

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	Екземпляр № 1	Арк 27 / 1

## **ЗАТВЕРДЖЕНО**

Науково-методичною радою  
Державного університету  
«Житомирська політехніка»

протокол від 12 червня 2025 р. № 4

## **МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ**

**до практичних занять  
з навчальної дисципліни**

**«Моделювання технологічних процесів підприємств автомобільного  
транспорту»**

для здобувачів вищої освіти освітнього ступеня «бакалавр»  
спеціальності J8 «Автомобільний транспорт»  
освітньо-професійна програма «Автомобільний транспорт»  
факультет комп'ютерно-інтегрованих технологій, мехатроніки і робототехніки  
кафедра автомобілів і транспортних технологій

Рекомендовано на засіданні  
кафедри автомобілів і  
транспортних технологій  
16 травня 2025 р., протокол № 6

Розробники: кандидат технічних наук, доцент кафедри автомобілів і  
транспортних технологій  
Дмитро БЕГЕРСЬКИЙ,  
асистент кафедри автомобілів і транспортних технологій  
Олександр ДОБРОВІНСЬКИЙ

Житомир 2025

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	Екземпляр № 1	Арк 27 / 2

УДК 613

Розглянуто та рекомендовано до видання науково-методичною радою  
Державного університету «Житомирська політехніка» протокол № 4 від 12  
червня 2025 року

Методичні рекомендації до практичних занять з навчальної дисципліни  
«Моделювання технологічних процесів підприємств автомобільного  
транспорту» для студентів освітнього ступеня «Бакалавр» денної форми  
навчання за спеціальністю І8 «Автомобільний транспорт». (автори: Бегерський  
Д.Б., Добровінський О.О.), 2025.-27 с.

*Рецензенти:*

Шумляківський Володимир Петрович, доцент, завідувач кафедри автомобілів і  
транспортних технологій Державного університету «Житомирська політехніка»

Пилипенко Олександр Михайлович, д.т.н., професор кафедри автомобілів і  
транспортних технологій Державного університету «Житомирська політехніка»

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	Екземпляр № 1	Арк 27 / 3

## Зміст

Вступ	4
Розділ 1. Математичні моделі технологічних процесів	5
1.1. Характеристики математичних моделей	5
1.2. Наближені моделі об'єктів на мікрорівні	9
1.3. Методи вибору змінних моделі технологічного процесу	10
1.4. Функціональні та кореляційні залежності	12
1.5. Метод найменших квадратів	16
Розділ 2. Використання методів теорії масового обслуговування для моделювання технологічних процесів підприємств автомобільного транспорту	20
2.1. Базові поняття систем масового обслуговування та методи їх дослідження	20
2.1.1 Базові поняття систем масового обслуговування	20
2.1.2. Методи теорії масового обслуговування	25
Список літератури	27

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	Екземпляр № 1	Арк 27 / 4

## Вступ

Математичне моделювання технологічних процесів є важливим інструментом для аналізу, оптимізації та управління діяльністю підприємств автомобільного транспорту. Сучасні транспортні системи потребують високого рівня автоматизації та точності при прийнятті рішень, що неможливо без застосування математичних моделей. Математичне моделювання дозволяє детально вивчити всі етапи технологічних процесів, передбачити їх можливі результати, а також розробити ефективні стратегії для їх оптимізації.

В умовах стрімкого розвитку автомобільного транспорту і логістичних мереж важливою задачею є забезпечення безперебійної та економічно вигідної роботи підприємств, що займаються перевезеннями, обслуговуванням транспорту, а також організацією вантажних і пасажирських перевезень. Для досягнення цієї мети необхідно здійснювати математичне моделювання процесів управління автопарком, організації маршрутів, планування технічного обслуговування та ремонту, а також ефективного використання ресурсів підприємства.

Метою цієї контрольної роботи є дослідження основ математичного моделювання технологічних процесів підприємств автомобільного транспорту. У роботі будуть розглянуті методи побудови математичних моделей для аналізу і оптимізації таких процесів, як управління транспортними потоками, організація роботи автопарку, планування технічного обслуговування та ремонту, а також підвищення ефективності та зниження витрат на транспортування. Також буде проаналізовано використання математичних моделей для прогнозування та управління транспортними системами, що є важливим аспектом для прийняття обґрунтованих управлінських рішень на підприємствах автомобільного транспорту.

Застосування математичних моделей дозволяє створювати ефективні алгоритми для оптимізації діяльності підприємств автомобільного транспорту, що знижує витрати, підвищує надійність і конкурентоспроможність транспортних послуг.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	Екземпляр № 1	Арк 27 / 5

## Розділ 1. Математичні моделі технологічних процесів.

### 1.1. Характеристики математичних моделей.

Математична модель – це наближений опис довільного класу явищ зовнішнього світу, поданий за допомогою математичної символіки. Математичне моделювання виступає як метод пізнання зовнішнього світу, а також прогнозування і управління. Аналіз математичних моделей дозволяє проникнути в сутність досліджуваних явищ.

Математичне моделювання проходить такі етапи:

- постановка задачі, тобто прийняття рішення про необхідність моделювання і його мету. На цьому етапі слід чітко визначити і сформулювати мету досліджень. З мети досліджень випливатиме сукупність властивостей об'єкта моделювання, які підлягатимуть відбиттю у моделі;

- побудова математичної моделі;

- дослідження системи на моделі, прогнозування й управління оригіналом за результатами цих досліджень.

Моделювання зводиться до дослідження властивостей певного об'єкта вивченням (дослідженням, аналізом) аналогічних властивостей іншого об'єкта, більш зручного для дослідження, який знаходиться з першим у певній відповідності. Перший об'єкт називається в цьому випадку *оригіналом*, а другий – *моделлю*. Як модель, так і оригінал можуть бути матеріальними тілами чи фізичними явищами, або описом цих тіл чи явищ за допомогою тих чи інших засобів. В ролі оригіналу може виступати, наприклад, певна проблема, моделлю якої буде задача меншого рівня складності. Скажімо, так звана *обчислювальна* модель є абстрактною чи конкретною задачею, яка відповідає проблемі чисельного розв'язання певного класу математичних чи прикладних задач. Якщо при переході від оригіналу до моделі використовується заміна оригіналу на матеріальне тіло чи явище, то така модель називається *фізичною*; якщо ж оригінал замінюється його описом, то модель

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	Екземпляр № 1	Арк 27 / 6

може бути вербальною, математичною або графічною, залежно від використовуваних при описі символів. Реалізована у вигляді макета чи пристрою, чи зафіксована у вигляді словесного опису, рівняння, формули, графіка, креслення, модель є системою наших уявлень про оригінал, його властивості і взаємозв'язки на певному етапі пізнання оригіналу. Вибір об'єктів і методів моделювання визначається поставленою задачею.

До основних характеристик математичних моделей (ММ) належать: ступінь універсальності моделі; точність моделі; адекватність моделі; економічність моделі.

*Ступінь універсальності ММ* характеризує повноту відображення у моделі властивостей реального об'єкта; кількісно ступінь універсальності може бути описаний співвідношенням потужності множини відображених властивостей до множини наявних властивостей системи.

*Точність математичної моделі* оцінюється за збіжністю значень параметрів реального об'єкта і значень тих же параметрів, отриманих за допомогою побудованої моделі; при цьому ступінь збіжності розраховують через відхилення цих параметрів.

*Економічність математичної моделі* характеризується витратами обчислювальних ресурсів на її реалізацію. Чим вони менші, тим модель економічніша. Останнім часом, для характеристики економічності моделі застосовують так звані комбіновані параметри: середня кількість операцій, яка виконується під час одного звертання до моделі, розмірність системи рівнянь, кількість внутрішніх параметрів моделі тощо.

*Адекватність ММ* – це її здатність відображати задані властивості об'єкта з похибкою, не більше заданої. При цьому адекватність моделі переважно спостерігається виключно в обмеженій області зміни зовнішніх параметрів, яка називається областю адекватності (ОА) математичної моделі. Подібність моделі та оригіналу є невід'ємною умовою адекватності моделювання.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	Екземпляр № 1	Арк 27 / 7

За ступенем відповідності параметрів моделі і оригіналу розрізняють подібності абсолютну і практичну (неабсолютну). Остання, в свою чергу, буває повною, неповною і наближеною. За адекватністю фізичної природи аналогічних явищ подібність поділяють на *математичну* і *фізичну* (електричну, механічну, теплову тощо). *Фізична подібність* досягається за однакової фізичної природи явищ, *математична* – за відповідності схожих параметрів процесів різної фізичної природи. І перша, і друга подібності можуть бути повною, неповною і наближеною.

При абсолютній подібності оригінал і модель структурно та фізично подібні; вони відрізняються лише значеннями параметрів, що характеризують елементи і зв'язки між ними. Процеси у моделі і оригіналі в цілому, так само як стани окремих елементів, описуються однаковими функціональними залежностями, що пропорційно відрізняються лише значеннями аргументів. Відтворення процесу на моделі здійснюється без жодних спотворень щодо оригіналу і відрізняється від нього лише масштабом.

Слід підкреслити, що якщо з абсолютної фізичної подібності процесів випливає реальна або потенційна ідентичність математичних співвідношень, що їх описують, то зворотне ствердження у загальному випадку неправильне: ідентичність форм запису математичних рівнянь ще не означає подібності процесів, оскільки характер перебігу процесу визначається не лише видом функціональної залежності між змінними, що беруть в них участь, але і співвідношенням їх конкретних значень.

Абсолютна подібність свідчить про тотожність явищ, яка є поняттям доволі абстрактним і реалізується на практиці виключно в геометричних побудовах та в окремих видах математичної подібності. В переважній більшості випадків розв'язання конкретних задач дослідник не має змоги працювати з явищами, схожими абсолютно у всіх деталях. Тому виникає потреба введення поняття *практичної подібності*, в межах якої розрізняють *повну*, *неповну* і *наближену* подібності.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	Екземпляр № 1	Арк 27 / 8

*Повна подібність* – це подібність перебігу у часі та просторі тих процесів, які є суттєвими для цього дослідження і з достатньою повнотою характеризують досліджуване явище стосовно конкретної постановки задачі дослідження.

*Неповна подібність* – це подібність перебігу процесів лише в просторі чи лише в часі (наприклад, при подібності перебігу перехідних процесів у двох електричних лініях розподіл електричного поля може бути різним внаслідок різної геометрії дроту). *Наближена подібність* характеризується існуванням спрощених допущень, які дозволяють вважати подібними відмінні процеси за рахунок свідомих спотворень деяких їх властивостей. Наближена подібність може бути і повною, і неповною. Так, наближеною можна вважати подібність двох генераторів, виявлену на основі їх спрощених рівнянь, що не враховують аперіодичну складову струму статора і періодичну складову струму ротора.

Стосовно фізичної природи розрізняють *фізичну* і *математичну* подібності. *Фізична подібність* передбачає однакову фізичну природу подібних явищ. За фізичної подібності механічним процесам у досліджуваній системі ставляться у відповідність механічні процеси у подібних їй системах, електричним – електричні тощо. Деколи виділяють *кінематичну* (подібність швидкостей і прискорень), *матеріальну* (подібність мас окремих елементів системи) і *динамічну* (подібність сил, що викликають рух) подібності. Системи, подібні кінематично, матеріально і динамічно, вважаються механічно подібними. *Електрична* подібність існує при подібності електричних і магнітних полів, напруг, струмів і потужностей окремих елементів. Аналогічно системи тіл, у яких подібні теплові потоки і температура мають *теплову* подібність тощо.

Фізична подібність може встановлюватися не лише для фізичних явищ, що підпорядковуються детермінованим законам, а і для стохастичних процесів; в цих випадках говорять про статистичну подібність.



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	Екземпляр № 1	Арк 27 / 9

## 1.2. Наближені моделі об'єктів на мікрорівні.

Математичне моделювання найпоширеніше. Математичні моделі можуть складатися з математичних рівнянь різного типу. В моделях використовуються будь-які об'єкти математики. Для моделі на мікрорівні виконують наступні дії: 1) Визначають області в межах яких змінюються параметри моделі. 2) Задаються значенням параметрів моделей на межах цих областей, тобто задаються крайові умови. 3) Проводиться алгебраїзація задачі, для чого задачі області розділяють на задані ділянки. Система диф рівнянь у часткових похідних перетворюються у систему алгебраїчних р-нь. 4) Задаються властивості кожної елементарної ділянки середовища.

Структурний та параметричний синтез технічних об'єктів



Тобто проектні процедури розподіляються на процедури синтезу, на які розподіляють моделі.

Процедури структурного синтезу розподіляються на:

синтез схем: структурних, функціонально-логічних, кінематичних.

Конструкцій: визначення форми об'єкта і взаємного розташування його складових частин.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	Екземпляр № 1	Арк 27 / 10

Процесів: технологічних, обчислювально-вимірвальних.

Документацій: пояснювальних записок, відомостей.

### 1.3. Методи вибору змінних моделі технологічного процесу.

При обробці експериментальних даних і побудові математичних моделей використовують теорію кореляційно-регресійного аналізу (theory of correlation and regression analysis).

Регресійний аналіз (regression analysis) встановлює математичну модель, що зв'язує залежну змінну  $y$  з досліджуваною змінною  $x$ , тобто дозволяє отримати залежність виду  $y = f(x)$  - рівняння парної регресії.

Значення змінної  $y$  може залежати відразу від декількох змінних  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . У результаті обробки таких статистичних даних можна отримати залежність виду  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  - рівняння множинної регресії. Всі рівняння регресії поділяються на лінійні і нелінійні.

Функцію, апроксимуючу досвідчені дані, називають теоретичною функцією. При парній залежності експериментальні дані можуть бути апроксимовані за допомогою наступних функцій:

- прямою лінією  $y = a \cdot x + b$  ;

- параболою другого порядку  $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$  ;

- гіперболою  $y = \frac{a \cdot x + b}{x}$  ;

- логарифмічною функцією  $y = a \ln x + b$  ;

- степеневою функцією  $y = a \cdot x^b$  ;

- показовою функцією  $y = a \cdot x^x$  ;

- арифметичною прогресією  $y = a + (n - 1)d$  ;

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	Екземпляр № 1	Арк 27 / 11

- геометричною прогресією  $y = a \cdot q^{n-1}$  ;

- алгебраїчним поліномом, тобто рядом Маклорена:

$$y = A_0x^0 + A_1x^1 + A_2x^2 + A_3x^3 + \dots,$$

в якому коефіцієнти ряду визначаються за формулами:

$$A_0 = f(x), A_1 = \frac{f'(0)}{1!}, A_2 = \frac{f''(0)}{2!}, \dots, \text{ і т.д.};$$

- тригонометричним рядом, тобто рядом Фур'є

$$y = \frac{a}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx,$$

та іншими функціями.

Для двухфакторної регресійної залежності досвідчені дані можуть апроксимувати наступними функціями:

- площиною  $z = ax + by + c$  ;

- параболоїдом другого порядку  $z = ax^2 + by^2 + cx + dy + c$  ;

- гіперболоїдом  $z = \frac{a}{bx + cy + d}$  і т.д.

У загальному випадку для  $n$ -мірного простору і  $n$  змінних рівняння регресії другого порядку виглядає так:

$$y = B_0 + \sum_{i=1}^n B_i x_i + \sum_{i < j} B_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^n B_{ii} x_i^2 + \dots,$$

де  $y$  - досліджувана ознака (параметр) як функція багатьох змінних;

$x_i$  - фактори, що роблять вплив на параметр;

$B_i$ - приватні коефіцієнти регресії, що показують вплив фактора  $x_i$  на досліджувану ознаку;

$B_{ij}$ - коефіцієнти, що характеризують подвійний (парний) вплив факторів  $x_i$  і  $x_j$  на досліджувану ознаку.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	Екземпляр № 1	Арк 27 / 12

#### 1.4. Функціональні та кореляційні залежності

Розрізняють функціональні (functional) і кореляційні (correlation) залежності. Під функціональною розуміють таку залежність, коли зі зміною одного фактора змінюється інший, при цьому одному значенню незалежного фактора відповідає тільки одне значення залежного фактора (рис. 3.1).

Кореляційна залежність - це така залежність, при якій зміна однієї випадкової величини викликає зміну середнього значення іншої, тобто одному значенню незалежної змінної можуть відповідати кілька значень залежної змінної (рис. 3.2.). Тому кореляційні залежності можуть бути встановлені тільки при обробці великої кількості спостережень.

При обробці таких залежностей користуються кореляційним аналізом, який встановлює кількісну оцінку тісноти зв'язку між досліджуваними ознаками (факторами (factors)). Тісноту зв'язку (наявність кореляції) між двома величинами можна визначити візуально по полю кореляції.

Кореляційним полем називають нанесені на графік (див. рис. 3.2.) в певному масштабі точки, відповідні одночасно значенням двох величин. У нашому випадку тіснота зв'язку між параметрами  $x$  і  $y$  визначається візуально по співвідношенню короткою і поздовжньою осей еліпса розсіювання спостережень, нанесених на поле кореляції. Чим більше відношення поздовжньої осі до короткої, тим зв'язок тісніший.

Більш точно тіснота зв'язку оцінюється коефіцієнтом кореляції  $r$ . Коефіцієнт кореляції лежить в межах  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . При  $r=0$  зв'язку немає.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	Екземпляр № 1	Арк 27 / 13

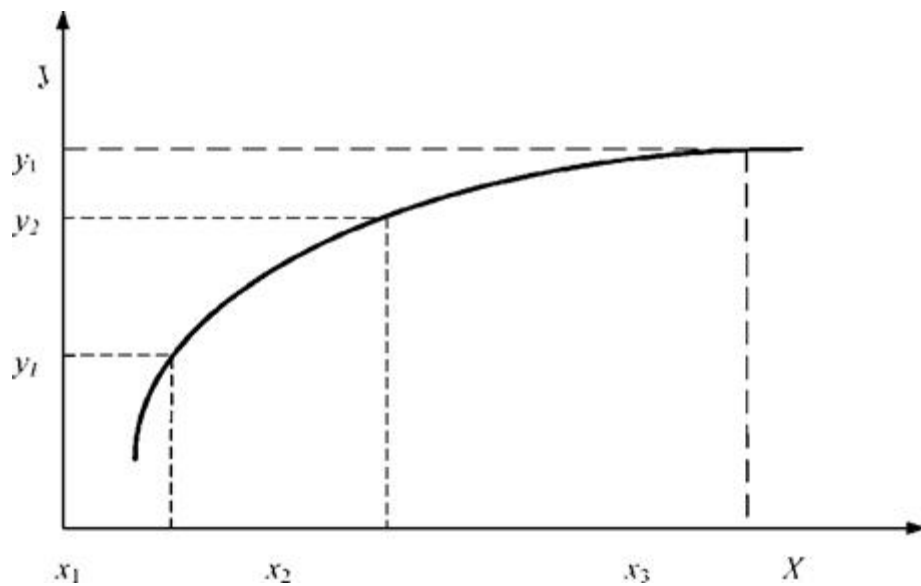


Рисунок 1.1 – Графік функціональної залежності

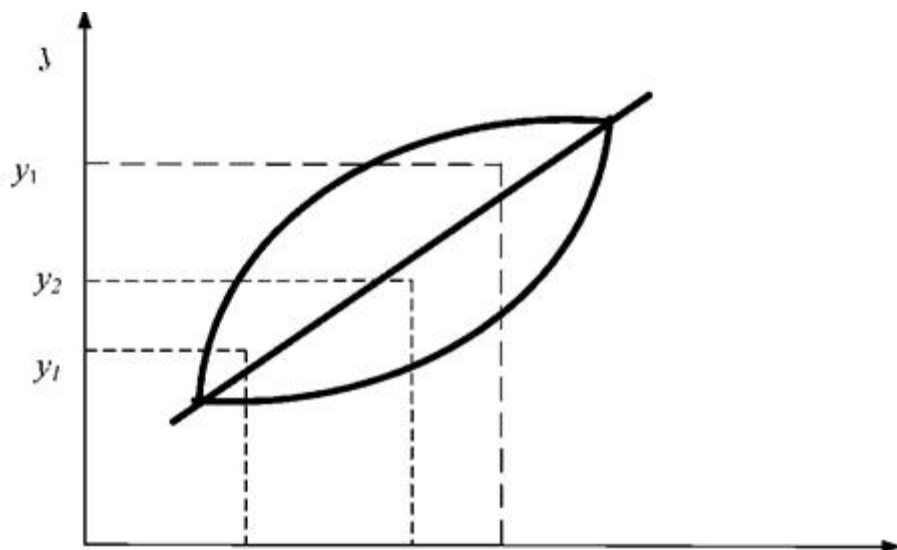


Рисунок 1.2 – Графік кореляційної залежності

Якщо  $|r|=1$ , то між двома величинами існує функціональний зв'язок.

Отже, за величиною коефіцієнта кореляції можемо зробити наступний

**ВИСНОВОК:**

$0 < |r| < 0,2$  - зв'язку практично немає;

$0,2 < |r| < 0,5$  - зв'язок слабкий;

$0,5 < |r| < 0,75$  - зв'язок середній;

$0,75 < |r| < 0,95$  - зв'язок сильний;

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	Екземпляр № 1	Арк 27 / 14

$0,95 < |r| < 1$  - практично функціональний зв'язок.

При позитивних спостерігається прямий зв'язок, тобто із збільшенням незалежної змінної збільшується і залежна. при негативному коефіцієнті кореляції існує зворотний зв'язок - зі збільшенням незалежної змінної залежна змінна зменшується. Існує ряд формул для розрахунку коефіцієнта кореляції (correlation coefficient).

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}},$$

де  $r_{xy}$  - коефіцієнт кореляції;  $x_i, y_i$  - поточні значення спостережуваних величин;  $\bar{x}, \bar{y}$  - середні значення цих величин.

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y},$$

де  $\overline{xy}$  - середнє значення добутку двох кореляційних величин;  $\sigma_x \sigma_y$  - середні квадратичні відхилення відповідних величин, які визначаються так:

$$\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}, \sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - (\bar{y})^2}.$$

Для лінійної регресії коефіцієнт кореляції  $r$  є не тільки критерієм тісноти зв'язку, але і критерієм точності апроксимації (підбору формули, що виражає залежність).

Оцінка точності апроксимації (accuracy approximation) криволінійної залежності проводиться за допомогою кореляційного відношення:

$$\eta = \sqrt{1 - \frac{\sum (y_i - \tilde{y}_i)^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}},$$

де  $y_i$  - поточні значення залежної змінної;  $\tilde{y}_i$  - теоретичні значення;  $\bar{y}$  - середні значення.

Кореляційне відношення приймає значення  $0 \leq \eta \leq 1$ , воно завжди позитивно.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	Екземпляр № 1	Арк 27 / 15

Якщо  $\eta > r$ , то крива точніше апроксимує залежність, ніж пряма; для прямої  $\eta = r$ . Додатковою оцінкою точності апроксимації часто застосовують при оцінці нелінійної регресії, являється середня відносна помилка апроксимації  $\bar{\varepsilon}$ , яка визначається за формулою

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{N} \sum \left| \frac{y_i - \bar{y}_i}{y_i} \right| 100.$$

При оцінці взаємного впливу трьох і більше змінних використовують коефіцієнт множинної кореляції  $R$ , який для трьох змінних визначається за формулою:

$$R = \sqrt{\frac{r_{yx1}^2 + r_{yx2}^2 - 2r_{yx1}r_{yx2}r_{x1x2}}{1 - r_{x1x2}^2}}.$$

При розрахунку сукупного коефіцієнта кореляції необхідно попередньо визначити парні коефіцієнти кореляції  $r_{yx1}$ ,  $r_{yx2}$ ,  $r_{yx3}$ . Після того як всі вони визначені, їх записують в квадратну симетричну матрицю

$$\begin{bmatrix} 1 & r_{yx1} & r_{yx2} & r_{yx3} \\ r_{yx1} & 1 & r_{x1x2} & r_{x1x3} \\ r_{yx2} & r_{x1x2} & 1 & r_{x2x3} \\ r_{yx3} & r_{x1x3} & r_{x2x3} & 1 \end{bmatrix}.$$

Тоді множинний коефіцієнт кореляції визначається формулою

$$R = \sqrt{1 - \frac{D}{D_{11}}},$$

де  $D$  - визначник матриці парних коефіцієнтів кореляції;  $D_{11}$  - визначник тієї ж матриці з викресленими першим рядком і першим стовпцем, тобто визначник матриці парних коефіцієнтів кореляції між чинниками незалежними змінними.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	Екземпляр № 1	Арк 27 / 16

### 1.5. Метод найменших квадратів

У практичній роботі залежність між змінними величинами часто виходить в результаті досліду (вимірювань). Зазвичай в цьому випадку залежність виявляється заданої у вигляді таблиці.

Функції, задані таким чином, можуть входити в подальші операції та розрахунки. Для зручності користування такими залежностями необхідно спочатку підібрати формулу, яка добре описує досвідчені дані. Підбір такої формули є суттєвою частиною обробки експериментальних даних. Одним з методів отримання цих формул є спосіб найменших квадратів.

Нехай в результаті дослідів знайдені деякі значення  $x_i$ , і відповідні їм значення  $y_i$  які задані табл. 3.1.

Таблиця 3.1 – Значення  $x_i$  і відповідні їм значення  $y_i$

x	$x_1$	...	$x_i$	...	$x_n$
y	$y_1$	...	$y_i$	...	$y_n$

Потрібно знайти залежність  $y=f(x)$ . Такою залежністю може бути одна з наступних:

$$y = a \cdot x + b \quad \text{- лінійна;}$$

$$y = a \cdot x + b \quad \text{- степенева;}$$

$$y = be^{ax} \quad \text{- показникова;}$$

$$y = a \ln x + b \quad \text{- логарифмічна;}$$

$$y = \frac{a}{x} + b \quad \text{- гіперболічна і т. д.}$$

Метод найменших квадратів (method of least squares) дозволяє підібрати більш точні значення параметрів  $a$  і  $b$ . Попередньо необхідно встановити загальний вигляд аналітичної функції, який можна виявити за дослідними даними, якщо їх нанести на площину з координатами  $xOy$ .



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	Екземпляр № 1	Арк 27 / 17

Залежність  $Y$  від  $X$ , зображується аналітичною функцією, не може збігатися з експериментальними значеннями у всіх  $n$  точках. Це означає, що для всіх або деяких точок маємо різницю (рис. 3.3.) відмінну від нуля

$$\Delta_i = Y_i - f(X_i), \quad (2.13)$$

Метод найменших квадратів полягає в тому, що підбираються параметри  $a$  і  $b$  таким чином, щоб сума квадратів різниць (рис. 3.3.) була найменшою, тобто

$$z = \sum_{i=1}^n \Delta_i^2 = \sum [y_i - f(x_i)]^2 \rightarrow \min.$$

Нехай вид функції  $y = f(x)$  встановлено, то її можна представити у вигляді

$$Y = f(X) = \varphi(X, a, b)$$

де  $a$  і  $b$  - шукані параметри.

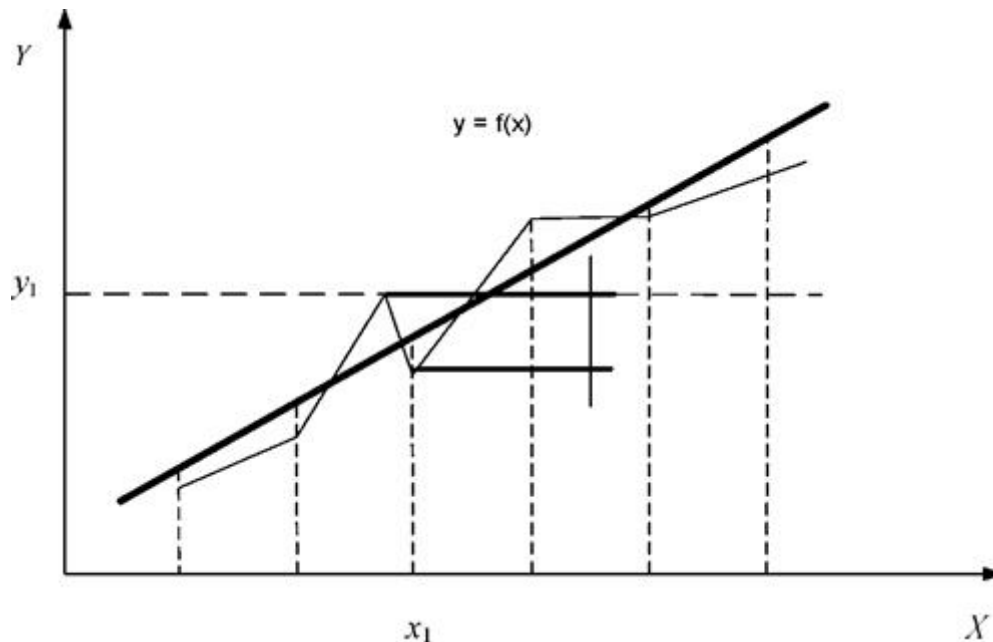


Рисунок 1.3 – Теоретична і експериментальна залежності

$$z = \sum [y_i - \varphi(x_i, a, b)]^2 \rightarrow \min.$$

Для знаходження мінімуму виразу (2.13) обчислимо приватні похідні по аргументам  $a$  і  $b$  видання і прирівняємо ці похідні до нуля, отримаємо:

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	Екземпляр № 1	Арк 27 / 18

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial a} &= 2 \sum [y_i - \varphi(x_i, a, b)] \varphi'_a(x_i, a, b) = 0; \\ \frac{\partial z}{\partial b} &= 2 \sum [y_i - \varphi(x_i, a, b)] \varphi'_b(x_i, a, b) = 0. \end{aligned} \right\}$$

Система містить два рівняння з двома невідомими. Вирішивши систему, знайдемо значення параметрів  $a$  і  $b$ . При знайдених значеннях параметрів величина  $Z$  буде найменшою, тобто, аналітична залежність буде найкращим чином описувати експериментальні дані.

Приклад: емпіричні дані необхідно описати лінійною залежністю:

$$y = ax + b, \text{ тобто } \varphi(x, a, b) = ax + b.$$

Тоді, згідно з методом найменших квадратів, запишемо:

$$z = \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2 \rightarrow \min.$$

Вибираємо числа  $a$  і  $b$  так, щоб величина  $z$  була найменшою, для чого знайдемо приватні похідні виразу по  $a$  і  $b$ , отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial a} &= 2 \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)(-x_i) = 0; \\ \frac{\partial z}{\partial b} &= 2 \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)(-1) = 0. \end{aligned} \right\}$$

Ці дві умови дають нам таку систему рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \sum x_i y_i - a \sum x_i^2 - b \sum x_i &= 0; \\ \sum y_i - a \sum x_i - nb &. \end{aligned} \right\}$$

З системи одержуємо:

$$b = \frac{\sum y_i}{n} - \frac{a \sum x_i}{n}; \quad a = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}.$$

При вирішенні рівнянь, доцільно представити проміжні розрахунки у вигляді табл. 3.2.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	Екземпляр № 1	Арк 27 / 19

Таблиця 3.2 – Проміжні розрахунки

$i$	$X_i$	$Y_i$	$X_i Y_i$	$X_i^2$
1	$X_1$	$Y_1$	$X_1 Y_1$	$X_1^2$
2	$X_2$	$Y_2$	$X_2 Y_2$	$X_2^2$
...				
$n$	$X_n$	$Y_n$	$X_n Y_n$	$X_n^2$
Разом	$X_i$	$Y_i$	$X_i Y_i$	$X_i^2$

Примітка. Якщо нас цікавить нелінійна залежність, то проводячи аналогічний розрахунок для обраного типу функції, отримаємо відповідні вирази параметрів  $a$  і  $b$ . Однак цього можна і не робити, якщо є можливість перейти від нелінійної залежності до лінійної:

а) нехай  $y = \frac{a}{x} + b$ ; замінимо  $\frac{1}{x} = x'$ , отримаємо лінійну залежність  $y = ax' + b$ ;

б)  $y = a \ln x + b$ ; замінимо  $\ln x = x'$ , отримаємо  $y = ax' + b$ ;

в)  $y = bx^a$ ; логарифмуючи, отримаємо  $\ln y = \ln b + a \ln x$ .

Замінимо  $\ln y = y'$ ;  $\ln b = b'$ ;  $\ln x = x'$ .

Маємо  $y' = b' + ax'$ .

г)  $y = be^{ax}$ ; логарифмуючи, отримаємо  $\ln y = \ln b + ax$ .

Вважаючи, що  $\ln y = y'$ ;  $\ln b = b'$ , маємо  $y' = b' + ax$ .

Для лінійних залежностей коефіцієнти  $a, a', b, b'$  знаходимо. Зведення нелінійної регресії до лінійної виконується за допомогою лінеаризуючих перетворень в ході введення  $X_i, Y_i$  і при виведенні  $a$  і  $b$ .

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	Екземпляр № 1	Арк 27 / 20

## Розділ 2. Використання методів теорії масового обслуговування для моделювання технологічних процесів підприємств автомобільного транспорту

### 2.1. Базові поняття систем масового обслуговування та методи їх дослідження

#### 2.1.1 Базові поняття систем масового обслуговування

Формально під системою масового обслуговування (далі СМО) розуміють складну систему, що складається з одного або декількох джерел запитів (заявок, вимог) на виконання певних дій (обслуговування), декількох приладів обслуговування (ліній обслуговування, каналів обслуговування), що виконують ці дії відповідно до певних правил (дисципліни обслуговування) за запитами, що надійшли в систему (рис. 1.1).

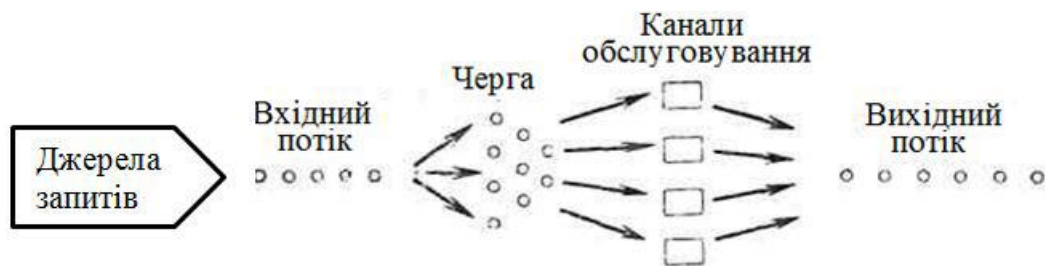


Рисунок 2.1 – Структура системи масового обслуговування

Характерною особливістю СМО є імовірнісність процесів, що відбувається, і можливість утворення черги запитів на обслуговування. Розглянемо базові поняття СМО.

**Джерело запитів.** Джерело запитів визначається як зовнішня щодо СМО система, із якої запити надходять в неї для обслуговування. Джерело називають нескінченним або кінцевим залежно від того, нескінченна чи кінцева кількість запитів міститься в ньому. Якщо джерело містить кінцеву, але досить велику кількість запитів, то його зазвичай вважають нескінченним. Наприклад, хоча кількість користувачів інформаційно-пошукової системи Google кінцева, припускають, що вони утворюють нескінченне джерело.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	Екземпляр № 1	Арк 27 / 21

Вхідний потік. Запити, що надходять з нескінченного джерела, прибувають в канал обслуговування в моменти часу  $t_0 < t_1 < \dots < t_k < \dots$ . Інтервали часу  $\xi_k = t_k - t_{k-1}$  ( $k > 1$ ) між послідовними моментами надходження запитів є випадковими величинами. Передбачається, що  $\xi_k$  утворюють послідовність незалежних і однаково розподілених випадкових величин з функцією розподілу  $A(t) = P\{\xi_k < t\}$ . У математичній теорії масового обслуговування використовують обмежений набір законів розподілу для опису вхідних потоків. Головними є пуассонівський (найпростіший), який задається формулою Пуассона.

Процес обслуговування. Нехай  $\eta_k$  – тривалість обслуговування  $k$ -го запиту. Передбачається, що  $\eta_k$  ( $k=1, 2, \dots$ ) – незалежні однаково розподілені випадкові величини з функцією розподілу  $B(t) = P\{\eta_k < t\}$ . Функція  $B(t)$  називається розподілом тривалості обслуговування. Припускаємо, що існує щільність імовірності  $b(t) = B'(t)$ . Як і для опису вхідних потоків запитів у теорії масового обслуговування використовують обмежений набір законів розподілу для опису часу обслуговування. Найпоширенішим є експоненціальний закон розподілу з функцією розподілу  $B(t) = 1 - \exp(-\mu t)$ . Параметр  $\mu$  інтерпретується як інтенсивність обслуговування. Середній час обслуговування дорівнює  $1/\mu$ . Крім експоненціального розподілу, використовують ерлангівський і гіперекспоненціальний розподіли, які отримують шляхом перетворення експоненціального закону.

Канали обслуговування. СМО може мати один або більше каналів (ліній, приладів) обслуговування. СМО з одним каналом називаються одноканальними або однолінійними, тоді як системи обслуговування, що містять більше каналів обслуговування, називаються багатоканальними або багатолінійними. Прилади обслуговування можуть бути однорідними й неоднорідними. У СМО з однорідними приладами всі прилади обслуговують запити однаково. У СМО з неоднорідними приладами прилади відрізняються один від одного деякими параметрами, наприклад інтенсивністю обслуговування.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	Екземпляр № 1	Арк 27 / 22

Дисципліна обслуговування. Правило, згідно з яким запити вибираються для обслуговування, складають дисципліну обслуговування. Умовно всі дисципліни обслуговування по наданню переваг в обслуговуванні діляться на дві групи: безпріоритетні і пріоритетні. Кожна з цих груп ділиться на ряд підгруп. Безпріоритетні дисципліни обслуговування поділяються на дисципліну обслуговування в порядку надходження, у зворотному порядку, із випадковим вибором з черги та циклічну дисципліну обслуговування. При пріоритетних дисциплінах обслуговування з черги на обслуговування спочатку вибираються заявки з вищим пріоритетом. Вони поділяються на дисципліни з фіксованими й динамічними пріоритетами. При дисципліні обслуговування з відносним пріоритетом не дозволяється переривання обслуговування запиту на каналі. Якщо в систему з дисципліною обслуговування з абсолютним пріоритетом надійде запит з пріоритетом вищим, ніж той що обслуговується, то він припинить обслуговування цього запиту й надійде на обслуговування. Системи з абсолютним пріоритетом розрізняють за кількістю рівнів пріоритету, а також за алгоритмами для обслуговування перерваних запитів. При дисциплінах обслуговування з динамічним пріоритетом пріоритет конкретних запитів змінюється залежно від змінювання деяких величин, наприклад часу очікування в черги.

За наявністю певної ознаки системи масового обслуговування можна класифікувати так:

1. За кількістю вимог, що надходить за одиницю часу, на системи з ординарним і неординарним потоками вимог. Якщо імовірність надходження двох і більше вимог одночасно дорівнює нулю або має настільки мале значення, що ним можна знехтувати, то отримаємо систему з ординарним потоком вимог. Наприклад, потік вимог – літаки, що надходить на злітно-посадкову смугу аеродрому, можна вважати ординарним.

2. За зв'язком між вимогами – на системи без післядії і з післядією. Якщо ймовірність надходження вимог у систему в деякий момент часу не залежить від

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	Екземпляр № 1	Арк 27 / 23

того, скільки вимог уже надійшло, тобто не пов'язана з передісторією досліджуваного процесу, то отримаємо систему без післядії, в іншому разі – із післядією. Прикладом системи з післядією може слугувати потік студентів, що здають залік викладачу.

3. За реакцією вимоги на зайнятість каналів – на системи з відмовами й очікуваннями. Якщо вимога, яка надійшла на обслуговування, застала всі канали зайнятими і змушена залишити систему, то отримаємо систему з відмовами.

4. Системи з очікуванням розподіляються на системи з обмеженим і необмеженим очікуванням. Якщо вимога залишає систему, коли черга набула певного розміру, то отримаємо систему з обмеженим очікуванням. Прикладом може слугувати самоскид з розчином. Якщо час очікування настільки великий, що розчин може затвердіти, то самоскид доречно розвантажити в іншому місці. Якщо вимога, яка надійшла, застала всі канали зайнятими і змушена очікувати своєї черги доти, доки вона не буде обслужена, то отримаємо систему з очікуванням без обмежень. Приклад: літак, що перебуває на аеродромі й очікує звільнення злітної смуги.

5. За способом вибору вимог на обслуговування розподіляються так:

- із пріоритетом вимог;
- у процесі надходження вимог;
- із випадковим вибором вимог;
- остання вимога обслуговується першою.

Якщо система масового обслуговування охоплює декілька категорій вимог і за якимись ознаками визначається порядок їх вибору на обслуговування, то отримаємо систему з пріоритетом вимог. Приміром, під час надходження виробів на будівельний майданчик насамперед монтують ті, що обумовлені будівельною технологією. Якщо канал, що звільнився, обслуговує вимогу, яка надійшла в систему раніше за інші, то отримаємо систему обслуговування вимог у процесі їх надходження. Наприклад, покупець, що підійшов першим до продавця, обслуговується першим. Якщо вимоги з черги в канал обслуговування надходить

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	Екземпляр № 1	Арк 27 / 24

випадково, то отримаємо систему з випадковим вибором вимог на обслуговування. Приклад: вибір слюсарем-сантехніком однієї з декількох заявок від мешканців, із часом надходження яких він не ознайомлений. Якщо для обслуговування обирається остання вимога, що надійшла, то отримаємо систему з вибором «останній обслуговується першим». Приміром, під час укладання будівельних виробів штабелями зручніше обирати зі штабеля (черги) виріб, покладений останнім.

6. За часом обслуговування вимоги – на системи з детермінованим і випадковим часом обслуговування. Якщо інтервал часу між моментом надходження вимоги в канал обслуговування і моментом виходу вимоги з каналу постійний, то отримаємо систему з детермінованим часом обслуговування, в іншому разі – із випадковим. Наприклад, миття автомобілів становить систему обслуговування з детермінованим часом обслуговування.

7. За кількістю каналів обслуговування – на одно- й багатоканальні системи. Приміром під час монтажу будинку може використовуватися один підіймальний кран (один канал обслуговування) або декілька (багато каналів обслуговування).

8. За кількістю етапів обслуговування – на одно- й багатофазні системи. Якщо канали обслуговування розташовуються послідовно й неоднорідні, то отримаємо багатофазну систему обслуговування. Прикладом такої системи може слугувати обслуговування автомобілів на СТО (миття, діагностика, заміна фільтрів тощо).

9. За однорідністю вимог – на системи з однорідними й неоднорідними потоками вимог. Приміром, якщо під навантаження прибувають фургони однієї вантажопідйомності, то отримаємо систему з однорідним потоком вимог, якщо різної – із неоднорідним.

10. За завантаженістю каналів – на впорядковані й невпорядковані системи. У впорядкованих системах обслуговуючі канали завантажені нерівномірно. Вимога, що надійшла, обслуговується чіткого визначеним каналом із наявних



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	Екземпляр № 1	Арк 27 / 25

вільних, а саме каналом з найменшим номером (вважається, що всі канали пронумеровані). У невпорядкованих системах усі канали однакові й вимога, що надійшла, обслуговується одним із вільних каналів без будь-яких переваг.

### 2.1.2. Методи теорії масового обслуговування

Теорія масового обслуговування (queueing theory) описує процеси, що протікають в системах масового обслуговування (СМО) (рис. 1.2). До СМО відносяться ремонтні майстерні, станції технічного обслуговування, автозаправні станції тощо.

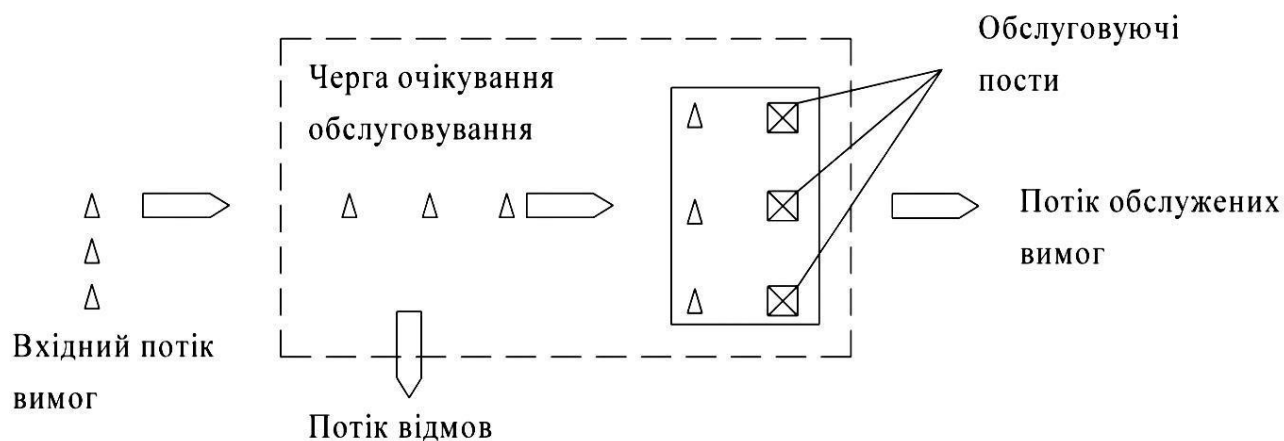


Рисунок 2.2 – Система масового обслуговування

Випадковий характер потоку заявок призводить до того, що в СМО відбувається якийсь випадковий процес. Якщо випадковий процес є марковським, то функціонування СМО можна описати системою диференціальних рівнянь, а в граничному випадку – системою лінійних алгебраїчних рівнянь, розв'язками яких визначаються характеристики роботи СМО.

Методи теорії масового обслуговування дозволяють вирішувати такі завдання автомобільного транспорту:

- визначити кількість ліній або постів ТО і Р автомобілів;
- визначити раціональну кількість оборотних агрегатів;

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	Екземпляр № 1	Арк 27 / 26

- проводити розрахунок кількості постів навантаження і розвантаження автомобілів,

- задачі формування черг на перехрестях вулично-дорожньої мережі;

- задачі планування графіків руху громадського транспорту за умов мінімальних затримок у чергах на зупинках, а також багато інших завдань.

При аналізі роботи СМО необхідно знати її основні вихідні параметри:

- інтенсивність потоку заявок –  $\lambda$ ;

- трудомісткість обслуговування однієї заявки –  $T_p$ ;

- число каналів обслуговування –  $n$ ;

- число місць очікування –  $m$ ;

- кількість операторів на кожному каналі –  $d$ ;

- умови, що накладаються на створення черги.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.06- 05.02/2/274.00.1/Б/ВК2.х- 2025
	<i>Екземпляр № 1</i>	<i>Арк 27 / 27</i>

## Список літератури

1. Теорія систем масового обслуговування : навч. посібник /А. Л. Литвинов ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2018. – 141 с.
2. Розумний транспорт і логістика для міст : навчальний посібник / [авт. колектив: О.О. Лобашов, Ю.О. Давідіч, В.В. Воронько та ін.] – Житомир : «Житомирська політехніка», 2021. – 612 с.
3. Моделювання технологічних процесів підприємств автомобільного транспорту : навчальний посібник / В. В. Біліченко, В. П. Кужель. – Вінниця : ВНТУ, 2017. – 163 с.