

Лабораторна робота № 1

ДОСЛІДЖЕННЯ ЧИСЕЛЬНИХ МЕТОДІВ МОДЕЛЮВАННЯ ПРИСТРОЇВ ТА СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ НА ЕОМ

Мета роботи:

- 1) набуття навиків в моделюванні пристроїв та систем управління (ПСУ) на ЕОМ;
- 2) дослідження точнісних характеристик і швидкодії методів чисельного інтегрування диференціальних рівнянь, які використовуються для моделювання ПСУ на ЕОМ.

1.1. Теоретичні відомості. Застосування чисельних методів до моделювання складних динамічних систем

При розробці пристроїв та систем управління (ПСУ) важливою задачею є моделювання фізичних процесів, що протікають в цих системах. Опис поведінки ПСУ за допомогою математичних рівнянь (або інших співвідношень) та наступне їх дослідження називається математичним моделюванням, а відповідні рівняння (або інші співвідношення) – математичною моделлю ПСУ.

Відтворення математичної моделі на ЕОМ називається машинним моделюванням.

При моделюванні ПСУ на ЕОМ послідовно виконуються наступні дії:

- постановка задачі;
- одержання математичної моделі ПСУ;
- вибір методу розв'язання поставленої задачі;
- розробка алгоритму розв'язання задачі;
- написання програми для ЕОМ;
- налагодження програми;
- виконання обчислень на ЕОМ, одержання та оцінка результатів моделювання.

При створенні математичної моделі системи управління (СУ) фізичні процеси, що протікають в системі, звичайно описуються диференціальними рівняннями. Для того, щоб вирішити таке рівняння на ЕОМ (отримати вираз, що описує вихідну реакцію СУ при заданому вхідному впливі), необхідно застосовувати різноманітні засоби чисельного інтегрування диференціальних рівнянь, тобто засоби відшукування загального і часткового рішення цих рівнянь.

При моделюванні на ЕОМ безперервна СУ зводиться до еквівалентної дискретної системи (при такому переході властивості системи в загальному випадку змінюються, наприклад, безперервна лінійна СУ першого порядку завжди стійка, в той час як відповідна їй дискретна СУ стійка тільки при обмежених значеннях параметрів тощо).

Одна з задач, що часто зустрічаються при моделюванні СУ на ЕОМ – це визначення вихідної реакції $y(t)$ по вхідному впливу $x(t)$ і параметрам математичної моделі СУ (рис. 1.1). Найчастіше така математична модель складається з одного або декількох диференціальних рівнянь.

На основі (5.2) отримаємо рекурентний вираз для $y(t)$, тобто такий, що на основі значень $x(t)$ і $y(t)$ в момент $t = (N-1)\tau$ дозволяє отримати значення $y(t)$ в момент $t = N\tau$.

Маємо

$$\begin{aligned} y(n\tau) &\approx \tau \sum_{k=0}^{n-1} x(k\tau) = \tau \sum_{k=0}^{n-2} x(k\tau) + \tau x((n-1) \cdot \tau) = \\ &= y((n-1) \cdot \tau) + \tau x((n-1) \cdot \tau). \end{aligned} \quad (1.3)$$

Або в іншій формі запису, опускаючи позначення інтервалу часу τ , одержуємо

$$y_n = y_{n-1} + \tau x_{n-1}. \quad (1.4)$$

Перш ніж розпочати обчислення, необхідно мати стартове значення (початкову умову) x_0 , що обирається рівною потрібному початковому значенню функції $x(t)$ на початку інтервалу інтегрування. На основі рекурентного виразу (1.4) отримаємо передаточну функцію інтегратора, вхідний вплив якого апроксимовано кусочно-постійною функцією.

Застосуємо Z -перетворення до (1.4):

$$\begin{aligned} Z\{y_n\} &= Z\{y_{n-1} + \tau x_{n-1}\}; \\ Y(z) &= z^{-1}Y(z) + \tau z^{-1}X(z); \\ Y(z) - z^{-1}Y(z) &= \tau z^{-1}X(z). \end{aligned} \quad (1.5)$$

Помножимо обидві частини отриманого виразу на z :

$$\begin{aligned} zY(z) - Y(z) &= \tau X(z) \\ Y(z) &= \frac{\tau}{z-1} X(z). \end{aligned} \quad (1.6)$$

Остаточно маємо вираз для дискретної передаточної функції при кусочно-постійній апроксимації вхідного сигналу

$$I_n = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\tau}{z-1}. \quad (1.7)$$

Блок-схема, що відповідає формулам чисельного інтегрування (1.4) і (1.7), наведена на рис. 1.3. Вона дозволяє ввести поняття дискретного еквівалента інтегратора (в літературі він отримав найменування «дигратор»).

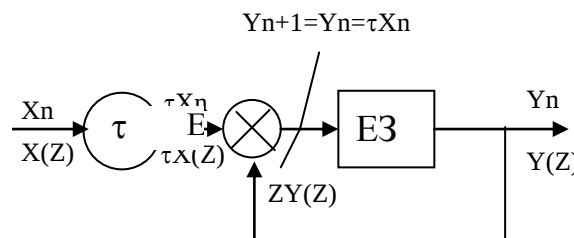


Рис. 1.3

Таким чином, щоб отримати вихідну реакцію інтегратора $Y(z)$ на вхідний вплив $X(z)$, необхідно помножити $X(z)$ на дискретну передатну функцію, що визначається виразом

$$I_n = \frac{\tau}{z-1}.$$

Описаний метод чисельного інтегрування називається методом Ейлера або методом чисельного інтегрування по формулі прямокутників.

Однак кусочно-постійна апроксимація вхідного впливу $x(t)$ дає великі помилки, особливо в випадку багаторазового виконання процедури інтегрування (наприклад, при моделюванні двох послідовно включених інтеграторів).

Функцію $x(t)$ можна апроксимувати кусочно-лінійною функцією (рис. 1.4).

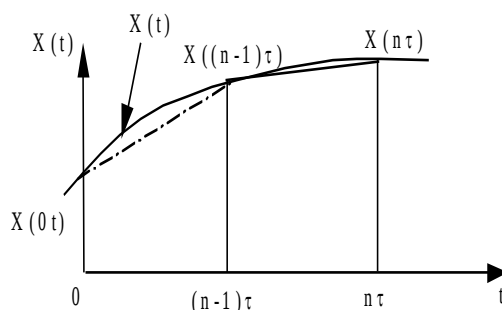


Рис. 1.4

При цьому площа, обмежена кривою $x(t)$, подається у вигляді суми площ окремих трапецій, основою яких є значення $x((n-1)\tau)$ і $x(n\tau)$. Площа такої трапеції

$$S_n = \frac{\tau}{2} (x((n-1)\tau) + x(n\tau)). \quad (1.8)$$

В результаті обчислень, аналогічних проведеним у випадку кусочно-постійної апроксимації $x(t)$, можна отримати наступну формулу для визначення $y(t)$:

$$y_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{2} (x_{n-1} + x_n). \quad (1.9)$$

Одержимо дискретну передаточну функцію для рекурентного виразу (1.9) аналогічно випадку кусочно-постійної апроксимації $x(t)$ (див. формули (1.4) - (1.7)):

$$\begin{aligned} Z\{y_n\} &= Z\{y_{n-1} + \frac{\tau}{2} (x_{n-1} + x_n)\}; \\ Y\{z\} &= z^{-1}Y(z) + \frac{\tau}{2} [z^{-1}X(z) + X(z)]; \\ Y(z) - z^{-1}Y(z) &= \frac{\tau}{2} [z^{-1}X(z) + X(z)]; \end{aligned} \quad (1.10)$$

$$zY(z) - Y(z) = \frac{\tau}{2} [X(z) + zX(z)].$$

Остаточню маємо вираз дискретної передаточної функції для кусочно-лінійної апроксимації вхідного сигналу

$$I_T = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\tau}{2} \cdot \frac{z+1}{z-1}. \quad (1.11)$$

Описаний метод називають методом чисельного інтегрування по формулі трапецій.

При виконанні двох послідовних операцій інтегрування можна поступити наступним чином. Вхідну функцію першого інтегратора апроксимувати кусочно-постійною функцією. Вихідна функція першого інтегратора буде мати вид кусочно-лінійної функції (що слідує з властивостей операції інтегрування) і вона точно апроксимується кусочно-лінійною функцією на вході другого інтегратора. В результаті подвійного інтегрування кусочно-постійної функції отримаємо кусочно-квадратичну функцію (формула Симпсона):

$$y_n = y_{n-2} + \frac{\tau}{3} (x_n + 4x_{n-1} + x_{n-2}). \quad (1.12)$$

Виразу (1.12) відповідає дискретна передаточна функція

$$I = \frac{\tau}{3} \cdot \frac{(z^2 + 4z + 1)}{(z-1)^2}. \quad (1.13)$$

Проводячи обчислення, аналогічні вже наведеним, і використовуючи кусочно-лінійну апроксимацію вхідного сигналу, для випадків багаторазового інтегрування можна отримати дискретні передаточні функції, наведені в табл. 1.1.

Таблиця 1.1. Дискретні передаточні функції

Кількість інтегрувань	Оператор для кусочно-постійної функції		Оператор для кусочно-лінійної функції	
	Позначення	Вираз	Позначення	Вираз
1	$I_{П1}$	$\frac{\tau}{z-1}$	$I_{Т1}$	$\frac{\tau}{2} \cdot \frac{z+1}{z-1}$
2	$I_{П2}$	$\frac{\tau^2}{2} \cdot \frac{z+1}{(z-1)^2}$	$I_{Т2}$	$\frac{\tau^2}{6} \cdot \frac{(z^2 + 4z + 1)}{(z-1)^2}$

Розглянемо методи, що застосовуються при інтегруванні диференціальних рівнянь першого порядку виду

$$\dot{y} = f(y, x, t) \quad (1.14)$$

де $f(y, x, t)$ – нелінійна функція;

$y(t)$ – вихідна реакція ПСУ;

$x(t)$ – вхідний вплив ПСУ;

t - незалежна змінна (час).

Відзначимо, що диференціальне рівняння n -го порядку можна перетворити по формі Коши в систему n -диференціальних рівнянь виду (1.14).

Проінтегруємо диференціальне рівняння (1.14) по формулі трапецій (1.9):

$$y_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{2}(f(y_{n-1}) + f(y_n)). \quad (1.15)$$

В даному рівнянні y_n входить лінійно в ліву частину та нелінійно – в праву частину. Для рішення такого рівняння необхідно застосування ітераційних методів, які вимагають великих витрат машинного часу на кожному кроці інтегрування і тому неприйнятні. Для прискорення обчислень застосовується алгоритм передбачення та виправлення вихідної величини $y(t)$. Для спрощення обчислень попереднє значення $y(t)$ на n -му кроці інтегрування (передбачення) обчислюється за формулою прямокутників (1.4):

$$p_n = y_{n-1} + \tau f(y_{n-1}). \quad (1.16)$$

Після цього визначаємо виправлене значення $y(t)$ на n -му кроці інтегрування, використовуючи в правій частині (1.15) замість y_n вже відоме попереднє значення p_n :

$$y_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{2}(f(y_{n-1}) + f(p_n)). \quad (1.17)$$

Формули (1.16) і (1.17) являють собою метод чисельного інтегрування за алгоритмом передбачення і виправлення, або модифікований метод Ейлера.

В описаному методі передбачення і виправлення при розв'язанні рівняння виду (1.14) в процедурі чисельного інтегрування по формулі прямокутників використовується значення похідної $y(t)$ в одній точці $f(y_n)$. В процедурі чисельного інтегрування по формулі трапецій використовується значення похідної в двох точках $(f(y_{n-1}), f(y_n))$.

Часто для підвищення точності інтегрування необхідно застосовувати в парі формул передбачення і виправлення формули більш високого порядку, тобто ті, що використовують значення похідної в точках $f(y_{n-k}), f(y_{n-k+1}), \dots, f(y_{n-1}), f(y_n)$.

Ці формули використовуються в багатокрокових методах по алгоритму передбачення і виправлення.

Багатокрокові методи чисельного інтегрування застосовуються для підвищення точності при заданому часі обчислень або для зменшення часу обчислень при заданій точності.

Наведемо формули передбачення та виправлення для деяких багатокрокових методів.

Метод Мілна:

– передбачення

$$p_n = y_{n-4} + \frac{4\tau}{3}[2f(y_{n-1}) - f(y_{n-2}) + f(y_{n-3})]; \quad (1.18)$$

– виправлення

$$y_n = y_{n-2} + \frac{\tau}{3}[f(p_n) + 4f(y_{n-1}) + f(y_{n-2})]. \quad (1.19)$$

Метод Адамса-Мултона:

– передбачення

$$p_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{24}[55f(y_{n-1}) - 59f(y_{n-2}) + 37f(y_{n-3}) - 9f(y_{n-4})]; \quad (1.20)$$

– виправлення

$$y_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{24}[9f(p_n) - 19f(y_{n-1}) - 5f(y_{n-2}) + f(y_{n-3})]. \quad (1.21)$$

Недолік цих багатокрокових методів полягає в тому, що для моделювання необхідно мати стартові значення. Одним з засобів одержання стартових значень є інтегрування по формулі прямокутників з малим кроком до тих пір, доки не будуть отримані стартові значення, що вимагаються.

Від зазначеного недоліку вільний однокроковий метод Рунге-Кутта четвертого порядку, заснований на оцінці похідних вихідної величини у середині інтервалу обчислень:

$$y_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \quad (1.22)$$

де $k_1 = f(y_{n-1})$;

$$k_2 = f(y_{n-1} + \frac{\tau}{2}k_1);$$

$$k_3 = f(y_{n-1} + \frac{\tau}{2}k_2);$$

$$k_4 = f(y_{n-1} + k_3).$$

Часто метод Рунге-Кутта використовується для одержання стартових значень багатокрокових методів. Вибір конкретного методу чисельного інтегрування при моделюванні ПСУ на ЕОМ визначається багатьма факторами, в тому числі часом обчислень, точністю обчислень, що вимагається, простотою програмування тощо.

1.2. Методи та алгоритм програми моделювання пристроїв та систем управління

Алгоритм програми моделювання ПСУ зображений на рис. 1.5.

В програмі досліджується ПСУ, що описується диференціальним рівнянням $y'(t) + ay(t) = bx(t)$ або $y'(t) = -ay(t) + bx(t)$ (1.23)

де a, b – коефіцієнти, що задаються в процесі роботи програми;

$y(t)$ – вихідна реакція ПСУ;

$x(t)$ – вхідний вплив.

При роботі програми можна формувати два види вхідних впливів:

– гармонійний

$$x(t) = A \cdot \sin(2ft\pi + \varphi_0); \quad (1.24)$$

– одиничний

$$x(t) = 1(t). \quad (1.25)$$

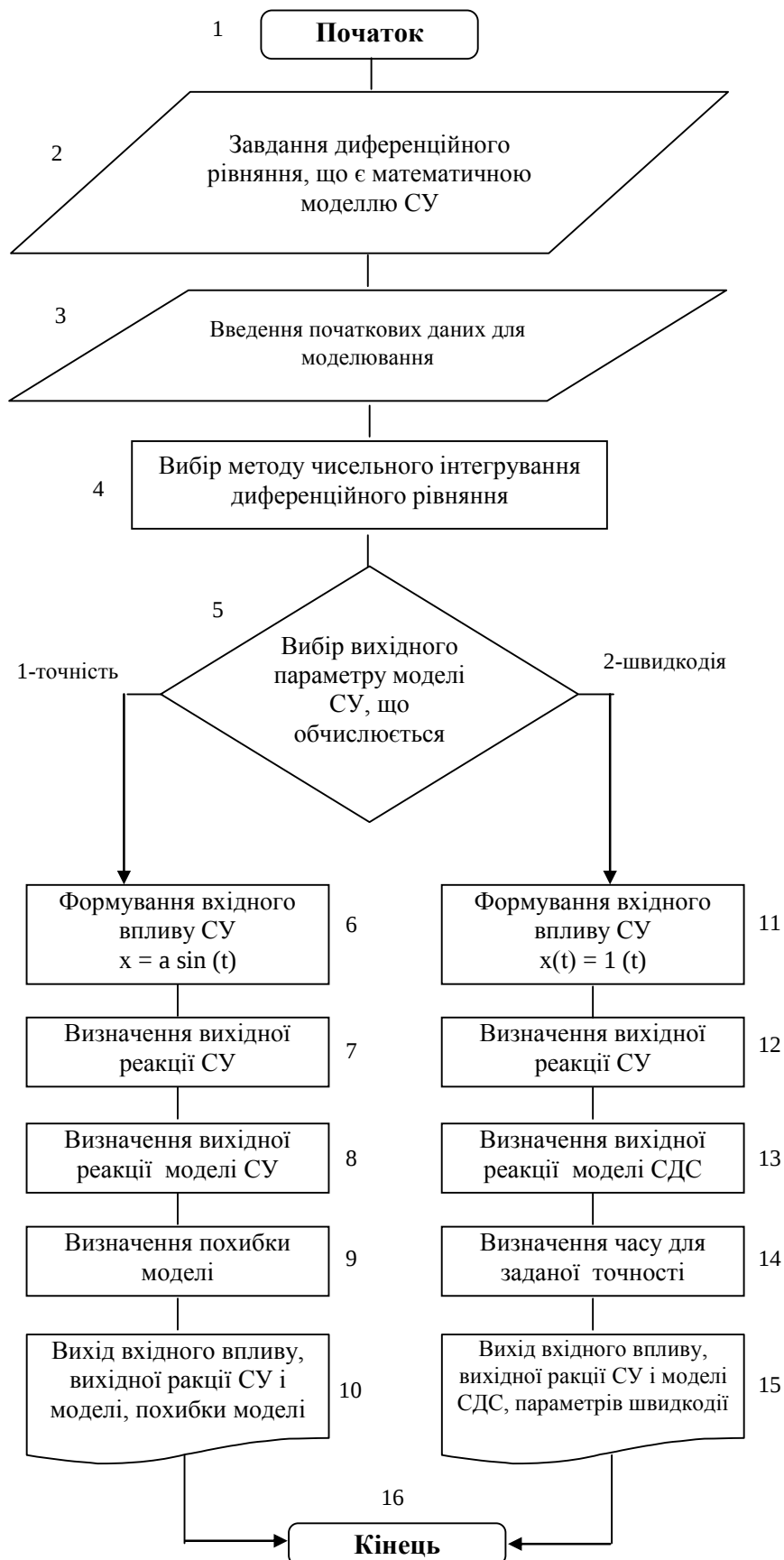


Рис 1.5

Для визначення вихідної реакції ПСУ використовується один з 7 методів чисельного інтегрування:

– прямокутників (Ейлера);

- трапецій;
- Симпсона;
- модифікований метод Ейлера (передбачення по формулі прямокутників і виправлення по формулі трапецій);
- Мілна четвертого порядку;
- Адамса-Мултона;
- Рунге-Кутта четвертого порядку.

Отримаємо рекурентний вираз для чисельного інтегрування диференційного рівняння (1.23) по методу прямокутників.

Перепишемо вихідне рівняння із застосуванням операторів диференціювання D і інтегрування I :

$$Dy = -ay + bx. \quad (1.26)$$

Поділимо обидві частини (1.26) на оператор D і, враховуючи, що $1/D = I$, отримаємо

$$Y = I(-ay + bx). \quad (1.27)$$

Для методу прямокутників оператор інтегрування в формі z - перетворення має вид

$$I = \frac{\tau}{z-1}, \quad (1.28)$$

де τ - крок чисельного інтегрування.

Перепишемо (1.27) застосовуючи пряме z -перетворення:

$$Y(z) = \frac{\tau}{z-1} (-aY(z) + bX(z)); \quad (1.29)$$

$$zY(z) - Y(z) = -\tau a Y(z) + \tau b X(z); \quad (1.30)$$

$$Y(z) - z^{-1}Y(z) = -\tau a z^{-1}Y(z) + \tau b z^{-1}X(z); \quad (1.31)$$

Застосуємо до (1.31) зворотне z -перетворення:

$$y_n - y_{n-1} = -\tau a y_{n-1} + \tau b x_{n-1}. \quad (1.32)$$

Остаточно маємо

$$y_n = (1 - \tau a) y_{n-1} + \tau b x_{n-1}. \quad (1.33)$$

Виконавши обчислення, аналогічні (1.26) - (1.33), отримаємо наступні рекурентні вирази для інших методів чисельного інтегрування.

Метод трапецій:

$$y(n) = \frac{1}{1 + \frac{a\tau}{2}} \left[\left(1 - \frac{a\tau}{2} \right) y_{n-1} + \frac{b\tau}{2} x_n + \frac{b\tau}{2} x_{n-1} \right]; \quad (1.34)$$

Метод Симпсона:

$$y_n = \frac{1}{1 + \frac{a\tau}{3}} \left[-\frac{4a\tau}{3} y_{n-1} + \left(1 - \frac{a\tau}{3} \right) y_{n-2} + \frac{b\tau}{3} x_n + \frac{4b\tau}{3} x_{n-1} + \frac{b\tau}{3} x_{n-2} \right]; \quad (1.35)$$

$$y_{i+1} = y_{i-1} + \frac{\tau}{3} (-ay_{i-1} + bx_{i-1}) + \frac{4\tau}{3} (-ay_i + bx_i) + \frac{\tau}{3} (-ay_{i+1} + bx_{i+1}); \quad (1.35,a)$$

Метод передбачення по формулі прямокутників і виправлення по формулі трапецій (модифікований метод Ейлера):

– передбачення

$$p_n = y_{n-1} + \tau [-a y_{n-1} + b x_{n-1}]; \quad (1.36)$$

– виправлення

$$y_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{2} [-a y_{n-1} + b x_{n-1} - a p_n + b x_n]; \quad (1.37)$$

Метод Мілна:

$$p_n = y_{n-4} + \frac{4\tau}{3} [2(-a y_{n-1} + b x_{n-1}) - (-a y_{n-2} + b x_{n-2}) + 2(-a y_{n-3} + b x_{n-3})]; \quad (1.38)$$

$$y_n = y_{n-2} + \frac{\tau}{3} [(-a p_n + b x_n) + 4(-a y_{n-1} + b x_{n-1}) + (-a y_{n-2} + b x_{n-2})]. \quad (1.39)$$

Метод Адамса-Мултона:

$$p_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{24} [55(-a y_{n-1} + b x_{n-1}) - 59(-a y_{n-2} + b x_{n-2}) + 37(-a y_{n-3} + b x_{n-3}) - 9(-a y_{n-4} + b x_{n-4})]; \quad (1.40)$$

$$y_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{24} [9(-a p_n + b x_n) - 19(-a y_{n-1} + b x_{n-1}) - 5(-a y_{n-2} + b x_{n-2}) + (-a y_{n-3} + b x_{n-3})]. \quad (1.41)$$

Метод Рунге-Кутта четвертого порядку:

$$y_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \quad (1.42)$$

де $k_1 = -a y_{n-1} + b x_{n-1}$;

$$k_2 = -a(y_{n-1} + \frac{\tau}{2}k_1) + b x_{n-1};$$

$$k_3 = -a(y_{n-1} + \frac{\tau}{2}k_2) + b x_{n-1};$$

$$k_4 = -a(y_{n-1} + \tau k_3) + b x_{n-1}.$$

В методах Мілна і Адамса-Мутона для одержання чотирьох стартових значень y_i використовується метод прямокутників.

Похибка обчислення вихідної реакції ПСУ визначається наступним чином:

$$\varepsilon = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i^* - y_i|, \quad (1.43)$$

де N – кількість точок, в яких обчислюється вихідна реакція моделі ПСУ;

y_i^* – вихідна реакція моделі ПСУ на i -му кроці інтегрування (розрахунок на основі методу чисельного інтегрування);

y_i – вихідна реакція СУ на i -му кроці інтегрування (аналітичний розрахунок).

При коефіцієнті диференційного рівняння $a = -1$, $b = 1$ маємо $y_i = x_i$.

Для обчислення вихідної реакції СУ використовується чисельне інтегрування по формулі трапеції з шагом у 10 разів меншим, ніж для обчислення вихідної реакції моделі СУ.

У програмі вхідний сигнал СУ має назву безперервний вхідний сигнал, вхідний сигнал моделі СУ – дискретний вхідний сигнал, вихідна реакція ПСУ – безперервний вихідний сигнал, вихідна реакція моделі ПСУ – дискретний вихідний сигнал.

Швидкодія моделі СУ $t_{м\text{СУ}}$ визначається інтервалом часу, що пройшов від початку подачі на вхід моделі СУ одиничного впливу $x(t)=1(t)$ до моменту, коли вихідна реакція моделі СУ буде знаходитися в межах

$$0,95 \leq y_i^* \leq 1,05 \quad (1.44)$$

Швидкодія СУ $t_{\text{ПСУ}}$ визначається інтервалом часу, що пройшов від початку подачі на вхід СУ одиничного впливу $x(t)=1(t)$ до моменту, коли вихідна реакція СУ буде знаходитися в межах, визначених співвідношенням (1.44).

Різниця цих двох величин визначає вплив методу чисельного інтегрування на динамічні властивості моделі СУ. Вказану різницю можна вважати швидкодією методу чисельного інтегрування $t_{\text{мчі}}$ (рис. 1.6).

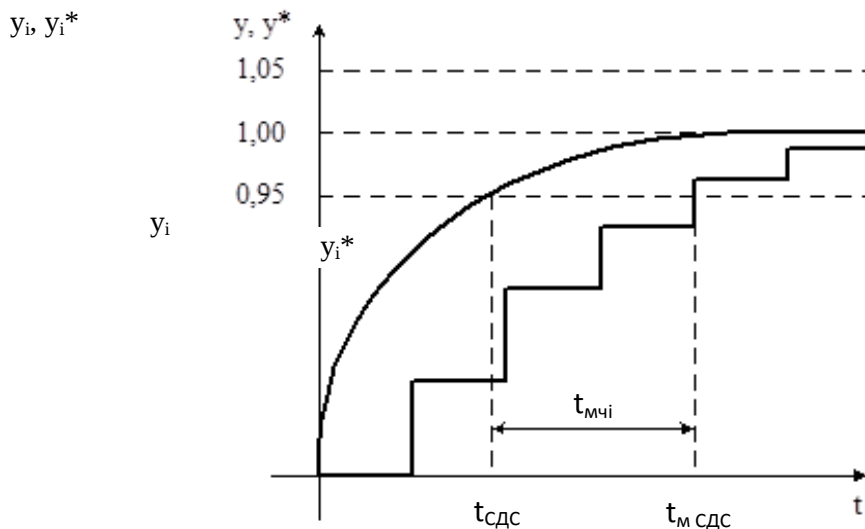


Рис. 1.6

Початкові дані для програми:

- тип моделі ПСУ, що досліджується;
- метод чисельного інтегрування диференціальних рівнянь;
- коефіцієнти диференціального рівняння;
- кількість точок для розрахунків вихідної реакції моделі ПСУ;
- крок інтегрування.

Вихідні дані програми:

- вихідна реакція моделі ПСУ;
- похибка обчислень для моделі ПСУ;
- швидкодія моделі ПСУ.

1.3 Порядок виконання роботи

1. Вивчити теоретичні відомості, необхідні для виконання роботи.
2. Виконати попередній аналіз початкових даних індивідуального варіанту (табл. 1.2).

Таблиця 1.2

Варі- ант	Кількість періодів сигналу $x(t) = A \cdot \sin(t)$ на інтервалі спостереження	Кількість кроків N інтегрування на інтервалі спостереження	a_1	b_1
1.	1	1000	0,9	1,3
2.	2	1000	0,95	1,26
3.	3	1500	0,9	1,3
4.	2	1500	0,95	1,26
5.	5	2000	0,9	1,3
6.	2	2000	0,95	1,26
7.	1	1000	1,06	0,9

8.	2	1000	1,18	0,87
9.	1	1500	1,06	0,9
10.	2	1500	1,18	0,87
11.	1	2000	1,06	0,9
12.	2	2000	1,18	0,87
13.	1	1000	0,9	1,3
14.	2	1000	0,95	1,26
15.	4	1500	0,9	1,3
16.	2	1500	0,95	1,26
17.	6	2000	0,9	1,3
18.	2	2000	0,95	1,26
19.	1	1000	1,06	0,9
20.	2	1000	1,18	0,87
21.	6	1500	1,06	0,9
22.	2	1500	1,18	0,87
23.	4	2000	1,06	0,9
24.	2	2000	1,18	0,87
25.	1	1000	0,9	1,3
26.	2	1000	0,95	1,26
27.	3	1500	0,9	1,3
28.	2	1500	0,95	1,26
29.	2	2000	0,9	1,3
30.	5	2000	0,95	1,26

3. Виконайте моделювання СУ, заданого диференціальним рівнянням $y + ay = bx$ ($a = 1, b = 1$), час моделювання 10 с. Приклад програми моделювання – Додаток А.

Замалюйте графік вхідного сигналу (ступеневий вплив, синусоїда та синусоїда, що згасає) і вихідної реакції об'єкта.

Таблиця 1.3

Метод чисельного інтегрування	Диференціальне рівняння $y + ay = bx$ ($a = 1, b = 1$) фіксований крок кількість кроків N		Диференціальне рівняння $y + a_1y = b_1x$ фіксований крок кількість кроків N		Диференціальне рівняння $y + ay = bx$ ($a = 1, b = 1$) автоматичний вибір кроку інтегрування для ode45, ode23, ode113	
	Похибка методу, умовних одиниць	Швидкодія методу чисельного інтегрування, с	Похибка методу, умовних одиниць	Швидкодія методу чисельного інтегрування, с	Похибка методу, умовних одиниць	Швидкодія методу чисельного інтегрування, с
1. ode45						
2. ode23						
3. ode113						
4. Ейлера						

5. Трапецій						
6. Симпсона						
7. Модіфі- кований Ейлера						
8. Мілна						
9. Адамса- Мултона						
10. Рунге- Кутта 4-го порядку						

4. Виконайте моделювання СУ, використовуючи коефіцієнти рівняння a_1 , b_1 з індивідуального варіанту завдання, час моделювання 10 с.

Замалюйте графік вхідного сигналу (ступеневий вплив, синусоїда та синусоїда, що згасає) вихідної реакції моделі СУ.

5. Визначте похибку моделі СУ для кожного з 10 методів чисельного інтегрування у відповідності з формулою (1.43). Заповніть таблицю 1.3.

6. Визначте швидкодію моделі СУ для кожного з 10 методів чисельного інтегрування у відповідності з формулою (1.44). Заповніть таблицю 1.3.

1.4. Зміст звіту

1. Найменування і мета роботи.
2. Початкові дані індивідуального варіанту.
3. Графік вхідного сигналу і вихідної реакції моделі СУ.
4. Заповнена таблиця 1.7.
5. Висновки по роботі.

1.5. Контрольні питання

1. Наведіть основні етапи моделювання СУ за допомогою ЕОМ.
2. Виконайте порівняльний аналіз різних методів апроксимації вхідних сигналів (кусочно-постійна і кусочно-лінійна апроксимація).
3. Порівняйте (графічно) помилки при одержанні вихідного сигналу СУ при чисельному інтегруванні по формулі прямокутників і формулі трапецій.
4. Чому при дворазовому застосуванні операції чисельного інтегрування виникає необхідність застосування формули трапецій?
5. Як отримати з диференційного рівняння n -го порядку систему з n диференціальних рівнянь першого порядку?
6. Обґрунтуйте (графічно) алгоритм передбачення і виправлення (модифікований метод Ейлера).
7. Проведіть порівняльний аналіз методів чисельного інтегрування з точки зору початкових умов, що вимагаються для початку обчислень.
8. Як отримати початкові умови для багатокрокових методів чисельного інтегрування?

9. Як оцінити похибку чисельного інтегрування для модифікованого методу Ейлера?
10. Поясніть, як оцінити похибку чисельного інтегрування для методу Рунге-Кутта?
11. Що таке процедура автоматичного регулювання кроку інтегрування?
12. Проведіть порівняльний аналіз методів чисельного інтегрування з точки зору точності і часу обчислень на ЕОМ.

Додаток А

Програма моделювання складних динамічних систем на ЕОМ

```
% Математичні та програмні засоби моделювання пристроїв та систем управління
% Лабораторна робота № 1
% Дослідження чисельних методів моделювання ІВС на ЕОМ
% Диференціальне рівняння першого порядку  $dy(t)/dt+ay(t)=bx(t)$ 
% - - - Стандартні методи рішення ode45 ode23 ode113,
% всі методи, що програмуються, та оцінка точності методів - - -

% --- Початкові дані ---
clear variables;
% Диференціальне рівняння  $dy(t)/dt+ay(t)=bx(t)$ 
% Передаточна функція  $W(p)=K/(Tp+1)$ 
%  $a=1/T$   $b=K/T$   $T=1/a$   $K=b/a$ 
a=1; b=1;
% Початкова умова  $y(0)$ 
y0=0;
% Вхідний сигнал системи  $x(t)$ 
% тип сигналу: step - ступеневий вплив;
% sin - синусоїда;
% sin_exp - синусоїда, що згасає
Type_input_x='step';
% амплітуда сигналу, В
A_input_x=1;
% частота сигналу, Гц
f_input_x=0.1;
% Інтервал спостереження, с
Tmax=10;
% Крок чисельного методу, с
tau=0.01;
% Автоматичний вибір кроку чисельного методу для ode45 ode23 ode113, так=1/ні=0
tau_auto=0;

% --- Моделювання ---
% Формування вхідного сигналу Input_x, потрібен тільки для відображення на
% графіку разом з рішенням диференціального рівняння та для методів, що
% програмуються по крокам
% В функції ODE_IMS вхідний сигнал обчислюється окремо з врахуванням поточного
% кроку інтегрування
ts=(0:tau:Tmax)';
Input_x=zeros(size(ts));

% Функція ODE_IMS для обчислення правої частини диференціального рівняння
switch lower(Type_input_x)
case 'step'
    Input_x(:)=A_input_x;
    ODE_IMS=@(t, y)[-a*y+b*A_input_x];
case 'sin'
    Input_x=A_input_x*sin(2*pi*f_input_x*ts);
    ODE_IMS=@(t, y)[-a*y+b*A_input_x*sin(2*pi*f_input_x*t)];
case 'sin_exp'
    Input_x=A_input_x*exp(-ts).*sin(2*pi*f_input_x*ts);
```

```

ODE_IMS=@(t, y)[-a*y+b*A_input_x*exp(-t).*sin(2*pi*f_input_x*t)];
end;

% Визначення відліків часу на інтервалі інтегрування Tspan для чисельного методу
if tau_auto==1
    Tspan=[0 Tmax];
else
    Tspan=0:tau:Tmax;
end;

% Задання параметрів методу чисельного рішення диференціального рівняння
% відносна похибка рішення, абсолютна похибка рішення, максимальний розмір кроку
Option_Lab_1 = odeset('RelTol', 0.001, 'AbsTol', 1e-6, 'MaxStep', Tmax/10);

% Рішення диференціального рівняння чисельним методом
% Yout - вектор-стовбець рішень диференціального рівняння першого порядку,
% в якому кожен елемент відповідає моменту часу у вектор-стовбці Tout
% ode45 - однокроковий явний метод Рунге-Кутта 4 та 5 порядків
tic;
[Tout45,Yout45] = ode45(ODE_IMS, Tspan, y0, Option_Lab_1);
Time45=toc;
% ode23 - однокроковий явний метод Рунге-Кутта 2 та 3 порядків
tic;
[Tout23,Yout23] = ode23(ODE_IMS, Tspan, y0, Option_Lab_1);
Time23=toc;
% ode113 - багатокроковий метод Адамса-Башфорта_Мултона
tic;
[Tout113,Yout113] = ode113(ODE_IMS, Tspan, y0, Option_Lab_1);
Time113=toc;

% метод прямокутників (Ейлера)
YoutRect=zeros(size(ts)); YoutRect(1)=y0;
tic;
for i=2:size(ts,1)
    YoutRect(i)=(1-tau*a)*YoutRect(i-1)+tau*b*Input_x(i-1);
end;
TimeRect=toc;
% метод трапецій
YoutTrap=zeros(size(ts)); YoutTrap(1)=y0;
tic;
for i=2:size(ts,1)
    YoutTrap(i)=((1-tau*a/2)*YoutTrap(i-1)+tau*b*Input_x(i)/2+tau*b*Input_x(i-1)/2)/(1+tau*a/2);
end;
TimeTrap=toc;
% метод Симпсона
YoutSimp=zeros(size(ts)); YoutSimp=YoutTrap; % оцінка значень функції під інтегралом за методом трапецій
tic;
for i=2:(size(ts,1)-1)
    YoutSimp(i+1)=YoutSimp(i-1)+tau/3*(-a*YoutSimp(i-1)+b*Input_x(i-1))+...
        4*tau/3*(-a*YoutSimp(i)+b*Input_x(i))+tau/3*(-a*YoutSimp(i+1)+b*Input_x(i+1));
end;
TimeSimp=toc;
% метод модифікований Ейлера (передбачення методом прямокутників та виправлення методом трапецій)
YoutReTr=zeros(size(ts)); YoutReTr(1)=y0;
tic;
for i=2:size(ts,1)
    p=YoutReTr(i-1)+tau*(-a*YoutReTr(i-1)+b*Input_x(i-1));
    YoutReTr(i)=YoutReTr(i-1)+(tau/2)*(-a*YoutReTr(i-1)+b*Input_x(i-1)-a*p+b*Input_x(i));
end;
TimeReTr=toc;
% метод Мілна 4-го порядку багатокроковий

```

```

YoutMiln=zeros(size(ts)); YoutMiln(1)=y0;
% перші значення за методом прямокутників
YoutMiln(2)=YoutRect(2); YoutMiln(3)=YoutRect(3); YoutMiln(4)=YoutRect(4);
tic;
for i=5:size(ts,1)
    p=YoutMiln(i-4)+(tau/3)*(2*(-a*YoutMiln(i-1)+b*Input_x(i-1))-(-a*YoutMiln(i-2)+b*Input_x(i-2))+...
        2*(-a*YoutMiln(i-3)+b*Input_x(i-3)));
    YoutMiln(i)=YoutMiln(i-2)+(tau/3)*((-a*p+b*Input_x(i))+4*(-a*YoutMiln(i-1)+b*Input_x(i-1))+...
        (-a*YoutMiln(i-2)+b*Input_x(i-2)));
end;
TimeMiln=toc;
% метод Адамса-Мултона багатокроковий
YoutAMult=zeros(size(ts)); YoutAMult(1)=y0;
% перші значення за методом прямокутників
YoutAMult(2)=YoutRect(2); YoutAMult(3)=YoutRect(3); YoutAMult(4)=YoutRect(4);
tic;
for i=5:size(ts,1)
    p=YoutAMult(i-1)+(tau/24)*(55*(-a*YoutAMult(i-1)+b*Input_x(i-1))-59*(-a*YoutAMult(i-2)+b*Input_x(i-2))+...
        37*(-a*YoutAMult(i-3)+b*Input_x(i-3))-9*(-a*YoutAMult(i-4)+b*Input_x(i-4)));
    YoutAMult(i)=YoutAMult(i-1)+(tau/24)*(9*(-a*p+b*Input_x(i))+19*(-a*YoutAMult(i-1)+b*Input_x(i-1))-...
        5*(-a*YoutAMult(i-2)+b*Input_x(i-2))+(-a*YoutAMult(i-3)+b*Input_x(i-3)));
end;
TimeAMult=toc;
% метод Рунге-Кутта 4 порядку
YoutRC4=zeros(size(ts)); YoutRC4(1)=y0;
tic;
for i=2:size(ts,1)
    k1=-a*YoutRC4(i-1)+b*Input_x(i-1);
    k2=-a*(YoutRC4(i-1)+(tau/2)*k1)+b*Input_x(i-1);
    k3=-a*(YoutRC4(i-1)+(tau/2)*k2)+b*Input_x(i-1);
    k4=-a*(YoutRC4(i-1)+(tau/2)*k3)+b*Input_x(i-1);
    YoutRC4(i)=YoutRC4(i-1)+(tau/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4);
end;
TimeRC4=toc;

% Обчислення значень точного рішення диференціального рівняння
switch lower(Type_input_x)
    case 'step'
        YoutPrecise=b/a+(y0-b/a)*exp(-a*ts);
        YoutPrecise45=b/a+(y0-b/a)*exp(-a*Tout45);
        YoutPrecise23=b/a+(y0-b/a)*exp(-a*Tout23);
        YoutPrecise113=b/a+(y0-b/a)*exp(-a*Tout113);
    case 'sin'
        YoutPrecise=b*A_input_x*(a*sin(2*pi*f_input_x*ts)-
            2*pi*f_input_x*cos(2*pi*f_input_x*ts))/(a^2+(2*pi*f_input_x)^2)+...
            (y0+b*A_input_x*2*pi*f_input_x/(a^2+(2*pi*f_input_x)^2))*exp(-a*ts);
        YoutPrecise45=b*A_input_x*(a*sin(2*pi*f_input_x*Tout45)-
            2*pi*f_input_x*cos(2*pi*f_input_x*Tout45))/(a^2+(2*pi*f_input_x)^2)+...
            (y0+b*A_input_x*2*pi*f_input_x/(a^2+(2*pi*f_input_x)^2))*exp(-a*Tout45);
        YoutPrecise23=b*A_input_x*(a*sin(2*pi*f_input_x*Tout23)-
            2*pi*f_input_x*cos(2*pi*f_input_x*Tout23))/(a^2+(2*pi*f_input_x)^2)+...
            (y0+b*A_input_x*2*pi*f_input_x/(a^2+(2*pi*f_input_x)^2))*exp(-a*Tout23);
        YoutPrecise113=b*A_input_x*(a*sin(2*pi*f_input_x*Tout113)-
            2*pi*f_input_x*cos(2*pi*f_input_x*Tout113))/(a^2+(2*pi*f_input_x)^2)+...
            (y0+b*A_input_x*2*pi*f_input_x/(a^2+(2*pi*f_input_x)^2))*exp(-a*Tout113);
    case 'sin_exp'
        YoutPrecise=b*A_input_x*exp(-ts).*((a-1)*sin(2*pi*f_input_x*ts)-
            2*pi*f_input_x*cos(2*pi*f_input_x*ts))/((a-1)^2+(2*pi*f_input_x)^2)+...

```

```

        (y0+b*A_input_x*2*pi*f_input_x/((a-1)^2+(2*pi*f_input_x)^2))*exp(-
a*ts);
        YoutPrecise45=b*A_input_x*exp(-Tout45).*((a-
1)*sin(2*pi*f_input_x*Tout45)-2*pi*f_input_x*cos(2*pi*f_input_x*Tout45))/((a-
1)^2+(2*pi*f_input_x)^2)+...
        (y0+b*A_input_x*2*pi*f_input_x/((a-1)^2+(2*pi*f_input_x)^2))*exp(-
a*Tout45);
        YoutPrecise23=b*A_input_x*exp(-Tout23).*((a-
1)*sin(2*pi*f_input_x*Tout23)-2*pi*f_input_x*cos(2*pi*f_input_x*Tout23))/((a-
1)^2+(2*pi*f_input_x)^2)+...
        (y0+b*A_input_x*2*pi*f_input_x/((a-1)^2+(2*pi*f_input_x)^2))*exp(-
a*Tout23);
        YoutPrecise113=b*A_input_x*exp(-Tout113).*((a-
1)*sin(2*pi*f_input_x*Tout113)-2*pi*f_input_x*cos(2*pi*f_input_x*Tout113))/((a-
1)^2+(2*pi*f_input_x)^2)+...
        (y0+b*A_input_x*2*pi*f_input_x/((a-1)^2+(2*pi*f_input_x)^2))*exp(-
a*Tout113);
end;

```

% Оцінка точності методів чисельного рішення диференціального рівняння

```

Delta45=zeros(size(Yout45)); Delta23=zeros(size(Yout23));
Delta113=zeros(size(Yout113));
DeltaRect=zeros(size(YoutRect)); DeltaTrap=zeros(size(YoutTrap));
DeltaSimp=zeros(size(YoutSimp));
DeltaReTr=zeros(size(YoutReTr)); DeltaMiln=zeros(size(YoutMiln));
DeltaAMult=zeros(size(YoutAMult));
DeltaRC4=zeros(size(YoutRC4));
Delta45=Yout45-YoutPrecise45;
Delta23=Yout23-YoutPrecise23;
Delta113=Yout113-YoutPrecise113;
DeltaRect=YoutRect-YoutPrecise;
DeltaTrap=YoutTrap-YoutPrecise;
DeltaSimp=YoutSimp-YoutPrecise;
DeltaReTr=YoutReTr-YoutPrecise;
DeltaMiln=YoutMiln-YoutPrecise;
DeltaAMult=YoutAMult-YoutPrecise;
DeltaRC4=YoutRC4-YoutPrecise;
Delta45Max=max(abs(Delta45)); Delta23Max=max(abs(Delta23));
Delta113Max=max(abs(Delta113));
Delta45Mean=mean(Delta45); Delta23Mean=mean(Delta23);
Delta113Mean=mean(Delta113);
Delta45Std=std(Delta45); Delta23Std=std(Delta23); Delta113Std=std(Delta113);
DeltaRectMax=max(abs(DeltaRect)); DeltaRectMean=mean(DeltaRect);
DeltaRectStd=std(DeltaRect);
DeltaTrapMax=max(abs(DeltaTrap)); DeltaTrapMean=mean(DeltaTrap);
DeltaTrapStd=std(DeltaTrap);
DeltaSimpMax=max(abs(DeltaSimp)); DeltaSimpMean=mean(DeltaSimp);
DeltaSimpStd=std(DeltaSimp);
DeltaReTrMax=max(abs(DeltaReTr)); DeltaReTrMean=mean(DeltaReTr);
DeltaReTrStd=std(DeltaReTr);
DeltaMilnMax=max(abs(DeltaMiln)); DeltaMilnMean=mean(DeltaMiln);
DeltaMilnStd=std(DeltaMiln);
DeltaAMultMax=max(abs(DeltaAMult)); DeltaAMultMean=mean(DeltaAMult);
DeltaAMultStd=std(DeltaAMult);
DeltaRC4Max=max(abs(DeltaRC4)); DeltaRC4Mean=mean(DeltaRC4);
DeltaRC4Std=std(DeltaRC4);

```

% Оцінка швидкодії методів чисельного рішення диференціального рівняння

% тільки для ступеневого вхідного сигналу, фіксується час досягнення

% рівня 95% від сталого значення амплітуди вихідного сигналу

```

if strcmp(Type_input_x,'step')==1
    NState=find(Yout45>=(0.95*A_input_x));
    if size(NState,1)==0, NState(1)=size(Yout45,1); end;
    TState45=Tout45(NState(1));
    NState=find(Yout23>=(0.95*A_input_x));
    if size(NState,1)==0, NState(1)=size(Yout23,1); end;

```

```

TState23=Tout23(NState(1));
NState=find(Yout113>=(0.95*A_input_x));
if size(NState,1)==0, NState(1)=size(Yout113,1); end;
TState113=Tout113(NState(1));
NState=find(YoutRect>=(0.95*A_input_x));
if size(NState,1)==0, NState(1)=size(YoutRect,1); end;
TStateRect=ts(NState(1));
NState=find(YoutTrap>=(0.95*A_input_x));
if size(NState,1)==0, NState(1)=size(YoutTrap,1); end;
TStateTrap=ts(NState(1));
NState=find(YoutSimp>=(0.95*A_input_x));
if size(NState,1)==0, NState(1)=size(YoutSimp,1); end;
TStateSimp=ts(NState(1));
NState=find(YoutReTr>=(0.95*A_input_x));
if size(NState,1)==0, NState(1)=size(YoutReTr,1); end;
TStateReTr=ts(NState(1));
NState=find(YoutMiln>=(0.95*A_input_x));
if size(NState,1)==0, NState(1)=size(YoutMiln,1); end;
TStateMiln=ts(NState(1));
NState=find(YoutAMult>=(0.95*A_input_x));
if size(NState,1)==0, NState(1)=size(YoutAMult,1); end;
TStateAMult=ts(NState(1));
NState=find(YoutRC4>=(0.95*A_input_x));
if size(NState,1)==0, NState(1)=size(YoutRC4,1); end;
TStateRC4=ts(NState(1));
else
    TState45=0; TState23=0; TState113=0;
    TStateRect=0; TStateTrap=0; TStateSimp=0;
    TStateReTr=0; TStateMiln=0; TStateAMult=0;
    TStateRC4=0;
end;

% --- Виведення результатів моделювання ---
figure;
plot(ts, Input_x, 'k--', ts, YoutPrecise, 'k-', ...
      Tout45, Yout45(:,1), 'r-', Tout23, Yout23(:,1), 'g-', Tout113,
      Yout113(:,1), 'b:');
legend('вхід', 'вихід точно', 'вихід ode45', 'вихід ode23', 'вихід ode113');
title('Моделювання систем першого порядку чис. мет. MATLAB');
xlabel('Час, с'); ylabel('Амплітуда сигналів входу і виходу, В');
grid on;
figure;
plot(ts, Input_x, 'k--', ts, YoutPrecise, 'k-', ...
      ts, YoutRect, 'r-', ts, YoutTrap, 'g-', ts, YoutSimp, 'b-', ...
      ts, YoutReTr, 'r--', ts, YoutMiln, 'g--', ts, YoutAMult, 'b--', ts,
      YoutRC4, 'r-');
legend('вхід', 'вихід точно', 'вихід метод прямок.', 'вихід метод трап.', 'вихід
метод Симпс.', ...
      'вихід метод мод.Ейл.', 'вихід метод Мілна', 'вихід метод Адамс.М',
      'вихід метод Р-К 4п');
title('Моделювання систем першого порядку чис. мет., що програмуються');
xlabel('Час, с'); ylabel('Амплітуда сигналів входу і виходу, В');
grid on;
fprintf(1,'Лабораторна робота № 1\n');
fprintf(1,'Дослідження чисельних методів моделювання ІВС на ЕОМ\n');
fprintf(1,'Чисельні методи рішення диф рівняння ode45, ode23, ode113 та 7
методів, що програмуються по крокам\n');
fprintf(1,'Диференціальне рівняння dy/dt+ay(t)=bx(t), a = %7.3f, b = %7.3f\n',
a, b);
fprintf(1,'Початкова умова y(0) = %7.3f\n', y0);
fprintf(1,'Вхідний сигнал системи x(t) %s\n', Type_input_x);
fprintf(1,'Амплітуда сигналу, В та частота сигналу, Гц %7.3f %7.3f\n',
A_input_x, f_input_x);
fprintf(1,'Автоматичний вибір кроку чисельного методу для ode45 ode23 ode113,
так=1/ni=0 %7.3f\n', tau_auto);

```

```

fprintf(1, 'Інтервал спостереження, с та Крок чисельного методу, с %7.3f
%7.3f\n', Tmax, tau);
fprintf(1, 'Час вирішення диф рівняння для ode45 ode23 ode113, с %10.5f %10.5f
%10.5f\n', ...
Time45, Time23, Time113);
fprintf(1, 'Час вирішення диф рівняння для методів, що програмуються по крокам ,
с %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f\n', ...
TimeRect, TimeTrap, TimeSimp, TimeReTr, TimeMiln, TimeAMult, TimeRC4);
fprintf(1, 'Оцінки амплітудних похибок (В) та швидкодії (с) вихідного сигналу для
чисельних методів\n');
fprintf(1, '
макс зн середне зн СКЗ, В швидкодія,
с\n');
fprintf(1, 'Метод ode45 %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f\n', Delta45Max,
Delta45Mean, Delta45Std, TState45);
fprintf(1, 'Метод ode23 %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f\n', Delta23Max,
Delta23Mean, Delta23Std, TState23);
fprintf(1, 'Метод ode113 %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f\n', Delta113Max,
Delta113Mean, Delta113Std, TState113);
fprintf(1, 'Метод прямокутників %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f\n', DeltaRectMax,
DeltaRectMean, DeltaRectStd, TStateRect);
fprintf(1, 'Метод трапецій %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f\n', DeltaTrapMax,
DeltaTrapMean, DeltaTrapStd, TStateTrap);
fprintf(1, 'Метод Симпсона %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f\n', DeltaSimpMax,
DeltaSimpMean, DeltaSimpStd, TStateSimp);
fprintf(1, 'Метод модиф.Ейлера %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f\n', DeltaReTrMax,
DeltaReTrMean, DeltaReTrStd, TStateReTr);
fprintf(1, 'Метод Мілна 4п %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f\n', DeltaMilnMax,
DeltaMilnMean, DeltaMilnStd, TStateMiln);
fprintf(1, 'Метод Адамса-Мултона %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f\n', DeltaAMultMax,
DeltaAMultMean, DeltaAMultStd, TStateAMult);
fprintf(1, 'Метод Рунге-Кутта 4п %10.5f %10.5f %10.5f %10.5f\n', DeltaRC4Max,
DeltaRC4Mean, DeltaRC4Std, TStateRC4);
fprintf(1, '\n');

```

Результати обчислення вихідної реакції системи на основі методів чисельного інтегрування

Лабораторна робота № 1

Дослідження чисельних методів моделювання ПСУ на ЕОМ

Чисельні методи рішення диф рівняння ode45, ode23, ode113 та 7 методів, що програмуються по крокам

Диференціальне рівняння $dy/dt + ay(t) = bx(t)$, $a = 1.000$, $b = 1.000$

Початкова умова $y(0) = 0.000$

Вхідний сигнал системи $x(t)$ step

Амплітуда сигналу, В та частота сигналу, Гц 1.000 0.100

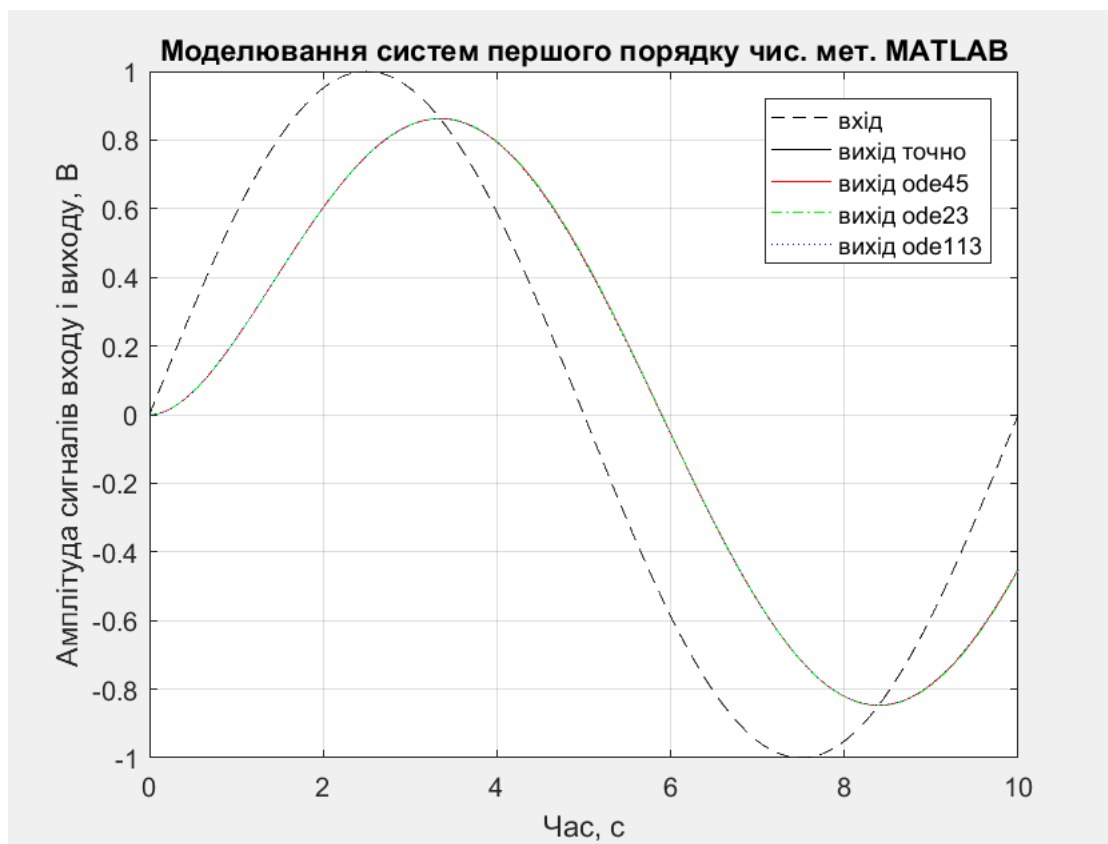
Автоматичний вибір кроку чисельного методу для ode45 ode23 ode113, так=1/ні=0 0.000

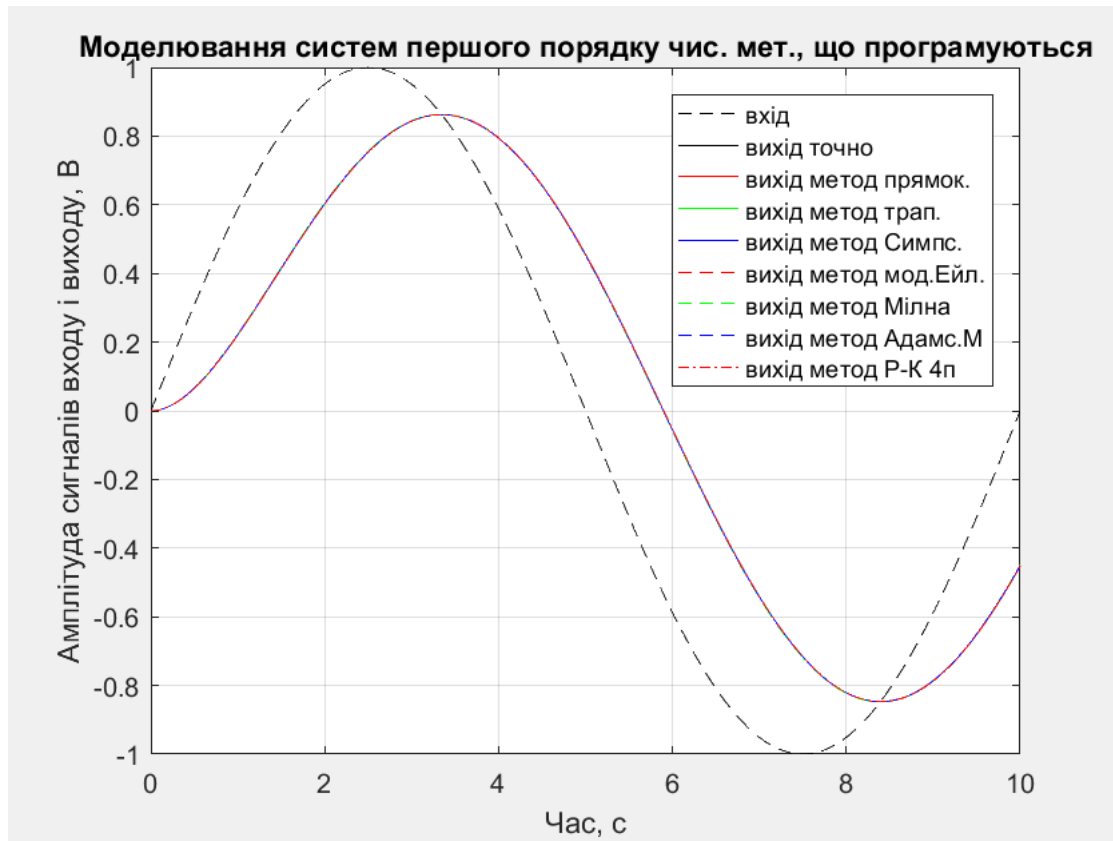
Інтервал спостереження, с та Крок чисельного методу, с 10.000 0.010

Час вирішення диф рівняння для ode45 ode23 ode113, с 0.75631 0.25313 0.49593

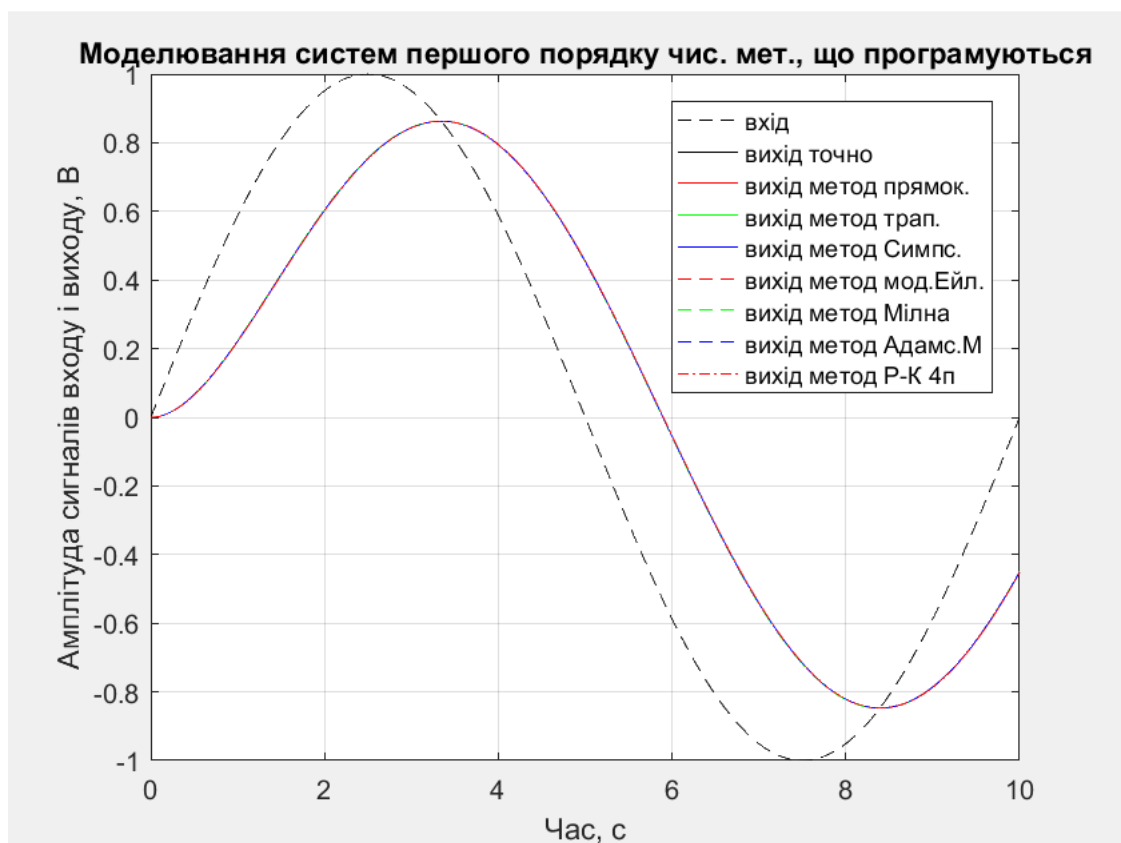
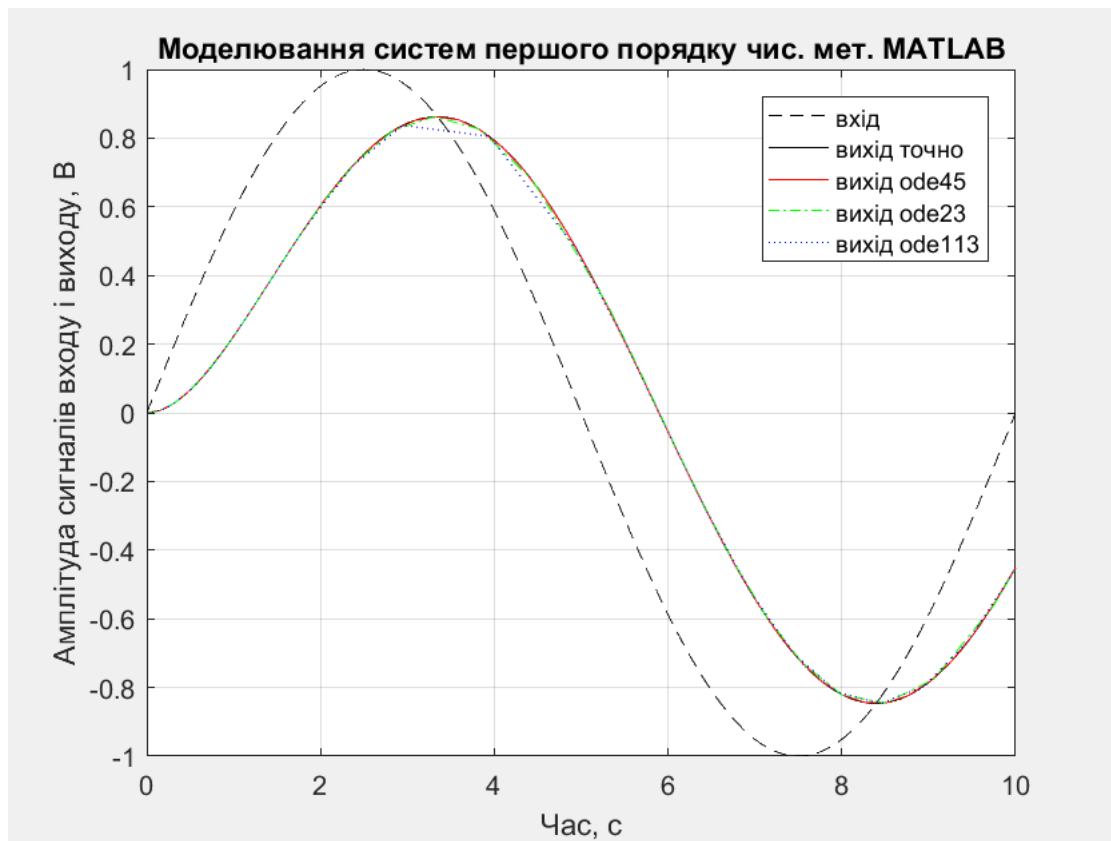
Час вирішення диф рівняння для методів, що програмуються по крокам , с 0.00679 0.00497 0.00702 0.01132 0.01018 0.01226 0.01692

Лабораторна робота № 1
Дослідження чисельних методів моделювання ІВС на ЕОМ
Чисельні методи рішення диф рівняння ode45, ode23, ode113 та 7 методів, що програмуються по крокам
Диференціальне рівняння $dy/dt + ay(t) = bx(t)$, $a = 1.000$, $b = 1.000$
Початкова умова $y(0) = 0.000$
Вхідний сигнал системи $x(t) \sin$
Амплітуда сигналу, В та частота сигналу, Гц $1.000 \quad 0.100$
Автоматичний вибір кроку чисельного методу для ode45 ode23 ode113, $\text{так} = 1/\text{ні} = 0 \quad 0.000$
Інтервал спостереження, с та Крок чисельного методу, с $10.000 \quad 0.010$
Час вирішення диф рівняння для ode45 ode23 ode113, с $0.15254 \quad 0.14854 \quad 0.23841$
Час вирішення диф рівняння для методів, що програмуються по крокам , с $0.00670 \quad 0.00582 \quad 0.00726 \quad 0.01079 \quad 0.01023 \quad 0.01223 \quad 0.01674$





Лабораторна робота № 1
Дослідження чисельних методів моделювання ІВС на ЕОМ
Чисельні методи рішення диф рівняння ode45, ode23, ode113 та 7
методів, що програмуються по крокам
Диференціальне рівняння $dy/dt + ay(t) = bx(t)$, $a = 1.000$, $b = 1.000$
Початкова умова $y(0) = 0.000$
Вхідний сигнал системи $x(t) \sin$
Амплітуда сигналу, В та частота сигналу, Гц $1.000 \quad 0.100$
Автоматичний вибір кроку чисельного методу для ode45 ode23 ode113,
 $\text{так} = 1/\text{ні} = 0 \quad 1.000$
Інтервал спостереження, с та Крок чисельного методу, с 10.000
 0.010
Час вирішення диф рівняння для ode45 ode23 ode113, с 0.05875
 $0.04697 \quad 0.11951$
Час вирішення диф рівняння для методів, що програмуються по крокам ,
с $0.00604 \quad 0.00494 \quad 0.00632 \quad 0.01044 \quad 0.00989 \quad 0.01209$
 0.01577



Оцінка точності методів чисельного інтегрування

Лабораторна робота № 1

Дослідження чисельних методів моделювання ПСУ на ЕОМ

Чисельні методи рішення диф рівняння ode45, ode23, ode113 та 7 методів, що програмується по крокам

Диференціальне рівняння $dy/dt + ay(t) = bx(t)$, $a = 1.000$, $b = 1.000$

Початкова умова $y(0) = 0.000$

Вхідний сигнал системи $x(t)$ step

Амплітуда сигналу, В та частота сигналу, Гц 1.000 0.100

Автоматичний вибір кроку чисельного методу для ode45 ode23 ode113,

так=1/ні=0 0.000

Інтервал спостереження, с та Крок чисельного методу, с 10.000 0.010

Час вирішення диф рівняння для ode45 ode23 ode113, с 0.75631

0.25313 0.49593

Час вирішення диф рівняння для методів, що програмується по крокам, с

0.00679 0.00497 0.00702 0.01132 0.01018 0.01226 0.01692

Оцінки амплітудних похибок (В) та швидкодії (с) вихідного сигналу для чисельних методів

	макс зн	середнє зн	СКЗ, В	швидкодія, с
Метод ode45	0.00009	0.00000	0.00003	3.00000
Метод ode23	0.00182	0.00060	0.00053	2.98000
Метод ode113	0.00084	-0.00016	0.00035	3.01000
Метод прямокутників	0.00185	0.00050	0.00062	2.99000
Метод трапецій	0.00000	0.00000	0.00000	3.00000
Метод Симпсона	0.00001	-0.00000	0.00000	3.00000
Метод модиф.Ейлера	0.00001	-0.00000	0.00000	3.00000
Метод Мілна 4п	0.00187	0.00051	0.00062	2.99000
Метод Адамса-Мултона	0.00015	0.00001	0.00003	3.00000
Метод Рунге-Кутта 4п	0.00031	0.00008	0.00010	3.00000

Лабораторна робота № 1

Дослідження чисельних методів моделювання ІВС на ЕОМ

Чисельні методи рішення диф рівняння ode45, ode23, ode113 та 7 методів, що програмується по крокам

Диференціальне рівняння $dy/dt + ay(t) = bx(t)$, $a = 1.000$, $b = 1.000$

Початкова умова $y(0) = 0.000$

Вхідний сигнал системи $x(t)$ sin

Амплітуда сигналу, В та частота сигналу, Гц 1.000 0.100

Автоматичний вибір кроку чисельного методу для ode45 ode23 ode113, так=1/ні=0 0.000

Інтервал спостереження, с та Крок чисельного методу, с 10.000 0.010

Час вирішення диф рівняння для ode45 ode23 ode113, с 0.15254 0.14854 0.23841

Час вирішення диф рівняння для методів, що програмується по крокам, с 0.00670 0.00582 0.00726 0.01079 0.01023 0.01223 0.01674

Оцінки амплітудних похибок (В) та швидкодії (с) вихідного сигналу для чисельних методів

	макс зн	середнє зн	СКЗ, В	швидкодія, с
Метод ode45	0.00027	-0.00001	0.00011	0.00000
Метод ode23	0.00364	0.00033	0.00159	0.00000
Метод ode113	0.00235	-0.00038	0.00086	0.00000
Метод прямокутників	0.00142	-0.00010	0.00095	0.00000
Метод трапецій	0.00000	-0.00000	0.00000	0.00000
Метод Симпсона	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Метод модиф.Ейлера	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000
Метод Мілна 4п	0.00243	-0.00033	0.00130	0.00000
Метод Адамса-Мултона	0.00009	-0.00001	0.00002	0.00000
Метод Рунге-Кутта 4п	0.00235	0.00017	0.00148	0.00000

Лабораторна робота № 1
Дослідження чисельних методів моделювання ІВС на ЕОМ
Чисельні методи рішення диф рівняння ode45, ode23, ode113 та 7 методів, що програмуються по крокам
Диференціальне рівняння $dy/dt+ay(t)=bx(t)$, $a = 1.000$, $b = 1.000$
Початкова умова $y(0) = 0.000$
Вхідний сигнал системи $x(t) \sin$
Амплітуда сигналу, В та частота сигналу, Гц $1.000 \quad 0.100$
Автоматичний вибір кроку чисельного методу для ode45 ode23 ode113, $\text{так}=1/\text{ні}=0 \quad 1.000$
Інтервал спостереження, с та Крок чисельного методу, с $10.000 \quad 0.010$
Час вирішення диф рівняння для ode45 ode23 ode113, с $0.05875 \quad 0.04697 \quad 0.11951$
Час вирішення диф рівняння для методів, що програмуються по крокам , с $0.00604 \quad 0.00494 \quad 0.00632 \quad 0.01044 \quad 0.00989 \quad 0.01209 \quad 0.01577$

Оцінки амплітудних похибок (В) та швидкодії (с) вихідного сигналу для чисельних методів

	макс зн	середнє зн	СКЗ, В	швидкодія, с
Метод ode45	0.00027	-0.00002	0.00011	0.00000
Метод ode23	0.00644	0.00066	0.00199	0.00000
Метод ode113	0.00105	-0.00015	0.00030	0.00000
Метод прямокутників	0.00142	-0.00010	0.00095	0.00000
Метод трапецій	0.00000	-0.00000	0.00000	0.00000
Метод Симпсона	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Метод модиф.Ейлера	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000
Метод Мілна 4п	0.00243	-0.00033	0.00130	0.00000
Метод Адамса-Мултона	0.00009	-0.00001	0.00002	0.00000
Метод Рунге-Кутта 4п	0.00235	0.00017	0.00148	0.00000