

Лекція 10.

Тема: ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ НА ОСНОВІ ЕКСПЕРТНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

ПИТАННЯ ЛЕКЦІЇ:

- 10.1. Принципи отримання і формалізації групової експертної оцінки.
- 10.2. Способи обробки експертної інформації.
- 10.3. Принципи побудови нечіткого алгоритму прийняття рішень.
- 10.4. Алгоритм прийняття рішень на основі нечітких множин.

10.1. Принципи отримання і формалізації групової експертної оцінки.

Загальні відомості про експертні оцінки процесів і систем.

При проектуванні або аналізі ефективності роботи технічних систем нерідко доводиться мати справу з оцінкою чинників, невіддатливих строгим правилам, наприклад:

- зовнішній дизайн виробу;
- зручність і комфортабельність автомобіля;
- смакові якості продукції технологічної лінії і т. ін.

У випадках, коли не може бути встановлена характеристика процесів або систем згідно зі строгими математичними або експериментальними правилами застосовують опитування *експертів*, тобто компетентних осіб у вибраній галузі знань (техніки, економіки, медицини і т.д.). У цьому випадку процес або система характеризується експертною оцінкою, яку поставив експерт відповідно до предмета дослідження.

Експертними оцінками називають оцінки, отримані в результаті обробки результатів опитування експертів.

Прикладами застосування експертної оцінки є таке.

Якість вивчення дисципліни оцінюється як середній бал результатів іспиту. Експертами в цьому випадку виступають ті хто приймає іспит.

Якість дисертаційної роботи оцінюється членами спеціалізованої ради (експертами) шляхом проведення таємного голосування.

Стосовно різних областей, існує ряд методів вироблення рішень на основі експертної інформації. Проте, можна сформулювати *узагальнений алгоритм вироблення рішень на основі експертної інформації* у вигляді:

1. Складання таблиці опитування експертів, з вказанням порядку її заповнення, чинники, що враховуються, при опитуванні.
2. Вибір складу експертної комісії.
3. Заповнення таблиці опитування.
4. По наперед розробленому алгоритму проводиться обробка експертної інформації.
5. Прийняття рішення з урахуванням експертної оцінки.

Зміст етапів алгоритму прийняття рішень на основі експертної інформації.

1. Складання таблиці опитування.

Існує декілька форм опитування експертів, що визначають вид таблиці опитування:

1.1. *Опитування типу інтерв'ю* – являє собою бесіду дослідника з експертом, у ході якої формуються знання про систему як відповіді на запитання, що задає експерту дослідник;

1.2. *Анкетування* – припускає письмову відповідь експерта на систему запитань;

1.3. *Метод доповідної записки* – експерт тривалий час вивчає суть питання і висловлює у вільній формі свою думку.

2. Вибір складу експертної комісії.

Першим кроком у підборі експертів є кількісний склад експертної групи. У цьому випадку слід керуватися графіком ефективності використання експертної інформації (рис. 10.1).

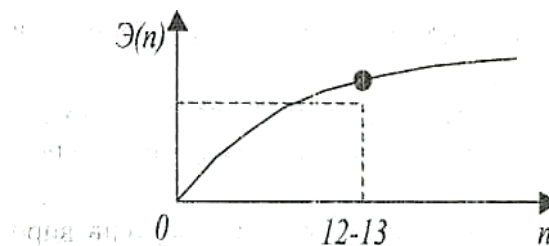


Рисунок 10.1.

Тобто достатнім є склад групи експертів, що включає понад 12-13 осіб.

При формуванні експертної групи необхідно встановити взаємодію експертів.

Виділяють три рівні взаємодії:

1. Експерти можуть вільно обмінюватися інформацією один з одним.
2. Обмін інформацією між експертами регламентований.
3. Експерти ізольовані один від одного.

Відповідно до визначення поняття *експертів* виходить, що в експертну групу слід включати тільки тих осіб, які глибоко розбираються в досліджуваній області.

3. Заповнення таблиці опитування.

Заповнення таблиці опитування знаннями здійснюється в суворій відповідності зі встановленими правилами і ЧИННИКАМИ опитування, згідно зі встановленим рівнем взаємодії між експертами. Дотримання всіх цих правил не гарантує, що прийняте кінцеве рішення буде правильним. Слід враховувати надійність одержуваних оцінок, а також той факт, що всі експерти можуть помилятися в своїх думках. Слідством повної помилкової думки може бути слаба або недостатня наукова обґрунтованість досліджуваних процесів і т. ін. Тому використання методу експертних оцінок виправдано лише при неможливості отримання рішення іншими, більш об'єктивними методами.

10.2. Способи обробки експертної інформації

Статистичний метод.

Результати оцінок кожного з експертів можна розглядати як реалізації деякої випадкової величини і застосовувати до них методи математичної статистики. Статистичні методи дозволяють визначати узгодженість думок експертів, значущість отриманих оцінок тощо. Ступінь узгодженості вказує на якість результуючої оцінки. Задача обробки експертної інформації статистичним методом полягає в визначенні деякого одного узагальненого числа, що характеризує якості досліджуваної системи.

Нехай результатами опитування експертів є декілька думок

$$x_i, \quad i=1, m, \quad (10.1)$$

тоді результуюча оцінка може бути визначена за формулою методу середньозважених

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \alpha_i}{\sum_{i=1}^n \alpha_i}, \quad (10.2)$$

де: x_i – оцінка i -го експерта;

n – кількість експертів;

$\bar{x}$ – результуюча оцінка;

α_i – ступінь довіри до i -го експерта, що характеризує його компетентність порівняно з іншими експертами групи. Якщо інформація про компетентність експертів відсутня або не враховується, можна прийняти $\alpha_i=1$.

Мірою узгодженості думок експертів є дисперсія результуючої оцінки, що визначається згідно з виразом

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \alpha_i}{\sum_{i=1}^n \alpha_i}, \quad (10.3)$$

Приклад

Десять експертів оцінюють ергономічність робочого місця оператора електронно-обчислювальної машини за 40- бальною системою. Результатами опитування є оцінки ергономічності - T

$$\begin{aligned} T_1=33; \quad T_2=35; \quad T_3=32,2; \quad T_4=34; \\ T_5=38; \quad T_6=34; \quad T_7=37; \quad T_8=40; \\ T_9=36; \quad T_{10}=35,5. \end{aligned} \quad (104)$$

Результуюча оцінка ергономічності, підрахована за формулою (10.2), складає

$$T = 35,5$$

з дисперсією

$$\sigma^2 = 4,9$$

та середньоквадратичним відхиленням

$$\sigma = 2,21.$$

Отримані дані чисельно дозволяють описати ергономічність системи і характеризують якість отриманих результатів.

Алгебраїчний метод.

Суть алгебраїчних методів обробки експертної інформації полягає у введенні деякої відстані між оцінками. Задача полягає в зіставленні

досліджуваної системи деякого ранжування. Тобто, якщо якість роботи системи оцінюється експертами за трьома показниками ефективності $K1$, $K2$, $K3$, то результатом обробки експертної інформації є впорядковування цих параметрів по порядку їх якнайкращого відтворення системою.

Приклад

$K2$ – якнайкращий параметр, відтворений системою;

$K3$ – параметр, відтворений системою з середнім рівнем якості;

$K1$ – якнайгірше відтворення параметра системою.

Розглянемо можливий варіант реалізації алгебраїчного методу.

Теоретичні основи методу

1. *Відстань* може визначатися тільки між двома порівнюваними параметрами A , B і встановлюється рівною:

0 – якщо показники якості A і B повністю збігаються;

1 – якщо A переважає над B ;

-1 – якщо A програє B .

2. *Розрахунок відстані* між параметрами A і B визначаються згідно з виразом

$$d(A, B) = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n |a_{i,j} - b_{i,j}|. \quad (10.5)$$

3. *Ранжування* від експертів подаються матрицями виду

$$C = \begin{matrix} & \begin{matrix} K_1 & K_2 & K_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{matrix} & \begin{vmatrix} 0 & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & 0 & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & 0 \end{vmatrix} \end{matrix}, \quad (10.6)$$

де K_1 , K_2 , K_3 – показники якості досліджуваної системи; C_{ij} – значення ранжувань, визначувані згідно з п.1.

Матриця ранжувань типу C має наступні властивості:

- головна діагональ – нульова;

- матриця ранжувань симетрична відносно головної діагоналі.

Якнайкращою вважається ранжування, для якого відстань (10.5) якнайменша.

Приклад

Нехай два експерти упорядкували три об'єкти і отримані ранжування мають вигляд:

$$\begin{aligned} A &= (x, y, z), \\ B &= (y, x, z). \end{aligned} \quad (10.7)$$

На підставі отриманих даних складемо матриці ранжувань:

$$A = \begin{array}{c|ccc} & X & Y & Z \\ \hline X & 0 & 1 & 1 \\ Y & 1 & 0 & 1 \\ Z & 1 & 1 & 0 \end{array} \quad (10.8)$$

$$B = \begin{array}{c|ccc} & X & Y & Z \\ \hline X & 0 & -1 & 1 \\ Y & -1 & 0 & 1 \\ Z & 1 & 1 & 0 \end{array} \quad (10.9)$$

Згідно з виразом (10.5) розрахуємо відстань для кожної із сформованих матриць ранжировок. В результаті отримаємо

$$d(A,B) = 0,5 \cdot (0 + 2 + 0 + 2 + 0 + 0 + 0 + 0) = 2. \quad (10.10)$$

Можна показати, що ранжування A є якнайкращою, оскільки відстань від неї до будь-якого іншого ранжування завжди дорівнює 2. Цього не відбувається для ранжування B , оскільки відстань між ним і іншими варіантами збільшується.

Розглянемо додаткове ранжування $C=(x \ z \ y)$. Матриця ранжування має вигляд

$$C = \begin{array}{c|ccc} & X & Y & Z \\ \hline X & 0 & 1 & 1 \\ Y & 1 & 0 & -1 \\ Z & 1 & -1 & 0 \end{array} \quad (10.11)$$

Тоді відстань

$$D(A,C)=2, \quad (10.12)$$

А відстань

$$D(B,C)=4, \quad (10.13)$$

що свідчить про правильність вибору базисного ранжування A .

Таким чином, розглянуті підходи в обробці експертної інформації дозволяють реалізувати вироблення рішень на основі даних опитування експертів. Вироблення рішень на основі експертної інформації вимагає проведення якісної обробки початкових даних. Особливістю розглянутих методів є велика частка суб'єктивізму при виробленні кінцевого рішення.

10.3. Принципи побудови нечіткого алгоритму прийняття рішень

Загальні відомості про нечіткі категорії і нечіткі множини

Дуже часто в реальних умовах прийняття рішень людині доводиться магі справу з невизначеністю. Характер невизначеності може бути достатньо різноманітним. Так, деякі невизначеності могли зводитися до випадкових процесів, проте такий підхід теж не завжди прийнятний, оскільки реальна невизначеність значно ширша і багатша. Прикладом невизначеності, не-піддатливої зведенню до випадкової (стохастичної) величини, може служити наступна ситуація.

Приклад.

При описі зовнішності людини важливим моментом є його зріст. Характеризуючи цей параметр, оточуючі дають наступні характеристики:

- високий;
- дуже високий;
- нормального зросту;
- середнього зросту;
- невисокий.

Подібного роду характеристики деякого параметра найкращим чином піддаються опису і обробці з використанням теорії нечітких множин.

Таким чином, можна стверджувати, що теорія нечітких множин розширює можливості опису і обробки невизначеності з метою вибору з безлічі можливих якнайкраще рішення.

Результатом застосування теорії нечітких множин є рішення, яке може бути подане у ряді традиційних форм:

- чисельна оцінка;
- якнайкраща множина чисел або характеристик і т. ін.

Так, результатом застосування теорії нечітких множин прикладу про зріст людини є відповідь на питання, якого зросту людина, яку бачили декілька чоловік.

Алгебра нечітких множин

Для подальших основ теорії нечітких множин введемо декілька понять.

Під множиною M розуміється будь-яке об'єднання в одне ціле m певних об'єктів з вибраної предметної області, що називаються елементами множини M .

Нехай $X=\{x\}$ - універсальна множина, тобто повна множина, що охоплює всю предметну область. Тоді *нечітка множина* A , включаючи підмножину X ($A \subset X$), є набором пар $\{(x, \mu^A(x))\}$, де $x \in X$ і μ^A відносяться до множини X з інтервалу $[0,1]$ є *функцією належності*, що являє собою суб'єктивну міру відповідності елемента нечіткій множині.

Функція належності характеризує суб'єктивну міру відповідності елемента множині, що розглядається, та приймає значення від нуля до одиниці.

Якщо нечітка множина A визначена на кінцевій універсальній множині $X=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, то її зручно позначати таким чином:

$$A = \mu^A(x_1)/x_1 + \mu^A(x_2)/x_2 + \dots = \sum_{i=1}^n \mu^A(x_i)/x_i, \quad (10.14)$$

де $\mu^A(x_i)/x_i$ - пара “функція належності/елемент” називається СИНГЛТОНОМ, а знак “+” між ними позначає сукупність пар.

Приклад.

Нехай задана множина $X=\{1, 2, \dots, 10\}$. Тоді непарна множина “Великі числа” може бути подана таким чином:

А “великі числа” = 0,2/6 + 0,5/7 + 0,8/8 + 1/9 + 1/10.

Це слід розуміти таким чином: 9 і 10 з абсолютною впевненістю можна віднести до “великих чисел” (про що і свідчить значення функції належності рівна 1); 8 - є велике число із ступенем 0,8 і т.д.; 1,2,.5_- абсолютно не є великими числами, що характеризують відповідні значення функції належності.

Функцію належності зручно одержувати шляхом застосування, наприклад, кусочно-безперервної лінійної апроксимації, оскільки для її побудови потрібні лише дві граничні значення функції належності. Так, функція приналежності для “великого числа” матиме вигляд (рис. 10.2):

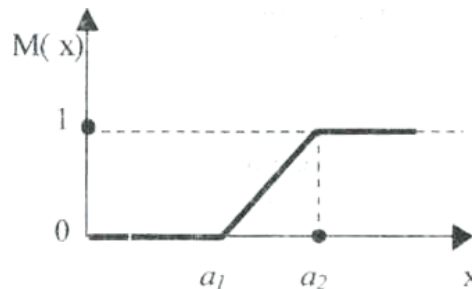


Рисунок 10.2.

Особливістю теорії нечітких множин є вироблення рішень на основі єдино можливої початкової інформації - експертні знання. В даному випадку експертна інформація покликана описати функцію належності досліджуваного об'єкта нечіткій множині. Тому для застосування математичного апарату нечітких множин необхідно регламентувати процес отримання експертної інформації відповідно до введеного поняття функції належності або проводити попередню обробку хаотично отриманої раніше експертної інформації. Слід зазначити, що з фізичної точки зору функція належності дуже близька по своєму значенню функції розподілу випадкової величини.

Введемо ще одне базове поняття теорії нечітких множин - поняття *лінгвістичної змінної*.

Лінгвістичною змінною називається міра якості системи, подана формальною мовою.

Поняття лінгвістичної змінної можна пояснити на прикладі:

Вік	Молодий	1: до 35
	Немолодий	2: після 35
	Старий	3: після 45
		
	Лінгвістична змінна	Числова змінна

Лінгвістична змінна характеризує поняття, які властиві для міркувань людини з задіянням певної міри емоцій та почуттів. Числова змінна дещо абстрагує емоціональний (суб'єктивний) аспект у визначених якостях системи або явищ та оперує числовими даними. Відмінністю лінгвістичної змінної від числової є спосіб вимірювання будь-яких якостей системи або явищ.

Таким чином, теорія нечітких множин дозволяє формалізувати задачі прийняття рішень на основі експертних оцінок, описаних природною мовою. Базовими поняттями теорії нечітких множин є функція належності і лінгвістична змінна.

10.4. Алгоритм прийняття рішень на основі нечітких множин

У першому наближенні алгоритм прийняття рішень на основі нечітких множин містить наступні етапи:

1. Формування шкали порівнянь.
2. Опитування експерта: і формування лінгвістичної змінної.

3. Формування функції належності.

4. Вироблення рішення.

Порядок реалізації вказаних етапів розглянемо на приладі рішення практичної задачі.

Задача

Свідок у своїх свідченнях стверджує, що бачена ним людина середнього зросту. Задача слідчого визначити, який фізичний зріст (в одиницях довжини) людини, яку бачив свідок, і використати цю інформацію в подальших своїх діях.

Рішення сформульованої задачі шукатимемо згідно з базовим алгоритмом прийняття рішень на основі нечітких множин.

1. Формування шкали порівняння.

З метою формування шкали порівняння слідчий провів опитування свідка і визначив, що він розрізняє п'ять рівнів зросту людини:

1. Низький.
2. Невисокий.
3. Середнього зросту.
4. Високий.
5. Дуже високий.

2. Опитування і формування лінгвістичної змінної

Задачею цього етапу є визначення відповідності між п'ятьма рівнями зросту людини, визначеними в п.1, і мірою довжини. З цією метою було проведено опитування експерта (свідка) шляхом оцінки категорій зросту конкретних людей. У результаті цього отримано відповідність фізичної і лінгвістичної шкал, поданих на рис. 10.3.

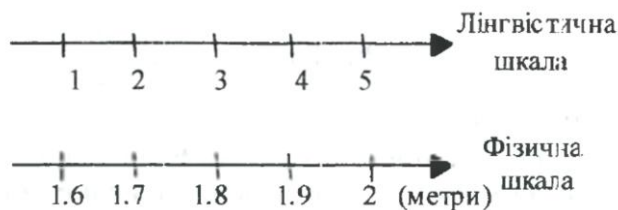


Рисунок 10.3

3. Формування функції належності

Формування функції належності здійснюватимемо графічним методом, що включає ряд етапів:

1) побудова площини рішень, відкладаючи по осі ординат п'ять рівнів зросту і п'ять рівнів лінгвістичної змінної по осі абсцис;

- 2) побудова сімейства функцій належності для кожного рівня зросту шляхом лінійної апроксимації вузлових значень;
- 3) формування функції належності для конкретного значення зросту людини відповідно до приведених побудов.

Згідно з зазначеною послідовністю, отримаємо графік рис. 10.4.

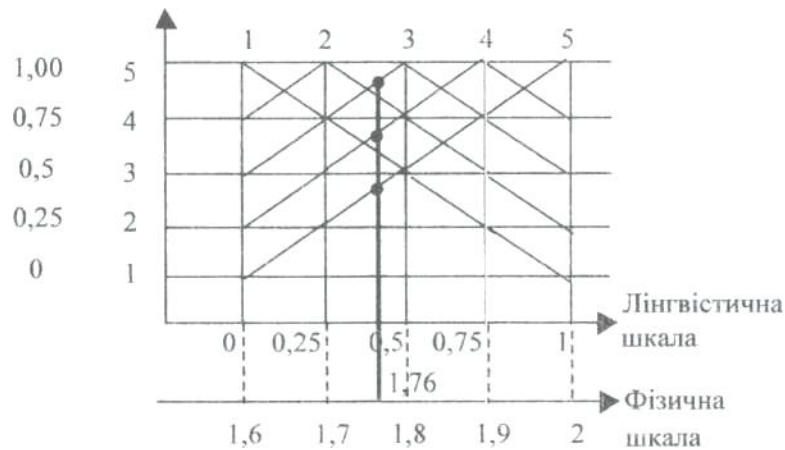


Рисунок 10.4

4. Вироблення рішення

Вироблення рішення здійснюється відповідно до графіка рис.10.4, який дозволяє скласти нечітку множину для вибраного зросту людини відповідно до лінгвістичних міркувань (показань) свідка.

Так, для людини із зростом $1,76$ м нечітка множина A відповідно до графіка рис. 10.4 має вигляд

$$A = "1,76" = 0,4/5 + 0,6/4 + 0,9/3. \quad (10.15)$$

Пояснити приведений запис (10.15) можна таким чином: дана людина може бути співвіднесена до категорії "дуже висока" і "висока" з пріоритетом $0,4$ і $0,6$ відповідно, а до категорії "середнього зросту" з пріоритетом $0,9$.

Таким чином, дана людина буде категорована свідком як "середнього зросту".

Можливо провести і зворотну ідентифікацію зросту людини, тобто по категорії визначити зріст людини у вимірах довжини.

Таким чином, нечіткий алгоритм прийняття рішень дозволяє виробляти рішення задач, маючи в своєму розпорядженні лінгвістичні спостереження експертів. Застосування нечітких категорій для опису розумової діяльності людини і переклад отриманої інформації в числову форму дозволяє вирішувати коло задач, що не піддаються опису традиційними категоріями.