черв'ячної пари. В порівнянні з зубчастими черв'ячні передачі мають великі швидкості ковзання в контактній зоні і несприятливі умови для гідродинамічного мащення. Для зменшення зношення зазвичай черв'ячне колесо виготовляється із антифрикційного матеріалу (відносно м'якого), а черв'як – із твердих матеріалів. В силових передачах використовують черв'яки із сталей, термічно оброблених до значної твердості. Найкращу зносостійкість передач забезпечують черв'яки із сталей, що піддають цементації, марок 20Х, 12ХН3А, 18ХГТ, 15ХФ, що мають твердість після гартування HRC 56...63. Широко застосовуються черв'яки із середньо вуглецевої сталі марок 45, 40Х, 40ХН, 35ХГСА з поверхневим чи об'ємним гартуванням до твердості HRC 45...55, після чого черв'як шліфують і полірують. Для виготовлення черв'яків використовують також азотовані сталі 38Х2МЮА, 38Х2Ю та інші, що потребують тільки полірування.

Для передач з колесами дуже великих діаметрів доцільно використовувати бронзові черв'яки, при цьому черв'ячні колеса виготовляють із чавуну.

При високих швидкостях ковзання (від 5 до 25м/с) і тривалій роботі без перерви вінець черв'ячного колеса виконується із олов'янистої бронзи БрОФ 10-1, олов'яно-нікелевої бронзи БрОНФ 10-1-1, а також із сурм'яно-нікелевої бронзи.

Для тихохідних передач використовують алюмінієво-залізнi бронзи БрАЖ 9-4. При цьому черв'як повинен обов'язково мати високу твердість, не нижче HRC 45.

Ланцюгові передачі

Загальні відомості. Ланцюгові передачі, як і пасові, використовуються для передач між валами, віддаленими один від одного. Ланцюгова передача складається (рис. 3.47) із ведучої 1 і веденої 2 зірочок та ланцюга 3, який обхвачує їх та входить з

ними в зачеплення. Крім врахованих елементів ці передачі включають натяжні та мастильні пристрої.

Ланцюгові передачі широко використовуються в транспортних машинах (мотоциклах, велосипедах, автомобілях, транспортерах), сільськогосподарських машинах, в металорізальних верстатах. Для ланцюгових передач в основному використовують ланцюги двох конструкцій: втулко-роликові (рис. 3.48, а) і безшумні (рис. 3.48, б); останні рекомендуються для передачі великих крутних моментів.

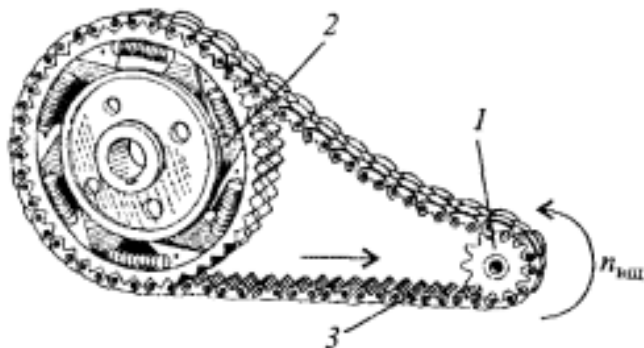


Рис. 3.47

Переваги ланцюгових передач: можливість передавати рух на віддалені один від одного вали; менші ніж у пасових передач, габаритні розміри; високий ККД; можливість передавати обертовий рух декільком зірочкам; малі сили, що діють на вали, оскільки відсутні перш початкові натяжні пристрої; відсутність ковзання; можливість легкої заміни ланцюга.

Недоліки: підвищене зношення (працюють в умовах відсутності рідинного тертя); ланцюги розтягуються внаслідок зношення шарнірів, тому в процесі експлуатації приходиться застосовувати натяжні пристрої; при невеликому числі зубців зірочки швидкість обертання привідної зірочки і ланцюга нерівномірна.

Передавальне відношення буде визначатись, як і для зубчастої передачі, за формулою

$$i = \frac{z_1}{z_2},$$

де z_1 – число зубів ведучої зірочки; z_2 – число зубів веденої зірочки.

Величина, зворотна передавальному відношенню, називається передавальним числом:

$$u = 1/i.$$

Передавальне число обмежується допустимими габаритними розмірами, кутами охопчування та числами зубців зірочок; зазвичай воно буває менше 7. В окремих випадках, якщо дозволяють габаритні розміри, в тихохідних передачах допускається брати передавальне число до 10.

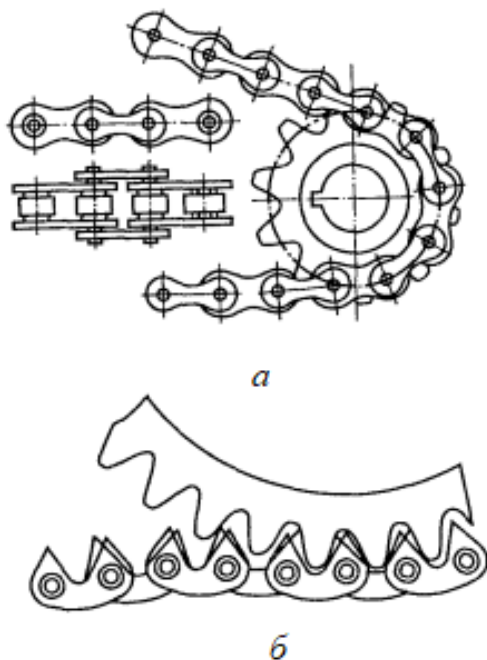


Рис. 3.48

Числа зубців зірочок. Мінімальне число зубців обмежується зношенням шарнірів, динамічними навантаженнями і шумом передач. Чим менше число зубців зірочки, тим більше зношення,

оскільки кут повороту ланки ланцюга при набіганні на зірочку та збіганні з неї дорівнює $360^\circ/z$.

Зі зменшенням числа зубців зростає нерівномірність швидкості руху ланцюга і швидкість удару ланцюга об зірочку. Мінімальне число зубців зірочки в силових передачах роликowymi ланцюгами наступне:

при максимальних частотах обертання $z_{1min} = 19 \dots 23$;

при середніх $z_{1min} = 17 \dots 19$;

при низьких $z_{1min} = 13 \dots 15$.

Максимальне число зубців зірочок для роликowych ланцюгів обирають рівним $100 \dots 120$, а для зубчастих – $120 \dots 140$.

Максимальну міжосьову відстань визначають за умови, при якій кут охопту ланцюгом малої зірочки повинен бути не меншим 120° :

при $u \leq 3$

$$A_{min} = (D_1 + D_2)/2 + (30 \dots 50);$$

при $u > 3$

$$A_{min} = \frac{D_1 + D_2}{2} \cdot \frac{9 + u}{10},$$

де D_1 і D_2 – зовнішні діаметри зірочок.

Оптимальні міжосьові відстані

$$A = (30 \dots 50)p,$$

де p – крок ланцюга.

Крок ланцюга (відстань між його ланками) є основним параметром ланцюгової передачі; зазвичай $A/80 \leq p \leq A/25$.

За попередньо вибраними відстані A , кроку p і числом зубів зірочок визначають необхідне число ланок ланцюга W :

$$W = \frac{z_1 + z_2}{2} + \frac{2A}{p} + \frac{(z_2 - z_1)^2}{2\pi} \cdot \frac{p}{A}.$$

Належить відмітити, що ця формула є наближеною.

Матеріали ланцюгів. Пластини виготовляють із холоднокатаної стрічки, що виготовляється із сталей марок 45, 50,

40X, 40XH, 30XH3A. в залежності від призначення пластини гартують до твердості HRC 50...65.

В шарнірах роликів ланцюгів для роботи без мащення використовують пластмаси.

Ресурс ланцюгів в стаціонарних машинах повинен складати не менше 3...5 тис. годин роботи.

Передача гвинт-гайка ковзання призначена для перетворення обертового руху в прямолінійний поступальний. Ці передачі забезпечують великий виграш в силі, можливість отримання повільного руху, велику несучу здатність при малих габаритних розмірах, можливість досягнення високої точності переміщення виконавчого органу, жорстко зв'язаного з гайкою, та повороту конструкції.

До недоліків можна віднести великі втрати на тертя, низький ККД, неможливість використання на великих швидкостях переміщень. Швидкість ковзання профілів різьби гвинта відносно профілів гайки в 10...40 разів перевищує швидкість осьового переміщення вузла, жорстко закріпленого з гайкою.

Область використання передач гвинт-гайка ковзання: підняття вантажів (домкрати); створення навантажень у випробувальних машинах; механічна обробка на металорізальних верстатах і гвинтових пресах; управління виконавчими органами рулів літаків; точний поділ переміщень у вимірювальних та ділильних машинах в металорізальних верстатах; установочні переміщення для налаштування та регулювання машин.

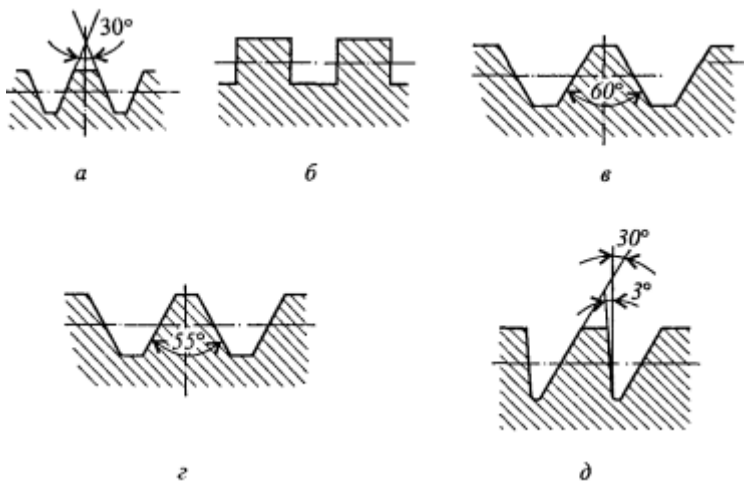


Рис. 3.49

На відміну від різьб кріплення, в ходових та силових гвинтах потрібно мати найменші втрати на тертя. Тому використовуються різьби з малими кутами профілю, частіше за все трапецеїдальні (рис. 3.49, а), причому основне застосування має різьба з середніми кроками. Дрібну різьбу використовують для переміщень підвищеної точності та відносно повільних переміщень. Крупну різьбу застосовують у важких (по зношенню) умовах роботи.

Прямокутні різьби (рис. 3.49, б) застосовуються для здійснення дуже точних переміщень, оскільки втрати на тертя із всіх типів різьб (рис. 3,49, а – д) у прямокутних найменші, а крім цього, у цьому профілі найменший вплив невідворотного радіального биття на точність переміщення гайки, як наслідок, і виконавчого механізму.

Недоліком прямокутної різьби є трудність виготовлення – неможливість кінцевої обробки шліфуванням, чим обмежується її застосування.

В різьбах кріплення (в різьбових з'єднаннях) частіш за все використовують **метричні** (рис.3.49, в) і **дюймові** (рис. 3.49, г) різьби.

Для точних гвинтів ділильних та вимірювальних машин застосовують **трикутні** різьби з кутом профілю 30° і навіть 60° , які можна виготовити з малими кроками.

Для гвинтів, що піддаються великим одностороннім осьовим навантаженням (в пресах, натискних пристроях прокатних станів), застосовують **упорну різьбу** (рис. 3.49, д).

Матеріали гвинтів повинні мати високу зносостійкість і добру оброблюваність; гвинти, що піддаються великим навантаженням, виготовляють із високоміцних матеріалів.

Гвинти, що не гартують, виготовляють із сталей марок 45, 50 або А45, А50 і А40Г (з вмістом свинцю 0,15...0,50%); ті, що піддають гартуванню – із сталей марок 65Г, 40Х; ті, що піддають азотуванню – із сталей марок 40ХФА, 18ХГТ. Азотування забезпечує високу зносостійкість і мінімальне демпфірування при зміцненні (див. розд. 4). Тому для ходових гвинтів металорізальних верстатів рекомендують застосовувати азотування.

Матеріали гайок – бронзи олов'янисті (БрОФ 10-1, БрОЦС 6-6-3) і цинковий сплав ЦАМ 10-5; при малих швидкостях та навантаженнях – чавун. Гайки великих і середніх діаметрів заливають антифрикційним сплавом.

Конструктивні особливості гвинта і гайки. Конструкції гвинтів повинні задовольняти загальним вимогам, що ставляться до валів: не мати різких переходів діаметрів, бортиків великого діаметру, щоб не перетворювати в стружку метал і т.п. Довгі гвинти виконують составними, їх установлюють на двох опорах (короткі установлюють на одній, другою опорою служить гайка). Один кінець ходового гвинта зазвичай фіксується в опорі, що дозволяє сприймати осьові зусилля.

Гайки ходового гвинта виконуються як суцільними так і роз'ємними; їх умовні позначення наведені в табл. 3.1. В прецизійних металорізальних верстатах здійснюють безлюфтову передачу «гвинт-гайка ковзання». Це досягається використанням здвоєних гайок, розташованих в одному корпусі. Вони зміщені одна відносно іншої в осьовому напрямку, тобто поворотом гайок

2 і 4 (рис. 3.50, а) навколо ходового гвинта 1 в протилежних напрямках, після цього їх положення фіксується контргайками 5. Тепер при обертанні ходового гвинта в одному напрямку переміщення супорту 6 буде відбуватись від лівої гайки 2; якщо ж ходовий гвинт змінить напрямок обертання, то права гайка 4 відразу передає рух супорту в протилежному напрямку. В такій конструкції люфт не вибирається, оскільки гайки працюють кожна на свій напрямок. На рис. 3.50, б наглядно показано, як дотикаються профілі лівої і правої гайок з профілями ходового гвинта.

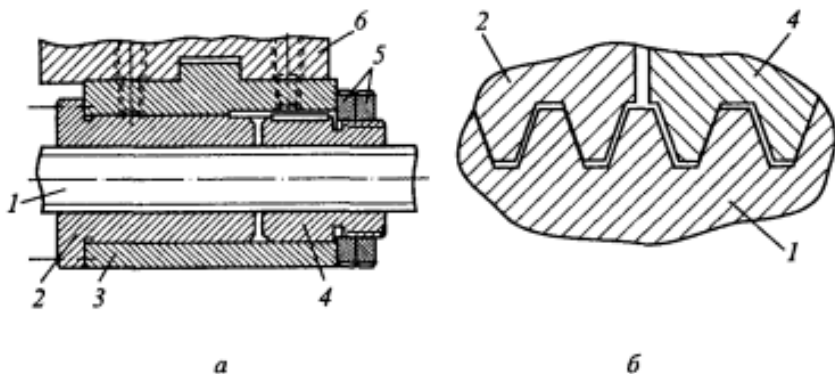


Рис. 3.50

Основною причиною виходу з ладу передачі гвинт-гайка є зношення. Для забезпечення необхідної зносостійкості тиск в різьбі не повинен перевищувати допустиме значення:

$$p = \frac{F}{\pi d_{\text{ср}} h z} \leq [p],$$

де F – розрахункова осьова сила, що діє на гвинт; $d_{\text{ср}}$ – середній діаметр різьби; h – робоча висота профілю (для трапецеїдальної різьби $h = 0,5p_{\text{х.в.}}$; $p_{\text{х.в.}}$ – крок різьби ходового гвинта); z – число витків різьби на висоті гайки $H(z = H/p_{\text{х.в.}})$. Звідси визначається середній діаметр різьби

$$d_{\text{ср}} \geq \sqrt{\frac{2F}{\pi \psi [p]}},$$

де $\psi = H/d_{\text{ср}}$; для суцільних гайок $\psi = 1,2 \dots 2,5$; для роз'ємних гайок $\psi = 2,5 \dots 3,5$. Більші значення ψ приймають для різьб менших діаметрів. Допустимий тиск в різьбі приймають для пар:

загартована сталь – бронза $[p] = 12$ МПа,

незагартована сталь – бронза $[p] = 9$ МПа,

незагартована сталь – чавун $[p] = 5$ МПа.

Тиск в різьбі для точних різьб (ділильні машини) повинен бути в 2 – 3 рази меншим.

Сильно навантажені гвинти перевіряють на міцність при сумісній дії стиску і кручення; еквівалентне напруження повинно бути меншим за допустиме напруження на розтяг:

$$\sigma_{\text{екв}} = \sqrt{(F/S_1)^2 + 3(M_{\text{кр}}/W_p)^2} \leq [\sigma]_p,$$

де $M_{\text{кр}}$ – крутний момент, що скручує гвинт; S_1 і W_p – площа і полярний момент опору перерізу гвинта, які беруться по внутрішньому діаметру різьби.

Допустиме напруження беруть $[\sigma]_p \leq \sigma_T/3$ для запобігання місцевих пластичних деформацій.

Довгі гвинти перевіряють на втрату стійкості по Ейлеру, за розрахункове приймають крайнє положення гайки, коли гвинт піддається стисканню на максимальній довжині:

$$F \leq \frac{\pi^2 E J_{\text{пр}}}{n(\mu l)^2},$$

де μl – приведена довжина; l – відстань між опорами для двохопорних ходових гвинтів, а для коротких гвинтів – ця відстань між опорою і серединою гайки; $n = 2,5 \dots 4,0$ – коефіцієнт безпечності; $J_{\text{пр}} = \frac{\pi d_1^2}{64} \cdot \left(0,4 + 0,6 \frac{d}{d_1}\right)$ – приведений момент інерції; d і d_1 – відповідно зовнішній і внутрішній діаметри різьби; E – модуль пружності 1-го роду.

Передачі гвинт-гайка кочення застосовуються в механізмах, де вимагається плавність переміщення, в системах відслідковування, верстатах з числовим програмним керуванням.

ККД таких передач сягає 0,9. В різьбі може бути вибраний повністю зазор і створений попередній натяг, що забезпечує високу осьову жорсткість. В якості тіл кочення використовують кульки і ролики, але частіше кулькові передачі.

На гвинті та гайці виконується гвинтова канавка (частіше напівкруглого профілю), по якій перекочуються тіла кочення (кульки чи ролики). Діаметр кульки $D_k = 0,6p_{х.г.}$.

При використанні цих передач в машинах точного переміщення не допускається наявність осьового зазору. В цьому випадку передача виконується по аналогії з розглянутою на рис. 3.50 передачею гвинт-гайка ковзання. В єдиному корпусі 5 (рис. 3.51) розміщують дві гайки 2 і 4, що зміщуються одна відносно іншої по гвинтовій лінії це також створює безлюфтову передачу.

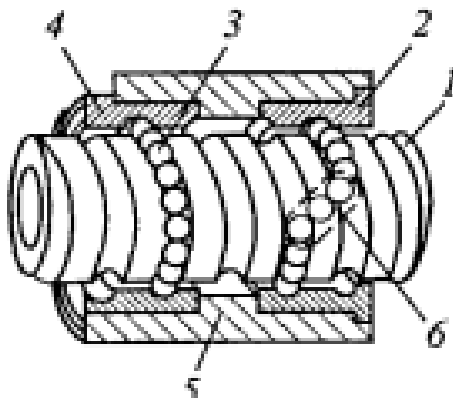


Рис. 3.51

На відміну від гвинтової пари ковзання в цих передачах повинен бути створений попередній натяг: ще до прикладання робочого навантаження в конструкції передачі за допомогою прокладок чи пружин шляхом затягування різьбових з'єднань створюються попередні осьові зусилля. Внаслідок чого тіла кочення 3 замість точкового контакту з доріжкою кочення мають контакт по невеликій поверхні (в силу пружних переміщень під дією прикладених сил). Таким чином підвищують осьову жорсткість передач гвинт-гайка кочення.

В більшості конструкцій кульки в гайці переміщуються по замкненій траєкторії. Каналом повернення служить спеціальна

вставка 6 (див. рис. 3.51), що з'єднує два сусідніх витки гайки, яка заставляє циркулювати кульки тільки в межах одного кроку ходового гвинта 1.

В верстатобудуванні нормалізовані кулькові пари гвинт-гайка виготовляються на спеціалізованих заводах.

Допустиме статичне навантаження розраховують виходячи із допустимих пружних контактних напружень $\sigma_k = 0,25 \dots 0,30$ МПа.

Допустимі навантаження на одну кульку при напруженні $\sigma_k = 0,25$ МПа $[F_1] = 20d_k^2 H$, де d_k – діаметр кульки, мм. Загальне допустиме осьове статичне навантаження на гвинт

$$[F] = z_p [F_1] \sin \alpha \cos \psi,$$

де $z_p = 0,7z$ – розрахункове число кульок; z – число кульок, що знаходяться в контакті, тобто тільки в одній з гайок – лівій чи правій; α – кут контакту кульки, зазвичай $\alpha = 45^\circ$; ψ – кут підйому гвинтової лінії різьби ($\psi = 2 \dots 5^\circ$).

Так розраховують навантаження, що допускається на гвинт для тихохідних передач. Якщо ж загальне число навантажень $N > 10^7$, то навантаження знижують, помноживши його на коефіцієнт $\sqrt[3]{10^7/N}$.

Матеріали для кулькових гвинтових передач: гвинти виготовляються із сталей ХВГ і 7ХГ2ВМ з об'ємним гартуванням, 8ХВ з гартуванням при індукційному нагріві і 20Х3МВФ з азотуванням. Для гайок використовують сталі 18ХГТ, 12ХНЗА. робочі поверхні загартовують до твердості HRC 60 і вище.

Рейкова передача, як і передача гвинт-гайка, служить для перетворення обертового руху в поступальний прямолінійний і навпаки. Рейкова передача (рис. 3.52) складається із зубчастого колеса 1 і зубчастої рейки 2. Рейка являє собою приватний випадок зубчастого колеса, коли радіус колеса збільшується до безкінечності. При цьому колесо перетворюється в рейку, а евольвентний профіль зуба – в прямолінійний. При збільшенні числа зубців не корегованого колеса до безкінечності отримується так звана основна рейка, що окреслюється вихідним контуром. Основна рейка повністю визначає профілі зубців всіх коліс

нормального зачеплення параметри вихідного контуру (рис. 3.53) стандартизовані; кут профілю $\alpha=20^\circ$, глибина заходу зубців в рейку $h_{\text{зуб}} = 2m$, радіальний зазор між зубцями в циліндричних передачах $c = 0,25m$ (при нарізуванні довб'яками – до $0,35m$), радіус викружки при корні зубця для циліндричних коліс $r = 0,4m$ (m – нормальний модуль).

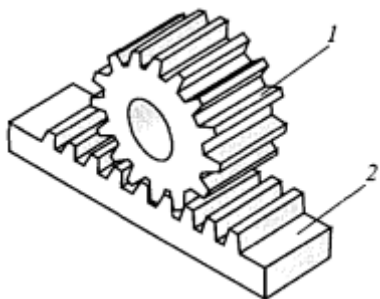


Рис. 3.52

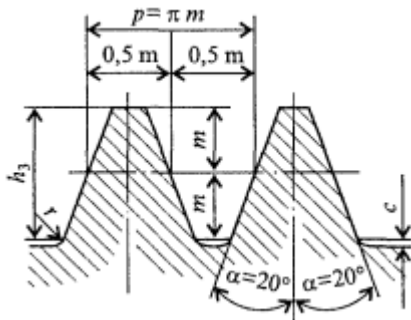


Рис. 3.53

Рейкова передача може бути виконана як з прямозубим так і косозубим зачепленням колеса з рейкою. За один оберт прямозубого колеса з числом зубців z рейка переміститься на $H_1 = pz = \pi m z$, а за n об/хв зубчастого колеса – на $H = \pi m z n$.

Рейкові передачі дуже часто застосовують в металорізальних верстатах, наприклад в токарних, для здійснення руху поздовжньої подачі супорту з різцем відносно заготовки, що оброблюється. В більш крупних верстатах, таких як поздовжньо-стругальні, необхідно передавати великі зусилля. Там використовується черв'ячно-рейкова передача. На рис.3.54 показаний вид знизу на стіл поздовжньо-стругального верстату; до стола 3 нерухомо кріпляться рейки 2. Обертний рух черв'яків 2 перетворюється в поступальне переміщення рейки, як наслідок, і стола із заготовкою, що оброблюється на ньому. Переміщення рейки (як наслідок, і стола) за один оберт черв'яка з числом заходів z буде дорівнювати $H_1 = \pi m z$. Зазвичай в таких передачах число заходів черв'яка може становити $z = 8 \dots 10$.

Для зменшення тертя в парі черв'як-рейка між профілями їх зубців подається під тиском тонкий шар мастила. Такі

гідростатичні черв'ячно-рейкові передачі використовуються в приводах подач важких верстатів. На рис. 3.55 показано пристрій гідростатичної черв'ячно-рейкової передачі багатифункціонального верстату моделі 6620МФ4. За допомогою гідророзподільника в канали черв'яка 1 від насосів 3 під тиском подається мастило. Воно створює масляний шар між зубцями черв'яка і рейки, зубці 2 якої армовані пластмасою. В осьові зазори з'єднання мастило нагнітається насосами 4. Всі насоси мають один загальний привід від електродвигуна 5.

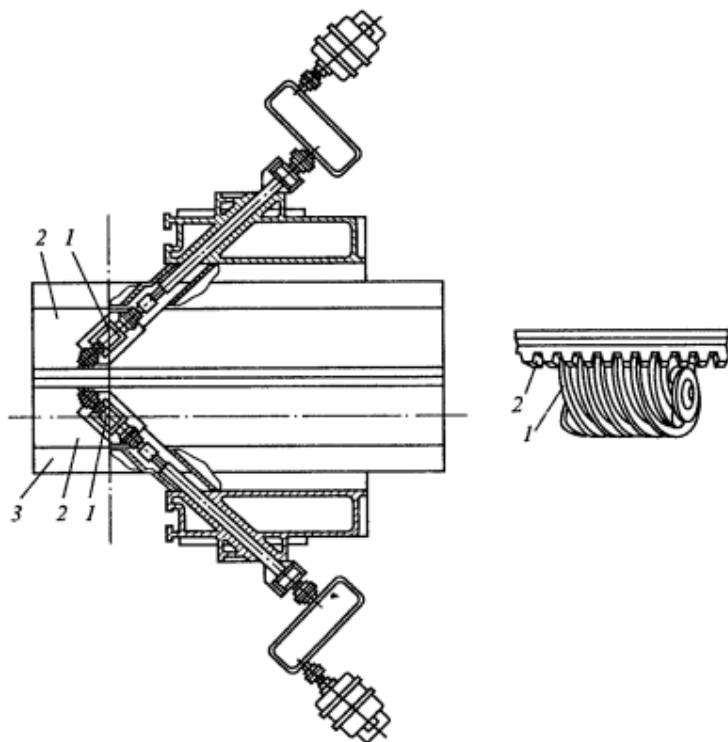


Рис. 3.54

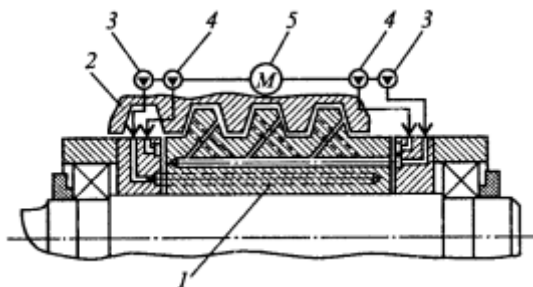


Рис. 3.55

3.13. Кривошипно-шатунні механізми

Вище нами були розглянуті механізми, що перетворюють обертовий рух в поступальний. При цьому забезпечувалась постійна швидкість переміщення робочих органів.

Кривошипно-шатунні механізми (рис.) також призначені для перетворення обертового руху в поступальний, але вони забезпечують переміщення за визначеним законом руху. В цьому випадку швидкість робочого органу не залишається постійною під час його руху. В цьому є свої переваги: при зміні напрямку швидкості не виникає ударів і великих навантажень, оскільки до моменту реверсу руху швидкість робочого органу поступово падає, наближаючись до нуля. Крім цього, зворотно-поступальний рух в кривошипно-шатунних механізмах здійснюється без використання додаткових реверсивних механізмів.

Кривошипно-шатунні механізми набули широкого застосування: в поршневих двигунах, насосах, компресорах, верстатах з прямолінійним рухом різання.

3.14. Кулісні механізми

Кривошипно-кулісний механізм (в подальшому буде скорочено називатись **кулісним механізмом**) служить для перетворення обертового руху в поступальний. Існує сім різних схем кулісних механізмів. В одних куліса *гойдається*, в інших – *обертається нерівномірно*, в третіх – *обертається рівномірно* і т. д. Існують конструкції кулісних механізмів з двома

поступальними парами, причому сама куліса переміщується поступально. Найбільше поширення отримали кулісні механізми з кулісою, що гойдається (в приводі поперечно-стругальних верстатів).

На рис. 3.56 представлена схема приводу з кулісою, що гойдається. Кулісне колесо 1 отримує обертовий рух від ведучого колеса $Z_{\text{ведуче}}$. На кулісному колесі закріплений палець 2 з одітим на нього комнем 3. Камінь встановлений в прорізь куліси 4 і може ковзати вздовж прорізі. Верхній кінець куліси через сергу 5 зв'язаний з повзуном 6.

Довжина ходу повзуна L залежить від амплітуди гойдання куліси. Її можна регулювати зміною радіусу R обертання пальця 2. У випадку, коли $A > R$, куліса гойдається і при $R/A \leq 0,5$ кут гойдання $2\alpha = 60^\circ$; якщо $A < R$, то куліса обертається нерівномірно; при $A = R$ куліса рівномірно обертається.

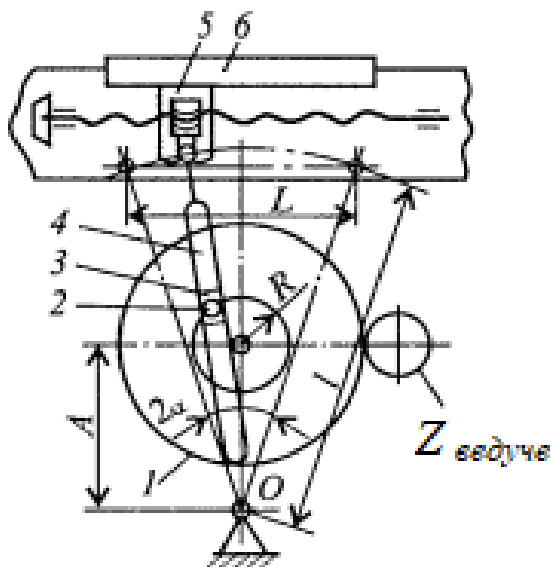


Рис. 3.56

Кулісний привід поперечно-стругального верстату з кулісою, що гойдається, (рис. 3.57) спроектований у відповідності зі

схемою механізму, зображеною на рис. 3.56. Кулісний механізм забезпечує *плавність ходу при струганні поверхні заготовки і швидкий відвід при зворотному холостому ході*. В цьому є *переваги кулісних механізмів*. Куліса 4 здійснює коливальний рух, який за допомогою серги 3 перетворюється в поступальний прямолінійний рух повзуна 5 верстату. Кулісне колесо 2 отримує обертання від коробки швидкостей через шестерню 1. Разом з каменем кулісне колесо обертається навколо осі O_1 , а куліса коливається навколо осі O . Радіус обертання каменю встановлюється обертанням гвинта 6.

Недоліком кулісного механізму є нерівномірна швидкість робочого ходу і постійне співвідношення між часом робочого та холостого ходів.

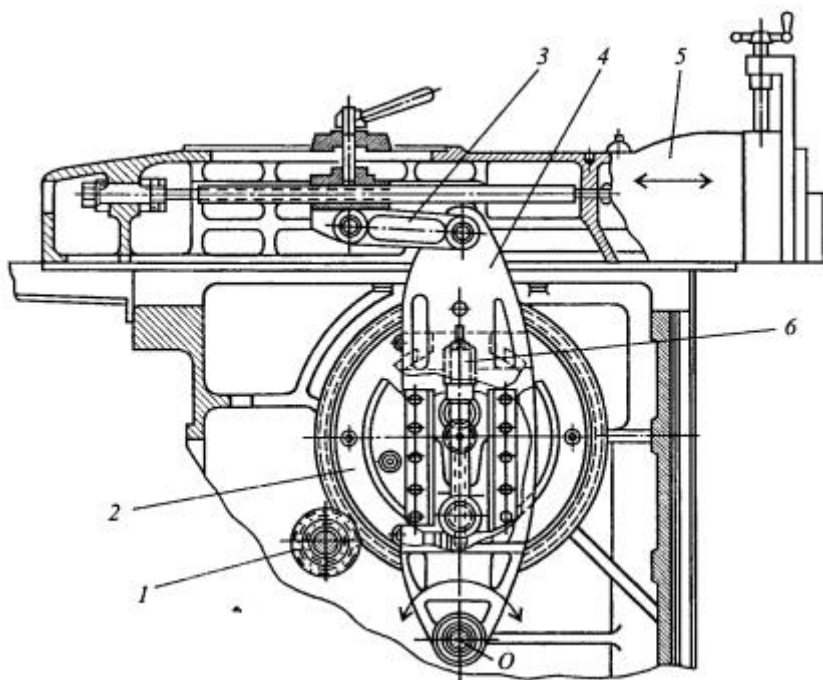


Рис. 3.57

Контрольні запитання і завдання

1. Призначення й типи механічних передач.
2. Як визначається передаточне число механічної передачі?
3. Основні енергетичні параметри механічних передач.
4. Співвідношення між обертовими моментами, потужностями та кутовими швидкостями на валах механічної передачі.
5. Як визначається загальне передаточне число привода, що складається з кількох послідовно застосованих механічних передач, якщо відомі передаточні числа окремих передач?
6. Який є зв'язок між потужностями на окремих валах привода, що складається з кількох послідовно застосованих механічних передач, якщо відомі ККД окремих передач?
7. Як визначається ККД привода, що складається з кількох послідовно розташованих механічних передач?
8. Основні переваги та недоліки зубчастої передачі.
9. Як поділяються зубчасті передачі за формою профілю зубців, за взаємним розміщенням осей валів, за розміщенням на ободі та формою зубців, за конструктивним оформленням?
10. Основні переваги та недоліки пасової передачі порівняно із зубчастою передачею.
11. Основні типи пасових передач.
12. Як визначається передаточне число пасової передачі?
13. Переваги й недоліки ланцюгових передач.
14. З яких деталей складається ланцюгова передача?
15. Назвіть найбільш поширені ланцюги ланцюгових передач.
16. Як визначається передаточне число ланцюгової передачі?
17. Як поділяються підшипники за характером взаємодії їх з валами?
18. Переваги й недоліки підшипників ковзання.
19. В яких випадках використовують підп'ятники?

20. Розшифруйте величини, що входять до формул, за яких перевіряються підшипники ковзання: $p = F/(dl) \leq [p]$; $p_{vs} \leq [p_{vs}]$.
21. Основні деталі з яких складається підшипник кочення.
22. Переваги й недоліки підшипників кочення.
23. Як поділяються підшипники кочення за формою тіл кочення?
24. Як поділяються підшипники кочення за способом компенсації перекосів вала?
25. Як поділяються підшипники кочення за радіальними розмірами?
26. Як поділяються підшипники кочення за напрямом сприйманого навантаження?
27. Які навантаження сприймають радіальні підшипники, радіально-упорні та упорні підшипники?
28. Види руйнувань підшипників кочення.
29. Підбір підшипників кочення за статичною вантажністю виконується за умовою $R_0 \leq C_0$. Розшифруйте величини, що входять до цієї формули.

Розділ 4

ЗМІНА МЕХАНІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ МАТЕРІАЛІВ

4.1. Поняття і основні способи зміни механічних властивостей

Одні і ті ж деталі машин можуть мати різні призначення, тому для їх виготовлення необхідні матеріали із зовсім різними властивостями. Гвинт, через який буде проходити електричний струм, повинен бути виготовлений із матеріалу, що має низький електричний опір (кольорові метали та їх сплави), а гвинт, що скріплює дві деталі роз'ємного з'єднання і знаходиться під дією великих зовнішніх навантажень, - із конструкційної сталі. Ходовий гвинт металорізального верстату також буде виготовлений із конструкційної сталі, але поверхні профілю різьби повинні бути зносостійкими. В цьому випадку необхідно на поверхні профілю різьби змінити механічні властивості основного матеріалу, з якого був виготовлений ходовий гвинт.

Існує декілька способів зміни механічних властивостей: глибоке гартування з послідовними високим або низьким відпуском; цементування поверхні деталі з поверхневим гартуванням; пластичне деформування поверхневих шарів; нанесення покриттів (це дозволяє змінювати механічні властивості матеріалу на поверхні деталі; створення канавок на поверхнях тертя в деталях шляхом тиску на них; електромеханічний метод зміцнення робочих поверхонь різьби ходових гвинтів та інш.

В даному розділі не будуть розглядатись зміни механічних властивостей матеріалів глибоким гартуванням, а також цементуванням, оскільки ці питання детально викладені в курсі «Матеріалознавство».

4.2. Обробка зміцнення пластичними деформаціями

Суть пластичного деформування. Обробка базується на використанні пластичних властивостей металів, тобто здатності металевих заготовок сприймати залишкові деформації без порушення цілісності їх поверхонь; вона супроводжується зміцненням поверхонь, що є важливим для підвищення надійності

роботи деталей. Деталі стають менш чутливими до руйнування від втоми, в них підвищується корозійна стійкість, а також зносостійкість на поверхнях спряження. В результаті пластичного деформування кристали на поверхнях деталей сплющуються в напрямку деформування і утворюється упорядкована структура волокнистого характеру. При цьому змінюються механічні властивості поверхневого шару. Пластичне деформування знайшло широке використання, оскільки завдяки такій дії отримується поверхня з низькою шорсткістю і підвищеними значеннями фізико-механічних властивостей.

Обробка зміцнення пластичними деформаціями. Для зовнішніх поверхонь застосовують *метод обкочування* (рис. 4.1, а), а для внутрішніх – *метод розкочування* (рис. 4.1, б). Зміцнювати можна циліндричні, конічні та фасонні поверхні. Інструментами при цьому служать ролики чи кульки, які, занурившись в поверхню заготовки, переміщуються вздовж неї. Зона контакту переміщується разом з інструментом, в результаті чого вся поверхня виявляється пластично деформованою: виступи мікронерівностей згладжуються і заповнюють мікровпадини. До заготовки, що має обертовий рух, підводять інструмент – загартовані гладенькі ролики. При дотику з виробом 1 (див. рис. 4.1, а) ролики 2 починають обертатись і під дією прикладених сил деформують поверхню заготовки. Рух позовжньої подачі $D_{S_{\text{позд}}}$ дозволяє обробити поверхню заготовки по всій довжині. Аналогічним інструментом зміцнюють і поверхню отвору (див. рис. 4.1, б). При розкочуванні розкочувальний інструмент закріплюють на консольній оправці 4.

Обробку заготовок обкочуванням і розкочуванням проводять на універсальних токарних верстатах. Інструмент, що деформує заготовку, встановлюють в різцетримачі, в якому жорстко закріплюють його державку 3. Рух позовжньої подачі $D_{S_{\text{позд}}}$ забезпечують супорти токарних верстатів.

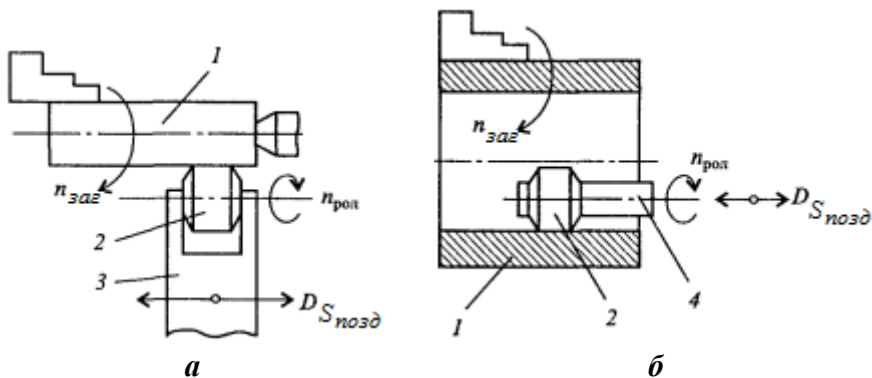


Рис. 4.1

Розкочування глибоких отворів виконується на верстатах глибокого свердління. В місцях контакту заготовок з інструментом нагрівання є незначним, тому охолодження не застосовується. Тертя зменшують шляхом мащення, використовуючи рідкі мастила (веретенне, трансформаторне мастила) або гас.

Зміцнення поверхонь можливо досягнути алмазним вигладжуванням. Суть цього методу полягає в тім, що мікронерівності, які утворились після обробки різанням, вирівнює алмазний інструмент, притиснутий до оброблюваної поверхні. Алмаз, закріплений в державці не обертається, а ковзає по поверхні. Робоча частина алмазного інструменту може бути виконаною у вигляді півсфери, циліндру, конусу.

Переваги алмазного вигладжування: можливість обробки тонкостінних деталей і деталей складної конфігурації; простота конструкції інструментів. Оброблювати заготовки алмазним вигладжуванням можна на токарно-гвинторізних верстатах. Державку з підпружиненим наконечником з алмазом встановлюють в різцетримач замість різця. Рух заготовки і різця є аналогічними їх рухам при обточуванні.

Калібрування отворів не тільки підвищує їх точність і якість, але і зміцнює поверхневий шар. Розміри поперечного перерізу інструменту

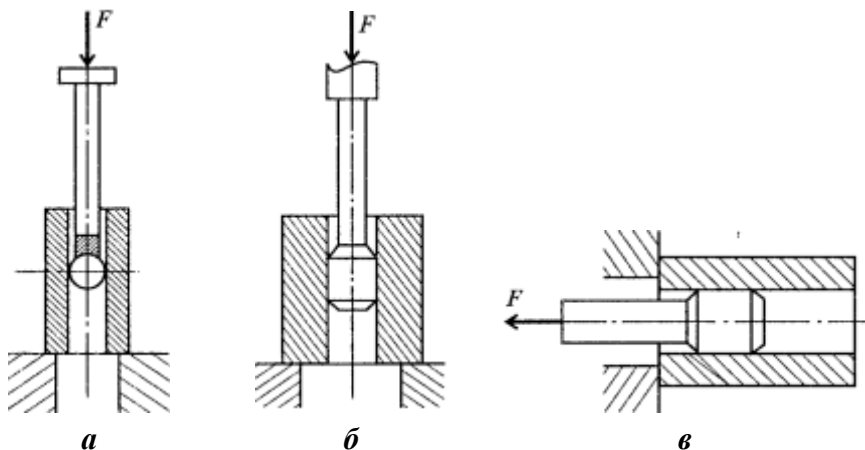


Рис. 4.2

є дещо більшими за розміри поперечного перерізу отвору. Найпростішим інструментом є кулька (рис. 4.2, а), яка проштовхується штоком. Роль інструменту може також виконувати оправка-дорн (рис. 4.2, б), до якого прикладається сила стиску (або розтягу, рис. 4.2, в). калібрування отворів виконують на пресах або горизонтально – протяжних верстатах.

Дробоструменевий наклеп отримав найбільш широке розповсюдження із всіх методів обробки зміцненням. Готові деталі машин піддають ударним діям потоку дробу. Обробка проводиться в спеціальних камерах. Дробинки із чавуну, сталі і інших матеріалів з великою швидкістю переміщуються потоком повітря, а після ударяння об заготовку падають до низу і знову здійснюють ударні дії. Завдяки такому методу можна значно підвищити довговічність ресорних листів, пружин, лопаток турбін, штоків і штампів.

4.3. Підвищення зносостійкості поверхневих шарів

В деталях машин зношенню піддаються тільки відносно тонкі поверхневі шари. Тому для збільшення ресурсу роботи ефективними є поверхневі зміцнення, наплавлювання і покриття. Зміцнення, що пов'язані зі значним підвищенням твердості

призводять до різкого підвищення зносостійкості. *Гартування* підвищує зносостійкість при чисто абразивному зношенні майже вдвічі.

На даний час поверхнєве гартування уступає місце *поверхневим термічним і хіміко – термічним методам зміцнення*. При таких обробках можна досягнути високої твердості поверхневих шарів і значно підвищити зносостійкість. В підрозд. 4.4 буде окремо розглядатись вплив поверхневих покриттів на зміну механічних властивостей матеріалів, в тому числі і на підвищення зносостійкості поверхневих шарів.

Підвищення зносостійкості поверхонь тертя чавунних деталей можна досягнути шляхом *відбілення*. Відбілення, зокрема, використовується для гальмівних колодок.

Для підвищення зносостійкості деталей машин на поверхнях тертя шляхом тиску утворюють слабопомітні, канавки, що прилягають одна до однієї. Ці канавки є необхідними для розміщення мастильного матеріалу, а також дрібних частинок, що утворюються в процесі зношення. Задяки

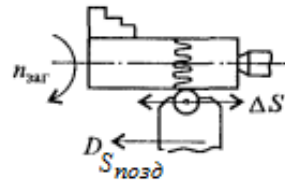


Рис. 4.3

таким канавкам значно менше зношуються поверхні тертя. Завдяки таким канавкам значно менше зношуються поверхні тертя. Канавки утворюють *вібронакатуванням* (рис. 4.3). Зміцнюючому елементу – кульці чи алмазу, установленому в різцетримачі токарного верстату, окрім звичайного руху поздовжньої подачі $D_{S_{позд}}$ надають за допомогою спеціального пристрою додаткові рухи ΔS з відносно невеликою амплітудою. Змінюючи значення швидкості обертання заготовки, поздовжньої подачі інструменту, а також амплітуду і частоту коливань, можна отримувати на оброблюваній поверхні потрібний рисунок.

Завдяки вібронакотуванню не тільки підвищується зносостійкість, але і зміцнюються оброблені поверхні деталей машин.

4.4. Поверхневі покриття

Поверхневі покриття є досить різноподібними за методами їх нанесення на поверхні. Розглянемо деякі покриття, що отримали найбільше практичне поширення.

Гальванічні покриття поділяють на чотири основні групи:

захисні – цинкові, кадмієві, свинцеві, олов'яні, нікелеві, а також захисні плівки, що отримуються шляхом фосфорування і оксидування;

захисно-декоративні – мідні з наступним оздобленням, нікелеві, хромові, кобальтові, срібні, золоті та родієві;

покриття для підвищення опору механічному зношенню і поверхневої твердості – хромові, залізні, нікелеві;

покриття для відновлення розмірів деталей – хромові (розмірне хромування з наступним доведенням), залізні, мідні.

Розглянемо більш детально покриття, які змінюють фізико-механічні властивості матеріалів деталей, тобто покриття, що відносяться до першої та третьої груп.

Цинкове покриття робить поверхню корозійностійкою. Оцинковані сталеві листи, деталі кріплень, дріт, що працюють в різних кліматичних умовах, закритих приміщеннях з помірно вологістю, атмосфері, що забруднена сірчаным газом, не піддаються корозії. Цинкові покриття використовують також для захисту виробів із чорного металу від дії горюче-мастильних матеріалів (паливні баки, бензо- і маслопроводи), водопровідні труби та інш.

Корозійну стійкість до морської води вироби набувають після кадмування. Свинцеві покриття служать для захисту від корозії, що викликана дією сірчаної кислоти та сірчаного газу.

Нікелеве покриття без підшару міді використовують для захисту від корозії хімічної і електрохімічної апаратури, що контактує з лужним середовищем, а також для медичного інструменту.

Для захисту від корозії сталей виробів, що використовуються в закритих приміщеннях з неагресивним корозійним середовищем, застосовують оксидування.

Срібні покриття використовують для захисту від корозії виробів, що контактують з лужними розчинами (хімічна апаратура), для підвищення електропровідних властивостей контактних поверхонь і відбиваючої здатності рефлекторів фар і прожекторів.

Родієві покриття використовуються для підвищеної відбиваючої здатності виробів.

Електролітні покриття міддю, оловом, кадмієм зменшують мікропереміщення в зв'язку з різким збільшення коефіцієнту тертя. Тому їх використовують для кадмування болтів і контактних поверхонь в посадках з натягом, лудіння опорних поверхонь вкладишів.

Хромування підвищує зносостійкість і довговічність деталей; використовують для деталей, що не піддаються великим місцевим тискам, великому зношенню. Хромові покриття сталей без підшару міді та нікелю використовуються також для підвищення поверхневої твердості.

Для підвищення поверхневої твердості поверхонь тертя і опору механічному зношенню використовується також нікелеве покриття для сталей (без підшару міді).

Пластмасові покриття забезпечують можливість використання високих антифрикційних або фрикційних, компенсуючих і демперфних властивостей пластмас зі зменшенням впливу їх недоліків, а іменно холодної повзучості, низької теплопровідності, великого температурного розширення і вологопоглинання.

4.5. Зміцнення поверхневих шарів хіміко-термічною обробкою

Підвищення твердості і міцності поверхневого шару, підвищення зносостійкості і корозійної стійкості, а в деяких випадках і міцності проти втоми матеріалів деталей машин можна отримати і завдяки використанню хіміко-термічної обробки поверхонь. Розглянемо процеси, що найбільш широко застосовують для цих цілей.

Процес азотування використовують для деталей машин, що працюють в умовах тертя і знакозмінних деформацій згину (шийки колінчастих валів швидкохідних двигунів, робоче дзеркало гільз циліндрів, клапани, сідла клапанів, штовхачі ДВЗ, шестерні авіаційних двигунів, точні деталі паливної апаратури, шинделі швидкохідних верстатів). Азотування використовують також для підвищення зносостійкості вимірювальних інструментів (різбові і гладенькі пробки і кільця, плоскі калібри, скоби, шаблони). Різновидом процесу є антикорозійне азотування, що використовують для малонавантажених деталей із вуглецевої та низьколегованої сталей. При цьому в поверхневому шарі повинна забезпечуватись максимальна концентрація азоту. Вуглецева сталь після азотування при 650°C протягом 3-х годин не піддається корозії в воді терміном 720 годин.

Ціанування – процес хіміко-термічної обробки, що обумовлює насичення поверхневого шару сталі одночасно вуглецем і азотом. Ціанування проводять після гартування і низького відпуску, в результаті підвищують твердість і міцність поверхневого шару, зносостійкість і міцність проти втоми. Використовують для інструменту із швидкорізальної сталі (протяжки, свердла, зенкери, мітчики, розгортки, фрези) і для деталей машин (болти, гайки, гвинти, валики, шестерні, важелі).

Різке підвищення опору схватуванню, зносостійкості і припрацюванню сталей і чавунів досягають *сульфаціануванням*, тобто насиченням поверхневих шарів азотом, вуглецем і сіркою.

Сульфатіанування використовують для фрикційних дисків, циліндрів, ходових гвинтів.

Чавунні гільзи циліндрів і поршневі кільця піддають *сульфидуванню* (насиченню поверхневих шарів сіркою). В результаті такої обробки підвищується зносостійкість і припрацювання поверхонь деталей. Сульфидування різальних інструментів підвищує стійкість різальних інструментів із швидкорізальних сталей Р9 і Р18 в 2 – 3 рази.

Дифузійна металізація – насичення поверхневого шару сталі алюмінієм, хромом, кремнієм, бором з метою надання сталі жароміцності, антикорозійних властивостей і зносостійкості. Найвища в порівнянні з іншими видами зміцнення твердість ($HV = 1500 \dots 1800$) і зносостійкість досягають *боруванням*. Борування використовують для кондукторних втулок і різальних інструментів. Його досить ефективно використовувати в абразивних середовищах: інструмент може працювати при температурі 800°C , не втрачаючи твердості та не маючи зношення.

Високу жароміцність отримують поверхневі шари поверхонь деталей після *алітування* (жароміцність до $850 \dots 900^{\circ}\text{C}$). Область застосування алітування: чохла термопар, реторти для ціанування, тиглі соляних ван, паливники газогенераторів, чавунні колосники, труби для крекінгу нафти, вихлопні труби.

4.6. Зміцнення ходових гвинтів

До ходових гвинтів перш за все ставляться високі вимоги по зносостійкості, яка зазвичай забезпечується високою твердістю після гартування. Але сучасні методи зміцнення ходових гвинтів дозволяють підвищити їх зносостійкість більш ефективно.

Одним з таких методів зміцнення ходових гвинтів є *азотування*. Ходові гвинти після такої технології зміцнення мають суттєво більш високу зносостійкість, ніж загартовані; у випробуваннях при роботі із забрудненим абразивом мастилом азотовані гвинти із сталей 40ХФА і 30ХЗВА зношувались в 1,75

рази менш, ніж загартовані, що виготовлені із сталі марки ХВГ (HRC 54 ... 58). Тому об'ємне гартування може бути рекомендованим для ходових гвинтів пониженої жорсткості, гвинтів з малим кроком різьби і при необхідності зміцнення гвинта на якій-небудь його частині довжини. Зміцнені ходові гвинти необхідні для металорізальних верстатів, в тому числі і спеціальних, призначених для нарізування різьб.

Другий спосіб зміцнення ходових гвинтів — електромеханічний. При електромеханічному методі зміцнення робочих поверхонь різьби гвинтів поєднується обкатування різьби (наклеп) з термічною обробкою тонких поверхневих шарів при нагріванні електричним струмом.

Навіть в умовах абразивного зношення після електромеханічного зміцнення зносостійкість ходового гвинта може збільшитись в 2- 5 разів (в залежності від матеріалу гвинта).

Контрольні запитання і завдання

1. Які способи зміни механічних властивостей ви знаєте?
2. Для чого застосовують обкочування зовнішніх поверхонь тіл обертання?
3. Назвіть методи зміцнення пластичним деформуванням поверхневих шарів деталей.
4. Які способи підвищення зносостійкості поверхонь тертя в деталях ви знаєте?
5. Назвіть хіміко-термічні процеси, що використовуються для підвищення жароміцності деталей.
6. Які методи підвищення зносостійкості ходових гвинтів ви знаєте?
7. Як можна підвищити корозійну стійкість матеріалу деталі?
8. З якою метою використовується хромування?

Розділ 5

ТЕНДЕНЦІЇ РОЗВИТКУ КОНСТРУКЦІЙ МАШИН І МЕХАНІЗМІВ

Конструювання окремих вузлів і механізмів машин підпорядковується всім вимогам критеріїв працездатності.

Не дивлячись на те, що в машинобудуванні накопичений великий досвід при конструюванні різноманітних деталей машин, що зарекомендували себе позитивно на практиці, постійно відбувається напружена творча робота по удосконаленню існуючих конструкцій і створенню нових.

Нова конструкція машини повинна мати більш високі вихідні параметри, а її деталі і механізми повинні відповідати всім критеріям оцінки працездатності базової моделі – міцність, точність, жорсткість та інші критерії не повинні стати нижчими. Крім цього, вона повинна бути більш технологічною у виготовленні і зручною в експлуатації, мати більш високі техніко-економічні показники: меншу масу та габаритні розміри, при цьому не повинна зростати її вартість. Тільки в цьому випадку нові вироби будуть конкурентоздатними.

При розробці нових машин та їх вузлів зазвичай пропонується декілька варіантів, після цього розглядають переваги і недоліки кожного варіанту і вибирають оптимальний з врахуванням факторів, указаних в табл. 5.1.

Таблиця 5.1

Фактори, що враховуються при проектуванні нових вузлів

Фактор	Зміст	Етап
Технічні дані машини	Габаритні розміри, маса, швидкість, потужність та інші.	Вибирають характеристики, що відносяться до вузла, який проектується

Характеристики і вихідні параметри вузла	Габаритні розміри, навантаження, швидкість переміщення	Встановлюють числові значення основних характеристик вузла, що забезпечують вихідні параметри машини в цілому
Критерії працездатності машини	Геометрична точність, жорсткість, вібростійкість, зносостійкість, міцність	Оцінюють роль кожного критерію в забезпеченні працездатності вузла
Вимоги стандартів і НТД	Розміри, норми точності, жорсткості, рівень шуму, стандартні і нормалізовані деталі і вузли	Провіряють вимоги стандартів, оцінюють доцільність прийняття стандартних рішень
Техніко – економічні показники	Вартість, технологічність, зручність обслуговування, маса	Ці дані використовують як основні критерії при порівнянні можливих варіантів конструкції
Досконалість методів розрахунків	Емпіричні дані, аналітичні розрахунки, програми САПР	Оцінюють можливість використання різних рішень і вибір оптимального варіанту
Характеристика існуючих конструкцій	Дані і характеристики кращих конструкцій аналогічного призначення	Порівняння розроблюваного варіанту конструкції з існуючими

При пошуку нових конструктивних рішень для різних вузлів і механізмів машин, не дивлячись на розмаїття їх функцій, проявляються наступні загальні тенденції:

1. Використання нових механізмів, сконструйованих з урахуванням досягнень механіки, гідравліки, пневматики, а також

комбінованих механізмів (пневмогідравлічних, електромеханічних).

2. Застосування механізмів, побудованих на нових фізичних принципах: магнітострикційні приводи, магнітні і газостатичні опори; їх використання дозволяє створювати конструкції з більш високими характеристиками. Магнітострикційні приводи дають можливість здійснювати мікропереміщення.

3. Використання досягнень суміжних областей. Наприклад, у верстатобудуванні почали використовуватись гідростатичні і газостатичні опори для обертового і поступального переміщень.

4. Використання мехатроніки, тобто систем і механізмів, що поєднують механіку і електроніку; це є характерним для верстатів з системами числового програмного керування. Втілення мехатроніки корінним чином змінює традиційні рішення. Наприклад, в зубооброблюваних верстатах кінематичні ланцюги, що складаються із сукупності зубчастих коліс, замінюються електронними зв'язками.

5. Заміна ручного керування з допомогою механічних систем на електронну систему.

6. Удосконалення електроприводу дозволяє суттєво скоротити механічну систему; використовуючи електропривод з безступінчастим регулюванням частоти обертання валу електродвигуна, можна виключити із конструкції машини коробки швидкості, коробки подач та інші передаточні механізми. Таке різке скорочення числа кінематичних пар дасть можливість підвищити ККД і спростити конструкцію в цілому.

7. Агрегатно-модульний принцип проектування вузлів машин є найбільш загальним, що відображує прогресивну тенденцію компоновки із вузлів, оформлених в самостійні одиниці. Наприклад, виконується автономний привод з різними функціями або різної точності і потужності. Цей принцип компоновки дозволяє не тільки змінювати призначення і навіть конструкцію всієї машини, але і удосконалювати чи змінювати конструкцію

окремого вузла, не торкаючись конструкції самої машини в цілому, зберігаючи вимоги розмірів приєднання і габаритних розмірів.

8. Використання методів для зменшення чи усунення зношення деталей машин: застосування аеростатики і гідростатики в опорах і напрямних, зносостійких покриттів, накладних напрямних, розвантаження напрямних (в металорізальних верстатах), захист вузлів машин від забруднення (попадання на поверхні тертя абразивного матеріалу).

9. Підвищення якості вузлів, що є постійним фактором, який визначає конкурентоздатність конструкції.

Для досягнення потрібного рівня якості і надійності використовуються різні засоби, пов'язані як з конструкцією, так і з матеріалами та технологією, що використовуються при його виготовленні. Вибір оптимальних форм і розмірів конструкції пов'язаний в першу чергу з їх розрахунком. Останнім часом розширюється номенклатура матеріалів, що використовуються, особливо неметалевих, що дозволяє отримати нові характеристики вузла чи конструкції в цілому.

Враховуючи тенденції розвитку конструкцій машин, що складаються, не потрібно дивуватись, якщо в недалекому майбутньому ми зустрінемо потяги без коліс, які будуть мчатись з великими швидкостями, але не по рейках.

В металорізальних верстатах не буде коробок швидкостей і коробок подач (скільки металу буде зекономлено). Обертання зі змінною кутовою швидкістю буде надаватись безпосередньо виконавчому органу (шпинделю верстату); ротор електродвигуна стане шпинделем.

Із автомобілів зникнуть двигуни внутрішнього згоряння – мешканці всіх міст скажуть спасибі конструкторам нового покоління.

Механізми, що перетворюють обертовий рух в поступальні переміщення (кривошипно-шатунні, кулісні та інш.), вже

доживають свій вік. Уже зараз в експериментальних розробках поступальний рух надають безпосередньо виконавчому органу (супорту чи столу верстату, потягу).

На перший погляд це фантастика. Але це наше майбутнє. В машині залишиться привод і виконавчий механізм, чи робочий орган, зникне передаточний механізм.

А двигун? Чи можна убрати електродвигун? Відомо, що вже зараз в світі техніки використовують сонячні батареї, а подекуди джерелом енергії стають енергія хвиль і вітру.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ

Основна

1. Писаренко Г.С. та ін. Опір матеріалів. Підручник – К.: Вища школа, 2004. – 655 с.

Додаткова

1. Розман В.П. Прикладна механіка. Опір матеріалів: Навчальний посібник. – К.: Центр навчальної літератури, 2004. – 124 с.
2. Деталі машин. Курс лекцій. Розглянуті основні принципи розрахунку та конструювання деталей машин загального призначення: роз'ємних і нероз'ємних з'єднань, механічних передач, валів та осей, підшипників ковзання та кочення, муфт. Для студентів, що навчаються за напрямками «Гірництво», «Розробка родовищ». / Упоряд.: В.П. Шумляківський, М.М. Можаровський. – Житомир: ЖДТУ, 2019
3. Стаценко В. Є., Шумляківський В. П. Деталі машин: Навч. посібник в 2 ч./ Ч.1. Основи проектування та методики розрахунку зубчастих механічних приводів. – Житомир: ЖДТУ, 2015. – 258 с. ISBN
4. Райковська Г.О., Можаровський М.М. Курс лекцій з тестовими завдання. Частина 1. Елементи розрахунків на міцність. Методичний посібник для здобувачів освітнього ступеня «бакалавр», денної та заочної форми навчання [Електронне видання] / Г.О. Райковська, М.М. Можаровський. – Житомир : ЖДТУ, 2019. – 178 с.
5. Навчально-методичний комплекс з вивчення навчальної дисципліни «Опір матеріалів» за спеціальностями 131 «Прикладна механіка», 133 «Галузеве машинобудування» та 274 «Автомобільний транспорт» (автори: Кравченко О.П., Опанасюк Є.Г., Можаровський М.М.), 2019. 118 с.
6. Аналіз плоского важільного механізму. Методичні вказівки до виконання домашнього завдання для студентів, що навчаються за напрямками «Гірництво», «Розробка родовищ». / Упоряд.: Є. Г. Опанасюк, М.М. Можаровський. – Житомир: ЖДТУ, 2019. – 32 с.

7. Гонтаровський В.П., Гонтаровська Т.М. Опір матеріалів. Навчально – методичний посібник для самостійної роботи студентів. – Житомир: ЖДТУ, 2006. – 72 с.
8. Гонтаровський В.П., Гонтаровська Т.М. Збірник задач з опору матеріалів. – Житомир: ЖДТУ, 2009. – 64 с.

Підручник

МОЖАРОВСЬКИЙ Микола Мар'янович
ШУМЛЯКІВСЬКИЙ Володимир Петрович
КОЛОДНИЦЬКА Руслана Віталіївна

Підручник

Електронне видання

Комп'ютерний дизайн та верстка: Можаровський М.М.,
Добровінський О.О.

Державний університет «Житомирська політехніка»

вул. Чуднівська, 103, м. Житомир, 10005

ISBN 978-966-XX-XX-X

© Можаровський М.М. 2023