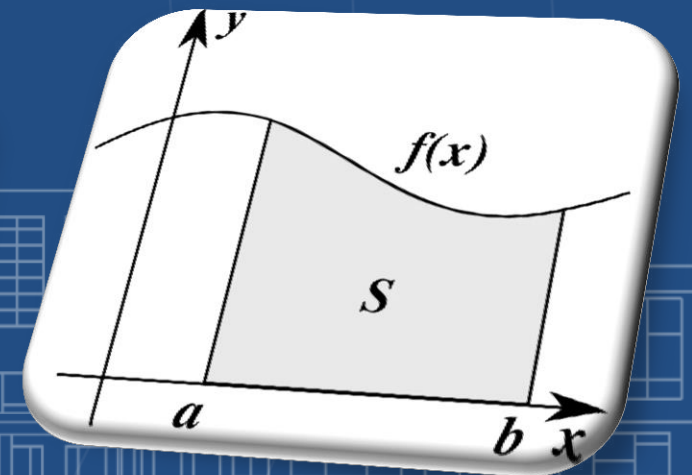


Моделювання технічних систем в пакеті прикладних програм MATLAB

$$\int f(x) dx$$



Лекція 7

Тема: Математичний аналіз в Матлаб

1. Обчислення сум та похідних.
2. Обчислення визначених та невизначених
Інтегралів.
3. Обчислення кратних та криволінійних інтегралів.



1. Обчислення сум та похідних

У системі MATLAB реалізовано два типи арифметичних операцій: поелементні та матричні. Інформацію про ці операції можна отримати виконанням команди *help ops* (рис.7.1.)

```
>> help ops
```

```
Operators and special characters.
```

```
Arithmetic operators.
```

<u>plus</u>	- Plus	+
<u>uplus</u>	- Unary plus	+
<u>minus</u>	- Minus	-
<u>uminus</u>	- Unary minus	-
<u>mtimes</u>	- Matrix multiply	*
<u>times</u>	- Array multiply	.*
<u>mpower</u>	- Matrix power	^
<u>power</u>	- Array power	.^
<u>mldivide</u>	- Backslash or left matrix divide	\
<u>mrdivide</u>	- Slash or right matrix divide	/
<u>ldivide</u>	- Left array divide	.\
<u>rdivide</u>	- Right array divide	./
<u>idivide</u>	- Integer division with rounding option.	
<u>kron</u>	- Kronecker tensor product	

(рис.7.1)

Матричні операції виконуються за правилами лінійної алгебри над масивами відповідних для цих операцій розмірів. Операндами **поелементних операцій** можуть бути масиви однакових розмірів, скаляр, або скаляр і масив.

Операції «+» та «-» у матричній і поелементній формах не відрізняються одна від одної і позначаються однаково. Операції множення, правостороннього та лівостороннього ділення та підвищення у степінь у матричній формі позначаються як «*», «/», «\» та «^» відповідно, а у поелементній формі – як «.*», «./», «.\» та «.^», тобто зображення таких операцій утворюються додаванням символу «.» перед основним символом операції.

У MATLAB обчислення сум та похідних можна виконувати як аналітично (символічно), так і чисельно. Далі — основні приклади для обох випадків.

Суми

Чисельна сума:

```
>> sum([1, 2, 3, 4, 5]) % Виведе 15
```

(рис.7.2)

Символьна (аналітична) сума:

```
>> syms k  
S = symsum(1/k^2, k, 1, Inf)  
% Результат: pi^2/6
```

(рис.7.3)

Похідні

Чисельне наближення похідної:

Якщо є вектор значень:

```
>> x = 0:0.1:2*pi;  
y = sin(x);  
dy = diff(y)./diff(x); % чисельна похідна
```

(рис.7.4)

Аналітична похідна (символьно):

```
>> syms x  
f = sin(x);  
df = diff(f, x) % df = cos(x)
```

(рис.7.5)

Можна брати похідну будь-якого порядку:

```
>> d2f = diff(f, x, 2) % друга похідна: -sin(x)
```

(рис.7.6)

2. Обчислення визначених та невизначених інтегралів

У MATLAB обчислення визначених та невизначених інтегралів можна виконувати за допомогою символної математики з використанням пакету Symbolic Math Toolbox.

Оголошення символічних змінних:

```
>> syms x
```

рис.7.7

Невизначений інтеграл:

Формат:

```
>> int(f)
```

рис.7.8

Приклад:

```
>> syms x  
f = x^2;  
I = int(f)
```

рис.7.9

Результат:

```
I =  
x^3/3
```

рис.7.10

Визначений інтеграл

Формат:

```
>> int(f, a, b)
```

рис.7.11

Приклад:

```
>> syms x  
f = x^2;  
I_def = int(f, 0, 2)
```

рис.7.12

Результат:

```
I_def =  
8/3
```

рис.7.13

Інтегрування по іншій змінній або множинна інтеграція

Подвійний інтеграл:

```
>> syms x y  
f = x*y;  
I2 = int(int(f, x, 0, 1), y, 0, 2)
```

рис.7.14

Чисельне інтегрування (без Symbolic Toolbox)

Для чисельного інтегрування використовується функція *integral*:

```
>> f = @(x) x.^2;  
I = integral(f, 0, 2)
```

рис.7.15

Результат:

```
I =  
    2.6667
```

рис.7.16

3. Обчислення кратних та криволінійних інтегралів

В MATLAB для обчислення кратних та криволінійних інтегралів можна використовувати вбудовані функції, а також виконувати чисельне інтегрування з використанням *integral*, *integral2*, *integral3* для кратних інтегралів та *integral* для криволінійних.

Кратні інтеграли (подвійні, потрійні)

Кратні інтеграли (двовимірні та тривимірні) можна обчислювати за допомогою функцій *integral2* та *integral3*.

Приклад: двовимірний інтеграл

Обчислимо подвійний інтеграл функції $\int (x,y) = x^2 + y^2$ по області x від 0 до 1, y від 0 до 2:

```
>> f = @(x, y) x.^2 + y.^2; % Означення функції  
result = integral2(f, 0, 1, 0, 2); % Подвійний інтеграл  
disp(result);
```

рис.7.17

Кратні інтеграли (двовимірні та тривимірні) можна обчислювати за допомогою функцій *integral2* та *integral3*.

Приклад: двовимірний інтеграл

Обчислимо потрійний інтеграл функції $\int (x,y,z) = x + y + z$ по області, де x, y, z від 0 до 1:

```
>> f = @(x, y, z) x + y + z; % Означення функції  
result = integral3(f, 0, 1, 0, 1, 0, 1); % Потрійний інтеграл  
disp(result);
```

рис.7.18

Криволінійні інтеграли

Для обчислення криволінійних інтегралів, MATLAB не має спеціалізованої функції, але можна скористатися параметризацією кривої та чисельним інтегруванням.

Приклад: обчислення криволінійного інтегралу

Нехай нам потрібно обчислити інтеграл по кривій C , яка задається параметризацією $r(t) = (t, t^2)$, для функції по області $\int (x, y) = x^2 + y^2$, де t змінюється від 0 до 1:

```
>> % Означення функції
f = @(x, y) x.^2 + y.^2;

% Параметризація кривої
r = @(t) [t, t^2]; % x = t, y = t^2

% Виведемо похідну від r(t)
drdt = @(t) [1, 2*t]; % похідна від r(t) по t

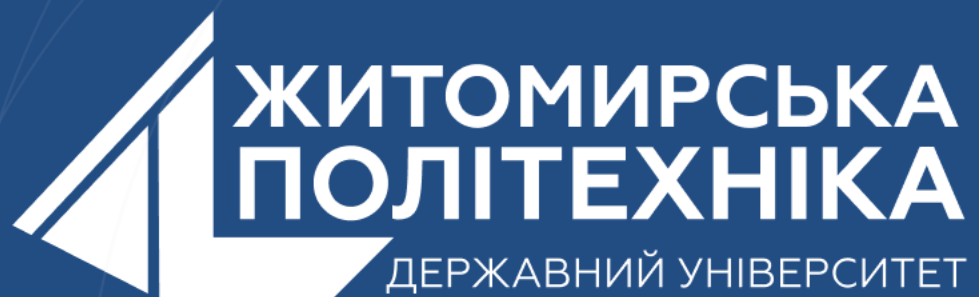
% Оскільки ми використовуємо параметризацію, обчислюємо інтеграл по t
integral = @(t) f(r(t)(1), r(t)(2)) * norm(drdt(t));

% Чисельне інтегрування
result = integral(@(t) integral(t), 0, 1);
disp(result);
```

рис.7.19

В даному випадку, ми маємо параметричну криву, і для обчислення криволінійного інтегралу, скористалися чисельним інтегруванням функції з урахуванням похідної від параметризації.

Telegram Instagram Facebook @ZTUEDUUA



- Розвиваємо лідерів
- Створюємо інновації
- Змінюємо світ на краще

