

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 1

ЗАТВЕРДЖЕНО

Науково-методичною радою
Державного університету
«Житомирська політехніка»
Протокол № 4
від 15 серпня 2024 р.

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ для проведення лабораторних робіт з навчальної дисципліни «МАТЕМАТИЧНІ ТА ПРОГРАМНІ ЗАСОБИ МОДЕЛЮВАННЯ ПРИСТРОЇВ ТА СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ»

для здобувачів вищої освіти освітнього ступеня «магістр»
спеціальності 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та
робототехніка»
освітньо-професійна програма «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані
технології та робототехніка»
факультет комп'ютерно-інтегрованих технологій, мехатроніки і робототехніки
кафедра метрології та інформаційно-вимірювальної техніки

Рекомендовано на засіданні
кафедри метрології та
інформаційно-вимірювальної
техніки
27 лютого 2024 р., протокол № 2

Розробники: д.т.н., професор, завідувач кафедри метрології та інформаційно-
вимірювальної техніки ПОДЧАШИНСЬКИЙ Юрій, асистент кафедри
метрології та інформаційно-вимірювальної техніки ВОРОНОВА Тетяна

Житомир 2024

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 2

Методичні рекомендації до лабораторних робіт з дисципліни «Математичні та програмні засоби моделювання пристроїв та систем управління» для студентів спеціальності 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка»/ Укладачі Ю.О.Подчашинський, Т.С. Воронова. – Житомир: ДУ «Житомирська політехніка», 2024. – 110 с.

Укладачі: Ю.О.Подчашинський, Т.С. Воронова

Рецензенти:

д.т.н., доцент, професор кафедри робототехніки, електроенергетики та автоматизації ім. проф. Б.Б. Самотокіна Кирилович В.А.

к.т.н., доцент, доцент кафедри робототехніки, електроенергетики та автоматизації ім. проф. Б.Б. Самотокіна Гуменюк А.А

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 3

ЗМІСТ

Лабораторна робота № 1

ДОСЛІДЖЕННЯ ЧИСЕЛЬНИХ МЕТОДІВ МОДЕЛЮВАННЯ 4
ПРИСТРОЇВ ТА СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ НА ЕОМ

Лабораторна робота № 2

ДОСЛІДЖЕННЯ СТАТИСТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК 20
ПРОГРАМНО-АЛГОРИТМІЧНИХ ГЕНЕРАТОРІВ ВИПАДКОВИХ
СИГНАЛІВ

Лабораторна робота № 3

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИСТРОЇВ 40
ТА СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ ЗА МЕТОДОМ ВЗАЄМНОЇ
КОРЕЛЯЦІЙНОЇ ФУНКЦІЇ

Лабораторна робота № 4

ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ АДАПТИВНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ 48
ПРИСТРОЇВ ТА СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ

61

Додатки

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 4

Лабораторна робота № 1

ДОСЛІДЖЕННЯ ЧИСЕЛЬНИХ МЕТОДІВ МОДЕЛЮВАННЯ ПРИСТРОЇВ ТА СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ НА ЕОМ

Мета роботи:

- 1) набуття навиків в моделюванні пристроїв та систем управління (ПСУ) на ЕОМ;
- 2) дослідження точнісних характеристик і швидкодії методів чисельного інтегрування диференціальних рівнянь, які використовуються для моделювання ПСУ на ЕОМ.

1.1. Теоретичні відомості. Застосування чисельних методів до моделювання складних динамічних систем

При розробці пристроїв та систем управління (ПСУ) важливою задачею є моделювання фізичних процесів, що протікають в цих системах. Опис поведінки ПСУ за допомогою математичних рівнянь (або інших співвідношень) та наступне їх дослідження називається математичним моделюванням, а відповідні рівняння (або інші співвідношення) – математичною моделлю ПСУ.

Відтворення математичної моделі на ЕОМ називається машинним моделюванням.

При моделюванні ПСУ на ЕОМ послідовно виконуються наступні дії:

- постановка задачі;
- одержання математичної моделі ПСУ;
- вибір методу розв’язання поставленої задачі;
- розробка алгоритму розв’язання задачі;
- написання програми для ЕОМ;
- налагодження програми;
- виконання обчислень на ЕОМ, одержання та оцінка результатів моделювання.

При створенні математичної моделі ПСУ фізичні процеси, що протікають в системі, звичайно опиПСУються диференціальними рівняннями. Для того, щоб вирішити таке рівняння на ЕОМ (отримати вираз, що описує вихідну реакцію ПСУ при заданому вхідному впливі), необхідно застосовувати різноманітні засоби чисельного інтегрування диференціальних рівнянь, тобто засоби відшукування загального і часткового рішення цих рівнянь.

При моделюванні на ЕОМ безперервна ПСУ зводиться до еквівалентної дискретної системи (при такому переході властивості системи в загальному випадку змінюються, наприклад, безперервна лінійна ПСУ першого порядку завжди стійка, в той час як відповідна їй дискретна ПСУ стійка тільки при обмежених значеннях параметрів тощо).

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 6

В цьому випадку вихідна реакція ПСУ $y(t)$ і, відповідно, вказана площа буде приблизно дорівнювати сумі площ прямокутників, побудованих на основі кусочно-постійної функції $x(n\tau)$:

$$y(N\tau) \approx S_0 + S_1 + \dots + S_{N-1} = \tau x(0) + \tau x(1 \cdot \tau) + \dots + \tau x((N-1) \cdot \tau) = \tau \sum_{k=0}^{N-1} x(k\tau). \quad (1.2)$$

На основі (5.2) отримаємо рекурентний вираз для $y(t)$, тобто такий, що на основі значень $x(t)$ і $y(t)$ в момент $t = (N-1)\tau$ дозволяє отримати значення $y(t)$ в момент $t = N\tau$.

Маємо

$$y(n\tau) \approx \tau \sum_{k=0}^{n-1} x(k\tau) = \tau \sum_{k=0}^{n-2} x(k\tau) + \tau x((n-1) \cdot \tau) = y((n-1) \cdot \tau) + \tau x((n-1) \cdot \tau). \quad (1.3)$$

Або в іншій формі запису, опускаючи позначення інтервалу часу τ , одержуємо

$$y_n = y_{n-1} + \tau x_{n-1}. \quad (1.4)$$

Перш ніж розпочати обчислення, необхідно мати стартове значення (початкову умову) x_0 , що обирається рівною потрібному початковому значенню функції $x(t)$ на початку інтервалу інтегрування. На основі рекурентного виразу (1.4) отримаємо передаточну функцію інтегратора, вхідний вплив якого апроксимовано кусочно-постійною функцією.

Застосуємо Z - перетворення до (1.4):

$$\begin{aligned} Z\{y_n\} &= Z\{y_{n-1} + \tau x_{n-1}\}; \\ Y(z) &= z^{-1}Y(z) + \tau z^{-1}X(z); \\ Y(z) - z^{-1}Y(z) &= \tau z^{-1}X(z). \end{aligned} \quad (1.5)$$

Помножимо обидві частини отриманого виразу на z :

$$\begin{aligned} zY(z) - Y(z) &= \tau X(z) \\ Y(z) &= \frac{\tau}{z-1} X(z). \end{aligned} \quad (1.6)$$

Остаточно маємо вираз для дискретної передаточної функції при кусочно-постійній апроксимації вхідного сигналу

$$I_n = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\tau}{z-1}. \quad (1.7)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 7

Блок-схема, що відповідає формулам чисельного інтегрування (1.4) і (1.7), наведена на рис. 1.3. Вона дозволяє ввести поняття дискретного еквівалента інтегратора (в літературі він отримав найменування «дигратор»).

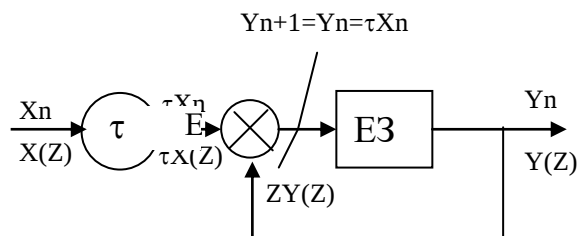


Рис. 1.3

Таким чином, щоб отримати вихідну реакцію інтегратора $Y(z)$ на вхідний вплив $X(z)$, необхідно помножити $X(z)$ на дискретну передатну функцію, що визначається виразом

$$I_n = \frac{\tau}{z-1}.$$

Описаний метод чисельного інтегрування називається методом Ейлера або методом чисельного інтегрування по формулі прямокутників.

Однак кусочно-постійна апроксимація вхідного впливу $x(t)$ дає великі помилки, особливо в випадку багаторазового виконання процедури інтегрування (наприклад, при моделюванні двох послідовно включених інтеграторів).

Функцію $x(t)$ можна апроксимувати кусочно-лінійною функцією (рис. 1.4).

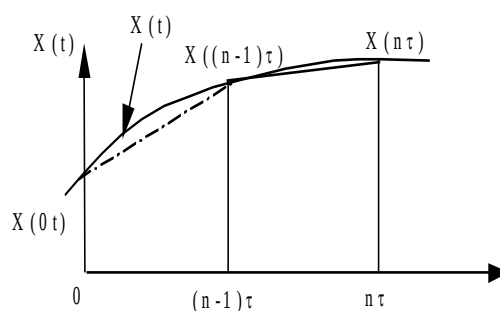


Рис. 1.4

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 8

При цьому площа, обмежена кривою $x(t)$, подається у вигляді суми площ окремих трапецій, основою яких є значення $x((n-1)\tau)$ і $x(n\tau)$. Площа такої трапеції

$$S_n = \frac{\tau}{2} (x((n-1)\tau) + x(n\tau)). \quad (1.8)$$

В результаті обчислень, аналогічних проведенням у випадку кусочно-постійної апроксимації $x(t)$, можна отримати наступну формулу для визначення $y(t)$:

$$y_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{2} (x_{n-1} + x_n). \quad (1.9)$$

Одержимо дискретну передаточну функцію для рекурентного виразу (1.9) аналогічно випадку кусочно-постійної апроксимації $x(t)$ (див. формули (1.4) - (1.7)):

$$\begin{aligned} Z\{y_n\} &= Z\{y_{n-1} + \frac{\tau}{2} (x_{n-1} + x_n)\}; \\ Y\{z\} &= z^{-1}Y(z) + \frac{\tau}{2} [z^{-1}X(z) + X(z)]; \\ Y(z) - z^{-1}Y(z) &= \frac{\tau}{2} [z^{-1}X(z) + X(z)]; \\ zY(z) - Y(z) &= \frac{\tau}{2} [X(z) + zX(z)]. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Остаточно маємо вираз дискретної передаточної функції для кусочно-лінійної апроксимації вхідного сигналу

$$I_T = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\tau}{2} \cdot \frac{z+1}{z-1}. \quad (1.11)$$

Описаний метод називають методом чисельного інтегрування по формулі трапецій.

При виконанні двох послідовних операцій інтегрування можна поступити наступним чином. Вхідну функцію першого інтегратора апроксимувати кусочно-постійною функцією. Вихідна функція першого інтегратора буде мати вид кусочно-лінійної функції (що слідує з властивостей операції інтегрування) і вона точно апроксимується кусочно-лінійною функцією на вході другого інтегратора. В результаті подвійного інтегрування кусочно-постійної функції отримаємо кусочно-квадратичну функцію (формула Симпсона):

$$y_n = y_{n-2} + \frac{\tau}{3} (x_n + 4x_{n-1} + x_{n-2}). \quad (1.12)$$

Виразу (1.12) відповідає дискретна передаточна функція

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 9

$$I = \frac{\tau}{3} \cdot \frac{(z^2 + 4z + 1)}{(z - 1)^2}. \quad (1.13)$$

Проводячи обчислення, аналогічні вже наведеним, і використовуючи кусочно-лінійну апроксимацію вхідного сигналу, для випадків багаторазового інтегрування можна отримати дискретні передаточні функції, наведені в табл. 1.1.

Таблиця 1.1. Дискретні передаточні функції

Кількість інтегрувань	Оператор для кусочно-постійної функції		Оператор для кусочно-лінійної функції	
	Позначення	Вираз	Позначення	Вираз
1	$I_{П1}$	$\frac{\tau}{z - 1}$	$I_{Л1}$	$\frac{\tau}{2} \cdot \frac{z + 1}{z - 1}$
2	$I_{П2}$	$\frac{\tau^2}{2} \cdot \frac{z + 1}{(z - 1)^2}$	$I_{Л2}$	$\frac{\tau^2}{6} \cdot \frac{(z^2 + 4z + 1)}{(z - 1)^2}$

Розглянемо методи, що застосовуються при інтегруванні диференційних рівнянь першого порядку виду

$$\dot{y} = f(y, x, t) \quad (1.14)$$

де $f(y, x, t)$ – нелінійна функція;

$y(t)$ – вихідна реакція ПСУ;

$x(t)$ – вхідний вплив ПСУ;

t - незалежна змінна (час).

Відзначимо, що диференційне рівняння n -го порядку можна перетворити по формі Коши в систему n -диференційних рівнянь виду (1.14).

Проінтегруємо диференційне рівняння (1.14) по формулі трапецій (1.9):

$$y_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{2} (f(y_{n-1}) + f(y_n)). \quad (1.15)$$

В даному рівнянні y_n входить лінійно в ліву частину та нелінійно – в праву частину. Для рішення такого рівняння необхідно застосування ітераційних методів, які вимагають великих витрат машинного часу на кожному кроці інтегрування і тому неприйнятні. Для прискорення обчислень застосовується алгоритм передбачення та виправлення вихідної величини $y(t)$. Для спрощення обчислень попереднє значення $y(t)$ на n -му кроці інтегрування (передбачення) обчислюється за формулою прямокутників (1.4):

$$p_n = y_{n-1} + \tau f(y_{n-1}). \quad (1.16)$$

Після цього визначаємо виправлене значення $y(t)$ на n -му кроці інтегрування, використовуючи в правій частині (1.15) замість y_n вже відоме попереднє значення p_n :

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 10

$$y_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{2} (f(y_{n-1}) + f(p_n)). \quad (1.17)$$

Формули (1.16) і (1.17) являють собою метод чисельного інтегрування за алгоритмом передбачення і виправлення, або модифікований метод Ейлера.

В описаному методі передбачення і виправлення при розв'язанні рівняння виду (1.14) в процедурі чисельного інтегрування по формулі прямокутників використовується значення похідної $y(t)$ в одній точці $f(y_n)$. В процедурі чисельного інтегрування по формулі трапецій використовується значення похідної в двох точках $(f(y_{n-1}), f(y_n))$.

Часто для підвищення точності інтегрування необхідно застосовувати в парі формул передбачення і виправлення формули більш високого порядку, тобто ті, що використовують значення похідної в точках $f(y_{n-k}), f(y_{n-k+1}), \dots, f(y_{n-1}), f(y_n)$.

Ці формули використовуються в багатокрокових методах по алгоритму передбачення і виправлення.

Багатокрокові методи чисельного інтегрування застосовуються для підвищення точності при заданому часі обчислень або для зменшення часу обчислень при заданій точності.

Наведемо формули передбачення та виправлення для деяких багатокрокових методів.

Метод Мілна:

– передбачення

$$p_n = y_{n-4} + \frac{4\tau}{3} [2f(y_{n-1}) - f(y_{n-2}) + f(y_{n-3})]; \quad (1.18)$$

– виправлення

$$y_n = y_{n-2} + \frac{\tau}{3} [f(p_n) + 4f(y_{n-1}) + f(y_{n-2})]. \quad (1.19)$$

Метод Адамса-Мултона:

– передбачення

$$p_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{24} [55f(y_{n-1}) - 59f(y_{n-2}) + 37f(y_{n-3}) - 9f(y_{n-4})]; \quad (1.20)$$

– виправлення

$$y_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{24} [9f(p_n) - 19f(y_{n-1}) - 5f(y_{n-2}) + f(y_{n-3})]. \quad (1.21)$$

Недолік цих багатокрокових методів полягає в тому, що для моделювання необхідно мати стартові значення. Одним з засобів одержання стартових значень є інтегрування по формулі прямокутників з малим кроком до тих пір, доки не будуть отримані стартові значення, що вимагаються.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 11

Від зазначеного недоліку вільний однокроковий метод Рунге-Кутта четвертого порядку, заснований на оцінці похідних вихідної величини у середині інтервалу обчислень:

$$y_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \quad (1.22)$$

де $k_1 = f(y_{n-1})$;

$$k_2 = f(y_{n-1} + \frac{\tau}{2}k_1);$$

$$k_3 = f(y_{n-1} + \frac{\tau}{2}k_2);$$

$$k_4 = f(y_{n-1} + k_3).$$

Часто метод Рунге-Кутта використовується для одержання стартових значень багатокрокових методів. Вибір конкретного методу чисельного інтегрування при моделюванні ПСУ на ЕОМ визначається багатьма факторами, в тому числі часом обчислень, точністю обчислень, що вимагається, простотою програмування тощо.

1.2. Методи та алгоритм програми моделювання пристроїв та систем управління

Алгоритм програми моделювання ПСУ зображений на рис. 1.5.

В програмі досліджується ПСУ, що описується диференціальним рівнянням $y'(t) + ay(t) = bx(t)$ або $y'(t) = -ay(t) + bx(t)$ (1.23)

де a, b – коефіцієнти, що задаються в процесі роботи програми;

$y(t)$ – вихідна реакція ПСУ;

$x(t)$ – вхідний вплив.

При роботі програми можна формувати два види вхідних впливів:

– гармонійний

$$x(t) = A \cdot \sin(2 f t \pi + \varphi_0); \quad (1.24)$$

– одиничний

$$x(t) = 1(t). \quad (1.25)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 12

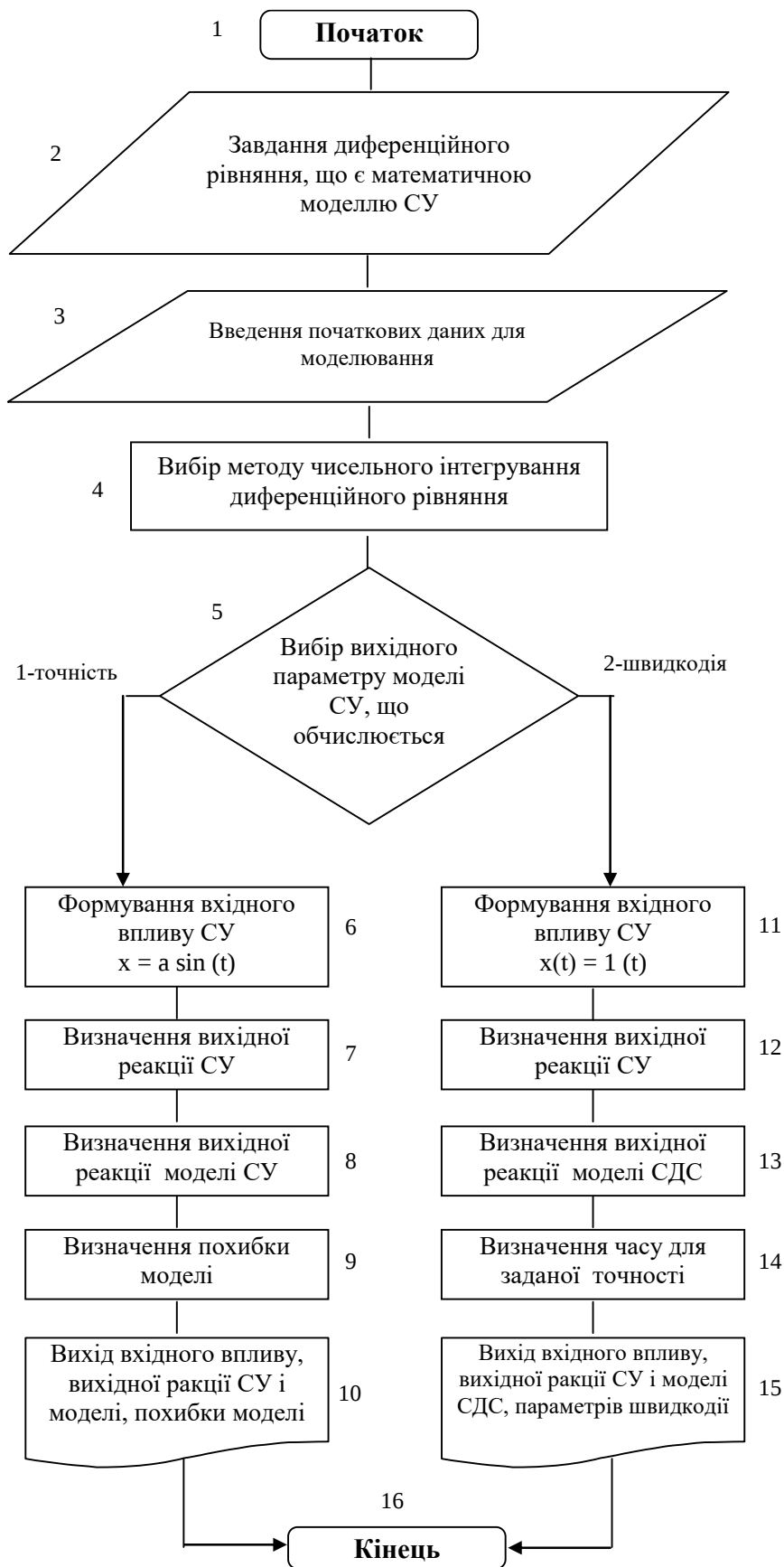


Рис 1.5

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 13

Для визначення вихідної реакції ПСУ використовується один з 7 методів чисельного інтегрування:

- прямокутників (Ейлера);
- трапецій;
- Симпсона;
- модифікований метод Ейлера (передбачення по формулі прямокутників і виправлення по формулі трапецій);
- Мілна четвертого порядку;
- Адамса-Мултона;
- Рунге-Кутта четвертого порядку.

Отримаємо рекурентний вираз для чисельного інтегрування диференційного рівняння (1.23) по методу прямокутників.

Перепишемо вихідне рівняння із застосуванням операторів диференціювання D і інтегрування I :

$$Du = -au + bx. \quad (1.26)$$

Поділимо обидві частини (1.26) на оператор D і, враховуючи, що $1/D = I$, отримаємо

$$Y = I(-au + bx). \quad (1.27)$$

Для методу прямокутників оператор інтегрування в формі z - перетворення має вид

$$I = \frac{\tau}{z-1}, \quad (1.28)$$

де τ - крок чисельного інтегрування.

Перепишемо (1.27) застосовуючи пряме z -перетворення:

$$Y(z) = \frac{\tau}{z-1} (-aY(z) + bX(z)); \quad (1.29)$$

$$zY(z) - Y(z) = -\tau a Y(z) + \tau b X(z); \quad (1.30)$$

$$Y(z) - z^{-1}Y(z) = -\tau a z^{-1}Y(z) + \tau b z^{-1}X(z); \quad (1.31)$$

Застосуємо до (1.31) зворотне z -перетворення:

$$y_n - y_{n-1} = -\tau a y_{n-1} + \tau b x_{n-1}. \quad (1.32)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 14

Остаточного маємо

$$y_n = (1 - \tau a) y_{n-1} + \tau b x_{n-1}. \quad (1.33)$$

Виконавши обчислення, аналогічні (1.26) - (1.33), отримаємо наступні рекурентні вирази для інших методів чисельного інтегрування.

Метод трапецій:

$$y(n) = \frac{1}{1 + \frac{a\tau}{2}} \left[\left(1 - \frac{a\tau}{2} \right) y_{n-1} + \frac{b\tau}{2} x_n + \frac{b\tau}{2} x_{n-1} \right]; \quad (1.34)$$

Метод Симпсона:

$$y_n = \frac{1}{1 + \frac{a\tau}{3}} \left[-\frac{4a\tau}{3} y_{n-1} + \left(1 - \frac{a\tau}{3} \right) y_{n-2} + \frac{b\tau}{3} x_n + \frac{4b\tau}{3} x_{n-1} + \frac{b\tau}{3} x_{n-2} \right]; \quad (1.35)$$

$$y_{i+1} = y_{i-1} + \frac{\tau}{3} (-ay_{i-1} + bx_{i-1}) + \frac{4\tau}{3} (-ay_i + bx_i) + \frac{\tau}{3} (-ay_{i+1} + bx_{i+1}); \quad (1.35,a)$$

Метод передбачення по формулі прямокутників і виправлення по формулі трапецій (модифікований метод Ейлера):

– передбачення

$$p_n = y_{n-1} + \tau [-a y_{n-1} + b x_{n-1}]; \quad (1.36)$$

– виправлення

$$y_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{2} [-a y_{n-1} + b x_{n-1} - a p_n + b x_n]; \quad (1.37)$$

Метод Мілна:

$$p_n = y_{n-4} + \frac{4\tau}{3} [2(-a y_{n-1} + b x_{n-1}) - (-a y_{n-2} + b x_{n-2}) + 2(-a y_{n-3} + b x_{n-3})]; \quad (1.38)$$

$$y_n = y_{n-2} + \frac{\tau}{3} [(-a p_n + b x_n) + 4(-a y_{n-1} + b x_{n-1}) + (-a y_{n-2} + b x_{n-2})]. \quad (1.39)$$

Метод Адамса-Мултона:

$$p_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{24} [55(-a y_{n-1} + b x_{n-1}) - 59(-a y_{n-2} + b x_{n-2}) + 37(-a y_{n-3} + b x_{n-3}) - 9(-a y_{n-4} + b x_{n-4})]; \quad (1.40)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 15

$$y_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{24} [9(-a p_n + b x_n) - 19(-a y_{n-1} + b x_{n-1}) - 5(-a y_{n-2} + b x_{n-2}) + (-a y_{n-3} + b x_{n-3})]. \quad (1.41)$$

Метод Рунге-Кутта четвертого порядку:

$$y_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \quad (1.42)$$

де $k_1 = -a y_{n-1} + b x_{n-1}$;

$$k_2 = -a \left(y_{n-1} + \frac{\tau}{2} k_1 \right) + b x_{n-1};$$

$$k_3 = -a \left(y_{n-1} + \frac{\tau}{2} k_2 \right) + b x_{n-1};$$

$$k_4 = -a (y_{n-1} + \tau k_3) + b x_{n-1}.$$

В методах Мілна і Адамса-Мутона для одержання чотирьох стартових значень y_i використовується метод прямокутників.

Похибка обчислення вихідної реакції ПСУ визначається наступним чином:

$$\varepsilon = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i^* - y_i|, \quad (1.43)$$

де N – кількість точок, в яких обчислюється вихідна реакція моделі ПСУ;

y_i^* – вихідна реакція моделі ПСУ на i -му кроці інтегрування (розрахунок на основі методу чисельного інтегрування);

y_i – вихідна реакція ПСУ на i -му кроці інтегрування (аналітичний розрахунок).

При коефіцієнті диференційного рівняння $a = -1$, $b = 1$ маємо $y_i = x_i$.

Для обчислення вихідної реакції ПСУ використовується чисельне інтегрування по формулі трапеції з шагом у 10 разів меншим, ніж для обчислення вихідної реакції моделі ПСУ.

У програмі вхідний сигнал ПСУ має назву безперервний вхідний сигнал, вхідний сигнал моделі ПСУ – дискретний вхідний сигнал, вихідна реакція ПСУ – безперервний вихідний сигнал, вихідна реакція моделі ПСУ – дискретний вихідний сигнал.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 16

Швидкодія моделі ПСУ $t_{м\text{ ПСУ}}$ визначається інтервалом часу, що пройшов від початку подачі на вхід моделі ПСУ одиничного впливу $x(t)=1(t)$ до моменту, коли вихідна реакція моделі ПСУ буде знаходитися в межах

$$0,95 \leq y_i^* \leq 1,05 \quad (1.44)$$

Швидкодія ПСУ $t_{\text{ПСУ}}$ визначається інтервалом часу, що пройшов від початку подачі на вхід ПСУ одиничного впливу $x(t)=1(t)$ до моменту, коли вихідна реакція ПСУ буде знаходитися в межах, визначених співвідношенням (1.44).

Різниця цих двох величин визначає вплив методу чисельного інтегрування на динамічні властивості моделі ПСУ. Вказану різницю можна вважати швидкодією методу чисельного інтегрування $t_{\text{мчі}}$ (рис. 1.6).

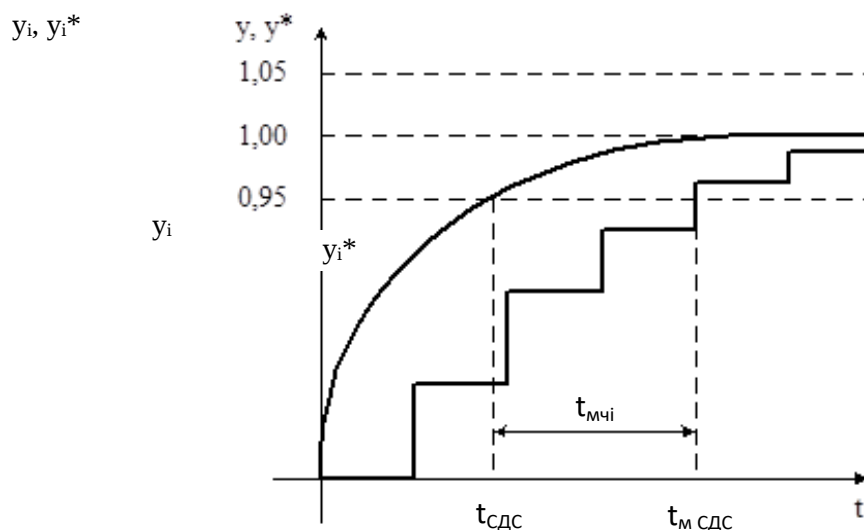


Рис. 1.6

Початкові дані для програми:

- тип моделі ПСУ, що досліджується;
- метод чисельного інтегрування диференційних рівнянь;
- коефіцієнти диференційного рівняння;
- кількість точок для розрахунків вихідної реакції моделі ПСУ;
- крок інтегрування.

Вихідні дані програми:

- вихідна реакція моделі ПСУ;
- похибка обчислень для моделі ПСУ;
- швидкодія моделі ПСУ.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 17

1.3 Порядок виконання роботи

1. Вивчити теоретичні відомості, необхідні для виконання роботи.
2. Виконати попередній аналіз початкових даних індивідуального варіанту (табл. 1.2).

Таблиця 1.2

Варі- ант	Кількість періодів сигналу $x(t) = A \cdot \sin(t)$ на інтервалі спостереження	Кількість кроків N інтегрування на інтервалі спостереження	a_1	b_1
1.	1	1000	0,9	1,3
2.	2	1000	0,95	1,26
3.	3	1500	0,9	1,3
4.	2	1500	0,95	1,26
5.	5	2000	0,9	1,3
6.	2	2000	0,95	1,26
7.	1	1000	1,06	0,9
8.	2	1000	1,18	0,87
9.	1	1500	1,06	0,9
10.	2	1500	1,18	0,87
11.	1	2000	1,06	0,9
12.	2	2000	1,18	0,87
13.	1	1000	0,9	1,3
14.	2	1000	0,95	1,26
15.	4	1500	0,9	1,3
16.	2	1500	0,95	1,26
17.	6	2000	0,9	1,3
18.	2	2000	0,95	1,26
19.	1	1000	1,06	0,9
20.	2	1000	1,18	0,87
21.	6	1500	1,06	0,9
22.	2	1500	1,18	0,87
23.	4	2000	1,06	0,9
24.	2	2000	1,18	0,87
25.	1	1000	0,9	1,3
26.	2	1000	0,95	1,26
27.	3	1500	0,9	1,3
28.	2	1500	0,95	1,26
29.	2	2000	0,9	1,3
30.	5	2000	0,95	1,26

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 18

3. Виконайте моделювання ПСУ, заданого диференціальним рівнянням $y + ay = bx$ ($a = 1, b = 1$), час моделювання 10 с. Приклад програми моделювання – Додаток А.

Замалюйте графік вхідного сигналу (ступеневий вплив, синусоїда та синусоїда, що згасає) і вихідної реакції об'єкта.

Таблиця 1.3

Метод чисельного інтегрування	Диференціальне рівняння $y + ay = bx$ ($a = 1, b = 1$) фіксований крок кількість кроків N		Диференціальне рівняння $y + a_1y = b_1x$ фіксований крок кількість кроків N		Диференціальне рівняння $y + ay = bx$ ($a = 1, b = 1$) автоматичний вибір кроку інтегрування для ode45, ode23, ode113	
	Похибка методу, умовних одиниць	Швидкодія методу чисельного інтегрування, с	Похибка методу, умовних одиниць	Швидкодія методу чисельного інтегрування, с	Похибка методу, умовних одиниць	Швидкодія методу чисельного інтегрування, с
1. ode45						
2. ode23						
3. ode113						
4. Ейлера						
5. Трапецій						
6. Симпсона						
7. Модіфі- кований Ейлера						
8. Мілна						
9. Адамса- Мултона						
10. Рунге- Кутта 4-го порядку						

4. Виконайте моделювання ПСУ, використовуючи коефіцієнти рівняння a_1 , b_1 з індивідуального варіанту завдання, час моделювання 10 с.

Замалюйте графік вхідного сигналу (ступеневий вплив, синусоїда та синусоїда, що згасає) вихідної реакції моделі ПСУ.

5. Визначте похибку моделі ПСУ для кожного з 10 методів чисельного інтегрування у відповідності з формулою (1.43). Заповнить таблицю 1.3.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 19

6. Визначте швидкодію моделі ПСУ для кожного з 10 методів чисельного інтегрування у відповідності з формулою (1.44). Заповніть таблицю 1.3.

1.4. Зміст звіту

1. Найменування і мета роботи.
2. Початкові дані індивідуального варіанту.
3. Графік вхідного сигналу і вихідної реакції моделі ПСУ.
4. Заповнена таблиця 1.7.
5. Висновки по роботі.

1.5. Контрольні питання

1. Наведіть основні етапи моделювання ПСУ за допомогою ЕОМ.
2. Виконайте порівняльний аналіз різних методів апроксимації вхідних сигналів (кусочно-постійна і кусочно-лінійна апроксимація).
3. Порівняйте (графічно) помилки при одержанні вхідного сигналу ПСУ при чисельному інтегруванні по формулі прямокутників і формулі трапецій.
4. Чому при дворазовому застосуванні операції чисельного інтегрування виникає необхідність застосування формули трапецій?
5. Як отримати з диференційного рівняння n -го порядку систему з n диференційних рівнянь першого порядку?
6. Обґрунтуйте (графічно) алгоритм передбачення і виправлення (модифікований метод Ейлера).
7. Проведіть порівняльний аналіз методів чисельного інтегрування з точки зору початкових умов, що вимагаються для початку обчислень.
8. Як отримати початкові умови для багатокрокових методів чисельного інтегрування?
9. Як оцінити похибку чисельного інтегрування для модифікованого методу Ейлера?
10. Поясніть, як оцінити похибку чисельного інтегрування для методу Рунге-Кутта?
11. Що таке процедура автоматичного регулювання кроку інтегрування?
12. Проведіть порівняльний аналіз методів чисельного інтегрування з точки зору точності і часу обчислень на ЕОМ.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 20

Лабораторна робота № 2

ДОСЛІДЖЕННЯ СТАТИСТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОГРАМНО- АЛГОРИТМІЧНИХ ГЕНЕРАТОРІВ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ

Мета роботи: дослідження залежності статистичних характеристик “білого” шуму від методів реалізації алгоритмів генерації.

2.1 Теоретичні відомості. Теорія та методи моделювання випадкових сигналів

При проведенні експериментальних досліджень пристроїв та систем управління (ПСУ) та інших технічних приладів, при моделюванні таких систем і розв’язанні задачі ідентифікації широко використовують випадкові сигнали (процеси) з заданими статистичними характеристиками.

Як відомо, найбільш повними статистичними характеристиками випадкових процесів є диференціальний закон розподілу ймовірностей (щільність розподілу ймовірностей) і інтегральний закон (функція ймовірності).

При вивченні стаціонарних і ергодичних процесів звичайно обмежуються розглядом перших двох моментів цих законів (кореляційна теорія випадкових процесів).

Незалежно від стаціонарної або нестаціонарної природи випадкового сигналу з заданими характеристиками частіше такі сигнали отримують за допомогою відповідних фільтрів (моделей сигналів), що створюють білий шум.

Білий шум – це гіпотетичний стаціонарний випадковий процес, котрий не існує в дійсності, і у якого будь-які два значення, що розділені скільки завгодно невеликим інтервалом часу, статистично незалежні. В силу цього кореляційна функція шуму дорівнює дельта-функції

$$R(\tau) = a^2 \cdot \delta(\tau), \quad (2.1)$$

а спектральна щільність

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau = a^2 \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau = a^2 = const \quad (2.2)$$

На практиці зустрічаються випадкові процеси, спектральні щільності яких постійні в деякій обмеженому діапазоні частот. Якщо цей діапазон частот за величиною перевищує діапазон пропускання формуючого фільтру, тобто моделі сигналу (в інших випадках перевищує діапазон пропускання ПСУ, що досліджується) і спектральна щільність приблизно постійна, то такий процес наближено може вважатися білим шумом. Щоб відрізнити реальний (наближений) білий шум від гіпотетичного (математичної абстракції), будемо брати прикметник в лапки, тобто “білий” шум – це наближений випадковий

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 21

процес, що можна генерувати за допомогою технічних або алгоритмічних засобів.

В практиці експериментальних досліджень виникає необхідність знати не тільки спектральний склад випадкових сигналів, але і розподіл ймовірностей миттєвих значень цих сигналів. При цьому заданий розподіл миттєвих значень випадкового сигналу краще всього одержувати за допомогою спеціальних функціональних перетворювачів, які створюють “білого” шуму, що має рівномірний розподіл в деякому інтервалі значень.

Типовим прикладом дискретного “білого” шуму може служити помилка квантування сигналів по рівню, що виконується в АЦП. Як відомо, квантування сигналів по рівню може бути ототожнене з їхнім проходженням через перетворювач з нелінійною статистичною характеристикою, показаною на рис. 2.1.

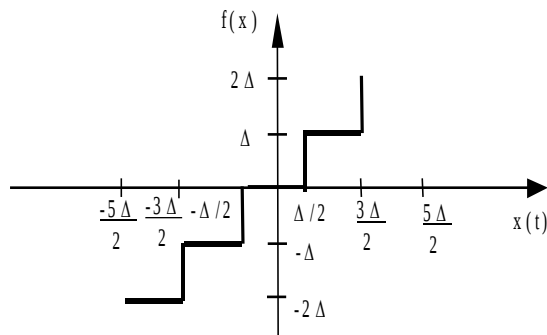


Рис. 2.1

Якщо вважати, що в ідеальному випадку (перетворювач не вносить помилок в сигнали що передаються) вихідний сигнал повинен мати значення

$$y = f(x) = kx \quad (2.3)$$

(k – коефіцієнт перетворення пристрою, $k = \tan \alpha$), то під помилкою квантування розуміють різницю двох сигналів, утворених на виході ідеального перетворювача з характеристикою, що показана на рис. 2.1. Процес формування помилки можна відобразити блок-схемою, зображеною на рис. 2.2.

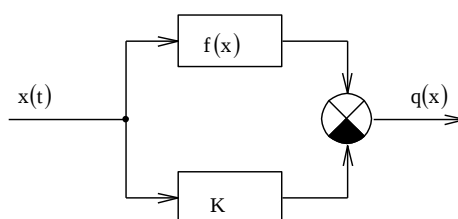


Рис. 2.2

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 22

Оскільки

$$q(x) = f(x) - kx, \quad (2.4)$$

то графік (осцилограма) зміни помилки квантування має вигляд, показаний на рис. 2.3, а.

Графік щільності розподілу імовірностей випадкової помилки квантування сигналів по рівню зображений на рис. 2.3, б. Аналітично щільність розподілу записується наступним чином:

$$W(q) = \begin{cases} 1/\Delta, & \text{при } -\Delta/2 \leq q \leq \Delta/2; \\ 0, & \text{при } |q| \geq \Delta/2. \end{cases} \quad (2.5)$$

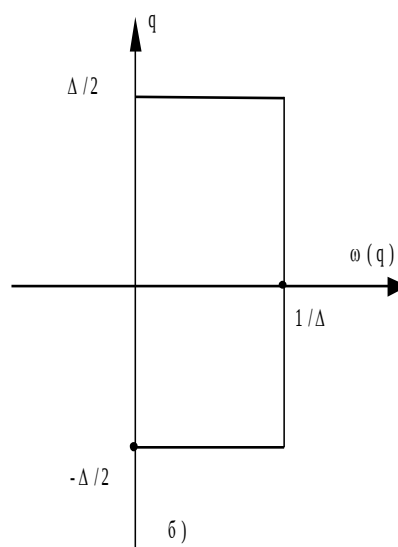
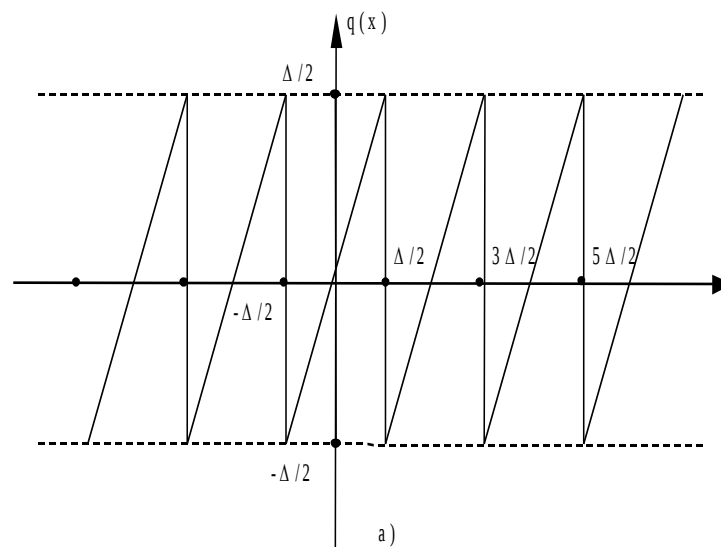


Рис 2.3

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 23

Існує три методи генерування випадкових чисел: табличний, фізичний, аналітичний (алгоритмічний). В різних генераторах випадкових чисел (ГВЧ) має місце послідовне, паралельне або змішане формування двійкових розрядів числа. Недоліком послідовних ГВЧ є низька швидкодія. Паралельні ГВЧ забезпечують високу швидкодію, але потребують значних апаратних засобів. Змішані ГВЧ використовують переваги двох попередніх типів ГВЧ і тому є найбільш поширеними.

Табличний метод формування випадкових чисел полягає у занесенні в пам'ятовуючий пристрій ЕОМ таблиць випадкових чисел і зчитуванні їх в міру необхідності. Цей метод може використовуватися при малому обсязі статистичних випробувань, так як для зберігання таблиць потрібний великий обсяг пам'яті ЕОМ.

Фізичний генератор складається з джерела шуму, підсилювача і формувача випадкових чисел. В якості джерела шуму використовуються p - n переходи діодів і транзисторів, газорозрядні прилади, вугільні стовпчики тощо. Формувач випадкових чисел може бути виконаний у вигляді обмежувача і лічильника, що підраховує кількість перевищень шумовим коливанням встановленого рівня обмеження за фіксований інтервал часу Δt . Якщо кількість підрахованих перевищень парна, то записується нуль, якщо непарна – то одиниця. Найбільш поширеним є метод побудови ГВЧ, в якому кожен розряд вихідного числа формується незалежно за допомогою ймовірнісних блоків, в яких джерелом шуму є фізичні генератори. Отримані нулі і одиниці записуються в спеціальну комірку пам'яті. В будь-який момент можна звернутися до цієї комірки і взяти звідти значення випадкового числа.

Недоліками цього метода формування випадкових чисел є:

1. Складність перевірки якості отриманих випадкових чисел. Ці перевірки потрібно робити періодично, так як через коливання напруги живлення, температури тощо може виникнути так званий “дрейф розподілу”.

2. Досить часто розрахунки на ЕОМ потрібно перепроверити, щоб виключити можливість випадкового збою. Але відтворити ті самі випадкові числа неможливо, якщо по ходу експерименту їх не запам'ятовувати. Якщо їх запам'ятовувати, то знову отримуємо табличний метод.

Досить поширеними є також ГВЧ, побудовані на основі регістра зсуву. Ці ГВЧ формують так звані М-послідовності, тобто послідовності максимальної довжини, які містять $N = 2^m - 1$ чисел, що не повторюються, де m – число розрядів регістра зсуву.

Аналітичний метод дозволяє отримати випадкові числа шляхом реалізації на ЕОМ математичного алгоритму, що складається із послідовності математичних і логічних операцій, які реалізують рекурсивні співвідношення. Аналітичні методи не дозволяють отримати випадковий процес в його суто математичному визначенні, так як числа, отримані за допомогою формули неможливо вважати випадковими, хоча формула і може бути досить складна. Найчастіше

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 24

застосовується рекурсивний алгоритм розрахунку, який визначає всі інші числа по першому заданому числу. При цьому можливі цикли, що повторюються. Крім того, через обмежену розрядність ЕОМ неможливо отримати суто рівномірний розподіл в заданому інтервалі значень. Тому такий випадковий процес називають псевдовипадковим. Однак, випадкові процеси, що формуються за цим методом, доволі придатні для технічних задач.

Розглянемо деякі аналітичні методи генерування випадкових чисел.

Найпростішим є алгоритм Дж. Неймана. Береться довільне число a_0 , що складається з $2n$ двійкових цифр, і обчислюється його квадрат. Отримуємо a_0^2 , що складається вже з $4n$ двійкових цифр. Далі вибирається число a_1 , що складається з $2n$ середніх двійкових цифр, шляхом відкидання старших і молодших n розрядів. Далі процес обчислень повторюється для a_1 і так далі.

Перевагою цього алгоритму є його простота. Для отримання кожного випадкового числа потрібно лише декілька простих операцій. Програма займає лише декілька комірок пам'яті ЕОМ. Будь-яке число можна легко відтворити для перевірки якості послідовності випадкових чисел. Недоліком даного алгоритму є те, що розподіл випадкових чисел дещо відхиляється від рівномірного, так як дає більше малих значень.

Також відомі і інші алгоритми генерації випадкових чисел: модифікований метод Неймана, алгоритми на основі рекурентного співвідношення, метод порівнянь, запропонований Д. Лемером.

В особливу групу виділяють специфічний дискретний випадковий процес, що отримав назву «випадкові числа» (потік випадкових чисел). Цей процес являє собою аперіодичну послідовність біполярних прямокутних імпульсів напруги, що відповідає аперіодичній виборці обмежених по значенню чисел в тій або іншій системі числення, наприклад в інтервалі значень від 0 до $(m^n - 1)$, де m - основа системи лічби, що використовується; n – кількість розрядів числа. В ряді випадків використовують періодичну послідовність випадкових чисел.

Інколи виявляється зручним пронормувати числа діленням їх на найбільше число, тобто на $(m^n - 1)$. При цьому випадкові числа розподілені в інтервалі $0 \dots 1$.

Пристрій (або алгоритм), що формує послідовність (аперіодичну або періодичну) випадкових чисел, називають генератором випадкових чисел (ГВЧ). За допомогою n -розрядного генератора можна отримати $N = m^n$ різноманітних чисел.

Найбільш розповсюджені генератори двійкових чисел ($m = 2$). Фіксація отриманої цифри в кожному з n розрядів здійснюється за допомогою бістабільних елементів (один стан фіксує одиницю, а інший - нуль). Побудова ГВЧ, що використовують системи лічби, кратні двом, тобто 4, 8, 16, ...,

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 25

виконується об'єднанням декількох ГВЧ з двійковою системою лічби (при вісімковій системі використовується три двійкових канали тощо).

Будь-яке випадкове двійкове число A_i можна представити у вигляді

$$A_i = \sum_{j=1}^n \alpha_j \cdot 2^{j-1} \quad (2.6)$$

де α_j – випадкова величина, що приймає в кожному з n розрядів двійкового числа значення 0 або 1.

Поява нулів і одиниць в кожному розряді числа – події єдино можливі і несумісні, тому сума імовірностей цих подій

$$P(a_j = 1) + P(a_j = 0) = 1 \quad (2.7)$$

Числа, що генеруються, можуть бути корельованими і некорельованими. При цьому умова некорельованості послідовності випадкових чисел має вигляд

$$R_{kr} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k,r=1}^N (A_k - \langle A \rangle) \cdot (A_r - \langle A \rangle) = \begin{cases} 0, & k \neq r, \\ \sigma_A^2, & k = r, \end{cases} \quad (2.8)$$

де $\langle A \rangle$ – математичне очікування послідовності випадкових чисел; σ_A^2 – дисперсія послідовності випадкових чисел.

Як вже відзначалося, найбільший інтерес представляє генерація випадкових рівноймовірних десяткових чисел. В цьому випадку кожне з $N = 2^n$ чисел повинно з'являтися на виході ГВЧ з імовірністю

$$P(A_i) = 1/2^n. \quad (2.9)$$

Як видно з наведеної формули, розподіл чисел є дискретним і, отже, квазірівномірним в інтервалі $0 \dots (2^n - 1)$ або $0 \dots 1$.

Щоб випадкові числа, що генеруються, підкорялися рівномірному розподілу, необхідно виконання, принаймні, двох умов:

1) Рівність ймовірностей появи нулів і одиниць в кожному з розрядів N - розрядного числа

$$P(a_j = 1) = P(a_j = 0) = 1/2; \quad (2.10)$$

2) Відсутність статистичного або детермінованого зв'язку між розрядами чисел, що генеруються.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 26

В найпростішому випадку генерування n - розрядних рівномірних чисел зводиться до отримання n однорозрядних рівно ймовірних двійкових чисел з наступним їхнім об'єднанням з урахуванням ваги кожного розряду

$$a_i = \frac{2^{i-1}}{2^n - 1}, \quad (2.11)$$

де i – номер розряду.

По засобам формування розрядів випадкових двійкових чисел ГВЧ можна поділити на наступні типи:

- 1) З використанням принципу випадкового чергування одного з двох тривких станів рівноваги;
- 2) З переліченням імпульсів випадкової послідовності за фіксований інтервал часу;
- 3) З переліченням періодичних імпульсів, що надходять на лічильник за випадковий інтервал часу.

Крім того, в окрему групу виділяють ГВЧ, у яких для формування одного розряду двійкового числа використовується аналізатор знаку випадкового процесу $U(t)$ у фіксовані моменти $t_i = t_0 + i \cdot T_{ГВЧ}$, де $i = 0, 1, 2, \dots$; $T_{ГВЧ}$ – тактовий період роботи ГВЧ.

Якщо $U(t_i) > 0$, то генерується одиниця; якщо $U(t_i) < 0$, генерується нуль.

ГВЧ з переліченням випадкових, по моментам появи, імпульсів за фіксований інтервал часу $T_{ГВЧ}$ і ГВЧ з переліченням періодичних імпульсів за випадковий інтервал $\Delta t_i \leq T_{ГВЧ}$ містить загальний елемент – лічильник імпульсів.

Число тригерів у лічильнику визначає розрядність одержуваних чисел і може змінюватися від 1 до n .

Якщо вимагається отримати n – розрядне випадкове число і у лічильнику міститься n ступенів лічби, то ГВЧ називають однотактовим з переліченням імпульсів по модулю $M = 2^n$.

Паралельний ГВЧ складається з n однорозрядних лічильників, що рахують імпульси, які надходять від автономних генераторів пакетів імпульсів. При цьому всі n однорозрядних лічильників з'єднуються колами зчитування.

Якщо ГВЧ складається з одного лічильника, а n -розрядне число формується за n послідовних циклів його роботи, то такий ГВЧ називають послідовним.

Послідовний ГВЧ містить вихідну пам'ять, куди через регістр зсуву заносяться значення чисел (0 або 1), отримані в кожному з n послідовних циклів.

Паралельні ГВЧ надто складні в реалізації, а послідовні ГВЧ мають низьку продуктивність. Компромісом є паралельно – послідовна структура ГВЧ.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 27

Одним з варіантів побудови алгоритмічного ГВЧ (такі ГВЧ інколи називають «математичною моделлю ГВЧ») є завдання випадкової послідовності чисел за допомогою виразу

$$A_{i+1} = a \cdot A_i \pmod{C}, \quad i = 0, 1, \quad (2.12)$$

де A_i , a та C_i – цілі числа, причому

$$A_0 \neq 0 \pmod{C}.. \quad (2.13)$$

Умова $A \equiv B \pmod{C}$ означає, що A та B співпадають по модулю N , тобто A та B мають однаковий залишок при діленні на C .

Записаний алгоритм отримання випадкових чисел A_i визначає, що при довільному початковому значенні A_0 випадкові числа A_i являють собою результат множення a на A_i та нормування по модулю C . При цьому випадкові числа мають розподіл від 0 до C , $C = 2^k$. Отримана таким чином послідовність є періодичною. Правильним вибором чисел a , C та k цей період можна зробити достатньо великим.

Практичне використання випадкових чисел звичайно ускладнене. Так, не завжди вдається забезпечити необхідні по умовам експерименту характеристики послідовностей випадкових чисел. Для цього потрібні контроль, регулювання і стабілізація ГВЧ.

Тому випадкові числа замінюють так званими псевдовипадковими послідовностями чисел. Така заміна можлива, якщо характеристики псевдовипадкової послідовності близькі до характеристик випадкової послідовності.

Псевдовипадкова послідовність є регулярним періодичним сигналом, будь-які необхідні характеристики якого можна отримати по реалізації в один період. Такими сигналами успішно вдається замінити послідовність випадкових однорозрядних чисел – «бінарний шум».

Варіант псевдовипадкової послідовності показаний на рис. 2.4, де T – тривалість двійкового сигналу (дискретна); T_n – період послідовності.

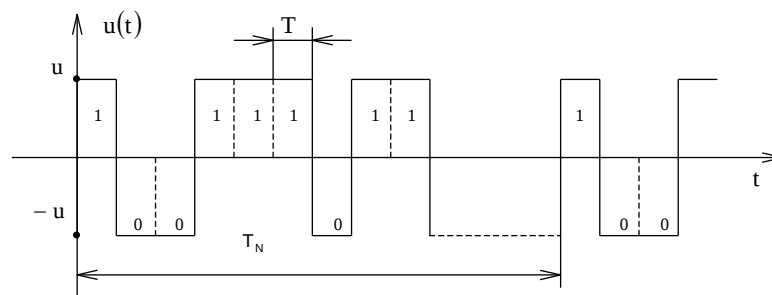


Рис. 2.4

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 28

Як «бінарний шум» найбільш широко застосовуються лінійні послідовності максимальної довжини (ПМД, або НПМД – послідовності), що генеруються за допомогою генераторів, які складаються з n – каскадних регістрів зсуву і суматорів по модулю 2 ($\bmod 2$). Спрощена блок – схема такого генератора зображена на рис. 2.5.

Згідно рис. 2.5 сигнали з одиничних виходів k – го і r – го тригерів додаються по $\bmod 2$ і надходять на вхід першого тригера. Схема з n тригерів може мати $N = 2^n$ різноманітних станів. Не можна використати лише один стан: коли в усіх тригерах зафіксовані нулі (генеруються тільки нулі). Тому максимальний період повторення буде визначатися наступним чином:

$$T_N = T(2^n - 1). \quad (2.14)$$

Оскільки стан тригера змінюється тільки через один такт (період) імпульсами зсуву, то при введенні «оператора затримки» на один такт сигнал на виході будь-якого тригера можна записати аналітично

$$x_i = D \cdot x_{i-1}. \quad (2.15)$$

Тоді робота генератора (див. рис. 2.5) відбувається наступним чином. Якщо в тригері T_1 на j – му такті зафіксоване деяке число x_1 (+1 або 0), то в результаті зсуву через один такт x_1 виявиться зафіксованим в T_2 , а в T_1 переходить число з суматора по $\bmod 2$. Означені оператори з кожним черговим тактом повторюються.

У відповідності з цим для станів тригерів можна записати:

$$x_1 = D \cdot x_0; \quad x_2 = D^1 \cdot x_1; \quad \dots; \quad x_i = D^i \cdot x_0. \quad (2.16)$$

Сигнал на виході суматора по $\bmod 2$ одержуємо послідовною підстановкою:

$$D^0 \cdot x_0 = D \cdot x_k \oplus D \cdot x_n = D^k \cdot x_0 \oplus D^r \cdot x_0 \quad (2.17)$$

Для прикладу нехай $N = 3$, $k = 2$. Тоді для x_0 запишемо

$$D^0 \cdot x_0 = D^2 \cdot x_0 \oplus D^3 \cdot x_0 \quad (2.18)$$

Або

$$x_0 = (D^3 \oplus D^2 \oplus D^0) = 0 \quad (2.19)$$

де $D^0 \cdot x_0 = x_0$, так як $D^0 = 1$.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 29

Якщо $N = 3$, а підсумовуються сигнали з виходів T_1 і T_2 , то схема описується виразом

$$x_0(D^3 \oplus D^1 \oplus D^0) = x_0 \cdot Q[D]. \quad (2.20)$$

Вираз

$$Q[D] = (D^r \oplus D^k \oplus D^0) \quad (2.21)$$

називається характеристичним поліномом.

В ланцюзі зворотного зв'язку генератора може бути один або декілька суматорів по mod 2. Тому характеристичний поліном може містити велике число операторів затримки D в відповідних степенях.

Вибір числа суматорів і точок підключення їхніх входів визначається тим, який сигнал потрібно отримати від генератора. Для отримання послідовності з максимальним періодом достатньо мати один суматор на два входи.

Якщо в схемі визначається і початок першого періоду, то вихідний сигнал буде суто детермінованим. При цьому статистичні характеристики реалізації двійкових випадкових чисел і описаних ПМД тим не менше будуть співпадати.

Порівняємо ці послідовності. В випадковій послідовності зміна знаків сигналу відбувається в моменти $t_i = i \cdot T$. При рівній імовірності появи символів можна передбачити, що після $+U_C$ з імовірністю $P_1 = P_0 = 1/2$ з'явитися або нуль, або одиниця.

В послідовності максимальної довжини, оскільки вона включає всі можливі $N = 2^n - 1$ числа (окрім 00...0), буде 2^{n-1} одиниць і $(2^{n-1} - 1)$ нулів.

Ймовірності появи нулів і одиниць в псевдовипадковій послідовності (в середньому):

$$P_{11} = 1/2 + 1/2^{n-1}; \quad (2.22)$$

$$P_{10} = 1/2 - 1/2^{n-1}. \quad (2.23)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 31

З формул (2.22), (2.23) видно, що при $n \rightarrow \infty$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_{11} = \lim_{n \rightarrow \infty} P_{10} = \frac{1}{2}. \quad (2.24)$$

Однакові також ймовірності появи серій з нулів і одиниць, що йдуть одне за одним.

Так, в випадковій послідовності серія з j одиниць (нулів) буде зустрічатися з ймовірністю

$$P_{j1} = (1/2)^{j+1} = 1/2^{j+1} \quad (2.25)$$

В ПМД серії з однієї одиниці будуть зустрічатися 2^{n-2} раз, з двох одиниць – 2^{n-3} раз і так далі до серії з n одиниць, що зустрінеється 1 раз. Тоді для серії з двох нулів (одиниць) ліворуч і праворуч можна записати

$$P_{0,0,0} = 2^{n-2} / 2^{n-1} \cong 1/2^2; \quad (2.26)$$

$$P_{1,1,1} = 2^{n-3} / 2^{n-1} \cong 1/2^3 \quad (2.27)$$

і т. п.

Автокореляційні функції (АКФ) випадкових вибірок з послідовностей максимальної довжини і «бінарного шуму» будуть відрізнятися зміщенням по осі ординат на величину

$$R(\infty) = u^2 / 2^{n-1}. \quad (2.28)$$

Це зв'язано з тим, що в ПМД відсутні числа вигляду 00...0 математичне очікування не дорівнює нулю. Вираз для АКФ має вигляд

$$R(\tau) = \begin{cases} u^2 \left(1 - \frac{|\tau|}{T} \right), & |\tau| \leq T, \\ \frac{u^2}{2^n - 1}, & |\tau| > T. \end{cases} \quad (2.29)$$

Графіки АКФ і спектральної щільності ПМД показані на рис. 2.6, а, б.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 32

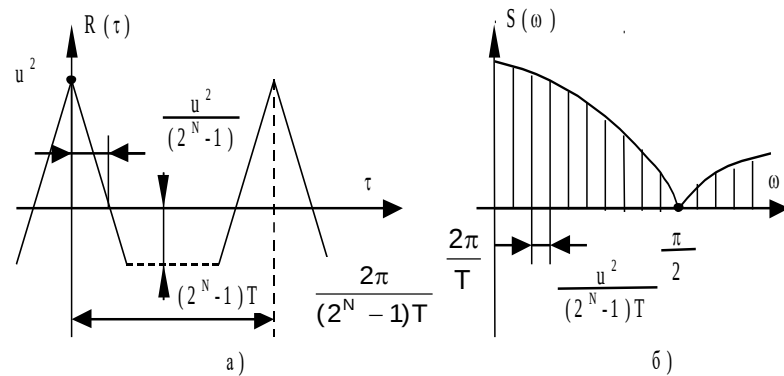


Рис. 2.6

Спектральна щільність ПМД

$$S(\omega) = \frac{2\pi * 2^{n+1}}{(2^n - 1)^2} \cdot \left(\frac{\sin(\omega T)}{\omega T} \right)^2 \times \sum_{k=1}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi k}{(2^n - 1)T}\right) + \frac{u^2}{2^n - 1} \delta(\omega). \quad (2.30)$$

З формул і графіків (див. рис. 2.6, б) видно, що спектральна щільність лінійчата з огинаючою вигляду $\sin(x)/x$.

Перший нуль відповідає частоті роботи тактового генератора $f_t = 1/T$. Таким чином, ширина спектру $\Delta f = 1/T$ визначається тривалістю окремого символу і залежить від тактового періоду генератора, а інтервал між елементами спектра $\Delta f = 1/T_n$,

де $T_n = \frac{2\pi k}{(2^n - 1)T}$, по шкалі частот дорівнює

$$\Delta F = 1/(T(2^n - 1)).$$

Він залежить від періоду послідовності $T_n = (2^n - 1)T$ і швидко спадає з зростанням числа каскадів регістра зсуву n . При $n \rightarrow \infty$ спектр прагне до суцільного, тобто ПМД зі зростанням n по своїм характеристикам швидко наближається до характеристик «бінарного шуму». При підвищенні частоти генератора імпульсів зсуву (зменшення T) спектр сигналу поширюється, наближаючись до спектру білого шуму. Саме ця обставина дозволяє використати псевдовипадкові послідовності як заміну сигналів з суцільним рівномірним спектром в заданому діапазоні частот.

Характеристичні поліноми дозволяють створювати генератори, що реалізуються у вигляді моделі на ЕОМ.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 33

2.2. Методи та алгоритм програми дослідження програмно-алгоритмічних генераторів випадкових сигналів

Алгоритм програми дослідження цифрових генераторів шуму зображений на рис. 2.7.

В програмі реалізовані наступні цифрові генератори шуму:

1. Генератор випадкових чисел “ГВЧ1”, що відповідає формулам (2.12), (2.13). В даному випадку $C = 2$, $A_0 = (22563)_8$;

2. Генератор псевдовипадкової бінарної послідовності “ГВЧ2”, що відповідає формулам (2.16), (2.17). В даному випадку $n = 7$, $r = 7$, $k = 4$, а характеристичний багаточлен

$$Q[D] = (D^7 \oplus D^4).$$
(2.31)

Отже, період повторення псевдовипадкової бінарної послідовності буде рівний 127.

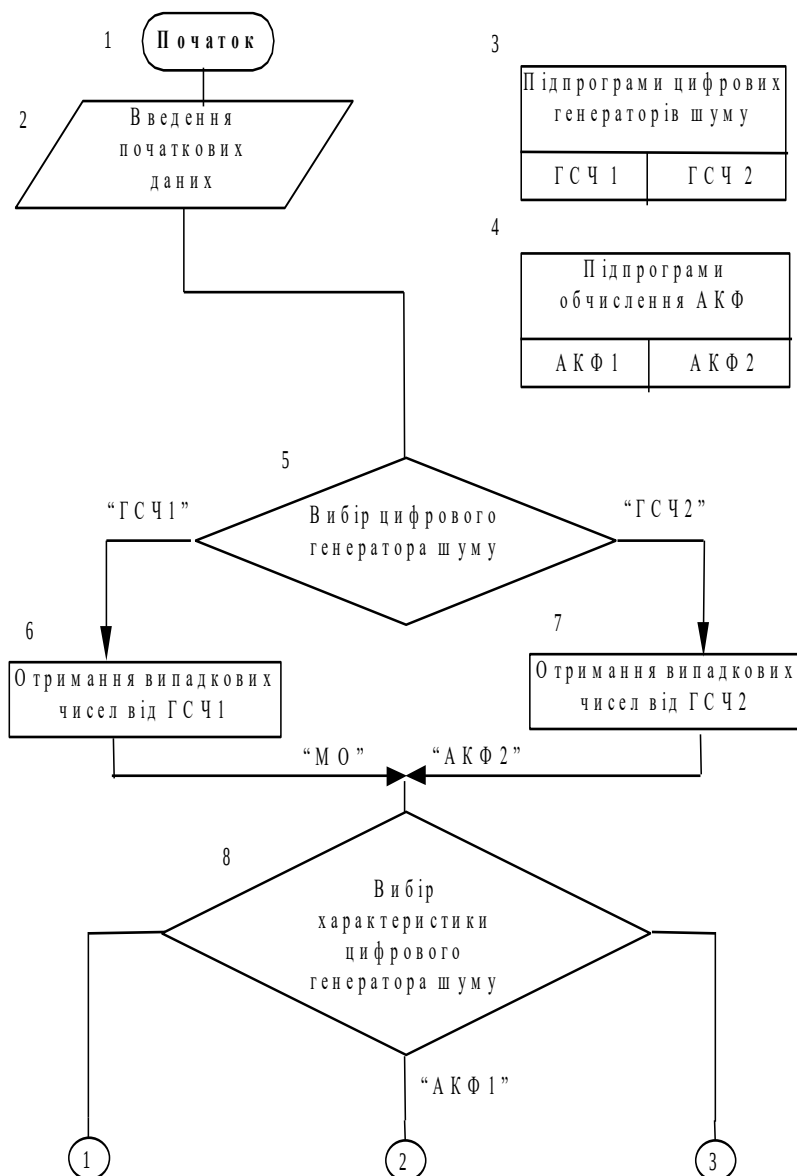


Рис. 2.7

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 34

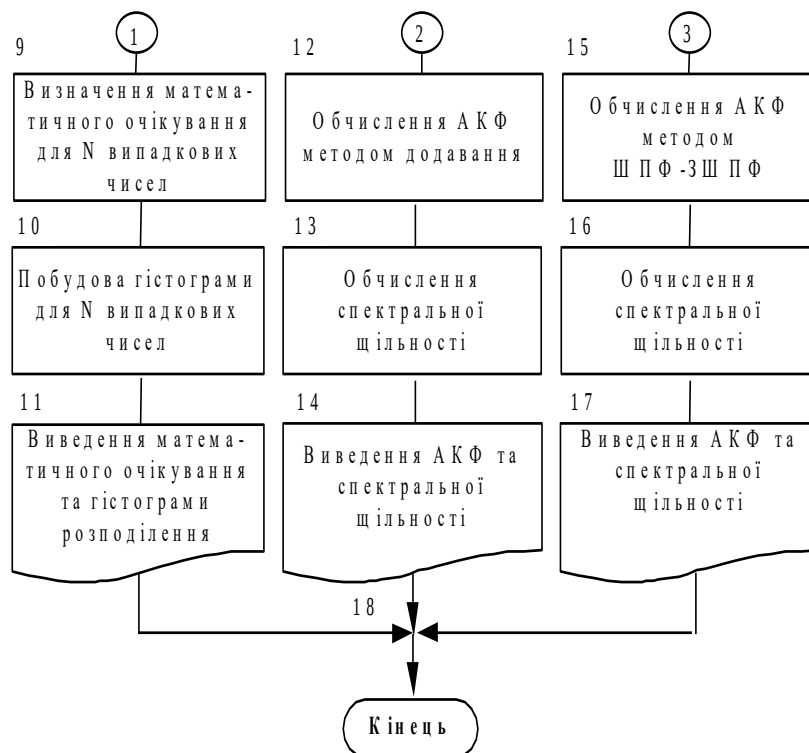


Рис. 2.7 (продовження)

Автокореляційна функція обчислюється в припущенні стаціонарності і ергодичності процесу, що досліджується:

$$R_{xx}(k) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N-k} \sum_i (x(i)x(i+k)), \quad (2.32)$$

$$k = 0, 1, \dots, N-1.$$

де $x(i)$ – дискретні відліки шуму, $i = 1, 2, \dots, N$ $i = 1, 2, \dots, N$,

N – кількість випадкових чисел.

На практиці потрібно обмежуватися кінцевими вибірками процесів, що зумовлює перехід до близького алгоритму згідно формули

$$R_{xx}(k) = \frac{1}{N-k} \sum_{i=1}^{N-k} (x(i)x(i+k)), \quad (2.33)$$

$$k = 0, 1, \dots, N-1.$$

Ступінь наближення пропонується оцінити в ході виконання лабораторної роботи при розгляді різноманітних обсягів вибірки відліків шуму. Цей засіб обчислення АКФ позначимо «АКФ1».

Існують інші засоби обчислення АКФ. Так АКФ може бути знайдена по відомій спектральній щільності через зворотне перетворення Фур'є:

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 35

$$R_{xx}(\tau) = \Phi^{-1} \{S_{xx}(\omega)\}. \quad (2.34)$$

В свою чергу, спектральна щільність стаціонарних ергодичних процесів

$$S_{xx}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \{X_T(j\omega)X_T(-j\omega)\}, \quad (2.35)$$

де T – інтервал спостереження, $T = N\Delta t$.

$$X_T(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (2.36)$$

Обчислення інтегралів перетворення Фур'є на ЕОМ виконується по процедурі швидкого перетворення Фур'є (ШПФ):

$$\begin{aligned} X(m) &= \sum_{k=0}^{N-1} x(k) e^{-j\omega k} = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cos\left(\frac{mk 2\pi}{N}\right) + \\ &+ j \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \sin\left(\frac{mk 2\pi}{N}\right) = \text{Re}[X(m)] + j \text{Im}[X(m)], \end{aligned} \quad (2.37)$$

$m = 0, 1, \dots, N-1$.

Тоді для знаходження АКФ необхідно виконати для заданого обсягу вибірки спочатку пряме ШПФ, а після цього – зворотне ШПФ (ЗШПФ).

В підсумку приходимо до алгоритму

$$S_{xx}(\omega) = X(j\omega) X^*(j\omega), \quad (2.38)$$

де $X(j\omega)$ – результат застосування процедури ШПФ до $x(i)$;

$X^*(j\omega)$ – функція, комплексно-спряжена з $X(j\omega)$.

Застосуванням ЗШПФ до $S_{xx}(\omega)$ з (2.38) одержуємо АКФ.

Цей засіб отримання АКФ позначимо «АКФ2».

Розглянемо отримання спектральної щільності процесу для кожного засобу обчислення АКФ:

АКФ1 – спектральна щільність одержується застосуванням процедури ШПФ до $R_{xx}(k)$ з (2.33);

АКФ2 – спектральна щільність є проміжним результатом при обчисленні АКФ (формула (2.38).

Початкові дані для програми:

- кількість відліків шуму;
- тип цифрового генератора шуму;
- засіб обчислення АКФ.

Вихідні дані програми:

- математичне очікування вибірки дискретних відліків шуму;
- гістограма розподілу дискретних сигналів шуму;
- АКФ;
- спектральна щільність.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 36

2.3. Порядок виконання роботи

1. Вивчити теоретичні відомості, необхідні для виконання роботи.
2. Виконати попередній аналіз початкових даних індивідуального варіанту (табл. 2.1). Для всіх варіантів використовуються генератори шуму “ГВЧ” і “ГВЧ1” і методи обчислення АКФ “АКФ1” і “АКФ2”.

Таблиця 2.1

Варіант	Кількість відліків шуму			Закон розподілу випадкових величин
	N1	N2	N3	
1	16	128	512	Нормальний
2	16	64	256	Рівномірний
3	32	256	1024	Нормальний
4	32	128	256	Рівномірний
5	64	256	512	Нормальний
6	64	512	1024	Рівномірний
7	16	128	512	Нормальний
8	16	64	256	Рівномірний
9	32	256	1024	Нормальний
10	32	128	256	Рівномірний
11	64	256	512	Нормальний
12	64	512	1024	Рівномірний
13	16	128	512	Нормальний
14	16	64	256	Рівномірний
15	32	256	1024	Нормальний
16	32	128	256	Рівномірний
17	64	256	512	Нормальний
18	64	512	1024	Рівномірний
19	16	128	512	Нормальний
20	16	64	256	Рівномірний
21	32	256	1024	Нормальний
22	32	128	256	Рівномірний
23	64	256	512	Нормальний
24	64	512	1024	Рівномірний
25	16	128	512	Нормальний
26	16	64	256	Рівномірний
27	32	256	1024	Нормальний
28	32	128	256	Рівномірний
29	64	256	512	Нормальний
30	64	512	1024	Рівномірний

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 37

3. Для генератора шуму “ГВЧ1” отримати математичне очікування значення випадкового числа і гістограму розподілу випадкових чисел в інтервалі 0 ... 1. Розрахунки провести для трьох значень кількості випадкових чисел N_1 , N_2 і N_3 . Заповнити таблицю 2.2. Приклад програми моделювання – Додаток Б.

Таблиця 2.2

Характеристика генератора	Кількість відліків шуму		
	N1	N2	N3
Математичне очікування амплітуди шуму			
Кількість відліків шуму на інтервалі: 0,0 ...0,1 0,1 ...0,2 0,2 ...0,3 0,3 ...0,4 0,4 ...0,5 0,5 ...0,6 0,6 ...0,7 0,7 ...0,8 0,8 ...0,9 0,9 ...1,0			

4. Повторити пункт 3 для генератора шуму “ГВЧ2”. Заповнити табл. 2.3.

Таблиця 2.3

Характеристика генератора	Кількість відліків шуму		
	N1	N2	N3
Математичне очікування амплітуди шуму			
Кількість відліків шуму із значенням: +1 -1			

5. Обчислити АКФ для генератора шуму “ГВЧ1” двома способами “АКФ1” і “АКФ2”. Кількість відліків чисел $N = N_3$. Замалювати графіки АКФ.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 38

6. Повторити пункт 5 для генератора шуму “ГВЧ2”. Замалювати графіки АКФ.

7. Отримати вибірку випадкових чисел із законом розподілу, вказаним у таблиці 2.1. Довжина вибірки $N = N3$. Побудувати гістограму розподілу значень випадкових чисел і автокореляційну функцію.

8. Повторити п. 7, додатково пропустивши випадковий процес (послідовність випадкових чисел) через фільтр нижніх частот з прямокутною смугою перепускання.

9. Повторити п. 8 для фільтрів з АЧХ в формі кривої Гаусса і експоненціальною АЧХ.

2.3. Зміст звіту

1. Найменування і мета роботи.
2. Початкові дані індивідуального варіанту.
3. Гістограми та кореляційні функції випадкових сигналів.
4. Заповнені таблиці 2.2 та 2.3.
5. Висновки по роботі.

2.4. Контрольні питання

1. Назвіть засоби отримання випадкових чисел.
2. Які умови необхідно виконати для отримання випадкових чисел з рівномірним розподілом?
3. Назвіть основні засоби формування розрядів випадкових двійкових чисел в ГВЧ.
4. Проведіть порівняльний аналіз паралельних і послідовних ГВЧ.
5. Назвіть основні алгоритми отримання випадкових чисел на ЕОМ.
6. Чим викликана необхідність переходу від випадкових чисел до псевдовипадкових послідовностей? Які умови при цьому необхідно виконати?
7. Намалюйте структурну схему і пояснити принцип роботи генератора нуль – послідовності максимальної довжини (НПМД). Характеристичний поліном $Q = D3 \oplus D$; число розрядів регістру зсуву $N = 3$.
8. Визначить період повторення, кількість нулів і одиниць, що виробляються за період, для генератора НПМД, побудованого на регістрі зсуву, що містить 7 розрядів.
9. Визначить імовірності появи нулів і одиниць для генератора НПМД з числом розрядів регістру зсуву $N = 4$.
10. Який вигляд має АКФ для генератора НПМД?
11. Перетворіть формулу для визначення АКФ таким чином, щоб число випадкових чисел, що складуться було постійним, використовуючи при цьому

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 39

властивість періодичності псевдовипадкової послідовності. Обґрунтуйте це перетворення.

12. Як отримати АКФ, використовуючи пряме і зворотне перетворення Фур'є?

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 40

Лабораторна робота № 3

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИСТРОЇВ ТА СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ ЗА МЕТОДОМ ВЗАЄМНОЇ КОРЕЛЯЦІЙНОЇ ФУНКЦІЇ

Мета роботи: дослідження методів ідентифікації, що базуються на взаємній кореляційній функції входу і виходу системи управління.

3.1 Теоретичні відомості. Теоретичні основи методу ідентифікації

При моделюванні пристроїв та систем управління (ПСУ) однією з задач є визначення їх динамічних характеристик (ідентифікація об'єкту). Ця задача може бути вирішена по методу взаємної кореляційної функції (ВКФ) вхідного і вихідного сигналів.

При дослідженні даного методу будемо припускати, що процеси, які протікають в ПСУ, є стаціонарні і ергодичні. Точне рішення задачі ідентифікації вимагає спостереження за процесами, що досліджуються, на достатньо великому (теоретично нескінченному) відрізку часу, але в реальній системі потрібно обмежувати час спостереження, розповсюджуючи отримані дані на нескінченний інтервал спостереження. Одержані при такому підході результати будуть наближеними. Оцінка ступеня такого наближення - одна з важливих задач, що вирішуються при моделюванні ПСУ.

Розглянемо ПСУ (рис. 3.1, а), вихід якої при вхідному сигналі $x(t)$ визначається наступним виразом (інтегралом згортки):

$$y(t) = \int_{-\infty}^t k(t - \tau) x(\tau) d\tau \quad (3.1)$$

де $k(t)$ – імпульсна характеристика ПСУ, одержувана зворотним перетворенням Лапласа з передаточної функції (рис. 3.1, б), тобто

$$k(t) = L^{-1}\{k(p)\}. \quad (3.2)$$

Приймаючи обмеження $x(t) = 0$ для всіх $t < 0$, отримаємо з (3.1)

$$y(t) = \int_0^t k(t - \tau) x(\tau) d\tau = \int_0^t k(\tau) x(t - \tau) d\tau \quad (3.3)$$

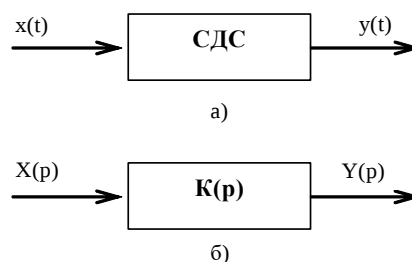


Рис. 3.1

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 41

Розглянемо фізичний сенс рівнянь (3.1) і (3.3). Нехай на вхід ПСУ подаються імпульси шириною $\theta \rightarrow 0$ і амплітудою $x(t)$ в моменти часу $t = 0, \theta, 2\theta, \dots$ з енергією $\theta x(t)$ (рис. 3.2). Введемо позначення: $y_i(t)$ – реакція ПСУ в момент часу t на один i - імпульс, прикладений в момент часу $t = (i-1)\theta$. На основі викладеного можна записати

$$y_i(t_1) = k[t_1 - (i-1)\theta] \cdot \theta \cdot x[(i-1)\theta]. \quad (3.4)$$

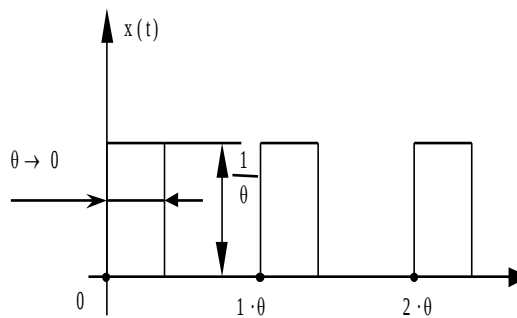


Рис. 3.2

Оскільки послідовність імпульсів додається з моменту часу з $t = 0$ до $t = t_1$, то $y(t_1)$ можна розглядати як суму n виходів $y_1(t_1)$, $y_2(t_1), \dots, y_n(t_1)$:

$$y(t_1) = \sum_{i=1}^N y_i(t_1) = k \sum_{i=1}^N [t_1 - (i-1)\theta] \cdot \theta \cdot x[(i-1)\theta] \quad (3.5)$$

За умови $\theta \rightarrow d\tau \rightarrow 0$ і $\theta \rightarrow \tau$ одержуємо вираз (3.3). Якщо вхідний сигнал ПСУ $x(t)$ – випадковий, то, маючи (3.1) або (3.5), можна обчислити взаємну кореляційну функцію $R_{xy}(\tau)$, що відбиває взаємозв'язок між виходом ПСУ $y(t)$ в будь-який момент часу t і входом ПСУ $x(t-\tau)$, наступним чином:

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x_T(t) y_T(t-\tau) dt, \quad (3.6)$$

де T – тривалість спостереження, тобто $x(t)$ і $y(t)$.

Підставляючи в (3.6) вираз (3.1) і вводячи поняття АКФ, одержуємо:

$$R_{xy}(t) = \int_0^{\infty} k(\tau) R_{xx}(t-\tau) d\tau, \quad (3.7)$$

де $R_{xx}(\tau)$ – АКФ,

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) x(t-\tau) d\tau. \quad (3.8)$$

Розглянемо випадок, коли на вхід ПСУ подається вхідний сигнал $x(t)$ типу “білого” шуму. Як відомо, АКФ “білого” шуму являє собою дельта-

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 42

функцію. Отже, для АКФ “білого” шуму формула матиме наступний вигляд (3.8):

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t-\tau) = \sigma^2 \delta(\tau). \quad (3.9)$$

Підставляючи значення (3.9) в (3.7), одержуємо

$$R_{xy}(t) = \sigma^2 \int_0^{\infty} k(\tau) \delta(t-\tau) d\tau = \sigma^2 k(t), \quad (3.10)$$

де $k(t)$ – імпульсна характеристика ПСУ,

σ^2 – дисперсія шуму.

Отже, для визначення динамічних характеристик по методу ВКФ необхідно на вхід подати "білий" шум і по вихідній реакції ПСУ визначити ВКФ, тотожно рівну (з точністю до постійних коефіцієнтів) в даному випадку імпульсній характеристиці ПСУ. В результаті даної процедури ідентифікації і одержується імпульсна характеристика ПСУ.

На практиці неможливо отримати сигнал у вигляді "білого" шуму. Для визначення динамічних характеристик в реальному масштабі часу застосовуються сигнали, АКФ яких з деяким наближенням апроксимується дельта - функцією. Докладно властивості таких сигналів і засоби їхнього отримання за допомогою цифрових генераторів шуму досліджувались в лабораторній роботі № 6.

Визначення динамічних характеристик...в реальному масштабі часу здійснюється шляхом накладання вхідного сигналу $x(t)$ (одержаного від генератора шуму) на робочий сигнал $r(t)$ ПСУ (рис. 3.3).

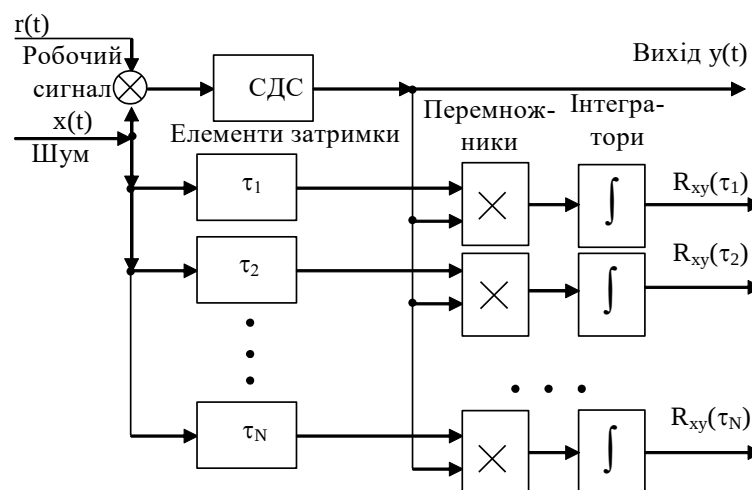


Рис. 3.3

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідас ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 43

В цьому випадку ВКФ між $x(t)$ і $y(t)$ дасть імпульсну характеристику $k(t)$ з деякою малою похибкою. Додатковою умовою є нерівність $x(t) \ll r(t)$, так як процес ідентифікації не повинен впливати на нормальну роботу ПСУ.

При виконанні ідентифікації за допомогою ЕОМ в наведених виразах всі інтеграли повинні бути замінені відповідними сумами.

3.2. Метод взаємної кореляційної функції та алгоритм визначення динамічних характеристик систем

Алгоритм програми визначення динамічних характеристик ПСУ по методу ВКФ зображений на рис. 3.4.



Рис. 3.4

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідас ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 44

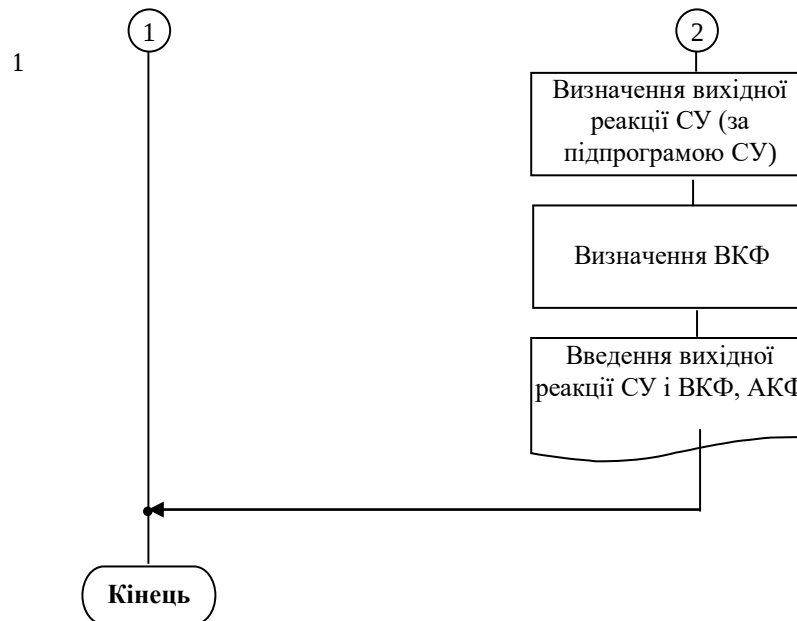


Рис. 3.4 (продовження)

У програмі використовуються дві ПСУ:

– аперіодична ПСУ першого порядку

$$K_0(z) = \alpha / [1 - (1 - \alpha)z^{-1}]; \quad (3.11)$$

– ПСУ другого порядку з двома інтеграторами

$$K_0(z) = \frac{[\alpha - (\alpha - \beta)z^{-1}]}{[1 - (2 - \alpha - \beta)z^{-1} + (1 - \alpha)z^{-2}]}. \quad (3.12)$$

Для кожного об'єкта необхідно одержати перехідну характеристику (вихідну реакцію ПСУ на прикладений до його входу одиничний стрибок) і імпульсну характеристику (вихідну реакцію ПСУ на прикладену до входу дельта-функцію в нульовий момент часу).

Одержимо різницеве рівняння для ПСУ першого порядку:

$$K_0(z) = \alpha / [1 - (1 - \alpha)z^{-1}] = Y(z) / X(z), \quad (3.13)$$

де $X(z)$, $Y(z)$ – z -перетворення відповідно входу і виходу ПСУ.

Тоді на основі формули (7.13) можна записати:

$$(1 - (1 - \alpha)z^{-1})Y(z) = \alpha X(z). \quad (3.14)$$

Далі виконуємо зворотнє z -перетворення і отримуємо різницеве рівняння:

$$y(n) = (1 - \alpha) \cdot y(n - 1) + \alpha x(n), \quad (3.15)$$

де $0 \leq \alpha \leq 2$ – одномірний область стійкості ПСУ.

Для ПСУ другого порядку:

$$K_0(z) = [\alpha - (\alpha - \beta)z^{-1}] / [1 - (2 - \alpha - \beta)z^{-1} + (1 - \alpha)z^{-2}] = Y(z) / X(z); \quad (3.16)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 45

$$(1 - (2 - \alpha - \beta)z^{-1} + (1 - \alpha)z^{-2})Y(z) = (\alpha - (\alpha - \beta)z^{-1})X(z); \quad (3.17)$$

$$Y(z) = (2 - \alpha - \beta)z^{-1}Y(z) + (1 - \alpha)z^{-2}Y(z) + \alpha X(z) + (\beta - \alpha)z^{-1}X(z). \quad (3.18)$$

Виконуючи зворотнє z -перетворення над (3.19), одержуємо різницеве рівняння для ПСУ другого порядку:

$$y(n) = (2 - \alpha - \beta) \cdot y(n-1) + (\alpha - 1) \cdot y(n-2) + \alpha x(n) + (\beta - \alpha) \cdot x(n-1), \quad (3.19)$$

де $0 \leq \alpha \leq 2$, $0 \leq \beta \leq 4$ – двомірна область стійкості ПСУ.

Для одержання перехідної характеристики на вхід ПСУ необхідно подати одиничний східчастий вплив

$$x(n) = 1, \quad n = 0, 1, \dots, N-1, \quad (3.20)$$

де N – довжина досліджуємої вибірки відліків входу і виходу ПСУ.

Імпульсну характеристику одержимо, якщо на вхід ПСУ подано випадкові числа (псевдовипадкова бінарна послідовність) від цифрового генератора шуму і визначимо ВКФ входу і виходу.

Виходячи з (3.6) і з огляду на дискретність відліків, отримаємо

$$R_{xy}(n) = \lim_{N \rightarrow \infty} 1/(2N+1) \sum y_N(i)x_N(i-n), \quad (3.21)$$

де $n = 0, 1, \dots, N-1$; $n\Delta t = \tau$; $N\Delta t = T$.

Враховуючи, що $y(t) = 0$ для $t \leq 0$, і обмежуючись кінцевими вибірками процесів $x(i)$ і $y(i)$, маємо

$$R_{xy}(n) = 1/(N-n) \sum_{i=1}^{N-n} y(i+n)x(i+n), \quad (3.22)$$

де $n = 0, 1, \dots, N-1$.

Для оцінки якості цифрового генератора шуму обчислюється його АКФ.

Виходячи з (7.7) і виконав перетворення аналогічно формулам (3.21) і (7.22), одержуємо вираз для визначення АКФ:

$$R_{xy}(n) = 1/(N-n) \sum_{i=1}^{N-n} x(i)x(i+n), \quad (3.23)$$

де $n = 0, 1, \dots, N-1$.

Більш докладні відомості про властивості цифрового генератора шуму і його АКФ наведені в лабораторній роботі № 2.

Початкові дані для програми:

- тип і коефіцієнти рівняння ПСУ;
- кількість відліків вхідного сигналу.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 46

Вихідні дані програми:

- перехідна характеристика;
- АКФ цифрового генератора шуму;
- ВКФ входу і виходу ПСУ.

3.3. Порядок виконання роботи

1. Вивчити теоретичної відомості, необхідні для виконання роботи.
2. Виконати попередній аналіз початкових даних індивідуального варіанту (табл. 3.11). Приклад програми моделювання – Додаток В.
3. Одержати перехідну характеристику ПСУ 1-го порядку (коефіцієнт $\alpha = \alpha_1$, кількість відліків $N = 32$).
4. Повторити п.3 при коефіцієнті $\alpha = \alpha_2$.
5. Одержати перехідну характеристику ПСУ 2-го порядку (кількість відліків $N = 32$).
6. Одержати імпульсну характеристику ПСУ 1-го порядку (коефіцієнт $\alpha = \alpha_1$, кількість відліків $N = 32$).
7. Одержати імпульсну характеристику ПСУ 2-го порядку (кількість відліків $N = 32$).

3.4. Зміст звіту

1. Найменування і мета роботи.
2. Початкові дані індивідуального варіанту.
3. Графіки перехідних характеристик.
4. Графіки імпульсних характеристик.
5. Висновки по роботі.

3.5. Контрольні питання

1. Дайте визначення перехідної й імпульсної характеристик ПСУ.
2. Дайте пояснення фізичного змісту методу обчислення вихідної реакції ПСУ шляхом згортки вхідного впливу і імпульсної характеристики ПСУ.
3. Що таке взаємна кореляційна функція ПСУ?
4. Чим відрізняється імпульсна характеристика ПСУ від ВКФ у випадку подачі на вхід “білого” шуму?
5. Які властивості повинні мати сигнали, що використовуються для ідентифікації ПСУ по методу взаємної кореляційної функції?
6. Намалюйте структурну схему для визначення динамічних характеристик ПСУ в реальному масштабі часу. Поясніть її роботу.
7. Як одержати рівняння, що описує ПСУ, по його передаточній функції?

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 47

Таблиця 3.11

Варіант	Коефіцієнт α ПСУ 1-го порядку (2 значення α_1 та α_2)	Коефіцієнти α_1 і β_1 ПСУ 2-го порядку
1	0,4; 1,1	0,5; 2,0
2	0,5; 1,3	0,4; 2,2
3	0,6; 1,4	0,8; 2,5
4	0,7; 1,5	1,2; 2,7
5	0,8; 1,8	1,5; 3,2
6	0,9; 1,9	0,5; 2,0
7	0,4; 1,1	0,4; 2,2
8	0,5; 1,3	0,8; 2,5
9	0,6; 1,4	1,2; 2,7
10	0,7; 1,5	1,5; 3,2
11	0,8; 1,8	0,5; 2,0
12	0,9; 1,9	0,4; 2,2
13	0,4; 1,1	0,8; 2,5
14	0,5; 1,3	1,2; 2,7
15	0,6; 1,4	1,5; 3,2
16	0,7; 1,5	0,5; 2,0
17	0,8; 1,8	0,4; 2,2
18	0,9; 1,9	0,8; 2,5
19	0,4; 1,1	1,2; 2,7
20	0,5; 1,3	1,5; 3,2
21	0,6; 1,4	0,5; 2,0
22	0,7; 1,5	0,4; 2,2
23	0,8; 1,8	0,8; 2,5
24	0,9; 1,9	1,2; 2,7
25	0,4; 1,1	1,5; 3,2
26	0,5; 1,3	0,5; 2,0
27	0,6; 1,4	0,4; 2,2
28	0,7; 1,5	0,8; 2,5
29	0,8; 1,8	1,2; 2,7
30	0,9; 1,9	1,5; 3,2

8. Визначить вигляд перехідної характеристики аперіодичного ПСУ першого порядку при таких значеннях коефіцієнта α в передатній функції: 0,5; 1; 1,5; 2,0; 2,5.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 48

Лабораторна робота № 4 ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ АДАПТИВНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПРИСТРОЇВ ТА СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ

Мета роботи: розробка алгоритмів адаптивної ідентифікації та дослідження умов їх збіжності.

4.1. Теоретичні відомості. Теоретичні основи адаптивної ідентифікації

Однією із складових частин процесу моделювання складної динамічної системи (ПСУ) є її ідентифікація. У загальному випадку ідентифікація динамічних об'єктів полягає у визначенні їхньої структури і параметрів по даним, що спостерігаються, тобто по вхідному впливу і вихідній величині ПСУ. Ця задача виникає при створенні адаптивних систем, тобто таких, у яких на основі ідентифікації ПСУ виробляються оптимальні управляючі дії. До різноманітних варіантів задачі ідентифікації приводять статистичні методи опрацювання інформації в різноманітних областях науки і техніки.

Адаптивна ідентифікація здійснюється за допомогою моделі відповідної структури, параметри якої в процесі ідентифікації змінюються таким чином, щоб із найменшою похибкою відображати параметри ПСУ. Функціональна схема процесу адаптивної ідентифікації наведена на рис. 4.1.

Різниця вихідних величин ПСУ і моделі утворює нев'язку

$$\varepsilon(z(n), c) = y(n) - \tilde{y}(n), \quad (4.1)$$

де $z(n)$ – значення входу і виходу ПСУ, отримані в результаті спостережень; c – вектор параметрів моделі, що настроюється.

Будемо вважати, що ПСУ є стаціонарною, тобто її параметри не залежать від часу.

Якість адаптивної ідентифікації (ступінь наближення моделі до ПСУ в процесі її налаштування) оцінюється по середніх втратах

$$J(c) = M \{ F[\varepsilon(z(n), c)] \}, \quad (4.2)$$

де $M \{ \cdot \}$ – математичне очікування;

$F[\cdot]$ – функція втрат (ступінь небажаності нев'язки).

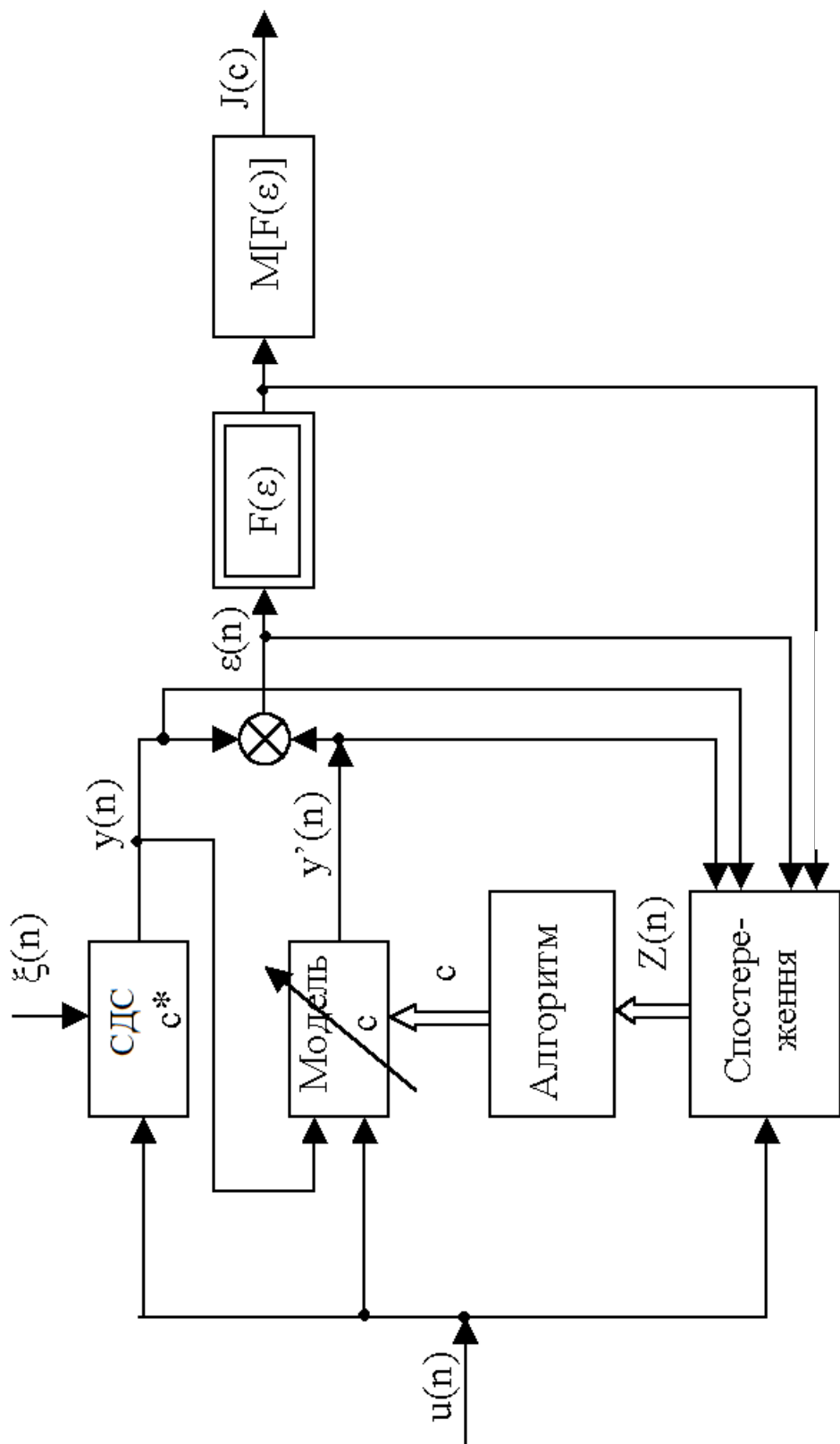


Рис. 4.1

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 50

Функція втрат може обчислюватися по різним формулам.

Найчастіше використовують:

– порогову функцію втрат (рис. 4.2, а)

$$F(\varepsilon) = \begin{cases} 1, & |\varepsilon| \geq \varepsilon_0, \\ 0 & |\varepsilon| < \varepsilon_0, \end{cases}$$

– лінійну функцію втрат (рис. 4.2, б)

$$F(\varepsilon) = |\varepsilon|,$$

– квадратичну функцію втрат (рис. 4.2, в)

$$F(\varepsilon) = \varepsilon^2.$$

В лабораторній роботі використовується квадратична функція втрат, тобто втрати пропорційні квадрату нев'язки:

$$F[\varepsilon] = \varepsilon^2(z(n), c). \quad (4.3)$$

Алгоритм ідентифікації полягає в тому, що на основі доступних для спостереження значень вхідних і вихідних величин змінюють параметри моделі, що настроюється, так, щоб із ростом числа кроків настроювання моделі середні втрати $J(c)$ досягали мінімального значення.

Таким чином, для рішення задач ідентифікації необхідно:

- визначити клас ПСУ, що досліджуються;
- на основі відомостей про ПСУ сформулювати модель, що настроюється (визначити її структуру);
- вибрати критерій якості ідентифікації (по середньому квадрату втрат);
- побудувати алгоритм ідентифікації.

Рівняння лінійної динамічної ПСУ з двома входами (рис. 4.3) представляється у вигляді лінійного різницевого рівняння

$$y(n) + \sum_{m=1}^N a_m^* y(n-m) = \sum_{m=0}^N b_m^* u(n-m) + \sum_{m=1}^N d_m^* [\xi(n-m) - (n-m)], \quad (4.4)$$

де $y(n)$ – вихід ПСУ;

$n = 0, 1, 2, \dots$ – дискретний час;

$u(n)$ – вхідний вплив;

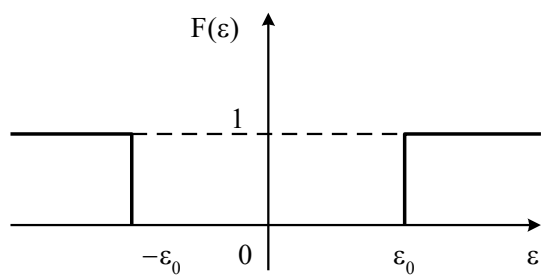
$\xi(n)$ – збурююча дія (завада).

Оптимальною моделлю, що настроюється, будемо вважати таку модель, для якої $M\{\varepsilon^2(n)\}$ досягає мінімально можливого значення при певних значеннях її параметрів.

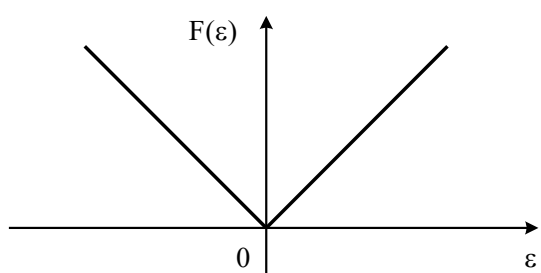
Для ПСУ з рівнянням (4.4) рівняння оптимальної моделі має вигляд

$$\tilde{y}(n) = - \sum_{m=1}^N a_m y(n-m) + \sum_{m=0}^N b_m u(n-m) + \sum_{m=1}^N d_m [y(n-m) - \tilde{y}(n-m)]. \quad (4.5)$$

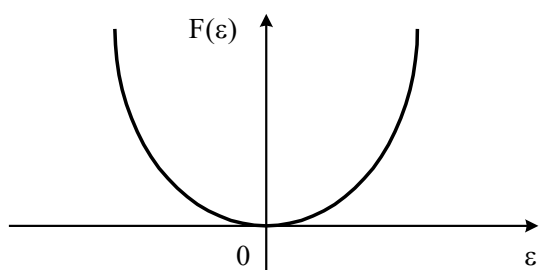
Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 51



а)



б)



в)

Рис. 4.2

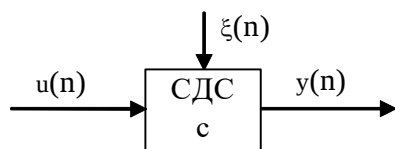


Рис. 4.3

Введемо позначення вектора параметрів моделі

$$c = (a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n, d_1, \dots, d_n) \quad (4.6)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 52

Оптимальне рішення задачі ідентифікації для даної моделі, що настроюється, позначимо

$$c^* = (a_1^*, \dots, a_n^*, b_1^*, \dots, b_n^*, d_1^*, \dots, d_n^*). \quad (4.7)$$

У відповідності з обраним критерієм якості ідентифікації (формула (4.2)) можна записати

$$J^*(c^*) = M\{\varepsilon^2(z(n), c^*)\} = \min_c. \quad (4.8)$$

Оптимальне рішення c^* можна знайти з критерію якості (4.8) за допомогою методу найменших квадратів, що призводить до рішення системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

Умова, що визначає оптимальне рішення задачі ідентифікації $c = c^*$, має вигляд

$$\nabla J(c) = M\{\nabla_c F[\varepsilon(z(n), c)]\} = 0, \quad (4.9)$$

де ∇J – градієнт середніх втрат;

$\nabla_c F$ – градієнт функції втрат,

$$\nabla_c F = (\partial / \partial c_1, \dots, \partial / \partial c_N).$$

Векторне рівняння (4.9) еквівалентно системі нелінійних алгебраїчних рівнянь щодо компонент вектора c . У зв'язку з труднощами, що виникають при аналітичному рішенні рівняння (4.9), переходять до наближених методів. Це значить, що рівняння (4.9) заміняється різницеvim рівнянням, рішення якого $c(n)$ з плином часу прагне до оптимального рішення c^* .

Якщо градієнт середніх втрат $\nabla J(n)$ відомий (на основі попередніх спостережень за ПСУ і моделлю, що настроюється), то алгоритм адаптації (ітеративний алгоритм) має вигляд

$$C(n) = c(n-1) - \Gamma(n) \nabla J(c(n-1)), \quad (4.10)$$

де $\Gamma(n)$ - матриця підсилення;

c_0 – початкова умова (звичайно вибирається довільно).

Блок-схема ітеративного алгоритму показана на рис. 4.4, де ЕЗ - елемент затримки.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 53

Якщо градієнт середніх втрат невідомий (цілком невідома щільність розподілу завад і спостережень), то алгоритм ідентифікації (рекурентний алгоритм) має вигляд

$$C(n) = C(n-1) - \Gamma(n) \nabla_c F[E(\varepsilon(n), (c(n-1)))] \quad (4.11)$$

Блок-схема рекурентного алгоритму показана на рис. 4.5.

Практичну реалізацію алгоритмів, що відповідають формулам (4.10) і (4.11), доцільно здійснити на ЕОМ.

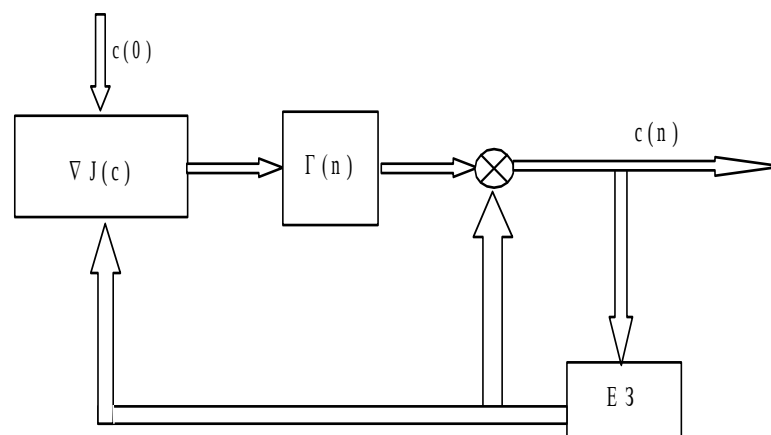


Рис. 4.4

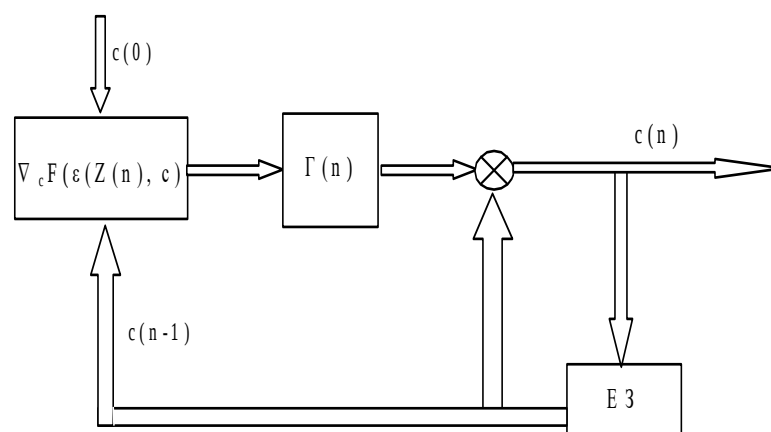


Рис. 4.5

4.2. Метод та алгоритми адаптивної ідентифікації систем

Алгоритм програми дослідження методів адаптивної ідентифікації наведений на рис. 4.6.

У роботі досліджуються два методи адаптивної ідентифікації:

- по ітеративному алгоритму, що описується формулою (4.10);
- по рекурентному алгоритму, що описується формулою (4.11).

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 54

При дослідженні цих методів використовуються такі ПСУ:

– регресивна (Р - об'єкт)

$$y(n) = bu(n) + \xi(n); \quad (4.12)$$

– регресивно-авторегресивна (РАР - об'єкт)

$$y(n) = -ay(n-1) + bu(n) + \xi(n). \quad (4.13)$$

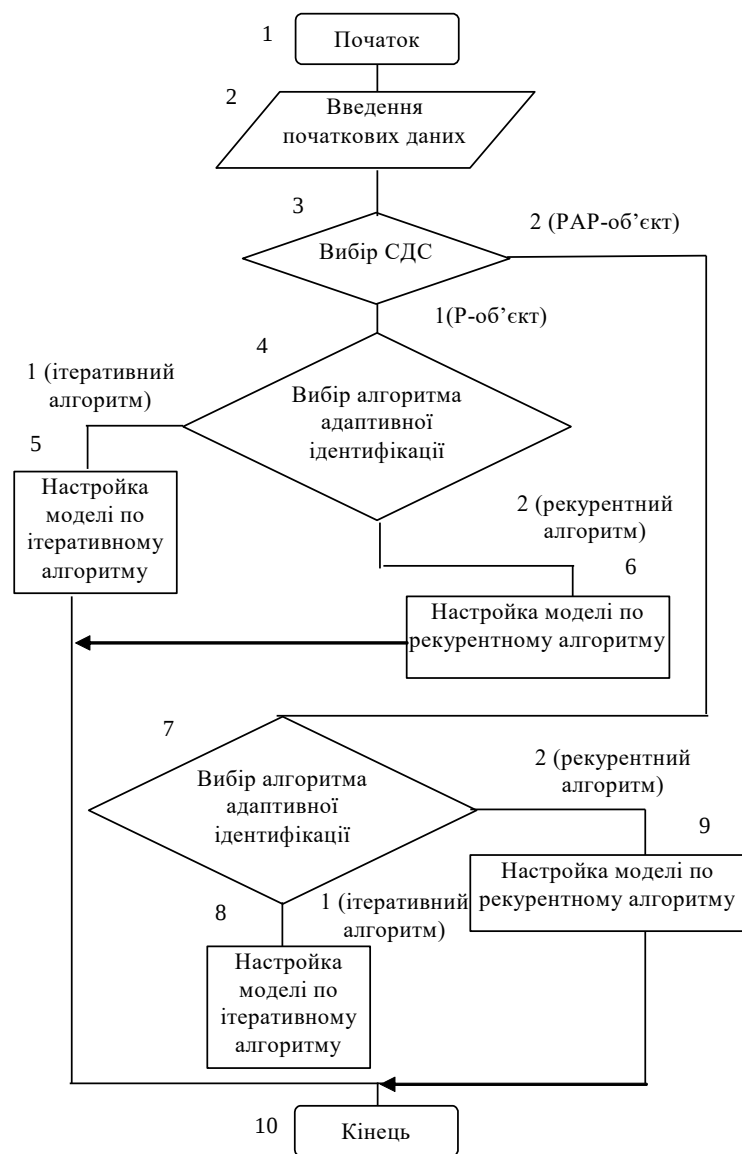


Рис. 4.6

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 55

Відповідно до (8.5), тобто виходячи із загального рівняння оптимальної моделі, рівняння оптимальних моделей будуть мати такий вигляд:

– для Р - об'єкта

$$\tilde{y}(n) = \hat{b}u(n); \quad (4.14)$$

– для РАР - об'єкта

$$\tilde{y}(n) = -\hat{a}(n-1) + \hat{b}u(n). \quad (4.15)$$

Функція втрат

$$F[\varepsilon(n)] = \varepsilon^2(n) = (y(n) - \tilde{y}(n))^2 \quad (4.16)$$

У даній лабораторній роботі використовуються такі вхідні впливи для ПСУ і моделі:

– одиничний стрибок

$$u(n) = 1, n = 0, 1, \dots, N-1; \quad (4.11)$$

– цифровий шум, одержаний від генератора випадкових чисел;

– гармонічний сигнал

$$u(n) = A \sin(2\pi fn / N + \varphi_0), \quad (4.18)$$

де A – амплітуда сигналу;

f – частота сигналу;

φ_0 – початкова фаза;

$n = 0, 1, \dots, N-1$;

N – число дискретних відліків сигналу.

Розглянемо одержання виразу для обчислення коефіцієнтів оптимальної моделі Р - об'єкта для рекурентного методу.

Функція втрат буде мати вигляд (див. формули (4.12), (4.14), (4.16)):

$$\varepsilon(n) = y(n) - \tilde{y}(n) = bu(n) - \hat{b}u(n) + \xi(n); \quad (4.19)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 56

$$\begin{aligned}
F[\varepsilon(n)] &= [\varepsilon^2(n)] = (bu(n) - \tilde{b}u(n) + \xi(n))^2 = \\
&= b^2u^2(n) - 2\tilde{b}bu^2(n) - 2\tilde{b}u(n) \cdot \xi(n) + \\
&+ b^2u^2(n) + 2bu(n) \cdot \xi(n) + \xi^2(n).
\end{aligned} \tag{4.20}$$

Гradient функції втрат

$$\begin{aligned}
\nabla_c F[\varepsilon(n)] &= \partial F[\varepsilon(n)] / \partial \hat{b} = 2\hat{b}u^2(n) - 2bu^2(n) - \\
&- 2u(n) \cdot \xi(n) = 2u(n) \cdot (\hat{b}u(n) - bu(n) - \xi(n)) = \\
&= -2u(n) \cdot (y(n) - \tilde{b}u(n)).
\end{aligned} \tag{4.21}$$

Підставляючи результат із (4.21) у (4.11) і враховуючи, що вектор коефіцієнта моделі $c = (b)$, одержуємо вираз для визначення коефіцієнта b оптимальної моделі Р - об'єкта:

$$\tilde{b}(n) = \tilde{b}(n-1) + 2\gamma u(n) \cdot [y(n) - \tilde{b}(n-1) \cdot u(n)], \tag{4.22}$$

де γ - коефіцієнт підсилення.

Розглянемо РАР - об'єкт і його оптимальну модель. Вектор коефіцієнтів моделі $c = (\hat{a}, b)$.

Вираз для визначення коефіцієнтів оптимальної моделі має вигляд (для рекурентного методу):

$$\begin{aligned}
\tilde{a}(n) &= \tilde{a}(n-1) - 2\gamma_a y(n-1) \cdot [y(n) - (-\tilde{a}(n-1) \times \\
&\times y(n-1) + \tilde{b}(n-1) \cdot u(n))]
\end{aligned} \tag{4.23}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{b}(n) &= \tilde{b}(n-1) - 2\gamma_b y(n-1) \cdot [y(n) - (-\tilde{a}(n-1) \times \\
&\times y(n-1) + \tilde{b}(n-1) \cdot u(n))]
\end{aligned} \tag{4.24}$$

де γ_a, γ_b - коефіцієнти підсилення.

Для ітеративного методу обчислення проводяться по тим же формулам (4.22) – (4.24), що і для рекурентного методу, але для одержання gradientу середніх втрат (формула (4.10)) проводиться обчислення функції втрат при фіксованих коефіцієнтах моделі для усього вхідного впливу (N дискретних відліків) із наступним визначенням середнього арифметичного значення функції втрат.

Початкові дані програми:

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 57

- ПСУ, що досліджується;
 - метод адаптивної ідентифікації, що досліджується;
 - тип вхідного впливу;
 - кількість відліків.
- Вихідні дані програми:
- вихід ПСУ;
 - вихід оптимальної моделі;
 - коефіцієнти оптимальної моделі в процесі настроювання.

4.3. Порядок виконання роботи

1. Вивчити теоретичні відомості, необхідні для виконання роботи.
2. Одержати рівняння оптимальної моделі для Р - об'єкта і РАР - об'єкта, переконатися в їхній відповідності формулам (4.14), (4.15).
3. Одержати вираз для визначення коефіцієнтів моделі РАР - об'єктів для рекурентного методу адаптивної ідентифікації, переконатися в їхній відповідності формулам (4.22) - (4.24)
4. Виконати попередній аналіз початкових даних індивідуального варіанту (табл. 4.1). Приклад програми моделювання – Додаток Г.
5. Для Р - об'єкта одержати залежність зміни функції втрат $F(\varepsilon)$ (див. (4.16)) від зміни коефіцієнта моделі $b'(n)$ у заданому діапазоні значень $(\tilde{b}(0) - \tilde{b}(N))$ для трьох типів вхідних впливів $u(n)$. Результати занести в табл. 4.2.
6. Для Р – об'єкта одержати залежність зміни коефіцієнта оптимальної моделі $\tilde{b}$ від часу в процесі настроювання моделі по ітеративному методу адаптивної ідентифікації для трьох типів вхідного впливу $u(n)$. Коефіцієнт підсилення γ підібрати так, щоб на заданому інтервалі в N відліків забезпечити точність настроювання моделі до 5%. Результати спостережень занести в табл. 4.3.
7. Дослідити зміну функції втрат для РАР - об'єкта в залежності від зміни коефіцієнта моделі $\tilde{b}(n)$ при фіксованому коефіцієнті моделі $a' = a$. Заповнити таблицю, аналогічну табл. 4.2.
8. Виконати дослідження адаптивної ідентифікації для РАР - об'єкта (аналогічно п.п. 5 і 6). Заповнити дві таблиці, враховуючи наявність двох коефіцієнтів для ПСУ і моделі $(a, b$ і $\tilde{a}, \tilde{b})$.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015						Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1						Арк 110 / 58

Таблиця 4.1

№ ва- ріанту	Коефіцієнт ПСУ			Початкове значення коефіцієнту моделі ПСУ			Кількість відліків вхідного сигналу	Крок зміни коефіцієнтів моделі ПСУ
	b_1	a_2	b_2	$\tilde{b}_1$	$\tilde{a}_2$	$\tilde{b}_2$		
1	2	0,9	0,70	1,0	0,7	0,55	100	0,05
1	2	0,9	0,70	1,0	0,7	0,55	100	0,05
2	3	1,0	0,75	1,5	0,8	0,50	150	0,10
3	4	1,1	0,80	2,0	0,7	0,55	200	0,15
4	5	0,9	0,85	2,5	0,8	0,60	100	0,20
5	6	1,0	0,90	3,0	0,7	0,65	150	0,05
6	7	1,1	0,95	1,0	0,8	0,55	200	0,10
7	8	0,9	1,00	1,5	0,7	0,50	100	0,15
8	2	1,0	1,05	2,0	0,8	0,55	150	0,20
9	3	1,1	1,10	2,5	0,7	0,60	200	0,05
10	4	0,9	1,15	3,0	0,8	0,65	100	0,10
11	5	1,0	1,20	1,0	0,7	0,55	150	0,15
12	6	1,1	1,25	1,5	0,8	0,50	200	0,20
13	7	0,9	0,70	2,0	0,7	0,55	100	0,05
14	8	1,0	0,75	2,5	0,8	0,60	150	0,10
15	2	1,1	0,80	3,0	0,7	0,65	200	0,15
16	3	0,9	0,85	1,0	0,8	0,55	100	0,20
17	4	1,0	0,90	1,5	0,7	0,50	150	0,05
18	5	1,1	0,95	2,0	0,8	0,55	200	0,10
19	6	0,9	1,00	2,5	0,7	0,60	100	0,15
20	7	1,0	1,05	3,0	0,8	0,65	150	0,20
21	8	1,1	1,10	1,0	0,7	0,55	200	0,05
22	2	0,9	1,15	1,5	0,8	0,50	100	0,10
23	3	1,0	1,20	2,0	0,7	0,55	150	0,15
24	4	1,1	1,25	2,5	0,8	0,60	200	0,20
25	5	0,9	1,00	3,0	0,7	0,65	100	0,05
26	6	1,0	1,05	1,0	0,8	0,55	150	0,10
27	7	1,1	1,10	1,5	0,7	0,50	200	0,15
28	8	0,9	1,15	2,0	0,8	0,55	100	0,20
29	2	1,0	1,20	2,5	0,7	0,60	150	0,15
30	3	1,1	1,25	3,0	0,8	0,65	200	0,20

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 59

Таблиця 4.2

п	Коефіцієнт ПСУ b	Коефіцієнт моделі $b'(n)$	Функція втрат $F(\varepsilon)$ при входному впливі:		
			одиничний стрибок	цифровий шум	гармонічний сигнал
1					
2					
...					
N					

Таблиця 4.3

п	Коефіцієнт ПСУ $\tilde{b}$	Коефіцієнт моделі $b(n)$	Коефіцієнт оптимальної моделі при входному впливі:		
			одиничний стрибок	цифровий шум	гармонічний сигнал
1					
2					
...					
N					

4.4. Зміст звіту

1. Найменування і мета роботи.
2. Початкові дані індивідуального варіанту.
3. Графік входного та вихідного сигналів, функції втрат і зміни коефіцієнтів адаптивної моделі об'єктів.
4. Заповнені таблиці 11.13 та 11.14.
5. Висновки по роботі.

4.5. Контрольні питання

1. По якому критерію оцінюється якість адаптивної ідентифікації параметрів ПСУ?
2. Перерахуйте основні етапи рішення задачі ідентифікації.
3. Наведіть рівняння лінійного динамічного ПСУ і рівняння оптимальної моделі, порівняйте їх.
4. Сформулюйте умову оптимального рішення задачі адаптивної ідентифікації.
5. Який вигляд має ітеративний алгоритм адаптивної ідентифікації?
6. Намалюйте блок-схему ітеративного алгоритму, роз'ясніть її роботу.
7. Який вигляд має рекурентний алгоритм адаптивної ідентифікації?
8. Намалюйте блок-схему рекурентного алгоритму, роз'ясніть її роботу.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 60

9. Виконайте порівняльний аналіз ітеративного і рекурентного алгоритму адаптивної ідентифікації.

10. Отримайте рівняння оптимальної моделі і вираз для функції втрат Р-об'єкта.

11. Отримайте рівняння оптимальної моделі і вираз для функції втрат РАР -об'єкта.

12. Як впливає значення коефіцієнтів у матриці підсилення на точність і час налаштування оптимальної моделі?

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 61

Додаток А

Програма моделювання складних динамічних систем на ЕОМ

```
% Математичні та програмні засоби моделювання пристроїв та систем управління
% Лабораторна робота № 1
% Дослідження чисельних методів моделювання ІВС на ЕОМ
% Диференціальне рівняння першого порядку  $dy(t)/dt+ay(t)=bx(t)$ 
% - - - Стандартні методи рішення ode45 ode23 ode113,
% всі методи, що програмується, та оцінка точності методів - - -

% --- Початкові дані ---
clear variables;
% Диференціальне рівняння  $dy(t)/dt+ay(t)=bx(t)$ 
% Передаточна функція  $W(p)=K/(Tp+1)$ 
%  $a=1/T$   $b=K/T$   $T=1/a$   $K=b/a$ 
a=1; b=1;
% Початкова умова  $y(0)$ 
y0=0;
% Вхідний сигнал системи  $x(t)$ 
% тип сигналу: step - ступеневий вплив;
% sin - синусоїда;
% sin_exp - синусоїда, що згасає
Type_input_x='step';
% амплітуда сигналу, В
A_input_x=1;
% частота сигналу, Гц
f_input_x=0.1;
% Інтервал спостереження, с
Tmax=10;
% Крок чисельного методу, с
tau=0.01;
% Автоматичний вибір кроку чисельного методу для ode45 ode23 ode113, так=1/ні=0
tau_auto=0;

% --- Моделювання ---
% Формування вхідного сигналу Input_x, потрібен тільки для відображення на
% графіку разом з рішенням диференціального рівняння та для методів, що
% програмується по крокам
% В функції ODE_IMS вхідний сигнал обчислюється окремо з врахуванням поточного
% кроку інтегрування
ts=(0:tau:Tmax)';
Input_x=zeros(size(ts));

% Функція ODE_IMS для обчислення правої частини диференціального рівняння
switch lower(Type_input_x)
case 'step'
    Input_x(:)=A_input_x;
    ODE_IMS=@(t, y)[-a*y+b*A_input_x];
case 'sin'
    Input_x=A_input_x*sin(2*pi*f_input_x*ts);
    ODE_IMS=@(t, y)[-a*y+b*A_input_x*sin(2*pi*f_input_x*t)];
case 'sin_exp'
    Input_x=A_input_x*exp(-ts).*sin(2*pi*f_input_x*ts);
    ODE_IMS=@(t, y)[-a*y+b*A_input_x*exp(-t).*sin(2*pi*f_input_x*t)];
end;

% Визначення відліків часу на інтервалі інтегрування Tspan для чисельного методу
if tau_auto==1
    Tspan=[0 Tmax];
```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 62

```

else
    Tspan=0:tau:Tmax;
end;

% Задання параметрів методу чисельного рішення диференціального рівняння
% відносна похибка рішення, абсолютна похибка рішення, максимальний розмір кроку
Option_Lab_1 = odeset('RelTol', 0.001, 'AbsTol', 1e-6, 'MaxStep', Tmax/10);

% Рішення диференціального рівняння чисельним методом
% Yout - вектор-стовбець рішень диференціального рівняння першого порядку,
% в якому кожен елемент відповідає моменту часу у вектор-стовбці Tout
% ode45 - однокроковий явний метод Рунге-Кутта 4 та 5 порядків
tic;
[Tout45,Yout45] = ode45(ODE_IMS, Tspan, y0, Option_Lab_1);
Time45=toc;
% ode23 - однокроковий явний метод Рунге-Кутта 2 та 3 порядків
tic;
[Tout23,Yout23] = ode23(ODE_IMS, Tspan, y0, Option_Lab_1);
Time23=toc;
% ode113 - багатокроковий метод Адамса-Башфорта_Мултона
tic;
[Tout113,Yout113] = ode113(ODE_IMS, Tspan, y0, Option_Lab_1);
Time113=toc;

% метод прямокутників (Ейлера)
YoutRect=zeros(size(ts)); YoutRect(1)=y0;
tic;
for i=2:size(ts,1)
    YoutRect(i)=(1-tau*a)*YoutRect(i-1)+tau*b*Input_x(i-1);
end;
TimeRect=toc;
% метод трапецій
YoutTrap=zeros(size(ts)); YoutTrap(1)=y0;
tic;
for i=2:size(ts,1)
    YoutTrap(i)=((1-tau*a/2)*YoutTrap(i-1)+tau*b*Input_x(i)/2+tau*b*Input_x(i-1)/2)/(1+tau*a/2);
end;
TimeTrap=toc;
% метод Симпсона
YoutSimp=zeros(size(ts)); YoutSimp=YoutTrap; % оцінка значень функції під інтегралом за методом трапецій
tic;
for i=2:(size(ts,1)-1)
    YoutSimp(i+1)=YoutSimp(i-1)+tau/3*(-a*YoutSimp(i-1)+b*Input_x(i-1))+...
        4*tau/3*(-a*YoutSimp(i)+b*Input_x(i))+tau/3*(-a*YoutSimp(i+1)+b*Input_x(i+1));
end;
TimeSimp=toc;
% метод модифікований Ейлера (передбачення методом прямокутників та виправлення методом трапецій)
YoutReTr=zeros(size(ts)); YoutReTr(1)=y0;
tic;
for i=2:size(ts,1)
    p=YoutReTr(i-1)+tau*(-a*YoutReTr(i-1)+b*Input_x(i-1));
    YoutReTr(i)=YoutReTr(i-1)+(tau/2)*(-a*YoutReTr(i-1)+b*Input_x(i-1)-a*p+b*Input_x(i));
end;
TimeReTr=toc;
% метод Мілна 4-го порядку багатокроковий

```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідас ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 63

```

YoutMiln=zeros(size(ts)); YoutMiln(1)=y0;
% перші значення за методом прямокутників
YoutMiln(2)=YoutRect(2); YoutMiln(3)=YoutRect(3); YoutMiln(4)=YoutRect(4);
tic;
for i=5:size(ts,1)
    p=YoutMiln(i-4)+(tau/3)*(2*(-a*YoutMiln(i-1)+b*Input_x(i-1))-(-a*YoutMiln(i-2)+b*Input_x(i-2))+...
        2*(-a*YoutMiln(i-3)+b*Input_x(i-3)));
    YoutMiln(i)=YoutMiln(i-2)+(tau/3)*((-a*p+b*Input_x(i))+4*(-a*YoutMiln(i-1)+b*Input_x(i-1))+...
        (-a*YoutMiln(i-2)+b*Input_x(i-2)));
end;
TimeMiln=toc;
% метод Адамса-Мултона багатокроковий
YoutAMult=zeros(size(ts)); YoutAMult(1)=y0;
% перші значення за методом прямокутників
YoutAMult(2)=YoutRect(2); YoutAMult(3)=YoutRect(3); YoutAMult(4)=YoutRect(4);
tic;
for i=5:size(ts,1)
    p=YoutAMult(i-1)+(tau/24)*(55*(-a*YoutAMult(i-1)+b*Input_x(i-1))-59*(-a*YoutAMult(i-2)+b*Input_x(i-2))+...
        37*(-a*YoutAMult(i-3)+b*Input_x(i-3))-9*(-a*YoutAMult(i-4)+b*Input_x(i-4)));
    YoutAMult(i)=YoutAMult(i-1)+(tau/24)*(9*(-a*p+b*Input_x(i))+19*(-a*YoutAMult(i-1)+b*Input_x(i-1))-...
        5*(-a*YoutAMult(i-2)+b*Input_x(i-2))+(-a*YoutAMult(i-3)+b*Input_x(i-3)));
end;
TimeAMult=toc;
% метод Рунге-Кутта 4 порядку
YoutRC4=zeros(size(ts)); YoutRC4(1)=y0;
tic;
for i=2:size(ts,1)
    k1=-a*YoutRC4(i-1)+b*Input_x(i-1);
    k2=-a*(YoutRC4(i-1)+(tau/2)*k1)+b*Input_x(i-1);
    k3=-a*(YoutRC4(i-1)+(tau/2)*k2)+b*Input_x(i-1);
    k4=-a*(YoutRC4(i-1)+(tau/2)*k3)+b*Input_x(i-1);
    YoutRC4(i)=YoutRC4(i-1)+(tau/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4);
end;
TimeRC4=toc;

% Обчислення значень точногорішення диференціального рівняння
switch lower(Type_input_x)
case 'step'
    YoutPrecise=b/a+(y0-b/a)*exp(-a*ts);
    YoutPrecise45=b/a+(y0-b/a)*exp(-a*Tout45);
    YoutPrecise23=b/a+(y0-b/a)*exp(-a*Tout23);
    YoutPrecise113=b/a+(y0-b/a)*exp(-a*Tout113);
case 'sin'
    YoutPrecise=b*A_input_x*(a*sin(2*pi*f_input_x*ts)-
        2*pi*f_input_x*cos(2*pi*f_input_x*ts))/(a^2+(2*pi*f_input_x)^2)+...
        (y0+b*A_input_x*2*pi*f_input_x/(a^2+(2*pi*f_input_x)^2))*exp(-a*ts);
    YoutPrecise45=b*A_input_x*(a*sin(2*pi*f_input_x*Tout45)-
        2*pi*f_input_x*cos(2*pi*f_input_x*Tout45))/(a^2+(2*pi*f_input_x)^2)+...
        (y0+b*A_input_x*2*pi*f_input_x/(a^2+(2*pi*f_input_x)^2))*exp(-a*Tout45);
    YoutPrecise23=b*A_input_x*(a*sin(2*pi*f_input_x*Tout23)-
        2*pi*f_input_x*cos(2*pi*f_input_x*Tout23))/(a^2+(2*pi*f_input_x)^2)+...
        (y0+b*A_input_x*2*pi*f_input_x/(a^2+(2*pi*f_input_x)^2))*exp(-a*Tout23);

```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 64

```

YoutPrecise113=b*A_input_x*(a*sin(2*pi*f_input_x*Tout113)-
2*pi*f_input_x*cos(2*pi*f_input_x*Tout113))/(a^2+(2*pi*f_input_x)^2)+...
(y0+b*A_input_x*2*pi*f_input_x/(a^2+(2*pi*f_input_x)^2))*exp(-
a*Tout113);
case 'sin_exp'
YoutPrecise=b*A_input_x*exp(-ts).*((a-1)*sin(2*pi*f_input_x*ts)-
2*pi*f_input_x*cos(2*pi*f_input_x*ts))/((a-1)^2+(2*pi*f_input_x)^2)+...
(y0+b*A_input_x*2*pi*f_input_x/((a-1)^2+(2*pi*f_input_x)^2))*exp(-
a*ts);
YoutPrecise45=b*A_input_x*exp(-Tout45).*((a-
1)*sin(2*pi*f_input_x*Tout45)-2*pi*f_input_x*cos(2*pi*f_input_x*Tout45))/((a-
1)^2+(2*pi*f_input_x)^2)+...
(y0+b*A_input_x*2*pi*f_input_x/((a-1)^2+(2*pi*f_input_x)^2))*exp(-
a*Tout45);
YoutPrecise23=b*A_input_x*exp(-Tout23).*((a-
1)*sin(2*pi*f_input_x*Tout23)-2*pi*f_input_x*cos(2*pi*f_input_x*Tout23))/((a-
1)^2+(2*pi*f_input_x)^2)+...
(y0+b*A_input_x*2*pi*f_input_x/((a-1)^2+(2*pi*f_input_x)^2))*exp(-
a*Tout23);
YoutPrecise113=b*A_input_x*exp(-Tout113).*((a-
1)*sin(2*pi*f_input_x*Tout113)-2*pi*f_input_x*cos(2*pi*f_input_x*Tout113))/((a-
1)^2+(2*pi*f_input_x)^2)+...
(y0+b*A_input_x*2*pi*f_input_x/((a-1)^2+(2*pi*f_input_x)^2))*exp(-
a*Tout113);
end;

```

% Оцінка точності методів чисельного рішення диференціального рівняння

```

Delta45=zeros(size(Yout45)); Delta23=zeros(size(Yout23));
Delta113=zeros(size(Yout113));
DeltaRect=zeros(size(YoutRect)); DeltaTrap=zeros(size(YoutTrap));
DeltaSimp=zeros(size(YoutSimp));
DeltaReTr=zeros(size(YoutReTr)); DeltaMiln=zeros(size(YoutMiln));
DeltaAMult=zeros(size(YoutAMult));
DeltaRC4=zeros(size(YoutRC4));
Delta45=Yout45-YoutPrecise45;
Delta23=Yout23-YoutPrecise23;
Delta113=Yout113-YoutPrecise113;
DeltaRect=YoutRect-YoutPrecise;
DeltaTrap=YoutTrap-YoutPrecise;
DeltaSimp=YoutSimp-YoutPrecise;
DeltaReTr=YoutReTr-YoutPrecise;
DeltaMiln=YoutMiln-YoutPrecise;
DeltaAMult=YoutAMult-YoutPrecise;
DeltaRC4=YoutRC4-YoutPrecise;
Delta45Max=max(abs(Delta45)); Delta23Max=max(abs(Delta23));
Delta113Max=max(abs(Delta113));
Delta45Mean=mean(Delta45); Delta23Mean=mean(Delta23);
Delta113Mean=mean(Delta113);
Delta45Std=std(Delta45); Delta23Std=std(Delta23); Delta113Std=std(Delta113);
DeltaRectMax=max(abs(DeltaRect)); DeltaRectMean=mean(DeltaRect);
DeltaRectStd=std(DeltaRect);
DeltaTrapMax=max(abs(DeltaTrap)); DeltaTrapMean=mean(DeltaTrap);
DeltaTrapStd=std(DeltaTrap);
DeltaSimpMax=max(abs(DeltaSimp)); DeltaSimpMean=mean(DeltaSimp);
DeltaSimpStd=std(DeltaSimp);
DeltaReTrMax=max(abs(DeltaReTr)); DeltaReTrMean=mean(DeltaReTr);
DeltaReTrStd=std(DeltaReTr);
DeltaMilnMax=max(abs(DeltaMiln)); DeltaMilnMean=mean(DeltaMiln);
DeltaMilnStd=std(DeltaMiln);

```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 65

```
DeltaAMultMax=max(abs(DeltaAMult)); DeltaAMultMean=mean(DeltaAMult);
DeltaAMultStd=std(DeltaAMult);
DeltaRC4Max=max(abs(DeltaRC4)); DeltaRC4Mean=mean(DeltaRC4);
DeltaRC4Std=std(DeltaRC4);
```

```
% Оцінка швидкодії методів чисельного рішення диференціального рівняння
% тільки для ступеневого вхідного сигналу, фіксується час досягнення
% рівня 95% від сталого значення амплітуди вихідного сигналу
```

```
if strcmp(Type_input_x,'step')==1
    NState=find(Yout45>=(0.95*A_input_x));
    if size(NState,1)==0, NState(1)=size(Yout45,1); end;
    TState45=Tout45(NState(1));
    NState=find(Yout23>=(0.95*A_input_x));
    if size(NState,1)==0, NState(1)=size(Yout23,1); end;
    TState23=Tout23(NState(1));
    NState=find(Yout113>=(0.95*A_input_x));
    if size(NState,1)==0, NState(1)=size(Yout113,1); end;
    TState113=Tout113(NState(1));
    NState=find(YoutRect>=(0.95*A_input_x));
    if size(NState,1)==0, NState(1)=size(YoutRect,1); end;
    TStateRect=ts(NState(1));
    NState=find(YoutTrap>=(0.95*A_input_x));
    if size(NState,1)==0, NState(1)=size(YoutTrap,1); end;
    TStateTrap=ts(NState(1));
    NState=find(YoutSimp>=(0.95*A_input_x));
    if size(NState,1)==0, NState(1)=size(YoutSimp,1); end;
    TStateSimp=ts(NState(1));
    NState=find(YoutReTr>=(0.95*A_input_x));
    if size(NState,1)==0, NState(1)=size(YoutReTr,1); end;
    TStateReTr=ts(NState(1));
    NState=find(YoutMiln>=(0.95*A_input_x));
    if size(NState,1)==0, NState(1)=size(YoutMiln,1); end;
    TStateMiln=ts(NState(1));
    NState=find(YoutAMult>=(0.95*A_input_x));
    if size(NState,1)==0, NState(1)=size(YoutAMult,1); end;
    TStateAMult=ts(NState(1));
    NState=find(YoutRC4>=(0.95*A_input_x));
    if size(NState,1)==0, NState(1)=size(YoutRC4,1); end;
    TStateRC4=ts(NState(1));
else
    TState45=0; TState23=0; TState113=0;
    TStateRect=0; TStateTrap=0; TStateSimp=0;
    TStateReTr=0; TStateMiln=0; TStateAMult=0;
    TStateRC4=0;
end;

% --- Виведення результатів моделювання ---
figure;
plot(ts, Input_x, 'k--', ts, YoutPrecise, 'k-', ...
     Tout45, Yout45(:,1), 'r-', Tout23, Yout23(:,1), 'g-', Tout113,
     Yout113(:,1), 'b:');
legend('вхід', 'вихід точно', 'вихід ode45', 'вихід ode23', 'вихід ode113');
title('Моделювання систем першого порядку чис. мет. MATLAB');
xlabel('Час, c'); ylabel('Амплітуда сигналів входу і виходу, В');
grid on;
figure;
plot(ts, Input_x, 'k--', ts, YoutPrecise, 'k-', ...
     ts, YoutRect, 'r-', ts, YoutTrap, 'g-', ts, YoutSimp, 'b-', ...
     ts, YoutReTr, 'r--', ts, YoutMiln, 'g--', ts, YoutAMult, 'b--', ts,
     YoutRC4, 'r-.');
```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 66

```

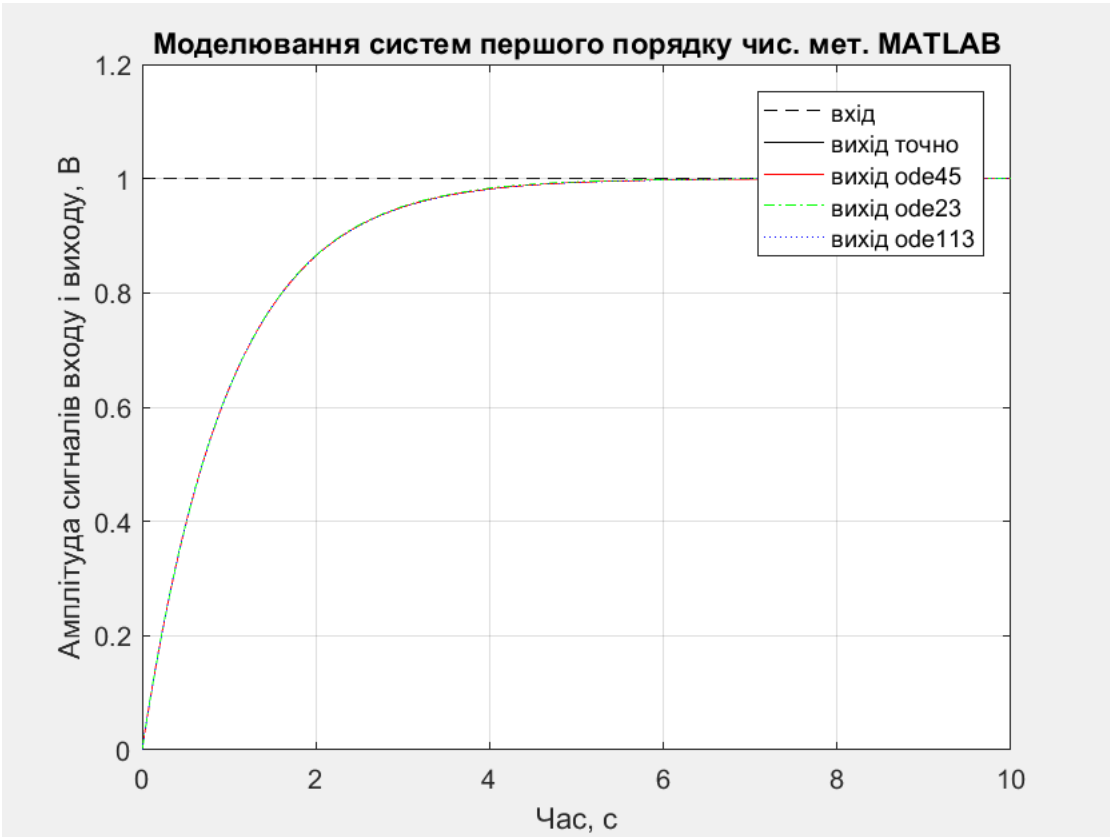
legend('вхід', 'вихід точно', 'вихід метод прямок.', 'вихід метод трап.', 'вихід
метод Симпс.', ...
    'вихід метод мод.Ейл.', 'вихід метод Мілна', 'вихід метод Адамс.М',
    'вихід метод Р-К 4п');
title('Моделювання систем першого порядку чис. мет., що програмуються');
xlabel('Час, с'); ylabel('Амплітуда сигналів входу і виходу, В');
grid on;
fprintf(1, 'Лабораторна робота № 1\n');
fprintf(1, 'Дослідження чисельних методів моделювання ІВС на ЕОМ\n');
fprintf(1, 'Чисельні методи рішення диф рівняння ode45, ode23, ode113 та 7
методів, що програмуються по крокам\n');
fprintf(1, 'Диференціальне рівняння dy/dt+ay(t)=bx(t), a = %7.3f, b = %7.3f\n',
a, b);
fprintf(1, 'Початкова умова y(0) = %7.3f\n', y0);
fprintf(1, 'Вхідний сигнал системи x(t) %s\n', Type_input_x);
fprintf(1, 'Амплітуда сигналу, В та частота сигналу, Гц %7.3f %7.3f\n',
A_input_x, f_input_x);
fprintf(1, 'Автоматичний вибір кроку чисельного методу для ode45 ode23 ode113,
так=1/ni=0 %7.3f\n', tau_auto);
fprintf(1, 'Інтервал спостереження, с та Крок чисельного методу, с %7.3f
%7.3f\n', Tmax, tau);
fprintf(1, 'Час вирішення диф рівняння для ode45 ode23 ode113, с %10.5f %10.5f
%10.5f\n', ...
    Time45, Time23, Time113);
fprintf(1, 'Час вирішення диф рівняння для методів, що програмуються по крокам ,
с %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f\n', ...
    TimeRect, TimeTrap, TimeSimp, TimeReTr, TimeMiln, TimeAMult, TimeRC4);
fprintf(1, 'Оцінки амплітудних похибок (В) та швидкодії (с) вихідного сигналу для
чисельних методів\n');
fprintf(1, '
                макс зн      середне зн СКЗ, В      швидкодія,
с\n');
fprintf(1, 'Метод ode45                %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f\n', Delta45Max,
Delta45Mean, Delta45Std, TState45);
fprintf(1, 'Метод ode23                %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f\n', Delta23Max,
Delta23Mean, Delta23Std, TState23);
fprintf(1, 'Метод ode113                %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f\n', Delta113Max,
Delta113Mean, Delta113Std, TState113);
fprintf(1, 'Метод прямокутників %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f\n', DeltaRectMax,
DeltaRectMean, DeltaRectStd, TStateRect);
fprintf(1, 'Метод трапецій %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f\n', DeltaTrapMax,
DeltaTrapMean, DeltaTrapStd, TStateTrap);
fprintf(1, 'Метод Симпсона %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f\n', DeltaSimpMax,
DeltaSimpMean, DeltaSimpStd, TStateSimp);
fprintf(1, 'Метод модиф.Ейлера %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f\n', DeltaReTrMax,
DeltaReTrMean, DeltaReTrStd, TStateReTr);
fprintf(1, 'Метод Мілна 4п %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f\n', DeltaMilnMax,
DeltaMilnMean, DeltaMilnStd, TStateMiln);
fprintf(1, 'Метод Адамса-Мултона %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f\n', DeltaAMultMax,
DeltaAMultMean, DeltaAMultStd, TStateAMult);
fprintf(1, 'Метод Рунге-Кутта 4п %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f\n', DeltaRC4Max,
DeltaRC4Mean, DeltaRC4Std, TStateRC4);
fprintf(1, '\n');

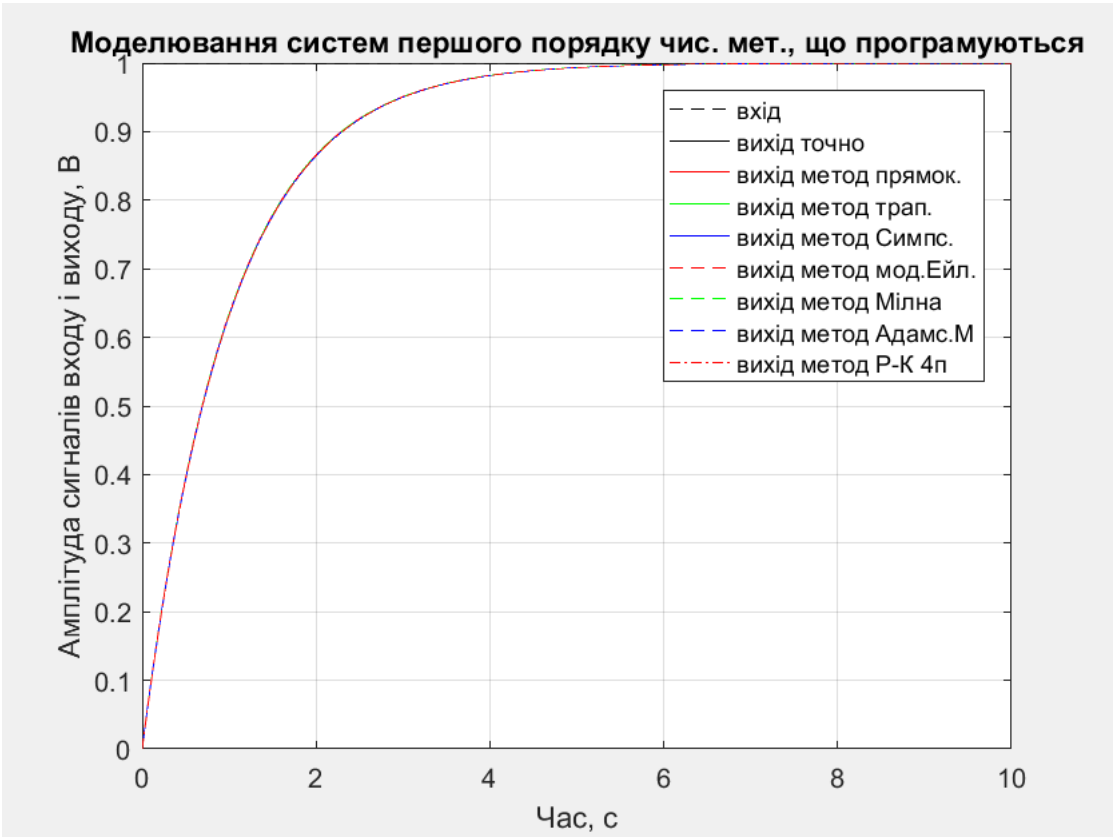
```

Результати обчислення вихідної реакції системи на основі методів чисельного інтегрування

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 67

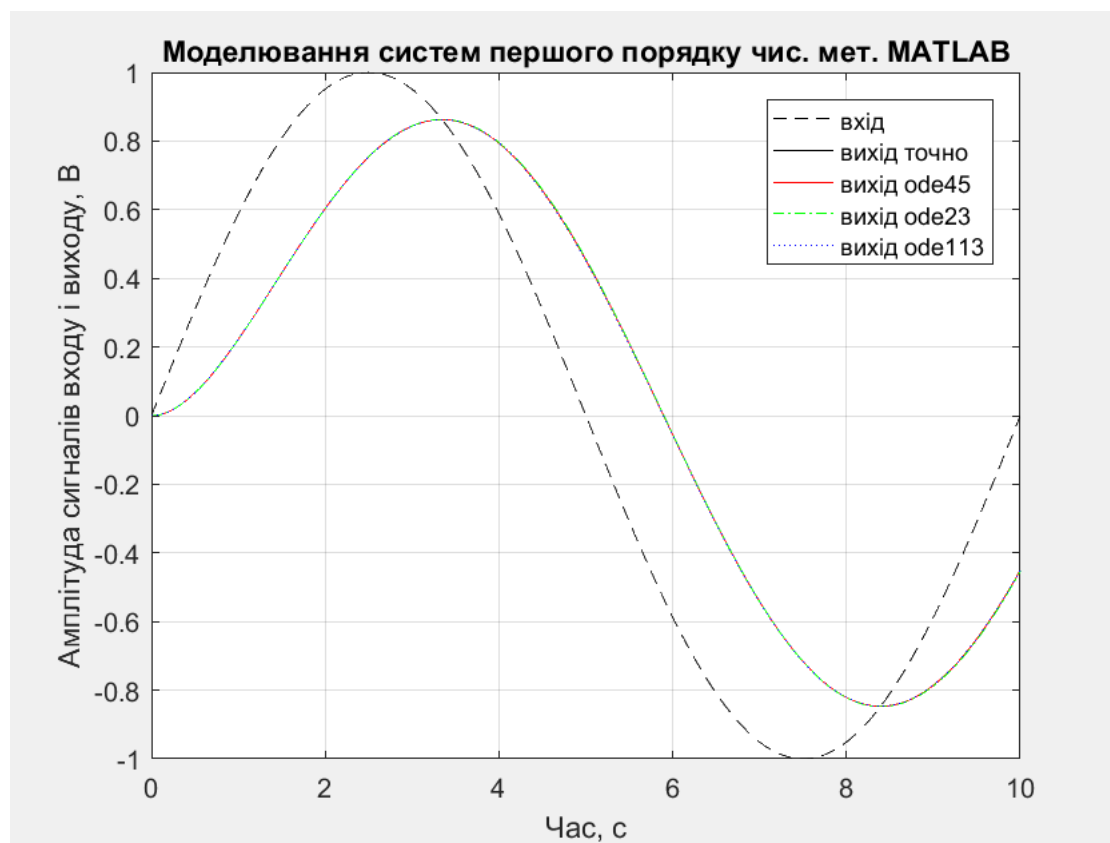
Дослідження чисельних методів моделювання ПСУ на ЕОМ
 Чисельні методи рішення диф рівняння ode45, ode23, ode113 та 7 методів,
 що програмується по крокам
 Диференціальне рівняння $dy/dt+ay(t)=bx(t)$, $a = 1.000$, $b = 1.000$
 Початкова умова $y(0) = 0.000$
 Вхідний сигнал системи $x(t)$ step
 Амплітуда сигналу, В та частота сигналу, Гц $1.000 \quad 0.100$
 Автоматичний вибір кроку чисельного методу для ode45 ode23 ode113,
 $так=1/ні=0 \quad 0.000$
 Інтервал спостереження, с та Крок чисельного методу, с $10.000 \quad 0.010$
 Час вирішення диф рівняння для ode45 ode23 ode113, с 0.75631
 $0.25313 \quad 0.49593$
 Час вирішення диф рівняння для методів, що програмується по крокам, с
 $0.00679 \quad 0.00497 \quad 0.00702 \quad 0.01132 \quad 0.01018 \quad 0.01226 \quad 0.01692$



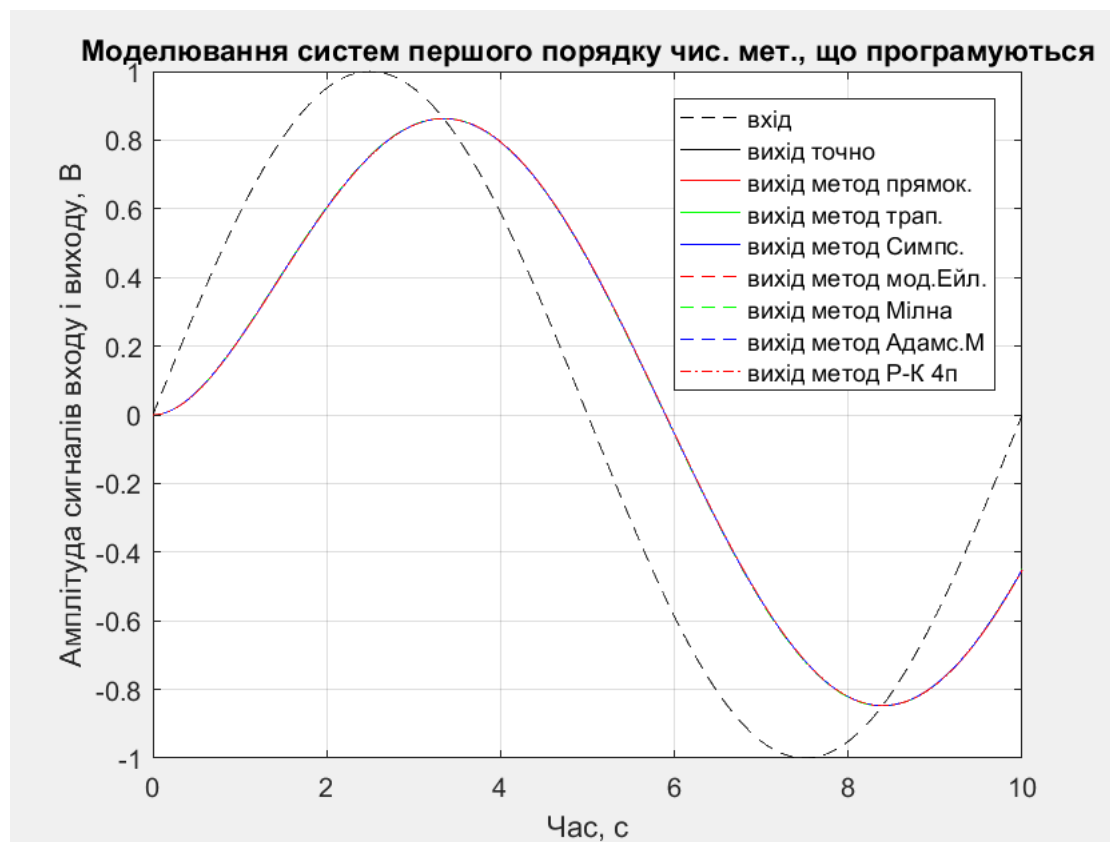


Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідас ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 69

Лабораторна робота № 1
Дослідження чисельних методів моделювання ІВС на ЕОМ
Чисельні методи рішення диф рівняння ode45, ode23, ode113 та 7
методів, що програмуються по крокам
Диференціальне рівняння $dy/dt + ay(t) = bx(t)$, $a = 1.000$, $b = 1.000$
Початкова умова $y(0) = 0.000$
Вхідний сигнал системи $x(t) \sin$
Амплітуда сигналу, В та частота сигналу, Гц $1.000 \quad 0.100$
Автоматичний вибір кроку чисельного методу для ode45 ode23 ode113,
так=1/ні=0 0.000
Інтервал спостереження, с та Крок чисельного методу, с 10.000
 0.010
Час вирішення диф рівняння для ode45 ode23 ode113, с 0.15254
 $0.14854 \quad 0.23841$
Час вирішення диф рівняння для методів, що програмуються по крокам ,
с $0.00670 \quad 0.00582 \quad 0.00726 \quad 0.01079 \quad 0.01023 \quad 0.01223$
 0.01674

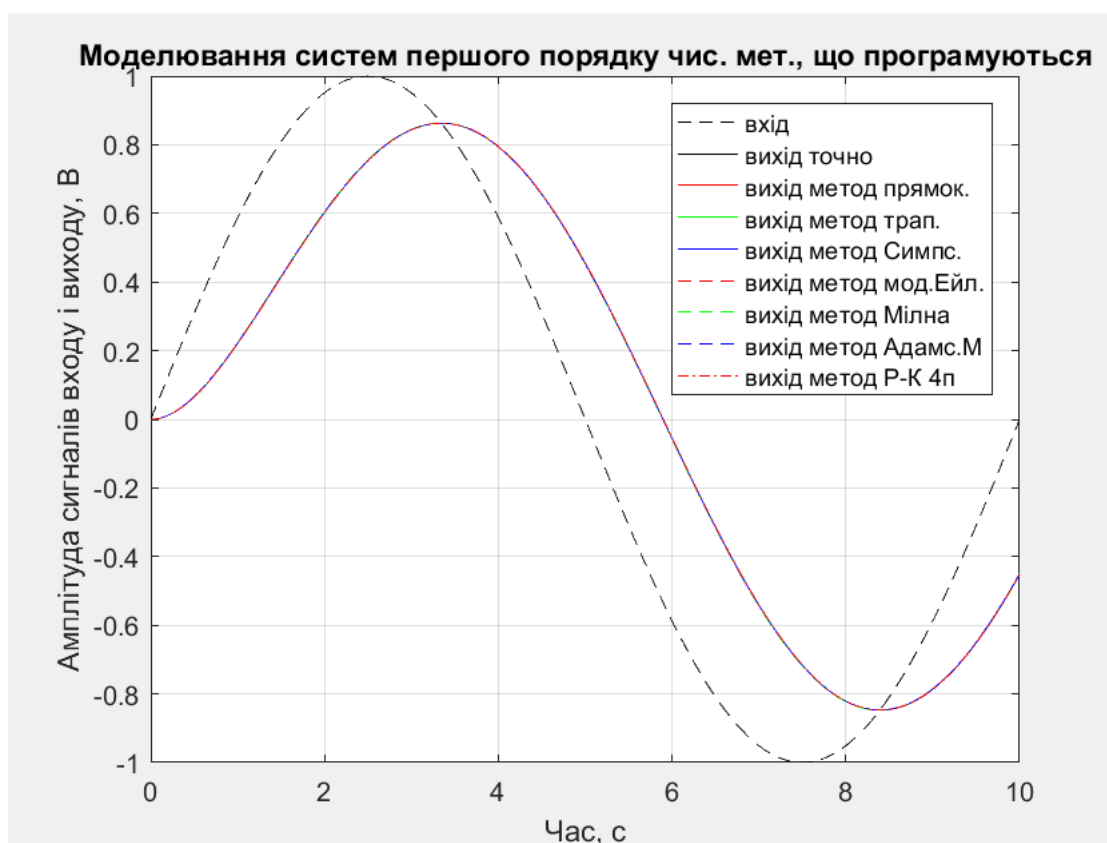
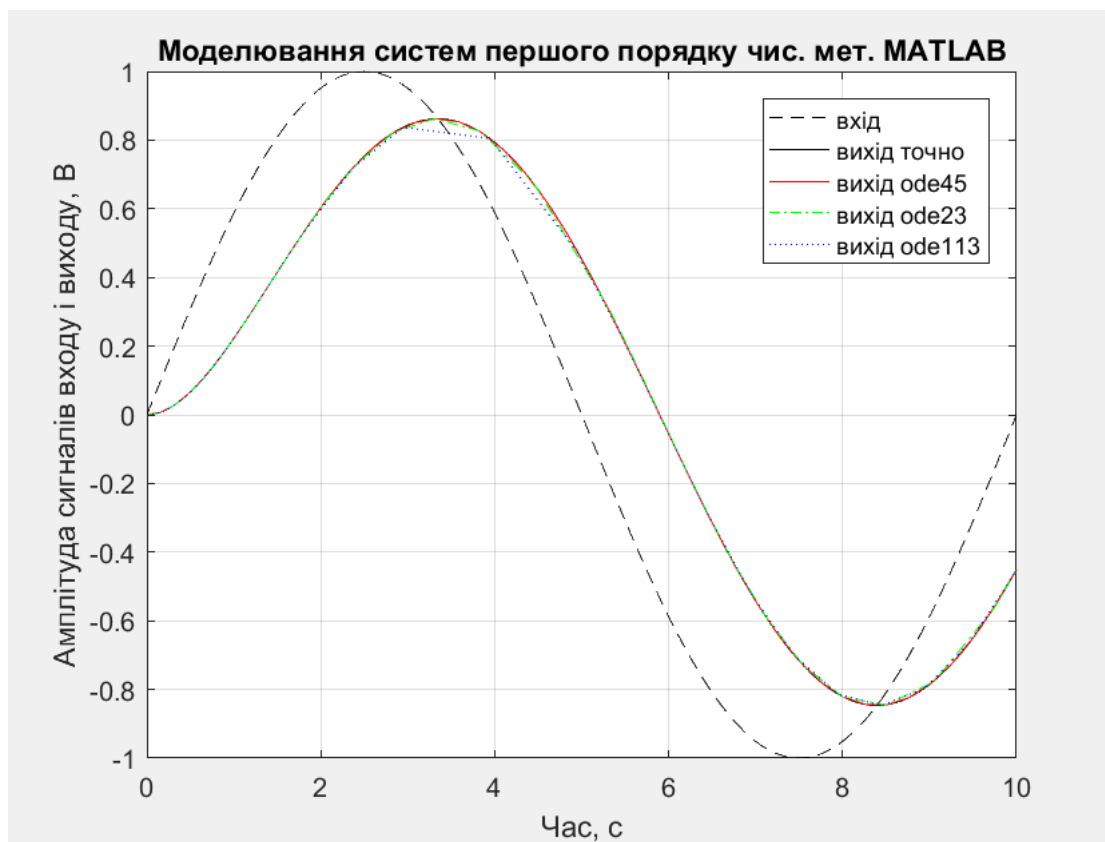


Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідас ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 70



Лабораторна робота № 1
Дослідження чисельних методів моделювання ІВС на ЕОМ
Чисельні методи рішення диф рівняння ode45, ode23, ode113 та 8
методів, що програмуються по крокам
Диференціальне рівняння $dy/dt + ay(t) = bx(t)$, $a = 1.000$, $b = 1.000$
Початкова умова $y(0) = 0.000$
Вхідний сигнал системи $x(t) \sin$
Амплітуда сигналу, В та частота сигналу, Гц $1.000 \quad 0.100$
Автоматичний вибір кроку чисельного методу для ode45 ode23 ode113,
так=1/ні=0 1.000
Інтервал спостереження, с та Крок чисельного методу, с 10.000
 0.010
Час вирішення диф рівняння для ode45 ode23 ode113, с 0.05875
 $0.04697 \quad 0.11951$
Час вирішення диф рівняння для методів, що програмуються по крокам ,
с $0.00604 \quad 0.00494 \quad 0.00632 \quad 0.01044 \quad 0.00989 \quad 0.01209$
 0.01577

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідас ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 71



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 72

Оцінка точності методів чисельного інтегрування

Лабораторна робота № 1

Дослідження чисельних методів моделювання ПСУ на ЕОМ

Чисельні методи рішення диф рівняння ode45, ode23, ode113 та 7 методів, що програмується по крокам

Диференціальне рівняння $dy/dt+ay(t)=bx(t)$, $a = 1.000$, $b = 1.000$

Початкова умова $y(0) = 0.000$

Вхідний сигнал системи $x(t)$ step

Амплітуда сигналу, В та частота сигналу, Гц 1.000 0.100

Автоматичний вибір кроку чисельного методу для ode45 ode23 ode113, так=1/ni=0 0.000

Інтервал спостереження, с та Крок чисельного методу, с 10.000 0.010

Час вирішення диф рівняння для ode45 ode23 ode113, с 0.75631 0.25313 0.49593

Час вирішення диф рівняння для методів, що програмується по крокам, с 0.00679 0.00497 0.00702 0.01132 0.01018 0.01226 0.01692

Оцінки амплітудних похибок (В) та швидкодії (с) вихідного сигналу для чисельних методів

	макс зн	середнє зн	СКЗ, В	швидкодія, с
Метод ode45	0.00009	0.00000	0.00003	3.00000
Метод ode23	0.00182	0.00060	0.00053	2.98000
Метод ode113	0.00084	-0.00016	0.00035	3.01000
Метод прямокутників	0.00185	0.00050	0.00062	2.99000
Метод трапецій	0.00000	0.00000	0.00000	3.00000
Метод Симпсона	0.00001	-0.00000	0.00000	3.00000
Метод модиф.Ейлера	0.00001	-0.00000	0.00000	3.00000
Метод Мілна 4п	0.00187	0.00051	0.00062	2.99000
Метод Адамса-Мултона	0.00015	0.00001	0.00003	3.00000
Метод Рунге-Кутта 4п	0.00031	0.00008	0.00010	3.00000

Лабораторна робота № 1

Дослідження чисельних методів моделювання ІВС на ЕОМ

Чисельні методи рішення диф рівняння ode45, ode23, ode113 та 7 методів, що програмується по крокам

Диференціальне рівняння $dy/dt+ay(t)=bx(t)$, $a = 1.000$, $b = 1.000$

Початкова умова $y(0) = 0.000$

Вхідний сигнал системи $x(t)$ sin

Амплітуда сигналу, В та частота сигналу, Гц 1.000 0.100

Автоматичний вибір кроку чисельного методу для ode45 ode23 ode113, так=1/ni=0 0.000

Інтервал спостереження, с та Крок чисельного методу, с 10.000 0.010

Час вирішення диф рівняння для ode45 ode23 ode113, с 0.15254 0.14854 0.23841

Час вирішення диф рівняння для методів, що програмується по крокам, с 0.00670 0.00582 0.00726 0.01079 0.01023 0.01223 0.01674

Оцінки амплітудних похибок (В) та швидкодії (с) вихідного сигналу для чисельних методів

	макс зн	середнє зн	СКЗ, В	швидкодія, с
Метод ode45	0.00027	-0.00001	0.00011	0.00000
Метод ode23	0.00364	0.00033	0.00159	0.00000
Метод ode113	0.00235	-0.00038	0.00086	0.00000
Метод прямокутників	0.00142	-0.00010	0.00095	0.00000

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 73

Метод трапецій	0.00000	-0.00000	0.00000	0.00000
Метод Симпсона	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Метод модиф.Ейлера	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000
Метод Мілна 4п	0.00243	-0.00033	0.00130	0.00000
Метод Адамса-Мултона	0.00009	-0.00001	0.00002	0.00000
Метод Рунге-Кутта 4п	0.00235	0.00017	0.00148	0.00000

Лабораторна робота № 1

Дослідження чисельних методів моделювання ІВС на ЕОМ

Чисельні методи рішення диф рівняння ode45, ode23, ode113 та 7 методів, що програмуються по крокам

Диференціальне рівняння $dy/dt + ay(t) = bx(t)$, $a = 1.000$, $b = 1.000$

Початкова умова $y(0) = 0.000$

Вхідний сигнал системи $x(t) \sin$

Амплітуда сигналу, В та частота сигналу, Гц $1.000 \quad 0.100$

Автоматичний вибір кроку чисельного методу для ode45 ode23 ode113, так=1/ні=0 1.000

Інтервал спостереження, с та Крок чисельного методу, с $10.000 \quad 0.010$

Час вирішення диф рівняння для ode45 ode23 ode113, с $0.05875 \quad 0.04697 \quad 0.11951$

Час вирішення диф рівняння для методів, що програмуються по крокам , с $0.00604 \quad 0.00494 \quad 0.00632 \quad 0.01044 \quad 0.00989 \quad 0.01209 \quad 0.01577$

Оцінки амплітудних похибок (В) та швидкодії (с) вихідного сигналу для чисельних методів

	макс зн	середнє зн	СКЗ, В	швидкодія, с
Метод ode45	0.00027	-0.00002	0.00011	0.00000
Метод ode23	0.00644	0.00066	0.00199	0.00000
Метод ode113	0.00105	-0.00015	0.00030	0.00000
Метод прямокутників	0.00142	-0.00010	0.00095	0.00000
Метод трапецій	0.00000	-0.00000	0.00000	0.00000
Метод Симпсона	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Метод модиф.Ейлера	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000
Метод Мілна 4п	0.00243	-0.00033	0.00130	0.00000
Метод Адамса-Мултона	0.00009	-0.00001	0.00002	0.00000
Метод Рунге-Кутта 4п	0.00235	0.00017	0.00148	0.00000

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 74

Додаток Б

Приклад програми дослідження програмно-алгоритмічних генераторів випадкових сигналів

```
% Математичні та програмні засоби моделювання пристроїв та систем управління
% Лабораторна робота № 2
% Програмні генератори випадкових впливів на складну динамічну систему
% Генерування некорельованих випадкових впливів з рівномірним та нормальним
% розподілом
% - - - Стандартні методи rand, randi, randn,
% метод на основі залишку від операції множення, псевдовипадкова бінарна
% послідовність - - -

% --- Початкові дані ---
clear variables;
% Кількість відліків у реалізації випадкового впливу
N=1024;
% Діапазон значень амплітуди випадкових впливів (для рівномірного розподілу)
A_random=1;
% Середньоквадратичне значення амплітуди випадкових впливів (для нормального
% розподілу)
STD_random=1;
% Рівномірний розподіл/цілі числа з рівномірним розподілом/нормальний розподіл
% =uniform/int/normal
Type_distributed='normal';
% Тип генератора випадкових чисел в Матлаб
% 'twister' - MATLAB: rand, randi, randn - Mersenne Twister
% 'simdTwister' - MATLAB: rand, randi, randn - SIMD-oriented Fast Mersenne
% Twister
% 'combRecursive' - MATLAB: rand, randi, randn - Combined Multiple Recursive
% 'multFibonacci' - MATLAB: rand, randi, randn - Multiplicative Lagged
% Fibonacci
% 'modn' - залишок від ділення за модулем N
% 'pvbp1' - псевдовипадкова бінарна послідовність (нуль-послідовність
% максимальної довжини)
% 'pvbp2' - псевдовипадкова бінарна послідовність (квадратична залишкова
% послідовність)
Type_generator='pvbp1';
% Період псевдовипадкової бінарної послідовності 3, 7, 15, 31, 63, 127, 255,
% 511, 1023, 2047
Type_PSBP=127;
% Кількість інтервалів на гістограмі
N_bins=10;

% --- Моделювання ---
switch lower(Type_generator)
case {'twister', 'simdtwister', 'combrecursive', 'multifibonacci'}
    rng(0, Type_generator);
    if strcmp(Type_distributed, 'uniform')==1
        X_random=A_random*rand(N,1);
    elseif strcmp(Type_distributed, 'int')==1
        X_random=randi(A_random, N, 1);
    else % 'normal' при інших значеннях Type_distributed
        X_random=STD_random*randn(N,1);
    end;
case 'modn'
    X_random=zeros(N,1); A_mod=7^9; X_random(1)=1; N_mod=10^10;
    for i=2:N
        X_random(i)=mod(A_mod*X_random(i-1), N_mod);
    end;
```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 75

```

end;
if strcmp(Type_distributed, 'uniform')==1
    X_random=A_random.*(X_random./N_mod);
elseif strcmp(Type_distributed, 'int')==1
    X_random=round(A_random.*(X_random./N_mod));
else % 'normal' при інших значеннях Type_distributed
    X_random3=zeros(3*N,1); X_random3(1)=1;
    for i=2:(3*N)
        X_random3(i)=mod(A_mod*X_random3(i-1),N_mod);
    end;
    for i=1:N
        X_random(i)=(X_random3(i)./N_mod-0.5).*(X_random3(i+N)./N_mod-
0.5).*(X_random3(i+2*N)./N_mod-0.5);
    end;
    X_random=3*2^3*STD_random*X_random;
end;
case 'pvbp1'
    X_random=zeros(N,1); x101=ones(1,13);
    for i=1:N
        if Type_PSBP==3
            rx101=xor(x101(2), x101(1)); x101max=2;
        elseif Type_PSBP==7
            rx101=xor(x101(3), x101(1)); x101max=3;
        elseif Type_PSBP==15
            rx101=xor(x101(4), x101(3)); x101max=4;
        elseif Type_PSBP==31
            rx101=xor(x101(5), x101(3)); x101max=5;
        elseif Type_PSBP==63
            rx101=xor(x101(6), x101(5)); x101max=6;
        elseif Type_PSBP==127
            rx101=xor(x101(7), x101(4)); x101max=7;
        elseif Type_PSBP==255
            rx101=xor(xor(x101(8), x101(4)),xor(x101(3), x101(2)));
x101max=8;
        elseif Type_PSBP==511
            rx101=xor(x101(9), x101(5)); x101max=9;
        elseif Type_PSBP==1023
            rx101=xor(x101(10), x101(7)); x101max=10;
        elseif Type_PSBP==2047
            rx101=xor(x101(11), x101(9)); x101max=11;
        else % 127 при інших значеннях Type_PSBP
            rx101=xor(x101(7), x101(4)); x101max=7;
        end;
        for j=x101max:(-1):2
            x101(j)=x101(j-1);
        end;
        x101(1)=rx101;
        if rx101==1
            X_random(i)=1;
        else
            X_random(i)=-1;
        end;
    end;
case 'pvbp2'
    X_random=zeros(N,1); xqN=-ones(1,Type_PSBP);
    for i=1:round((Type_PSBP-1)/2)
        xqN(mod(i^2-1,Type_PSBP)+1)=1;
    end;
    for i=1:N
        X_random(i)=xqN(mod((i-1),Type_PSBP)+1);
    end;

```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 76

```

end;
end;

% Гістограма випадкових впливів
figure; [N_hist, Bin_hist]=hist(X_random,N_bins); hist(X_random,N_bins); grid
on;
xlabel('Амплітуда випадкових впливів, дискр.рівнів'); ylabel('Кільк. відліків в
інтервалі значень ампл. ');
title('Гістограма розподілу значень випадкових чисел');
figure; histogram(X_random,'Normalization','pdf'); grid on;
xlabel('Амплітуда випадкових впливів, дискр.рівнів'); ylabel('Відносна кільк.
відліків в інтервалі');
title('Нормалізована гістограма випадкових чисел');
if strcmp(Type_distributed,'normal')==1
    PDF_Arg=-3*STD_random:0.01:3*STD_random;
    PDF_Theory = pdf('normal',PDF_Arg,0,STD_random);
    hold on; plot(PDF_Arg,PDF_Theory,'r-','LineWidth',2); hold off;
else
    PDF_Arg=0:0.1:A_random;
    PDF_Theory = pdf('uniform',PDF_Arg,0,A_random);
    hold on; plot(PDF_Arg,PDF_Theory,'r-','LineWidth',2); hold off;
end;

% Автокореляційна функція випадкових впливів
% Розрахунок на основі функції MATLAB xcorr
Autocorr1 = xcorr(X_random)./N;
figure; plot(0:(N-1),Autocorr1(N:end),'LineWidth',2); grid on;
xlabel('Номер відліку випадкових чисел'); ylabel('Автокореляційна функція,
дискр.рівнів^2');
title('Автокор. функція вип. посл. чисел - функція MATLAB xcorr');
% Розрахунок суми на основі визначення кореляційної функції
X_random2=[X_random; X_random];
Autocorr2 = zeros(N,1);
for j=1:N
    kor_sum=0;
    for i=1:N
        kor_sum=kor_sum+X_random2(i+j-1)*X_random2(i)/N;
    end;
    Autocorr2(j)=kor_sum;
end;
figure; plot(0:(N-1),Autocorr2,'LineWidth',2); grid on;
xlabel('Номер відліку випадкових чисел'); ylabel('Автокореляційна функція,
дискр.рівнів^2');
title('Автокор. функція вип. посл. чисел - сума');
% Розрахунок на основі перетворення Фур'є
S_random=abs(fft(X_random));
Autocorr3=abs(ifft(S_random));
figure; plot(0:(N-1),Autocorr3,'LineWidth',2); grid on;
xlabel('Номер відліку випадкових чисел'); ylabel('Автокореляційна функція,
дискр.рівнів^2');
title('Автокор. функція вип. посл. чисел - перетворення Фур'є');

% - - - Чисельні параметри розподілу випадкових чисел
% Середнє значення
X_mean=mean(X_random);
% Середньоквадратичне значення
X_STD=std(X_random);
% Максимальне значення
X_max=max(X_random);
% Мінімальне значення

```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 77

```

X_min=min(X_random);
% Асиметрія
X_skewness=skewness(X_random,0);
% Ексцес
X_kurtosis=kurtosis(X_random,0)-3;

% --- Виведення результатів моделювання ---
fprintf(1,'Лабораторна робота № 2\n');
fprintf(1,'Програмні генератори випадкових впливів на складну динамічну систему\n');
fprintf(1,'Генерування некорельованих випадкових впливів з рівномірним та нормальним розподілом\n');
fprintf(1,'Стандартні методи MATLAB rand, randi, randn\n');
fprintf(1,'Метод на основі залишку від операції множення, псевдовипадкова бінарна послідовність\n');
fprintf(1,'Кількість відліків у реалізації випадкового впливу %d\n', N);
fprintf(1,'Діапазон значень ампл. вип. впливів (для рівн. розподілу) %7.3f\n', A_random);
fprintf(1,'Середньокв. значення ампл. вип. впливів (для норм. розподілу) %7.3f\n', STD_random);
fprintf(1,'Рівн. розподіл/цілі числа з рівн. розподілом/норм. розподіл %s\n', Type_distributed);
fprintf(1,'Тип генератора випадкових чисел %s\n', Type_generator);
fprintf(1,'Період псевдовипадкової бінарної послідовності %d\n', Type_PSBP);
fprintf(1,'Кількість інтервалів на гістограмі %d\n', N_bins);
fprintf(1,'- - - Чисельні параметри розподілу випадкових чисел\n');
fprintf(1,'Середнє значення та Середньокв. зн. %7.3f %7.3f\n', X_mean, X_STD);
fprintf(1,'Макс. значення та Мін. значення %7.3f %7.3f\n', X_max, X_min);
fprintf(1,'Асиметрія та Ексцес %7.3f %7.3f\n', X_skewness, X_kurtosis);
fprintf(1,'Гістограма: значення вип. чисел; кількість вип. чисел на інт.\n');
for i=1:size(N_hist,2)
    fprintf(1,'%7.3f %7.3f\n', Bin_hist(i), N_hist(i));
end;
fprintf(1,'\n');

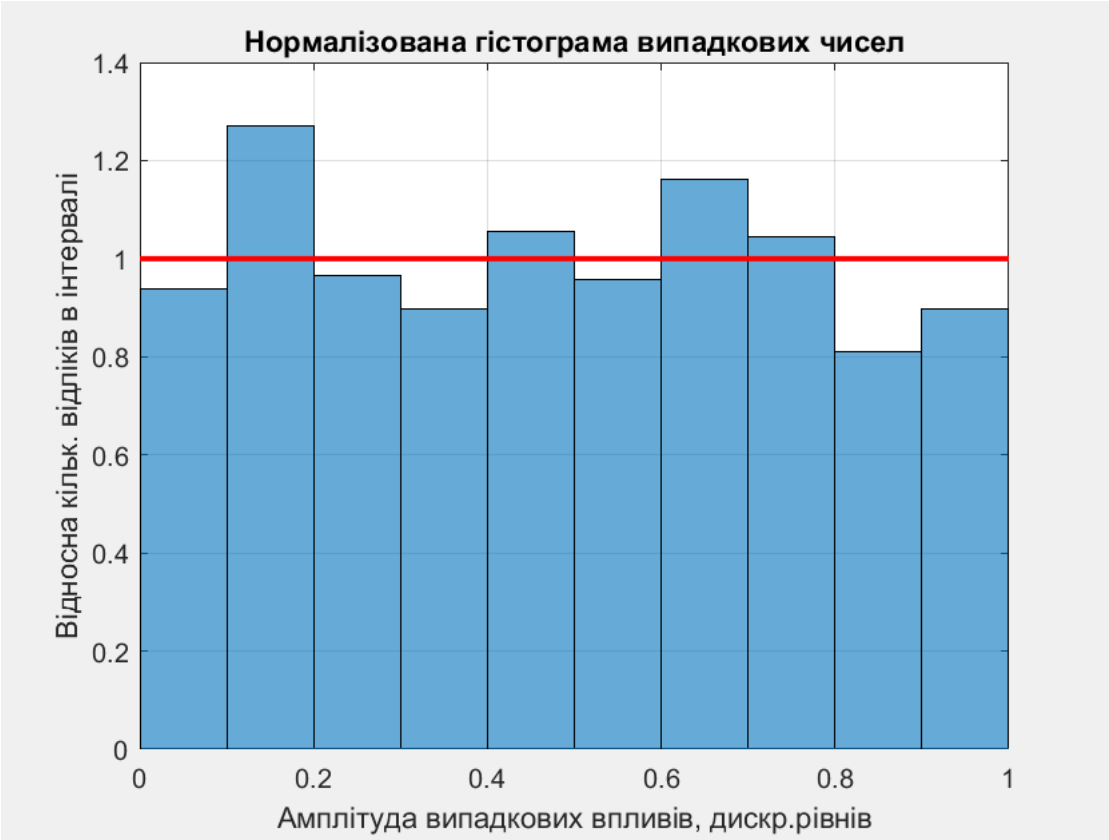
```

Результати дослідження стандартних методів генерування випадкових сигналів

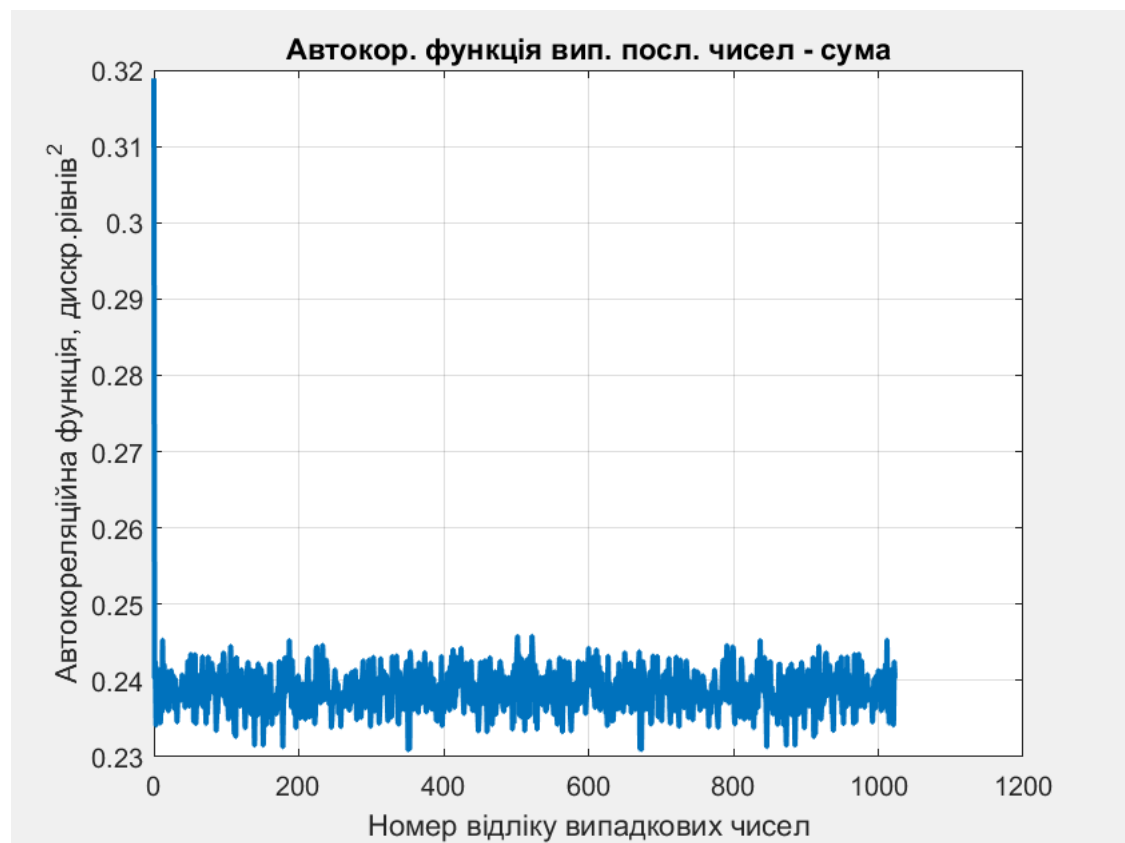
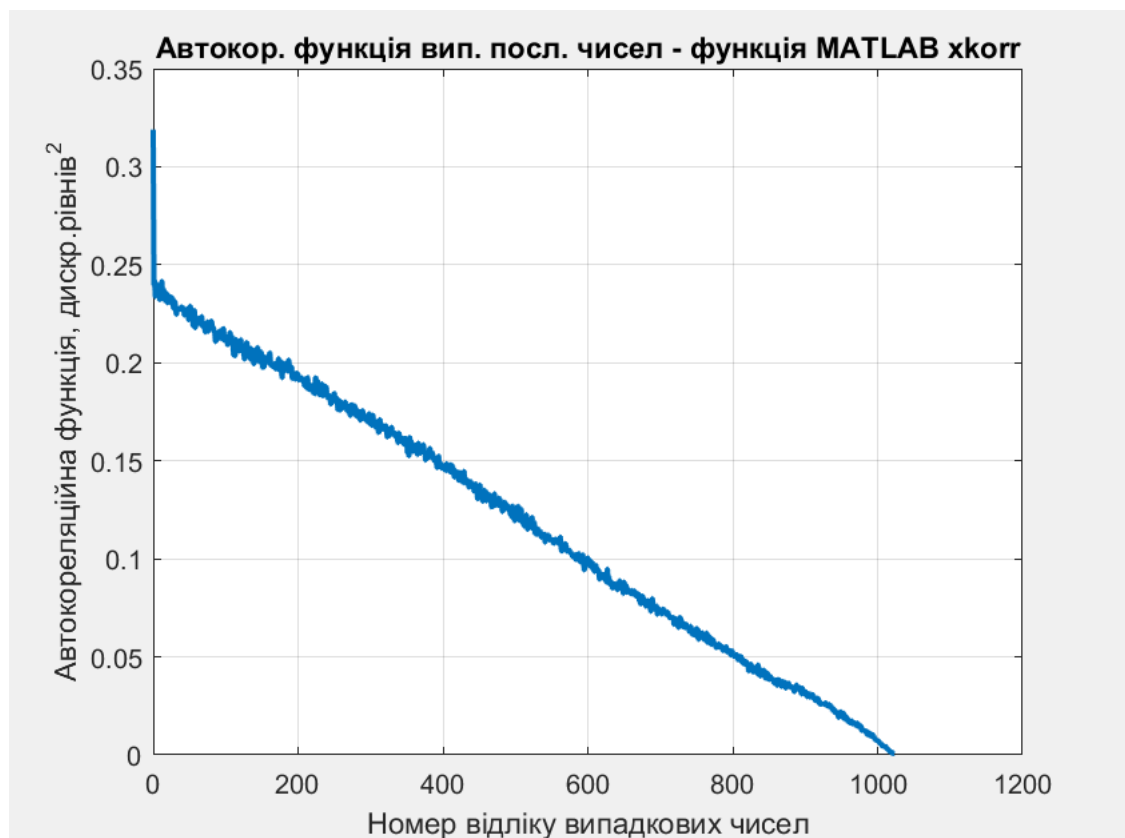
Лабораторна робота № 2
Програмні генератори випадкових впливів на складну динамічну систему
Генерування некорельованих випадкових впливів з рівномірним та нормальним розподілом
Стандартні методи MATLAB rand, randi, randn
Метод на основі залишку від операції множення, псевдовипадкова бінарна послідовність
Кількість відліків у реалізації випадкового впливу 1024
Діапазон значень ампл. вип. впливів (для рівн. розподілу) 1.000
Середньокв. значення ампл. вип. впливів (для норм. розподілу) 1.000
Рівн. розподіл/цілі числа з рівн. розподілом/норм. розподіл uniform
Тип генератора випадкових чисел twister
Період псевдовипадкової бінарної послідовності 127
Кількість інтервалів на гістограмі 10
- - - Чисельні параметри розподілу випадкових чисел
Середнє значення та Середньокв. зн. 0.489 0.283
Макс. значення та Мін. значення 0.999 0.001
Асиметрія та Ексцес 0.036 -1.199

Гістограма: значення вип. чисел; кількість вип. чисел на інт.

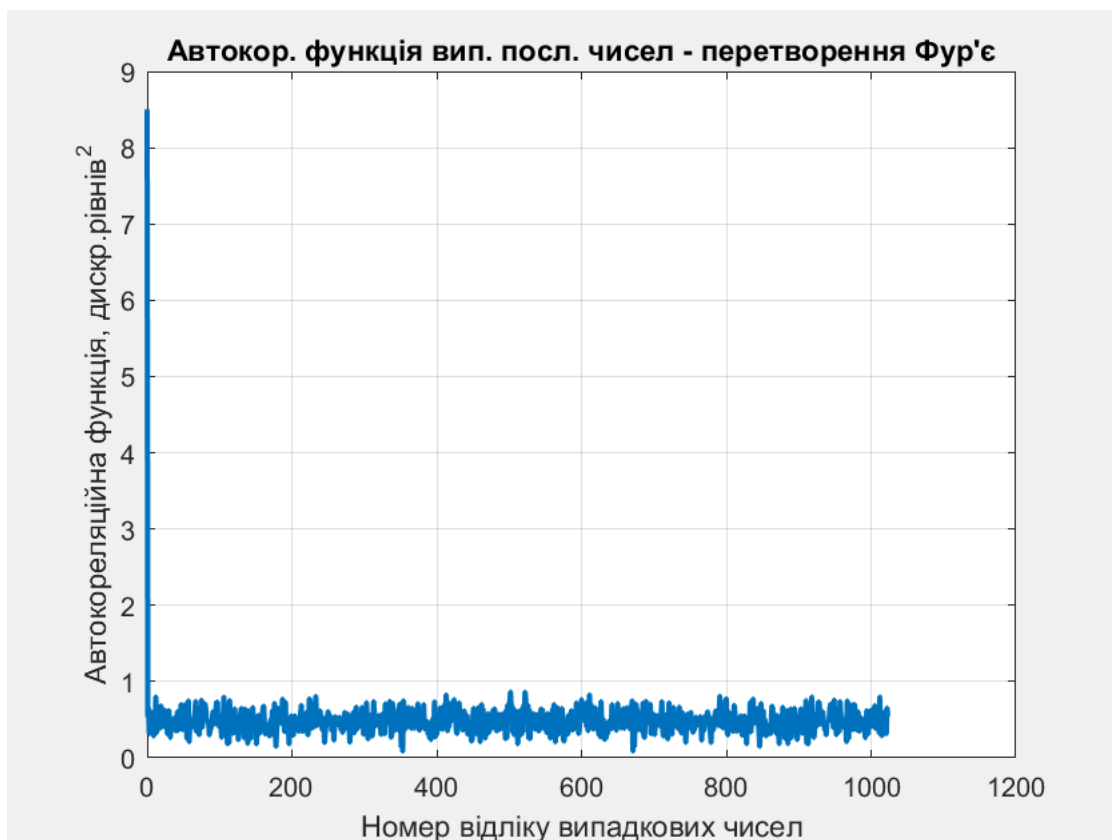
0.050	97.000
0.150	129.000
0.250	99.000
0.350	92.000
0.450	108.000
0.550	98.000
0.650	118.000
0.750	108.000
0.850	83.000
0.950	92.000



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 79



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 80



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідас ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 81

Лабораторна робота № 2

Програмні генератори випадкових впливів на складну динамічну систему
Генерування некорельованих випадкових впливів з рівномірним та нормальним розподілом

Стандартні методи MATLAB rand, randi, randn

Метод на основі залишку від операції множення, псевдовипадкова бінарна послідовність

Кількість відліків у реалізації випадкового впливу 1024

Діапазон значень ампл. вип. впливів (для рівн. розподілу) 1.000

Середньокв. значення ампл. вип. впливів (для норм. розподілу) 1.000

Рівн. розподіл/цілі числа з рівн. розподілом/норм. розподіл normal

Тип генератора випадкових чисел twister

Період псевдовипадкової бінарної послідовності 127

Кількість інтервалів на гістограмі 10

- - - Чисельні параметри розподілу випадкових чисел

Середнє значення та Середньокв. зн. -0.033 0.996

Макс. значення та Мін. значення 3.578 -3.232

Асиметрія та Ексцес 0.086 0.311

Гістограма: значення вип. чисел; кількість вип. чисел на інт.

-2.892 5.000

-2.210 27.000

-1.529 88.000

-0.848 195.000

-0.167 277.000

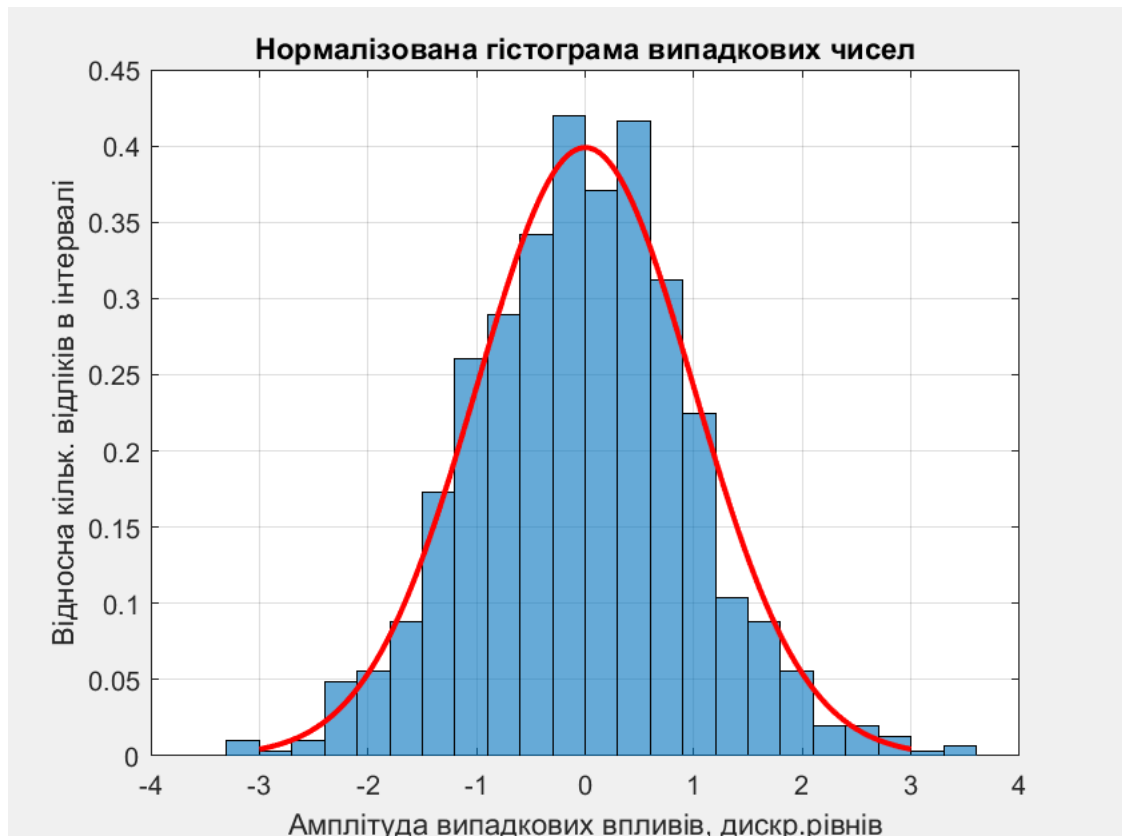
0.514 251.000

1.195 125.000

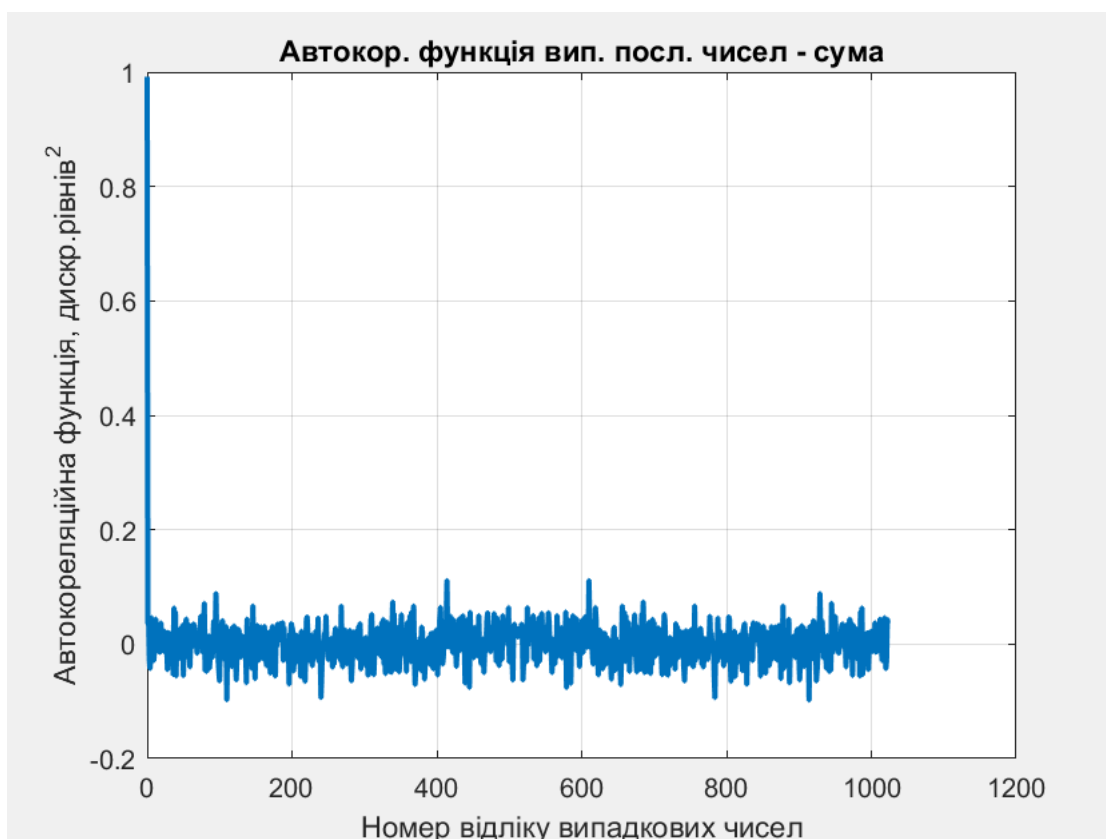
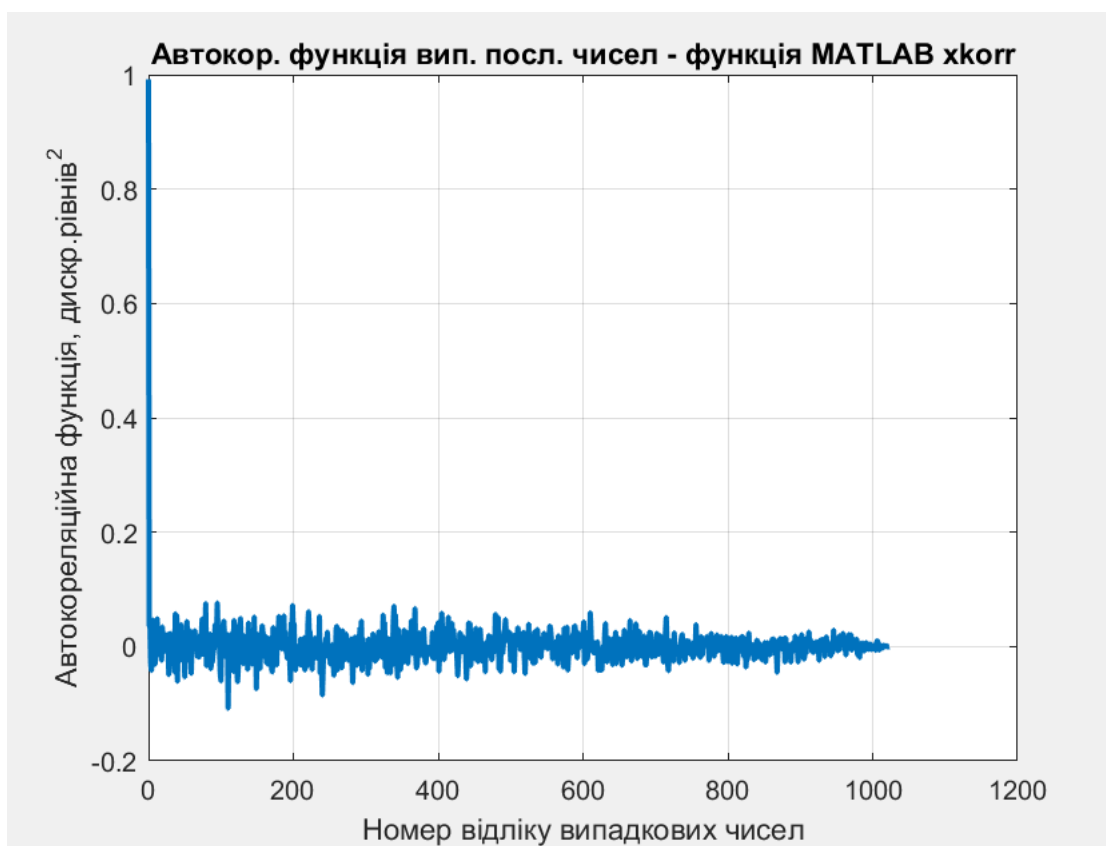
1.876 39.000

2.557 13.000

3.238 4.000



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 82



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 83



Результати дослідження псевдовипадкової бінарної послідовності

Лабораторна робота № 2

Програмні генератори випадкових впливів на складну динамічну систему
Генерування некорельованих випадкових впливів з рівномірним та нормальним розподілом

Стандартні методи MATLAB rand, randi, randn

Метод на основі залишку від операції множення, псевдовипадкова бінарна послідовність

Кількість відліків у реалізації випадкового впливу 1024

Діапазон значень ампл. вип. впливів (для рівн. розподілу) 1.000

Середньокв. значення ампл. вип. впливів (для норм. розподілу) 1.000

Рівн. розподіл/цілі числа з рівн. розподілом/норм. розподіл normal

Тип генератора випадкових чисел rvpbr1

Період псевдовипадкової бінарної послідовності 127

Кількість інтервалів на гістограмі 10

- - - Чисельні параметри розподілу випадкових чисел

Середнє значення та Середньокв. зн. 0.006 1.000

Макс. значення та Мін. значення 1.000 -1.000

Асиметрія та Ексцес -0.012 -2.004

Гістограма: значення вип. чисел; кількість вип. чисел на інт.

-0.900 509.000

-0.700 0.000

-0.500 0.000

-0.300 0.000

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 84

-0.100

0.000

0.100

0.000

0.300

0.000

0.500

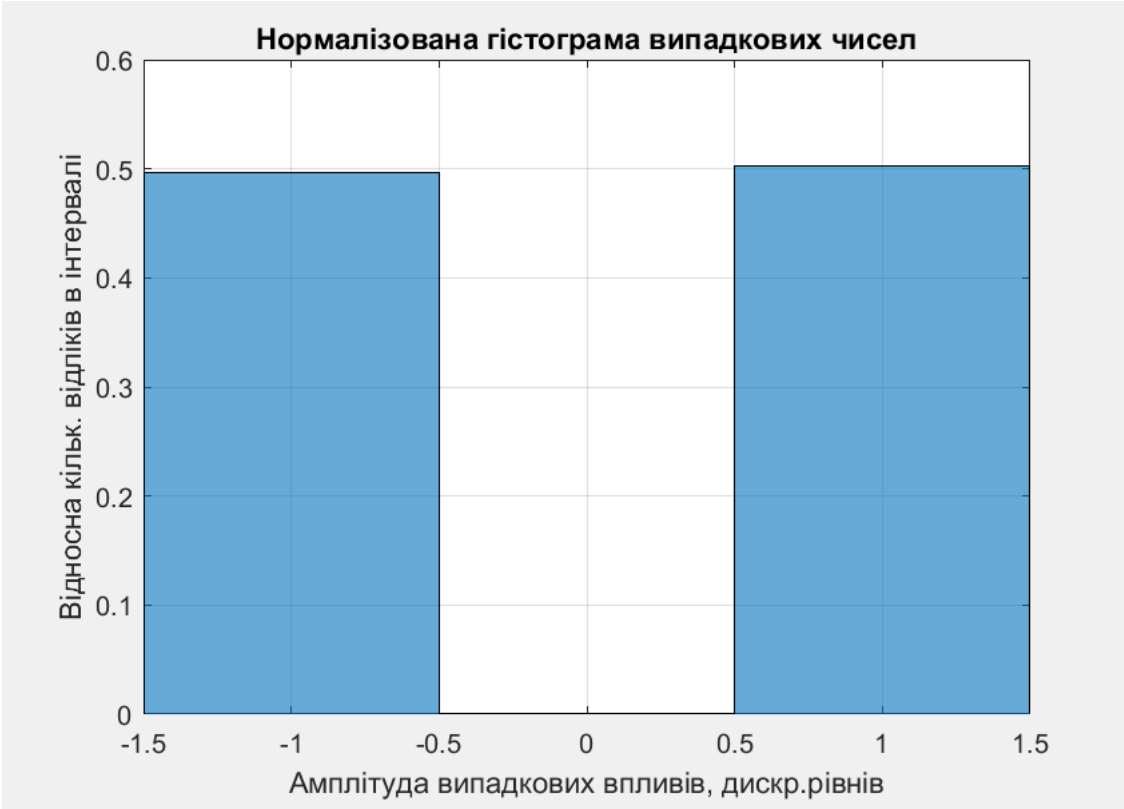
0.000

0.700

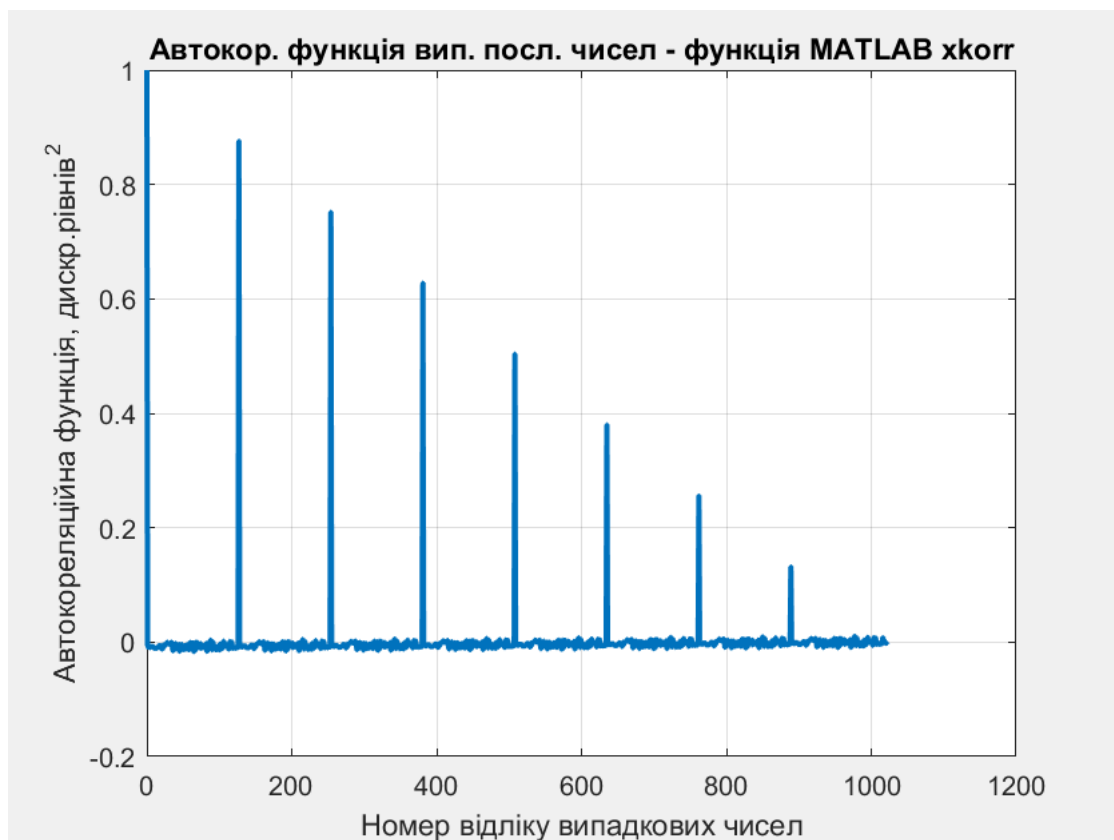
0.000

0.900

515.000



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 85



Лабораторна робота № 2

Програмні генератори випадкових впливів на систему управління
Генерування некорельованих випадкових впливів з рівномірним та нормальним розподілом

Стандартні методи MATLAB rand, randi, randn

Метод на основі залишку від операції множення, псевдовипадкова бінарна послідовність

Кількість відліків у реалізації випадкового впливу 1024

Діапазон значень ампл. вип. впливів (для рівн. розподілу) 1.000

Середньокв. значення ампл. вип. впливів (для норм. розподілу) 1.000

Рівн. розподіл/цілі числа з рівн. розподілом/норм. розподіл normal

Тип генератора випадкових чисел rvbpr2

Період псевдовипадкової бінарної послідовності 127

Кількість інтервалів на гістограмі 10

- - - Чисельні параметри розподілу випадкових чисел

Середнє значення та Середньокв. зн. -0.008 1.000

Макс. значення та Мін. значення 1.000 -1.000

Асиметрія та Ексцес 0.016 -2.004

Гістограма: значення вип. чисел; кількість вип. чисел на інт.

-0.900 516.000

-0.700 0.000

-0.500 0.000

-0.300 0.000

-0.100 0.000

0.100 0.000

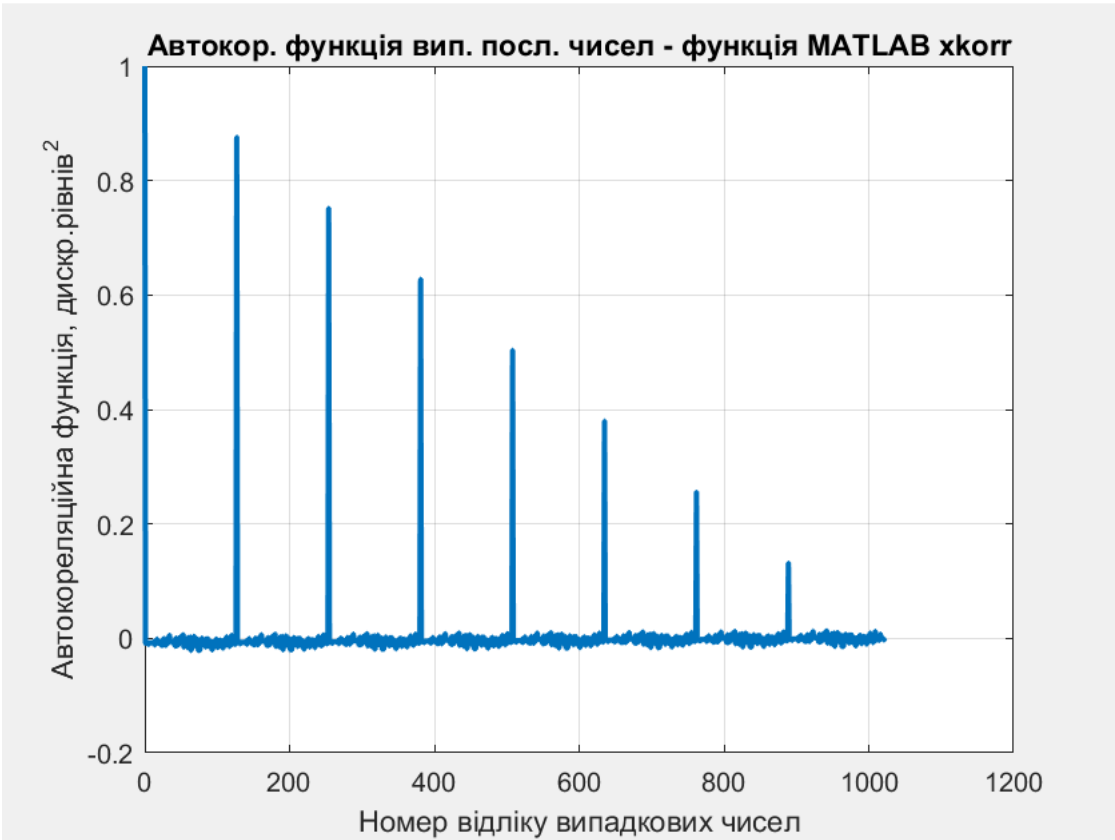
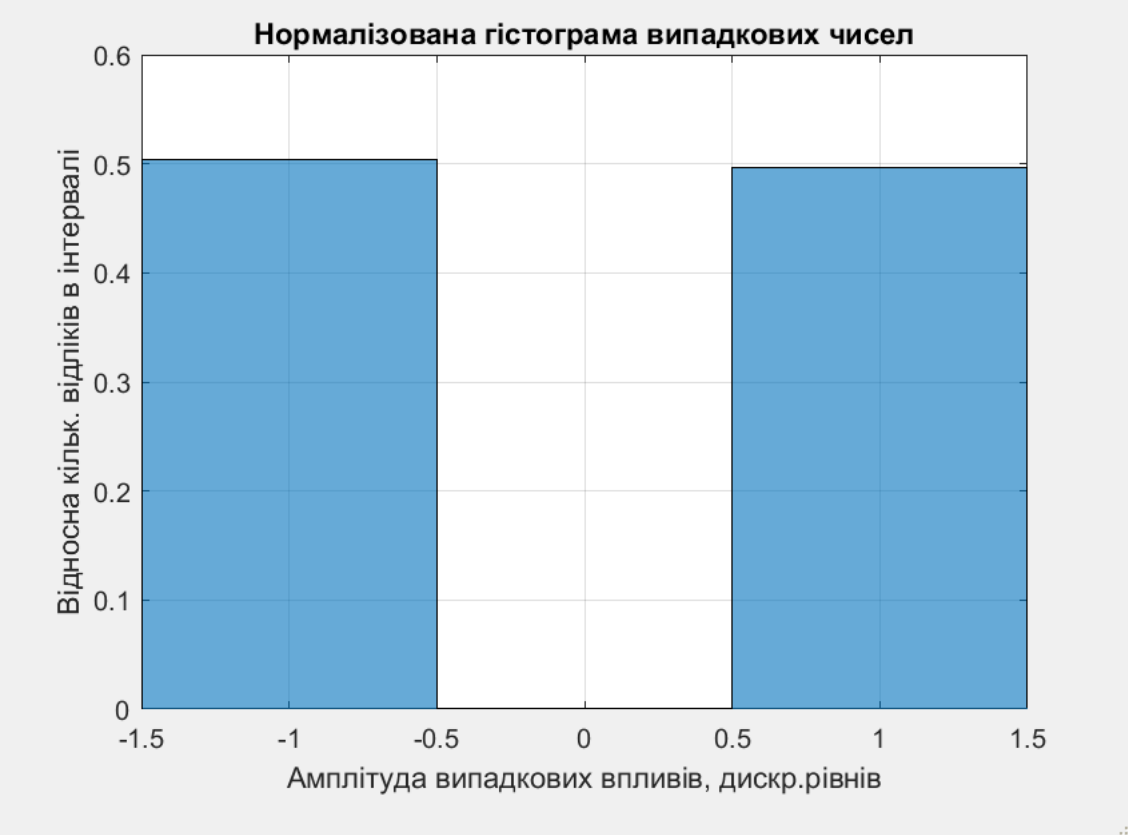
0.300 0.000

0.500 0.000

0.700 0.000

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідас ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 86

0.900 508.000



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 87

Додаток В

Приклад програми реалізації методу ідентифікації динамічних характеристик систем управління

```
% Математичні та програмні засоби моделювання ПСУ
% Лабораторна робота № 3
% Ідентифікація динамічних характеристик систем за методом взаємної
% кореляційної функції
% Математична модель системи у формі різницевого рівняння: 1) аперіодична
% ланка;
% 2) система 2-го порядку з інтеграторами
% Використовуються вхідні сигнали: 1) ступеневий вплив;
% 2) випадкові числа від генератора МАТЛАБ rand з рівномірним розподілом;
% 3) випадкові числа від генератора МАТЛАБ randn з нормальним розподілом;
% 4) псевдовипадкова бінарна послідовність (нуль-послідовність
% максимальної довжини)
% 5) псевдовипадкова бінарна послідовність (квадратична залишкова
% послідовність)

% --- Початкові дані ---
clear variables;
% Система: аперіодична ланка/система 2-го порядку з інтеграторами =1/2
Type_system=1;
% Коефіцієнти різницевого рівняння системи
alfa=0.6; beta=2.6;
% Динамічна характеристика, що обчислюється
% 1 - перехідна характеристика
% 2 - імпульсна характеристика
Type_din=1;
% Кількість відліків у реалізації вхідного сигналу системи
N=32;
% Амплітуда вхідного сигналу системи
A_random=1;
% Середньоквадратичне значення амплітуди випадкових впливів (для
% нормального розподілу)
STD_random=1;
% Рівномірний розподіл/цілі числа з рівномірним розподілом/нормальний
% розподіл =uniform/int/normal
Type_distributed='uniform';
% Тип генератора випадкових чисел в Матлаб
% 'twister' - MATLAB: rand, randi, randn - Mersenne Twister
% 'simdTwister' - MATLAB: rand, randi, randn - SIMD-oriented Fast
% Mersenne Twister
% 'combRecursive' - MATLAB: rand, randi, randn - Combined Multiple
% Recursive
% 'multFibonacci' - MATLAB: rand, randi, randn - Multiplicative Lagged
% Fibonacci
% 'pvbp1' - псевдовипадкова бінарна послідовність (нуль-послідовність
% максимальної довжини)
% 'pvbp2' - псевдовипадкова бінарна послідовність (квадратична
% залишкова послідовність)
Type_generator='pvbp1';
```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 88

```

% Період псевдовипадкової бінарної послідовності 3, 7, 15, 31, 63, 127,
255, 511, 1023, 2047
Type_PSBP=31;
% Кількість інтервалів на гістограмі
N_bins=10;

% --- Моделювання ---
% --- Формування вхідного сигналу системи ---
if Type_din==1 % ступеневий вплив
    X_random=A_random*ones(N,1);
else % генератор випадкових чисел в Матлаб
    switch lower(Type_generator)
        case {'twister','simdtwister','combrecursive','multifibonacci'}
            rng(0,Type_generator);
            if strcmp(Type_distributed,'uniform')==1
                X_random=A_random*rand(N,1);
            elseif strcmp(Type_distributed,'int')==1
                X_random=randi(A_random,N,1);
            else % 'normal' при інших значеннях Type_distributed
                X_random=STD_random*randn(N,1);
            end;
        case 'modn'
            X_random=zeros(N,1); A_mod=7^9; X_random(1)=1; N_mod=10^10;
            for i=2:N
                X_random(i)=mod(A_mod*X_random(i-1),N_mod);
            end;
            if strcmp(Type_distributed,'uniform')==1
                X_random=A_random.*(X_random./N_mod);
            elseif strcmp(Type_distributed,'int')==1
                X_random=round(A_random.*(X_random./N_mod));
            else % 'normal' при інших значеннях Type_distributed
                X_random3=zeros(3*N,1); X_random3(1)=1;
                for i=2:(3*N)
                    X_random3(i)=mod(A_mod*X_random3(i-1),N_mod);
                end;
                for i=1:N
                    X_random(i)=(X_random3(i)./N_mod-
0.5).*(X_random3(i+N)./N_mod-0.5).*(X_random3(i+2*N)./N_mod-0.5);
                end;
                X_random=3*2^3*STD_random*X_random;
            end;
        case 'pvbpl'
            X_random=zeros(N,1); x101=ones(1,13);
            for i=1:N
                if Type_PSBP==3
                    rx101=xor(x101(2), x101(1)); x101max=2;
                elseif Type_PSBP==7
                    rx101=xor(x101(3), x101(1)); x101max=3;
                elseif Type_PSBP==15
                    rx101=xor(x101(4), x101(3)); x101max=4;
                elseif Type_PSBP==31
                    rx101=xor(x101(5), x101(3)); x101max=5;
                elseif Type_PSBP==63
                    rx101=xor(x101(6), x101(5)); x101max=6;
                elseif Type_PSBP==127

```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 89

```

        rx101=xor(x101(7), x101(4)); x101max=7;
elseif Type_PSBP==255
    rx101=xor(xor(x101(8), x101(4)),xor(x101(3),
x101(2))); x101max=8;
elseif Type_PSBP==511
    rx101=xor(x101(9), x101(5)); x101max=9;
elseif Type_PSBP==1023
    rx101=xor(x101(10), x101(7)); x101max=10;
elseif Type_PSBP==2047
    rx101=xor(x101(11), x101(9)); x101max=11;
else % 127 при інших значеннях Type_PSBP
    rx101=xor(x101(7), x101(4)); x101max=7;
end;
for j=x101max:(-1):2
    x101(j)=x101(j-1);
end;
x101(1)=rx101;
if rx101==1
    X_random(i)=1;
else
    X_random(i)=-1;
end;
end;
case 'pvbp2'
    X_random=zeros(N,1); xqN=-ones(1,Type_PSBP);
    for i=1:round((Type_PSBP-1)/2)
        xqN(mod(i^2-1,Type_PSBP)+1)=1;
    end;
    for i=1:N
        X_random(i)=xqN(mod((i-1),Type_PSBP)+1);
    end;
end; % switch
end; % if

% --- Графік ступеневого впливу або гістограма випадкових впливів ---
if Type_din==1 % ступеневий вплив
    figure; plot(0:(N-1),X_random,'k-', 'LineWidth',2); grid on;
    xlabel('Час, с'); ylabel('Амплітуда ступеневого впливу,
дискр.рівнів');
    title('Графік вхідного ступеневого впливу');
else % генератор випадкових чисел в Матлаб
    figure; [N_hist, Bin_hist]=hist(X_random,N_bins);
hist(X_random,N_bins); grid on;
    xlabel('Амплітуда випадкових впливів, дискр.рівнів'); ylabel('Кільк.
відліків в інтервалі значень ампл. ');
    title('Гістограма розподілу значень випадкових чисел');
    figure; histogram(X_random,'Normalization','pdf'); grid on;
    xlabel('Амплітуда випадкових впливів, дискр.рівнів');
ylabel('Відносна кільк. відліків в інтервалі');
    title('Нормалізована гістограма випадкових чисел');
    if strcmp(Type_distributed,'normal')==1
        PDF_Arg=-3*STD_random:0.01:3*STD_random;
        PDF_Theory = pdf('normal',PDF_Arg,0,STD_random);
        hold on; plot(PDF_Arg,PDF_Theory,'r-', 'LineWidth',2); hold off;
    else

```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідас ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 90

```

PDF_Arg=0:0.1:A_random;
PDF_Theory = pdf('uniform',PDF_Arg,0,A_random);
hold on; plot(PDF_Arg,PDF_Theory,'r-','LineWidth',2); hold off;
end;
end;

% --- Обчислення вихідної реакції системи ---
Y=zeros(N,1);
if Type_system==1 % 1) аперіодична ланка;
    Y(1)=(1-alfa)*0+alfa*X_random(1);
    for i=2:N
        Y(i)=(1-alfa)*Y(i-1)+alfa*X_random(i);
    end;
else % 2) система 2-го порядку з інтеграторами
    Y(1)=(2-alfa-beta)*0+(alfa-1)*0+alfa*X_random(1)+(beta-alfa)*0;
    Y(2)=(2-alfa-beta)*Y(1)+(alfa-1)*0+alfa*X_random(2)+(beta-alfa)*X_random(1);
    for i=3:N
        Y(i)=(2-alfa-beta)*Y(i-1)+(alfa-1)*Y(i-2)+alfa*X_random(i)+(beta-alfa)*X_random(i-1);
    end;
end;

% --- Графік вихідної реакції системи ---
figure; plot(0:(N-1),X_random,'k-',0:(N-1),Y,'r-','LineWidth',2); grid on;
xlabel('Час, с'); ylabel('Амплітуда входу та виходу системи, дискр.рівнів');
legend('вхід', 'вихід');
if Type_din==1 % ступеневий вплив
    title('Перехідна характеристика системи');
else
    title('Вхід та вихід системи');
end;

if Type_din==2
    % Автокореляційна функція випадкових впливів
    % Розрахунок на основі функції MATLAB xcorr
    Autocorr1 = xcorr(X_random)./N;
    figure; plot(0:(N-1),Autocorr1(N:end),'LineWidth',2); grid on;
    xlabel('Номер відліку випадкових чисел'); ylabel('Автокореляційна функція, дискр.рівнів^2');
    title('Автокор. функція вип. посл. чисел - функція MATLAB xcorr');
    % Взаємна кореляційна функція виходу і входу системи
    % Розрахунок на основі функції MATLAB xcorr
    YXcorr1 = xcorr(Y,X_random)./N./var(X_random);
    figure; plot(0:(N-1),YXcorr1(N:end),'LineWidth',2); grid on;
    xlabel('Час, с'); ylabel('Імпульсна характеристика системи');
    title('Імпульсна характеристика системи за методом ВКФ');
end;

% --- Виведення результатів моделювання ---
fprintf(1,'Лабораторна робота № 3\n');
fprintf(1,'Ідентифікація динамічних характеристик систем за методом взаємної кореляційної функції\n');

```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 91

```

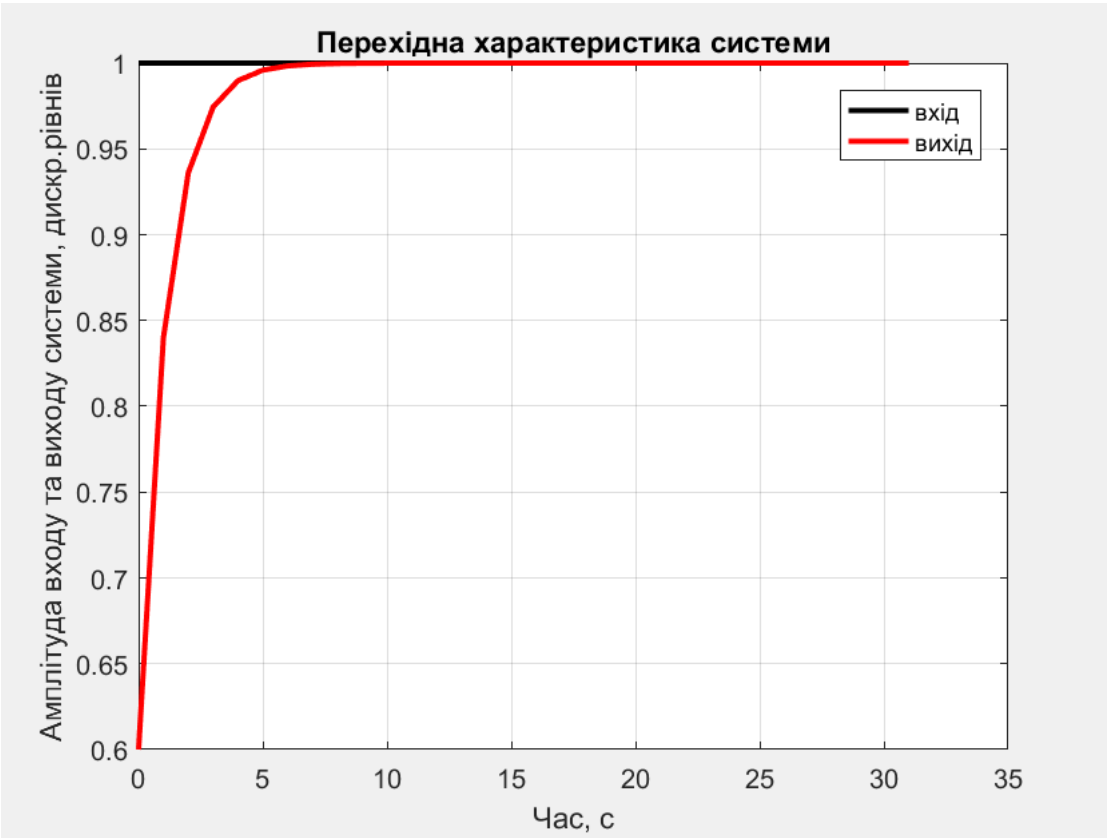
fprintf(1, 'Математична модель системи у формі різницевого рівняння\n');
fprintf(1, 'Система: аперіодична ланка/система 2-го порядку з
інтеграторами =1/2  %d\n', Type_system);
fprintf(1, 'Коефіцієнти різницевого рівняння системи alfa та beta %7.3f
%7.3f\n', alfa, beta);
fprintf(1, 'Динамічна характеристика: 1 - перехідна; 2 - імпульсна %d\n',
Type_din);
fprintf(1, 'Кількість відліків у реалізації вхідного сигналу %d\n', N);
fprintf(1, 'Діапазон значень ампл. вип. впливів (для рівн. розподілу)
%7.3f\n', A_random);
fprintf(1, 'Середньокв. значення ампл. вип. впливів (для норм. розподілу)
%7.3f\n', STD_random);
fprintf(1, 'Рівн. розподіл/цілі числа з рівн. розподілом/норм. розподіл
%s\n', Type_distributed);
fprintf(1, 'Тип генератора випадкових чисел %s\n', Type_generator);
fprintf(1, 'Період псевдовипадкової бінарної послідовності %d\n',
Type_PSBP);
fprintf(1, 'Кількість інтервалів на гістограмі %d\n\n', N_bins);

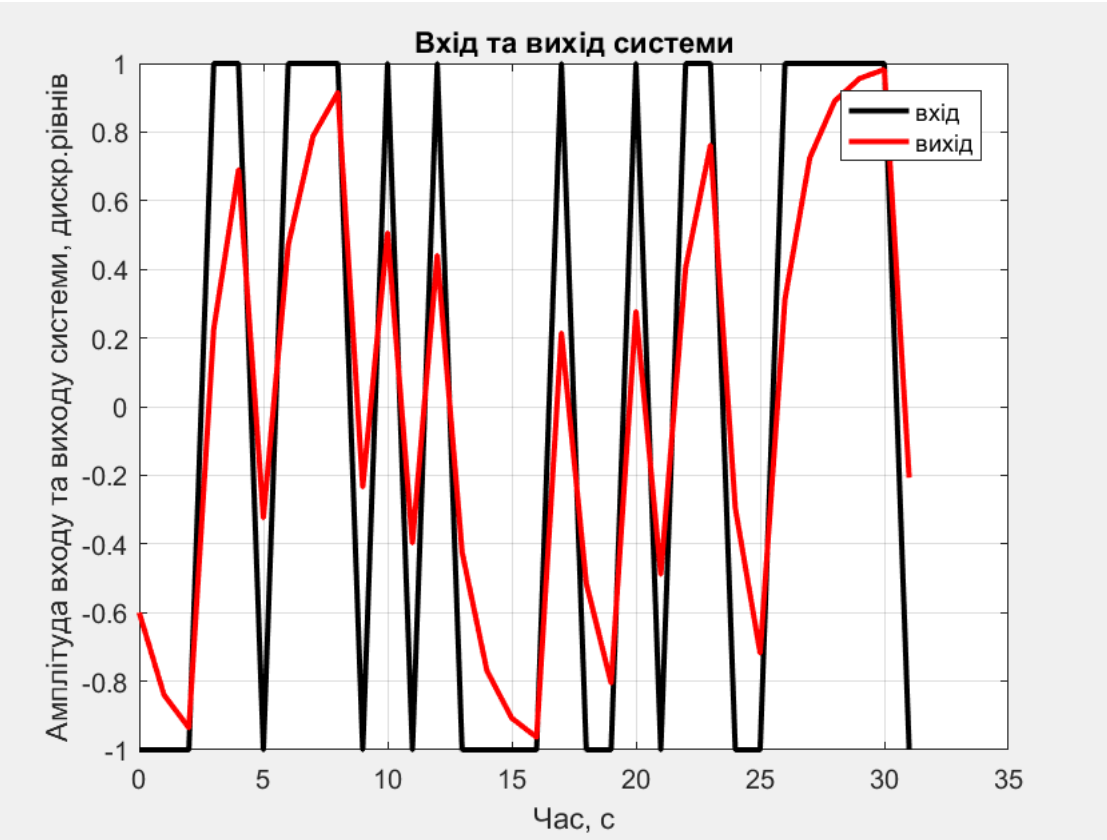
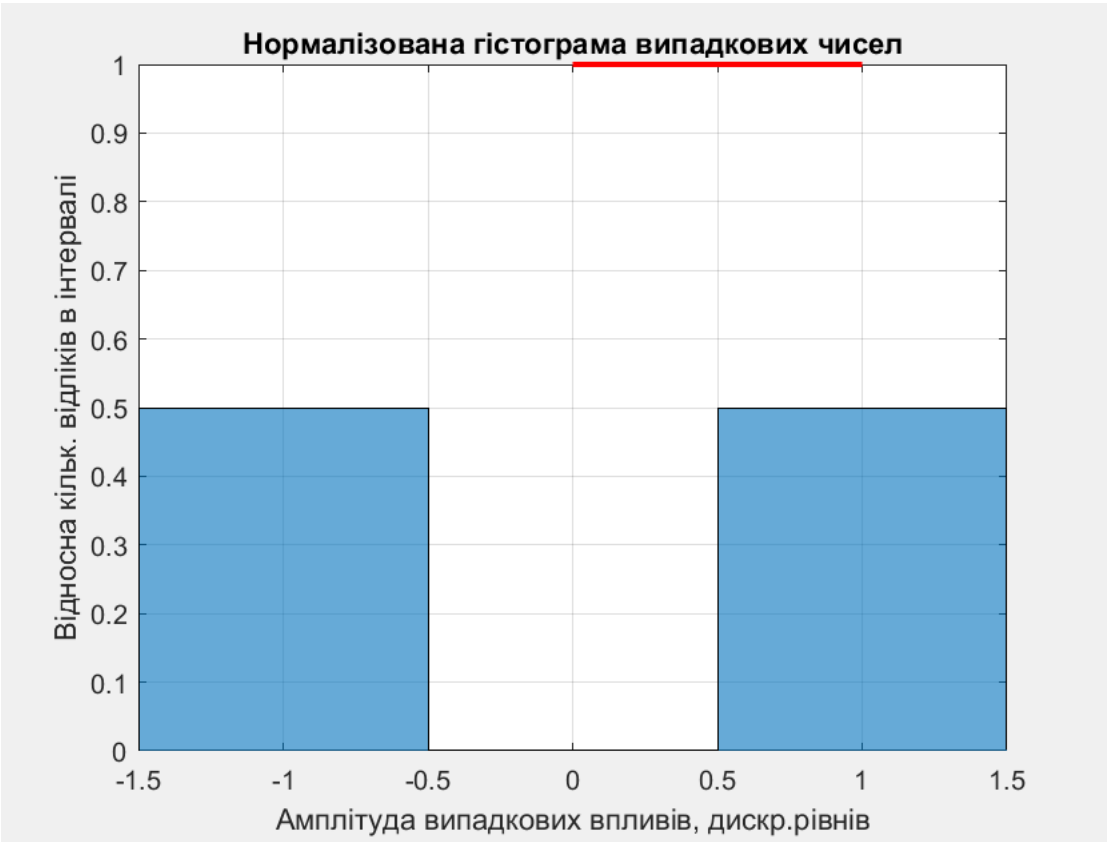
```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 92

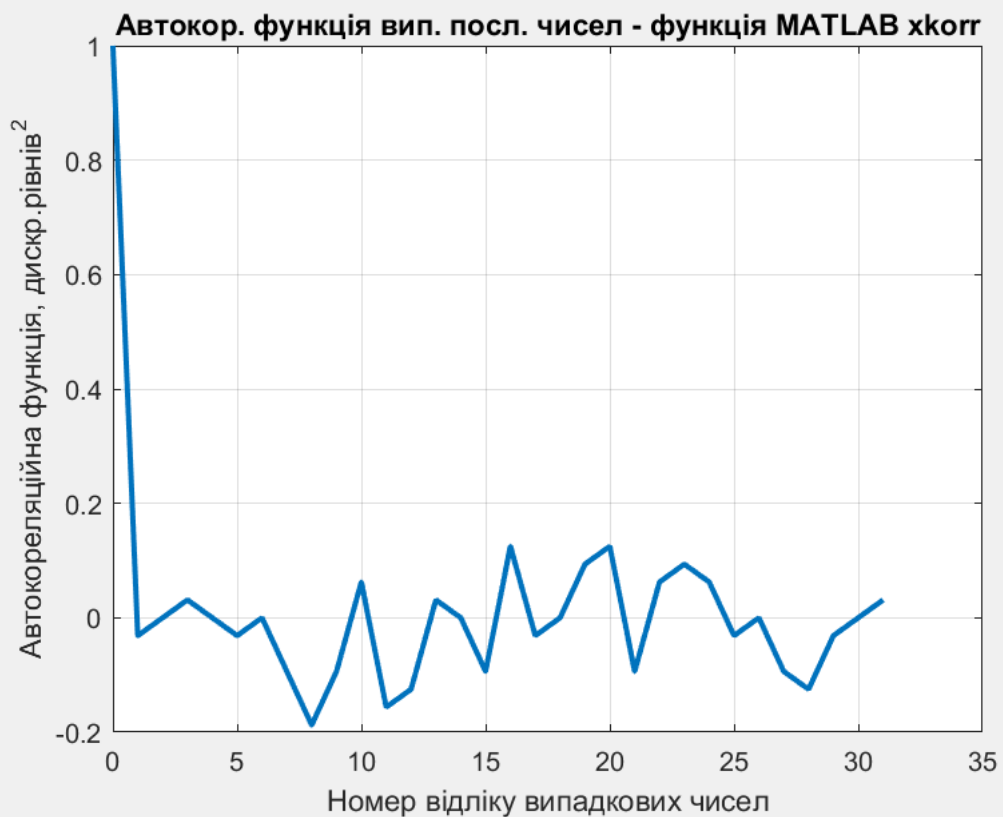
Ідентифікація динамічних характеристик аперіодичної системи 1-го порядку

Лабораторна робота № 3
Ідентифікація динамічних характеристик систем за методом взаємної кореляційної функції
Математична модель системи у формі різницевого рівняння
Система: аперіодична ланка/система 2-го порядку з інтеграторами
=1/2 1
Коефіцієнти різницевого рівняння системи alfa та beta 0.600 2.600
Динамічна характеристика: 1 - перехідна; 2 - імпульсна 1
Кількість відліків у реалізації вхідного сигналу 32
Діапазон значень ампл. вип. впливів (для рівн. розподілу) 1.000
Середньокв. значення ампл. вип. впливів (для норм. розподілу) 1.000
Рівн. розподіл/цілі числа з рівн. розподілом/норм. розподіл uniform
Тип генератора випадкових чисел rvbpl
Період псевдовипадкової бінарної послідовності 31
Кількість інтервалів на гістограмі 10





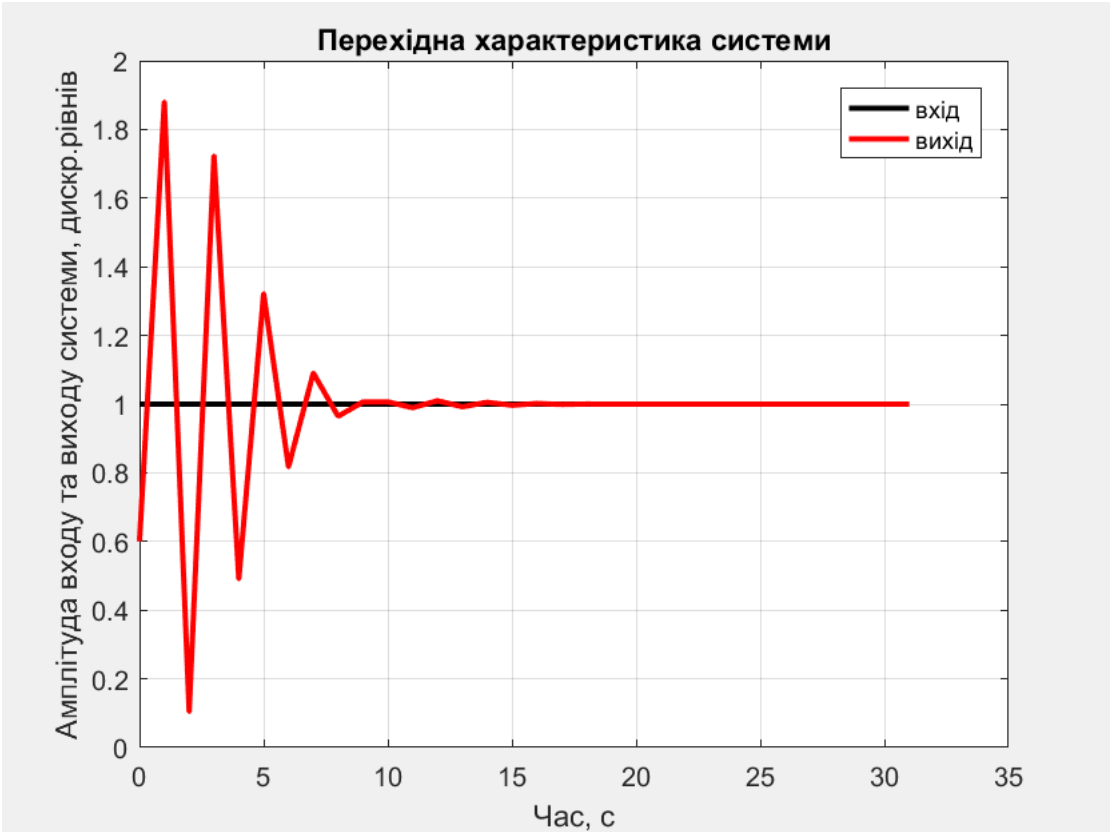
Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 94

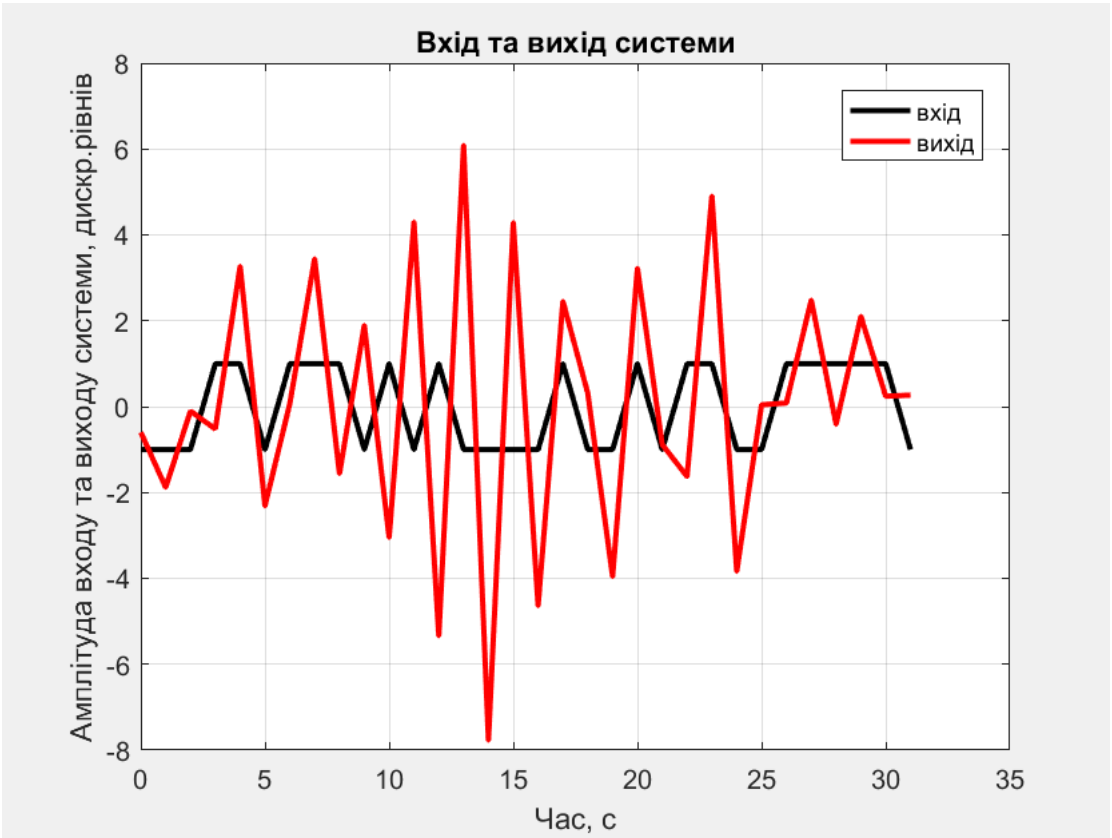
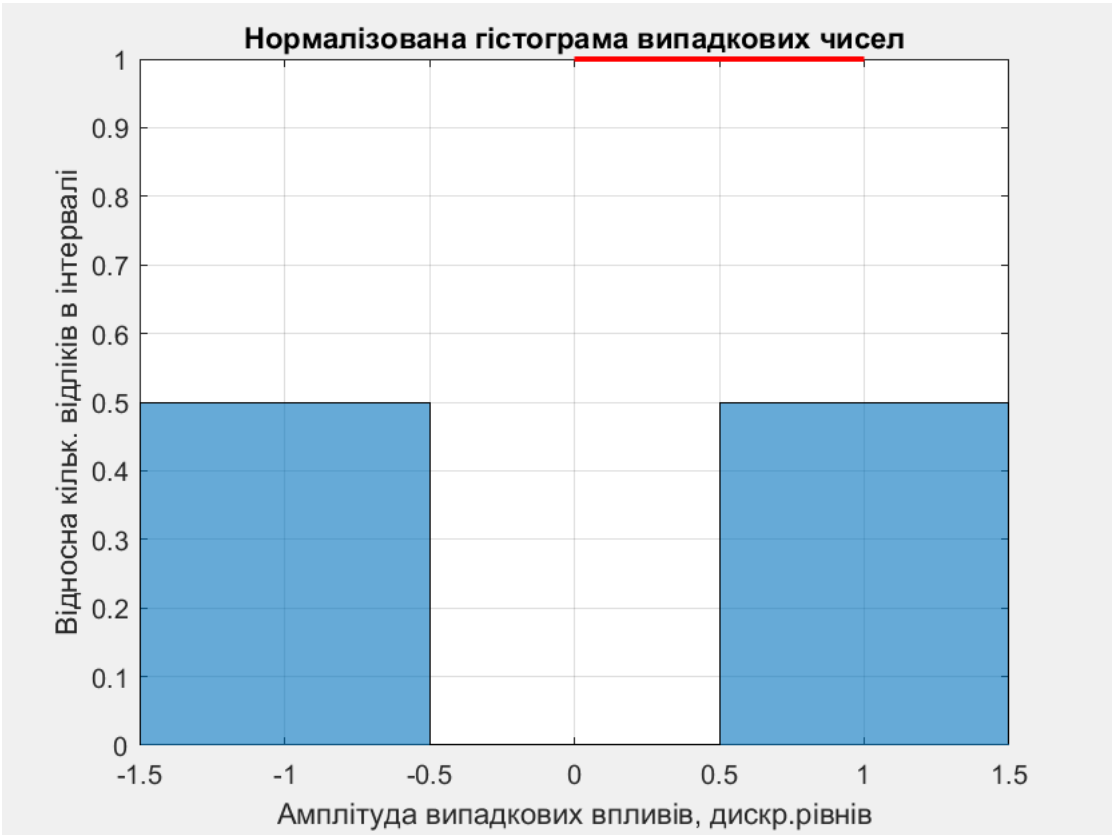


Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 95

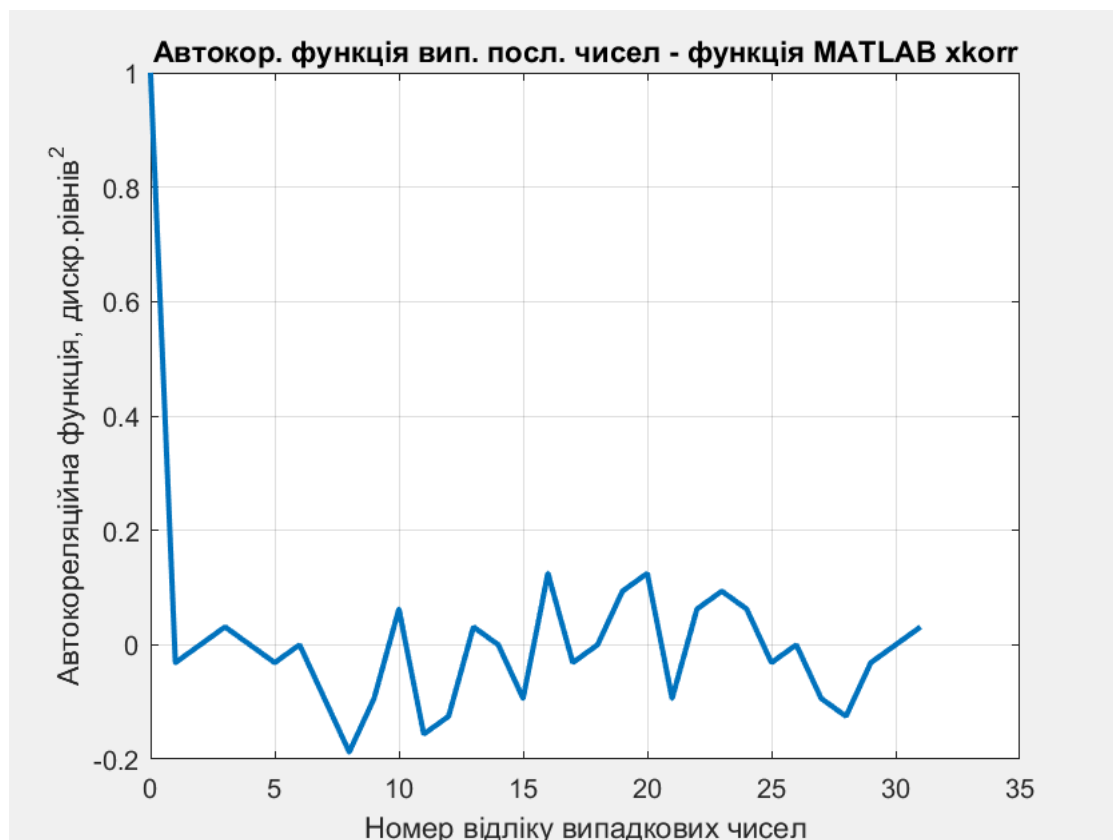
Ідентифікація динамічних характеристик системи 2-го порядку з інтеграторами

Лабораторна робота № 3
Ідентифікація динамічних характеристик систем за методом взаємної кореляційної функції
Математична модель системи у формі різницевого рівняння
Система: аперіодична ланка/система 2-го порядку з інтеграторами
=1/2 2
Коефіцієнти різницевого рівняння системи alfa та beta 0.600 2.600
Динамічна характеристика: 1 - перехідна; 2 - імпульсна 1
Кількість відліків у реалізації вхідного сигналу 32
Діапазон значень ампл. вип. впливів (для рівн. розподілу) 1.000
Середньокв. значення ампл. вип. впливів (для норм. розподілу) 1.000
Рівн. розподіл/цілі числа з рівн. розподілом/норм. розподіл uniform
Тип генератора випадкових чисел rvbpl
Період псевдовипадкової бінарної послідовності 31
Кількість інтервалів на гістограмі 10





Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідас ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 97



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 98

Додаток Г

Приклад програми реалізація методів адаптивної ідентифікації

```
% Математичні та програмні засоби моделювання ПСУ
% Лабораторна робота № 4
% Дослідження методів адаптивної ідентифікації
% Регресійна та регресійно-авторегресійна математичні моделі системи
% Рекурентний та ітераційний алгоритми адаптивної ідентифікації
% Функція втрат (функція від похибки адаптивної моделі) - порогова, лінійна,
квадратична
% Використовуються вхідні сигнали: 1) ступеневий вплив; 2) синусоїда; 3)
випадковий сигнал

% --- Початкові дані ---
clear variables;
% Система: регресійна/регресійно-авторегресійна = 1/2
Type_system=1;
% Алгоритм адаптивної ідентифікації: рекурентний/ітераційний = 1/2
Type_ident=1;
% Функція втрат: порогова/лінійна/квадратична = 1/2/3
Type_fdelta=3;
% Порог функції втрат, В
E0=0.1;
% Похибка вимірювань виходу системи, В
Delta_y=0.05;
% Тип вхідного сигналу: ступеневий/синусоїда/випадковий = 1/2/3
Type_x=1;
% Амплітуда вхідного сигналу системи, В
A_x=1;
% Частота вхідного сигналу системи, Гц
f_x=0.5;
% Час спостереження за системою, с
T_ident=10;
% Кількість відліків та кроків рекурентного алгоритму на інтервалі спостереження
N_rec=100;
% Кількість кроків ітераційного алгоритму
N_it=50;
% Коефіцієнти різнищового рівняння системи
as=0.7; bs=1.8;
% Початкові значення коефіцієнтів різнищового рівняння моделі
am0=0.6; bm0=0.8;
% Коефіцієнт підсилення алгоритму адаптивної ідентифікації
gamma_a=0.05; gamma_b=0.05;

% --- Формування вхідного сигналу системи ---
T=(linspace(0, T_ident, N_rec))'; % відліки часу в дискретних точках на
інтервалі спостереження
if Type_x==1 % ступеневий вплив
    Xs=A_x*ones(N_rec,1);
else if Type_x==2 % синусоїда
    Xs=A_x*sin(2*pi*f_x*T);
else % випадковий сигнал
    Xs=A_x*rand(N_rec,1);
end;
end; % if

% --- Адаптивна ідентифікація ---
% Вихід системи
Ys=bs*Xs+Delta_y/3*randn(N_rec,1); % Система регресійна
```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 99

```

if Type_system==2 % Система регресійно-авторегресійна
    Ys(1)=bs*Xs(1);
    for i=2:N_rec
        Ys(i)=-as*Ys(i-1)+bs*Xs(i)+Delta_y/3*randn;
    end;
end;
if Type_ident==1 % рекурентний алгоритм адаптивної ідентифікації
    % Вихід адаптивної моделі
    Ym=zeros(N_rec,1);
    am=zeros(N_rec,1);
    bm=zeros(N_rec,1);
    am(1)=am0; bm(1)=bm0;
    Ym(1)=bm(1)*Xs(1);
    for i=2:N_rec
        if Type_system==1 % Система регресійна
            bm(i)=bm(i-1)+2*gamma_b*Xs(i)*(Ys(i)-bm(i-1)*Xs(i));
            Ym(i)=bm(i)*Xs(i);
        else % Система регресійно-авторегресійна
            am(i)=am(i-1)-2*gamma_a*Ys(i-1)*(Ys(i)+am(i-1)*Ys(i-1)-bm(i-1)*Xs(i));
            bm(i)=bm(i-1)+2*gamma_b*Xs(i)*(Ys(i)+am(i-1)*Ys(i-1)-bm(i-1)*Xs(i));
            Ym(i)=-am(i)*Ym(i-1)+bm(i)*Xs(i);
        end;
    end;
    figure; plot(T,Xs,'k-',T,Ys,'r-',T,Ym,'g-','LineWidth',2); grid on;
    xlabel('Час, c'); ylabel('Вхід та вихід системи та моделі, B');
    title('Вхід та вихід системи та моделі');
    legend('вхід', 'вихід системи', 'вихід моделі');
    figure; plot(T,(Ys-Ym).^2,'k-','LineWidth',2); grid on;
    xlabel('Час, c'); ylabel('Функція втрат, B^2');
    title('Функція втрат (від похибки моделі) - квадратична');
    as1=as*ones(N_rec,1); bs1=bs*ones(N_rec,1);
    figure;
    if Type_system==1
        plot(T,bs1,'r--',T,bm,'r-','LineWidth',1); grid on;
        legend('b системи', 'b моделі');
    else
        plot(T,as1,'k--',T,bs1,'r--',T,am,'k-',T,bm,'r-','LineWidth',1); grid
on;
        legend('a системи', 'b системи', 'a моделі', 'b моделі');
    end;
    xlabel('Час, c'); ylabel('Коефіцієнти адаптивної моделі');
    title('Рекурентний алгоритм адаптивної ідентифікації');
else % ітераційний алгоритм адаптивної ідентифікації
    Ym=zeros(N_rec,1);
    am=zeros(N_it,1);
    bm=zeros(N_it,1);
    am(1)=am0; bm(1)=bm0;
    Func_D=zeros(N_it,1);
    for j=1:N_it % кроки ітераційного алгоритму
        % Вихід адаптивної моделі
        Ym(1)=bm(j)*Xs(1);
        for i=2:N_rec
            if Type_system==1 % Система регресійна
                Ym(i)=bm(j)*Xs(i);
            else % Система регресійно-авторегресійна
                Ym(i)=-am(j)*Ym(i-1)+bm(j)*Xs(i);
            end;
        end;
        Func_D(j)=sum((Ys-Ym).^2)/N_rec;
    end;
end;

```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідас ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 100

```

if j==N_it
    break;
end;
if Type_system==1 % Система регресійна
    bm(j+1)=bm(j)+2*gamma_b*sum(Xs)/N_rec*sqrt(Func_D(j));
else % Система регресійно-авторегресійна
    am(j+1)=am(j)-2*gamma_a*sum(Ys)/N_rec*sqrt(Func_D(j));
    bm(j+1)=bm(j)+2*gamma_b*sum(Xs)/N_rec*sqrt(Func_D(j));
end;
end;
figure; plot(T,Xs,'k-',T,Ys,'r-',T,Ym,'g-','LineWidth',2); grid on;
xlabel('Час, c'); ylabel('Вхід та вихід системи та моделі, B');
title('Вхід та вихід системи та моделі');
legend('вхід', 'вихід системи', 'вихід моделі');
figure; plot((1:N_it)',Func_D,'k-','LineWidth',2); grid on;
xlabel('Крок ітераційного алгоритму'); ylabel('Середня функція втрат, B^2');
title('Середня функція втрат (від похибки моделі) - квадратична');
as1=as*ones(N_it,1); bs1=bs*ones(N_it,1);
figure;
if Type_system==1
    plot((1:N_it)',bs1,'r--',(1:N_it)',bm,'r-','LineWidth',1); grid on;
    legend('b системи', 'b моделі');
else
    plot((1:N_it)',as1,'k--',(1:N_it)',bs1,'r--',(1:N_it)',am,'k-',
    (1:N_it)',bm,'r-','LineWidth',1); grid on;
    legend('a системи', 'b системи', 'a моделі', 'b моделі');
end;
xlabel('Крок ітераційного алгоритму'); ylabel('Коефіцієнти адаптивної моделі');
title('Рекурентний алгоритм адаптивної ідентифікації');
end;

```

Результати адаптивної ідентифікації за рекурентним алгоритмом

```

% Математичні та програмні засоби моделювання ІВС
% Лабораторна робота № 4
% Дослідження методів адаптивної ідентифікації
% Регресійна та регресійно-авторегресійна математичні моделі системи
% Рекурентний та ітераційний алгоритми адаптивної ідентифікації
% Функція втрат (функція від похибки адаптивної моделі) - порогова,
лінійна, квадратична
% Використовуються вхідні сигнали: 1) ступеневий вплив; 2) синусоїда; 3)
випадковий сигнал

% --- Початкові дані ---
clear variables;
% Система: регресійна/регресійно-авторегресійна = 1/2
Type_system=1;
% Алгоритм адаптивної ідентифікації: рекурентний/ітераційний = 1/2
Type_ident=1;
% Функція втрат: порогова/лінійна/квадратична = 1/2/3
Type_fdelta=3;
% Порог функції втрат, B
E0=0.1;
% Похибка вимірювань виходу системи, B
Delta_y=0.05;

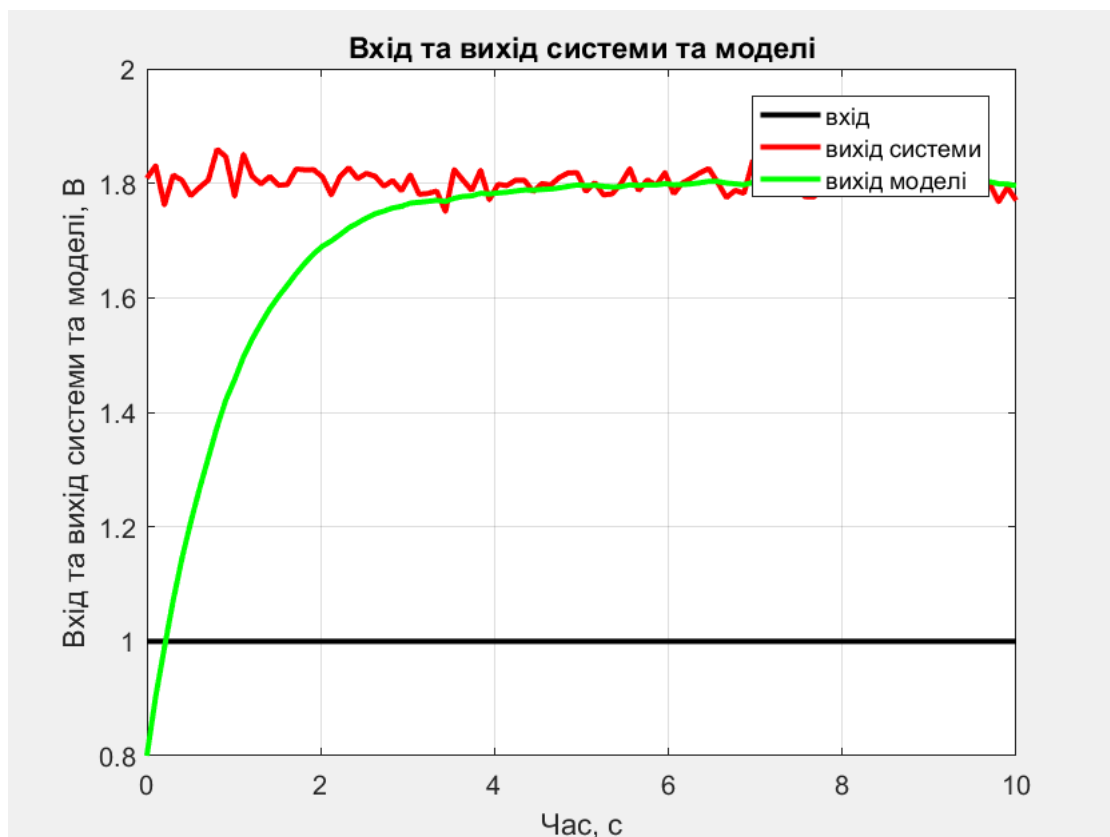
```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 101

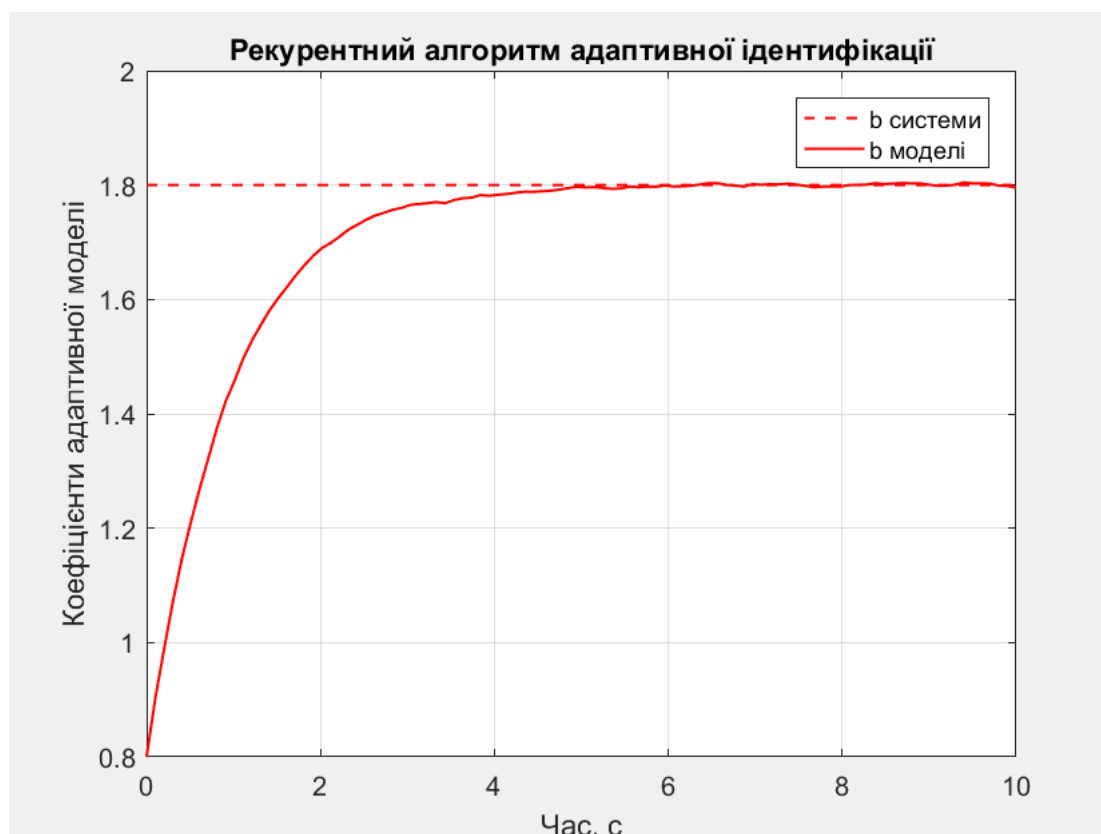
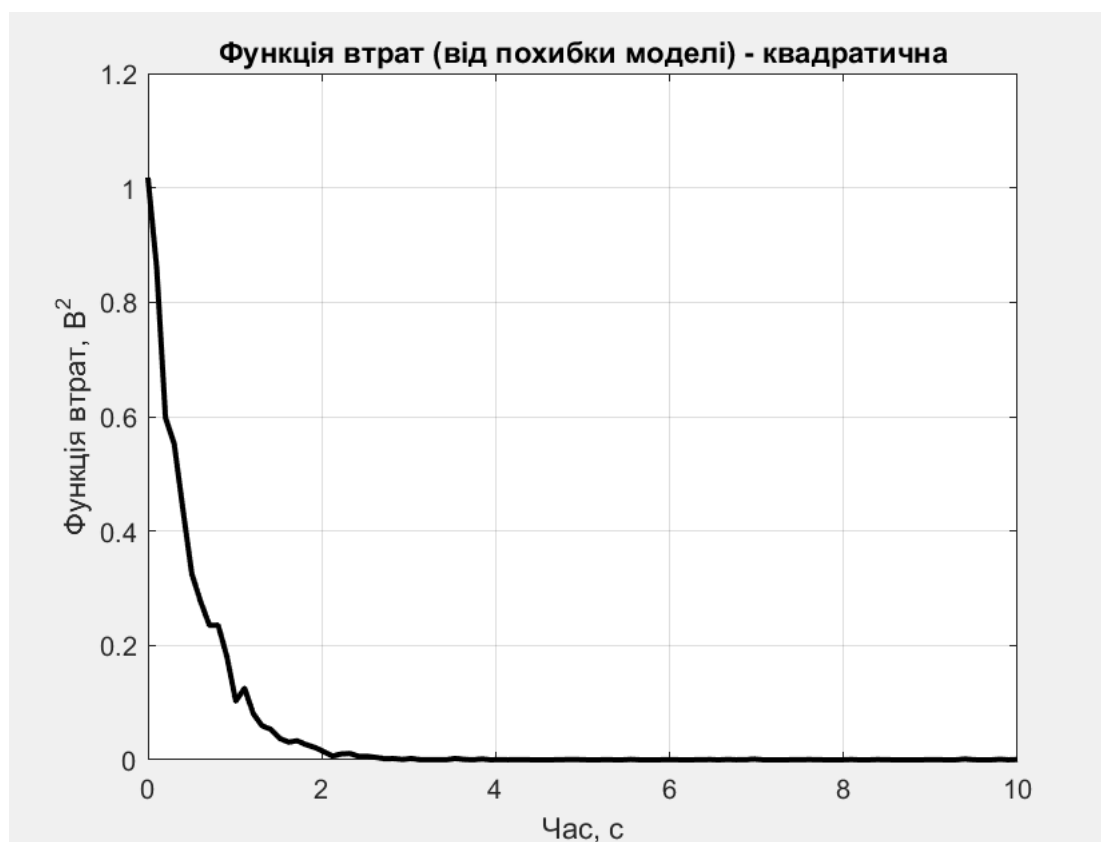
```

% Тип вхідного сигналу: степеневий/синусоїда/випадковий = 1/2/3
Type_x=1;
% Амплітуда вхідного сигналу системи, В
A_x=1;
% Частота вхідного сигналу системи, Гц
f_x=0.5;
% Час спостереження за системою, с
T_ident=10;
% Кількість відліків та кроків рекурентного алгоритму на інтервалі
спостереження
N_rec=100;
% Кількість кроків ітераційного алгоритму
N_it=50;
% Коефіцієнти різницевого рівняння системи
as=0.7; bs=1.8;
% Початкові значення коефіцієнтів різницевого рівняння моделі
am0=0.6; bm0=0.8;
% Коефіцієнт підсилення алгоритму адаптивної ідентифікації
gamma_a=0.05; gamma_b=0.05;

```

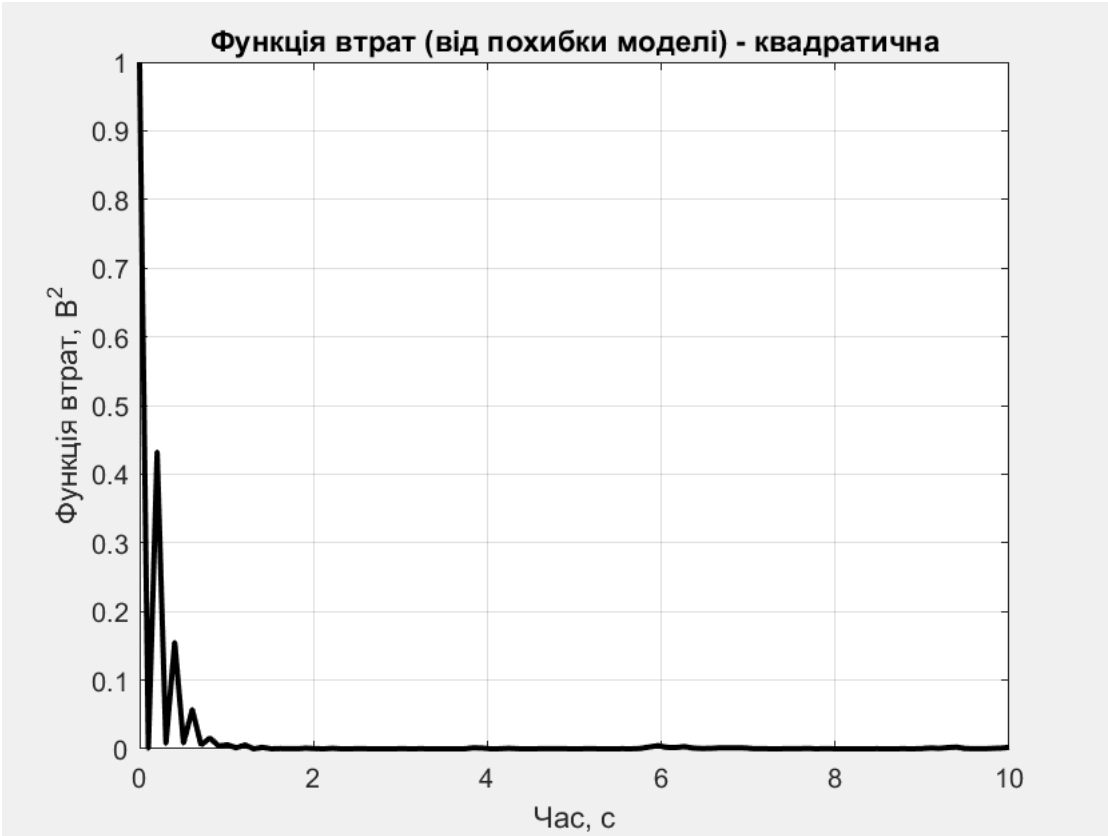


Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідас ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 102



% Система: регресійна/регресійно-авторегресійна = 1/2

```
Type_system=2;  
% Тип вхідного сигналу: степеневий/синусоїда/випадковий = 1/2/3  
Type_x=1;
```



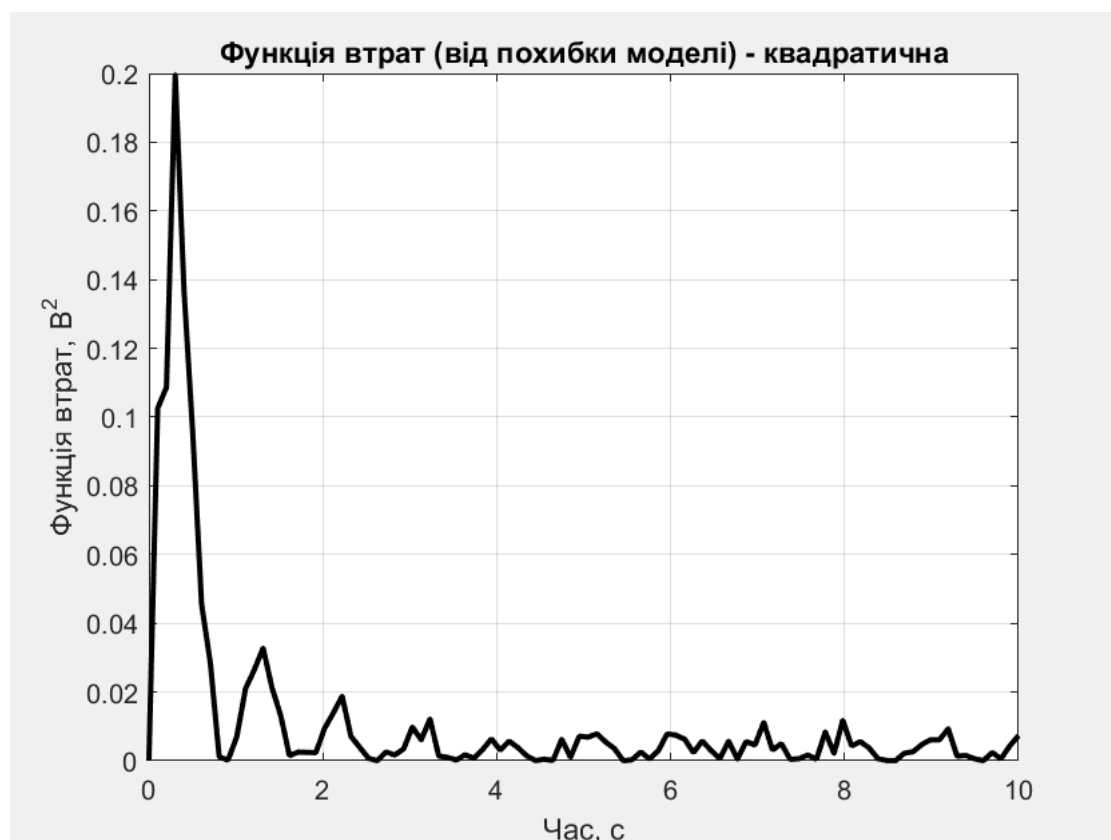
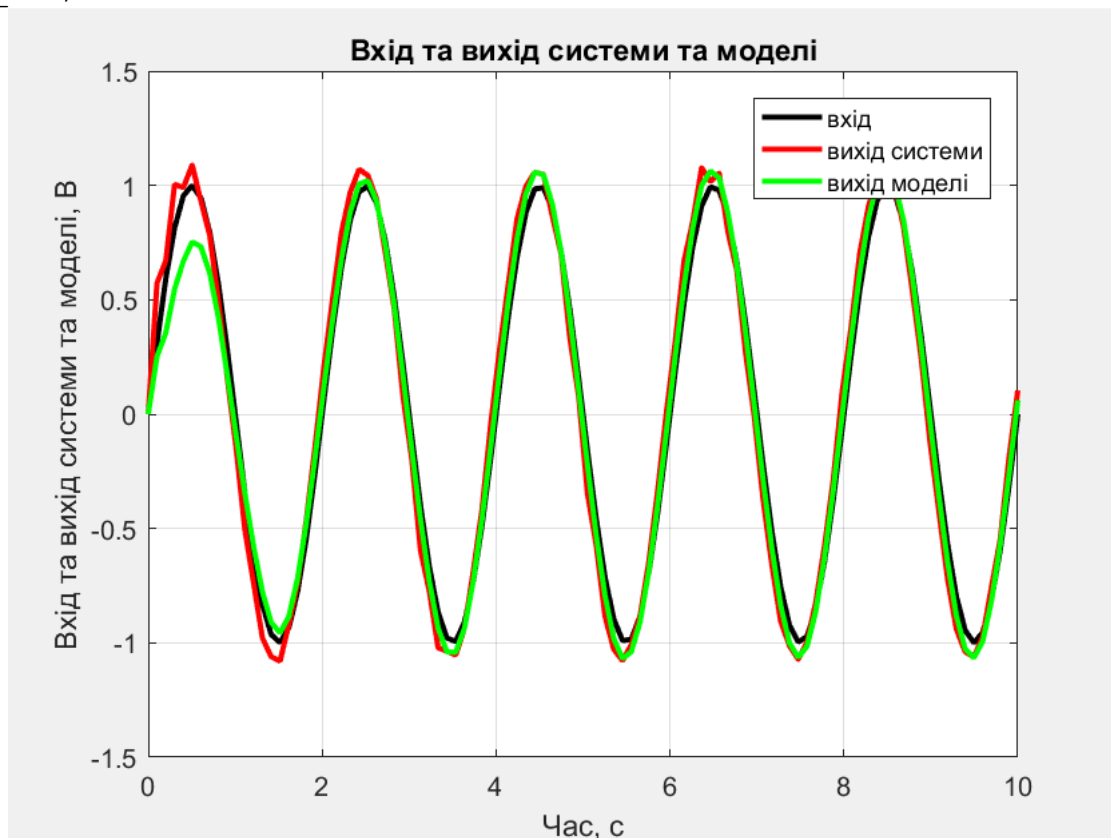
Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідас ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 104

% Система: регресійна/регресійно-авторегресійна = 1/2

Type_system=2;

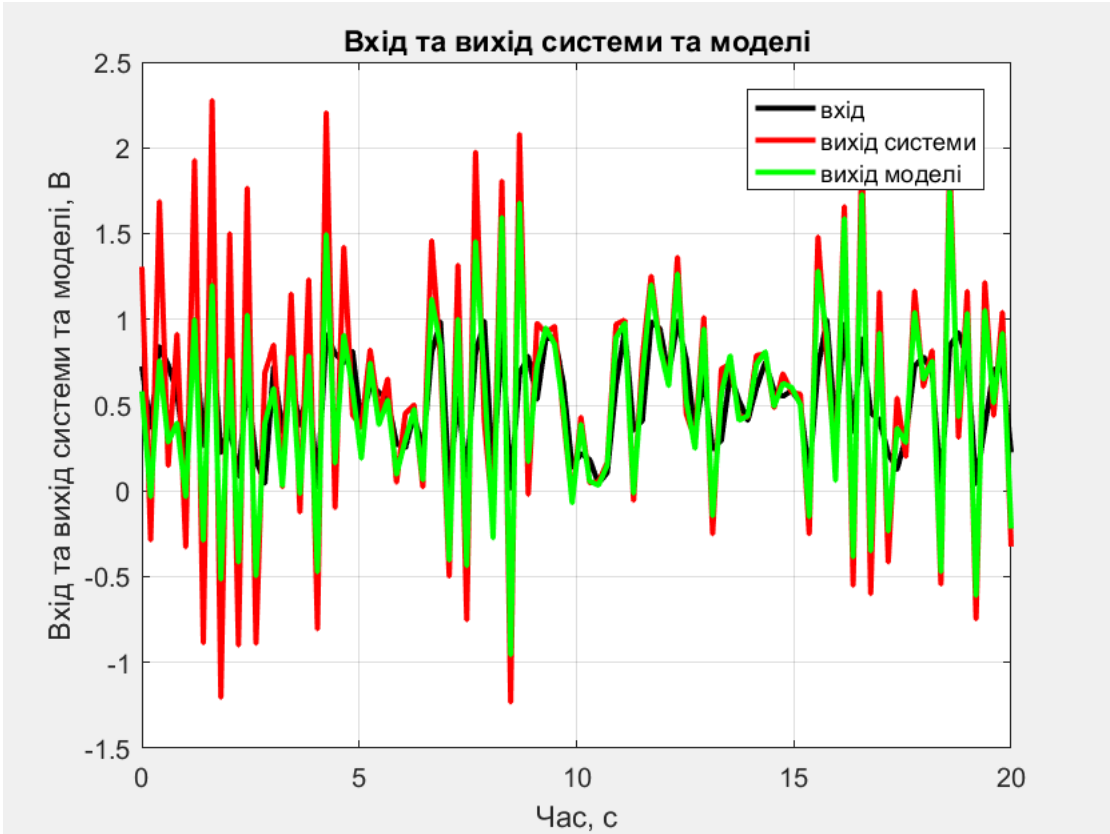
% Тип вхідного сигналу: степеневий/синусоїда/випадковий = 1/2/3

Type_x=2;

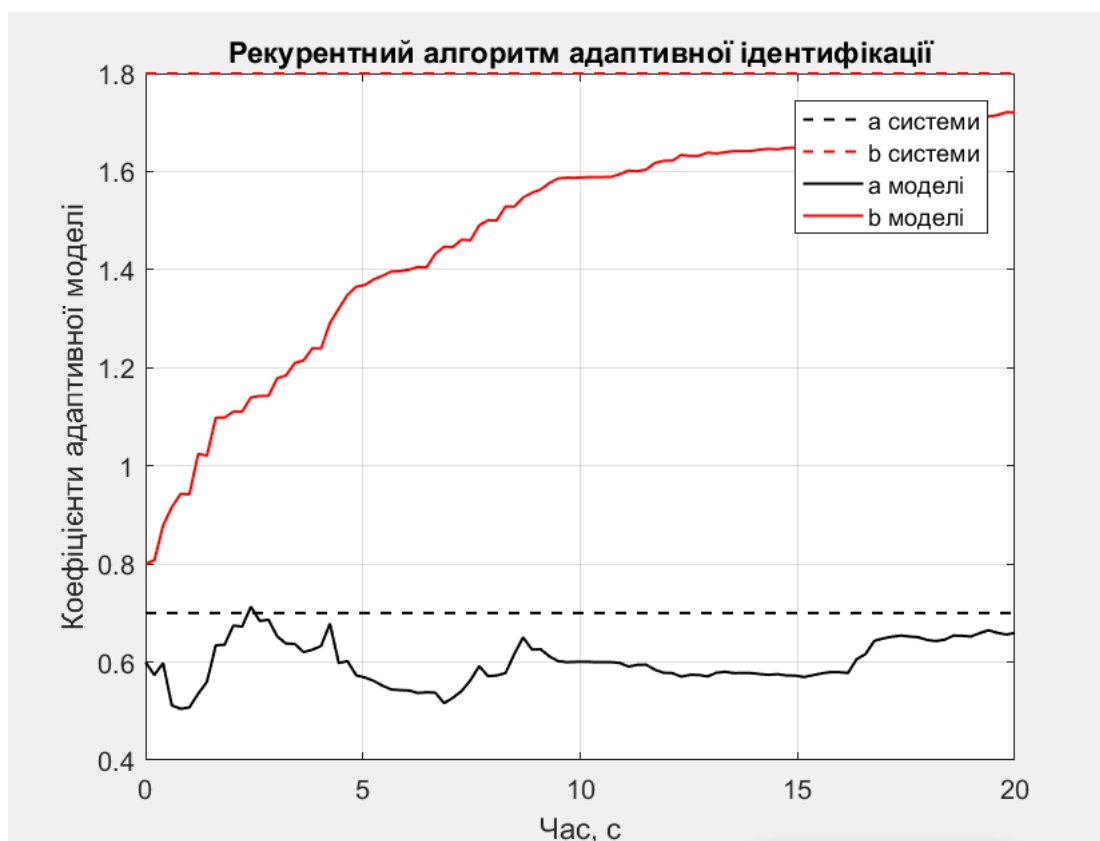
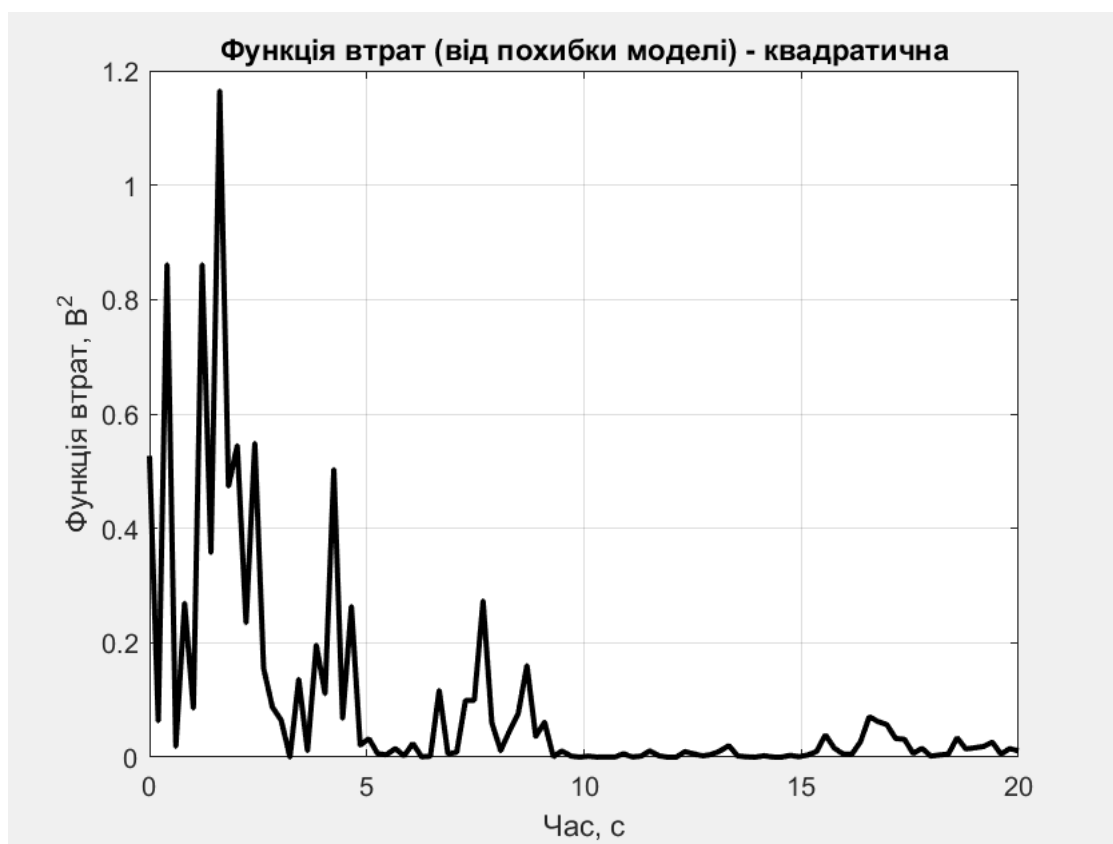


Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідас ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 105

```
% --- Початкові дані ---
clear variables;
% Система: регресійна/регресійно-авторегресійна = 1/2
Type_system=2;
% Алгоритм адаптивної ідентифікації: рекурентний/ітераційний = 1/2
Type_ident=1;
% Функція втрат: порогова/лінійна/квадратична = 1/2/3
Type_fdelta=3;
% Порог функції втрат, В
E0=0.1;
% Похибка вимірювань виходу системи, В
Delta_y=0.05;
% Тип вхідного сигналу: степеневий/синусоїда/випадковий = 1/2/3
Type_x=3;
% Амплітуда вхідного сигналу системи, В
A_x=1;
% Частота вхідного сигналу системи, Гц
f_x=0.5;
% Час спостереження за системою, с
T_ident=20;
% Кількість відліків та кроків рекурентного алгоритму на інтервалі спостереження
N_rec=100;
% Кількість кроків ітераційного алгоритму
N_it=50;
% Коефіцієнти різницевого рівняння системи
as=0.7; bs=1.8;
% Початкові значення коефіцієнтів різницевого рівняння моделі
am0=0.6; bm0=0.8;
% Коефіцієнт підсилення алгоритму адаптивної ідентифікації
gamma_a=0.05; gamma_b=0.05;
```



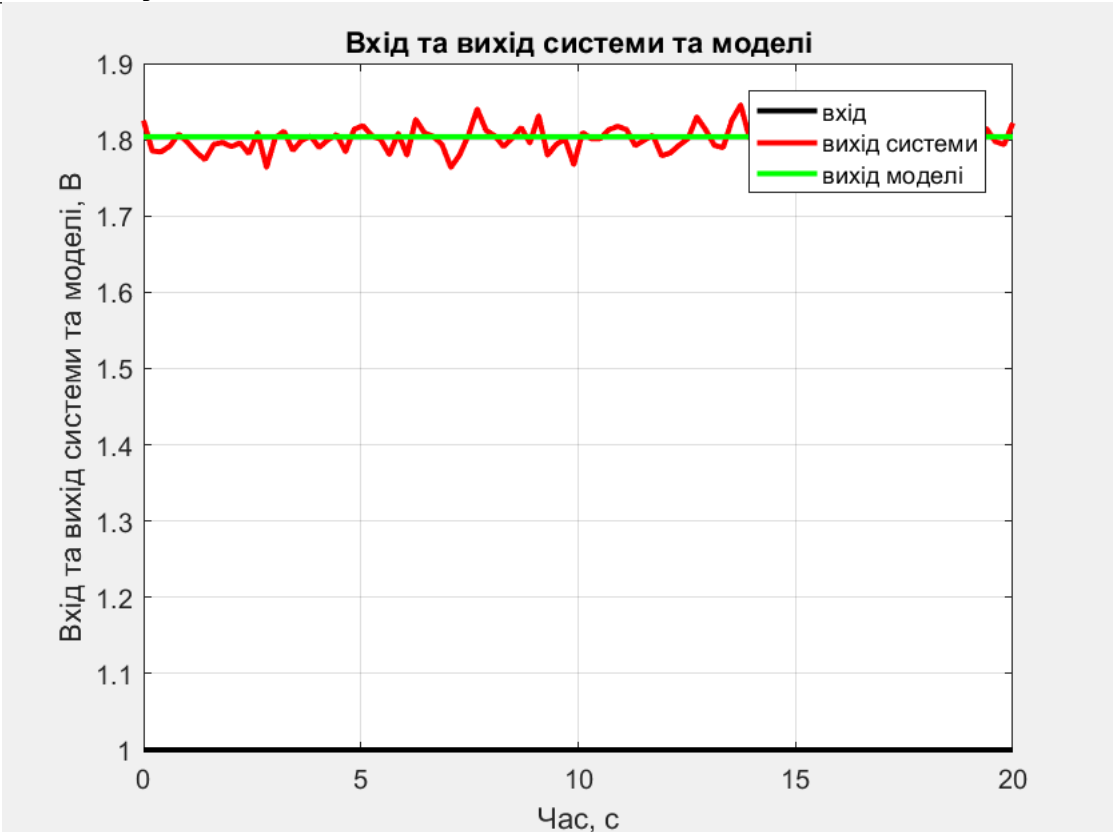
Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 106



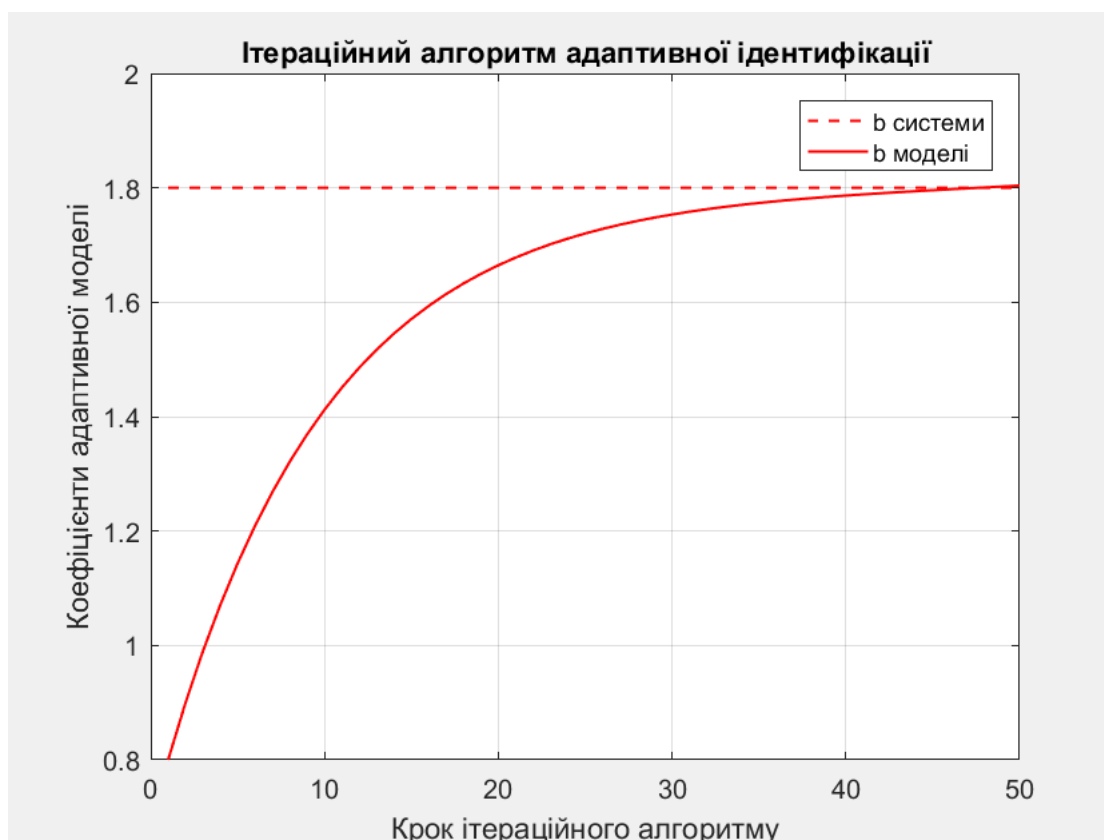
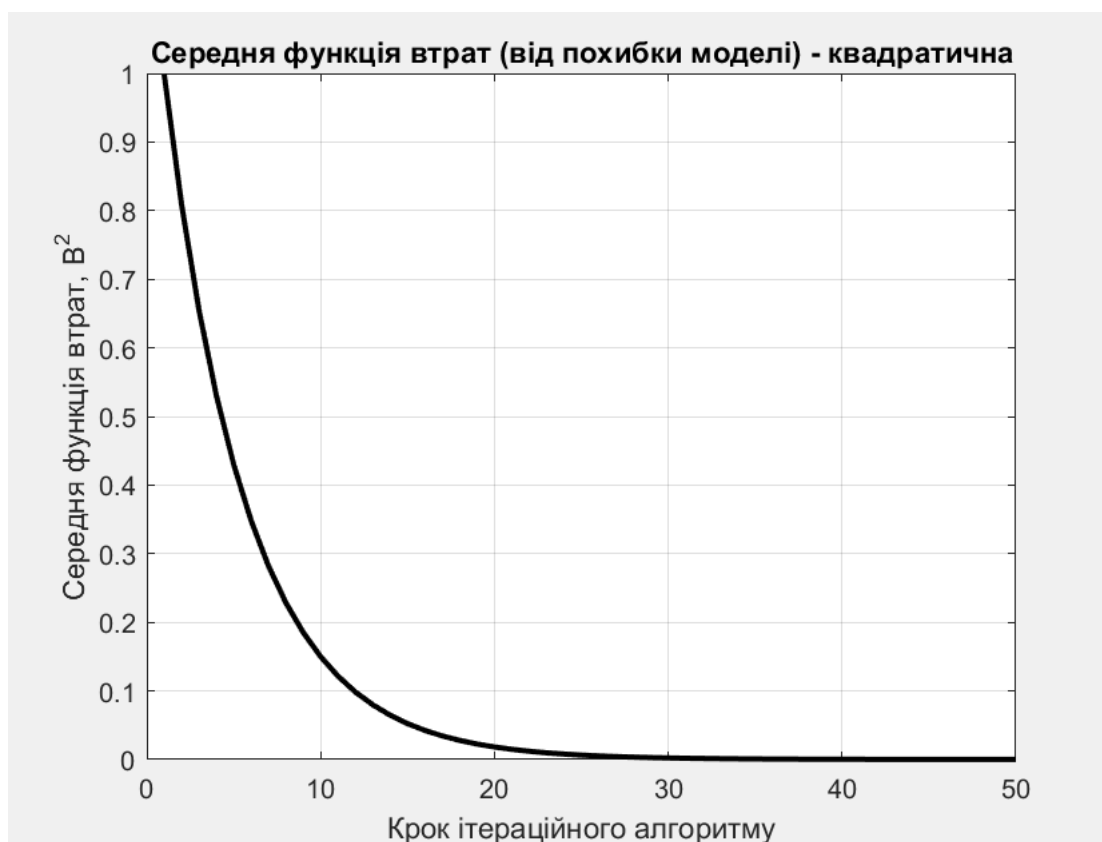
Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 107

Результати адаптивної ідентифікації за ітераційним алгоритмом

```
% --- Початкові дані ---
clear variables;
% Система: регресійна/регресійно-авторегресійна = 1/2
Type_system=1;
% Алгоритм адаптивної ідентифікації: рекурентний/ітераційний = 1/2
Type_ident=2;
% Функція втрат: порогова/лінійна/квадратична = 1/2/3
Type_fdelta=3;
% Порог функції втрат, В
E0=0.1;
% Похибка вимірювань виходу системи, В
Delta_y=0.05;
% Тип вхідного сигналу: степеневий/синусоїда/випадковий = 1/2/3
Type_x=1;
% Амплітуда вхідного сигналу системи, В
A_x=1;
% Частота вхідного сигналу системи, Гц
f_x=0.5;
% Час спостереження за системою, с
T_ident=20;
% Кількість відліків та кроків рекурентного алгоритму на інтервалі спостереження
N_rec=100;
% Кількість кроків ітераційного алгоритму
N_it=50;
% Коефіцієнти різницевого рівняння системи
as=0.7; bs=1.8;
% Початкові значення коефіцієнтів різницевого рівняння моделі
am0=0.6; bm0=0.8;
% Коефіцієнт підсилення алгоритму адаптивної ідентифікації
gamma_a=0.05; gamma_b=0.05;
```



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідас ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 108

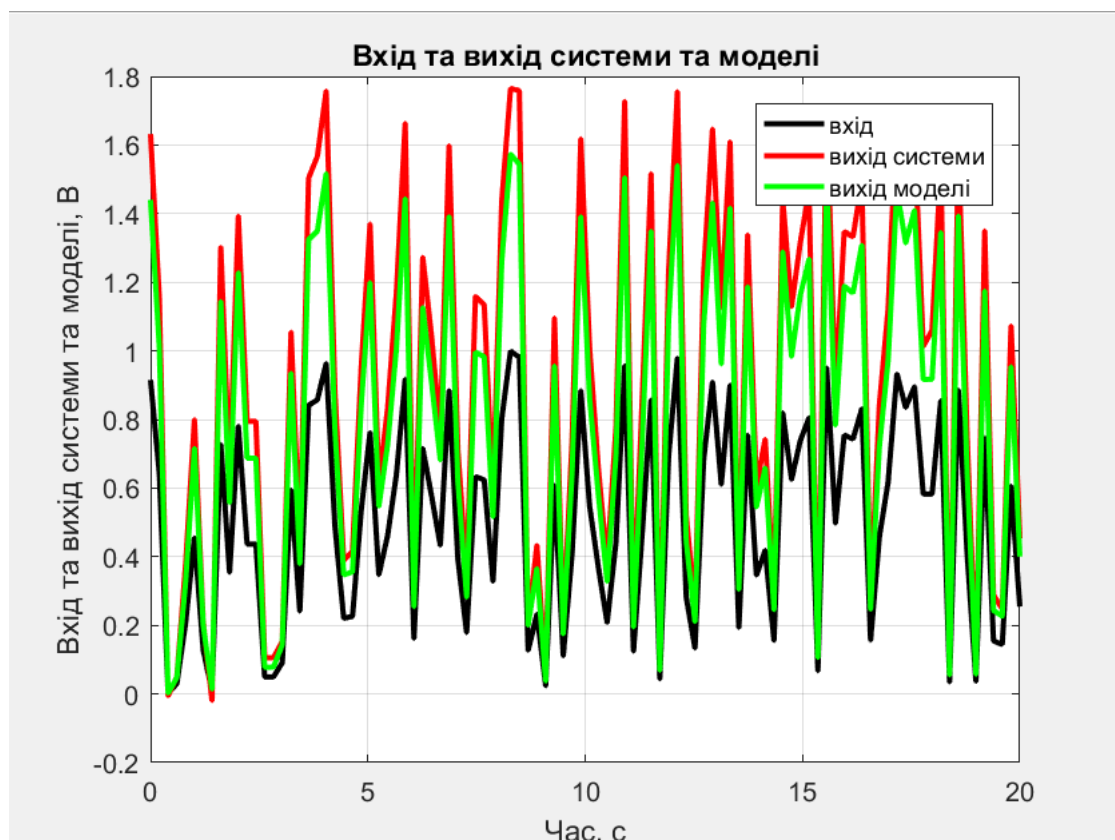


Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 109

```

% --- Початкові дані ---
clear variables;
% Система: регресійна/регресійно-авторегресійна = 1/2
Type_system=1;
% Алгоритм адаптивної ідентифікації: рекурентний/ітераційний = 1/2
Type_ident=2;
% Функція втрат: порогова/лінійна/квадратична = 1/2/3
Type_fdelta=3;
% Порог функції втрат, В
E0=0.1;
% Похибка вимірювань виходу системи, В
Delta_y=0.05;
% Тип вхідного сигналу: степеневий/синусоїда/випадковий = 1/2/3
Type_x=3;
% Амплітуда вхідного сигналу системи, В
A_x=1;
% Частота вхідного сигналу системи, Гц
f_x=0.5;
% Час спостереження за системою, с
T_ident=20;
% Кількість відліків та кроків рекурентного алгоритму на інтервалі спостереження
N_rec=100;
% Кількість кроків ітераційного алгоритму
N_it=50;
% Коефіцієнти різницевого рівняння системи
as=0.7; bs=1.8;
% Початкові значення коефіцієнтів різницевого рівняння моделі
am0=0.6; bm0=0.8;
% Коефіцієнт підсилення алгоритму адаптивної ідентифікації
gamma_a=0.05; gamma_b=0.05;

```



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/174.00.1/М/ОК9- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 110 / 110

