

# ЛЕКЦІЯ 12

# Цифровий підпис



# План

1. Поняття цифрового підпису

2. Процедури створення та перевірки підпису

3. Схеми цифрового підпису RSA та Ель-Гамала

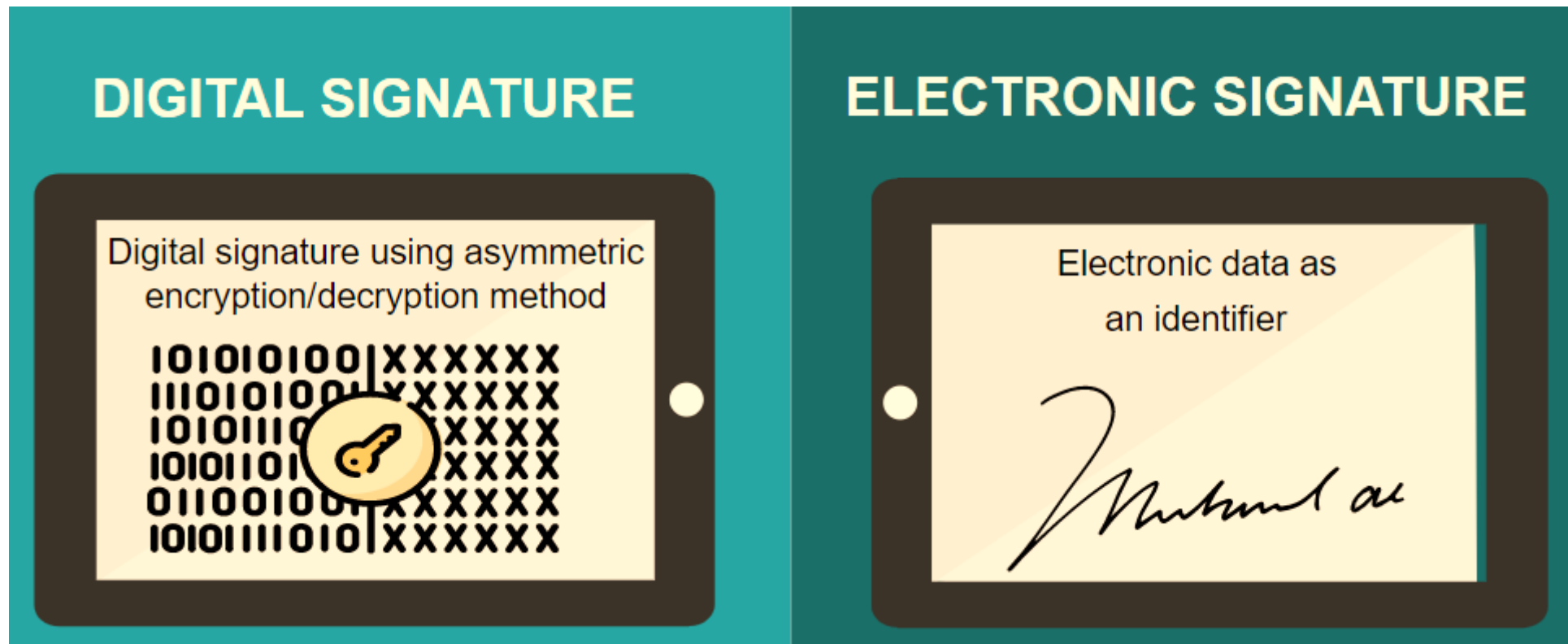
4. Стандарт цифрового підпису DSS

# 1. Поняття цифрового підпису

**Електронний підпис** – електронні дані, які додаються підписувачем до інших електронних даних або логічно з ними пов'язуються і використовуються ним як підпис

**(Електронний) цифровий підпис** – вид електронного підпису, отриманого за результатом **криптографічного перетворення** набору електронних даних, який додається до цього набору або логічно з ним поєднується і дає змогу підтвердити його **цілісність та ідентифікувати підписувача**

# 1. Поняття цифрового підпису



Цифровий підпис є видом електронного підпису і використовує **криптографічні хеш-функції і ключі**

# 1. Поняття цифрового підпису

## Призначення ЦП

Контроль цілісності документа	при будь-якій випадковій або навмисній зміні документа підпис стане недійсним, тому що обчислений він на підставі початкового стану документа та відповідає лише йому
Захист від зміни (підробки) документа	гарантія виявлення підробки у процесі контролю цілісності робить підробку недоцільною у більшості випадків
Неможливість відмови від авторства	власник підпису під документом не може відмовитися від нього, оскільки можна довести, що підпис був створений закритим ключем, який відомий тільки власнику ключа (автору документа)
Доказове підтвердження авторства документа	знаючи закритий ключ, власник (автор документа) може однозначно довести своє авторство підпису під документом

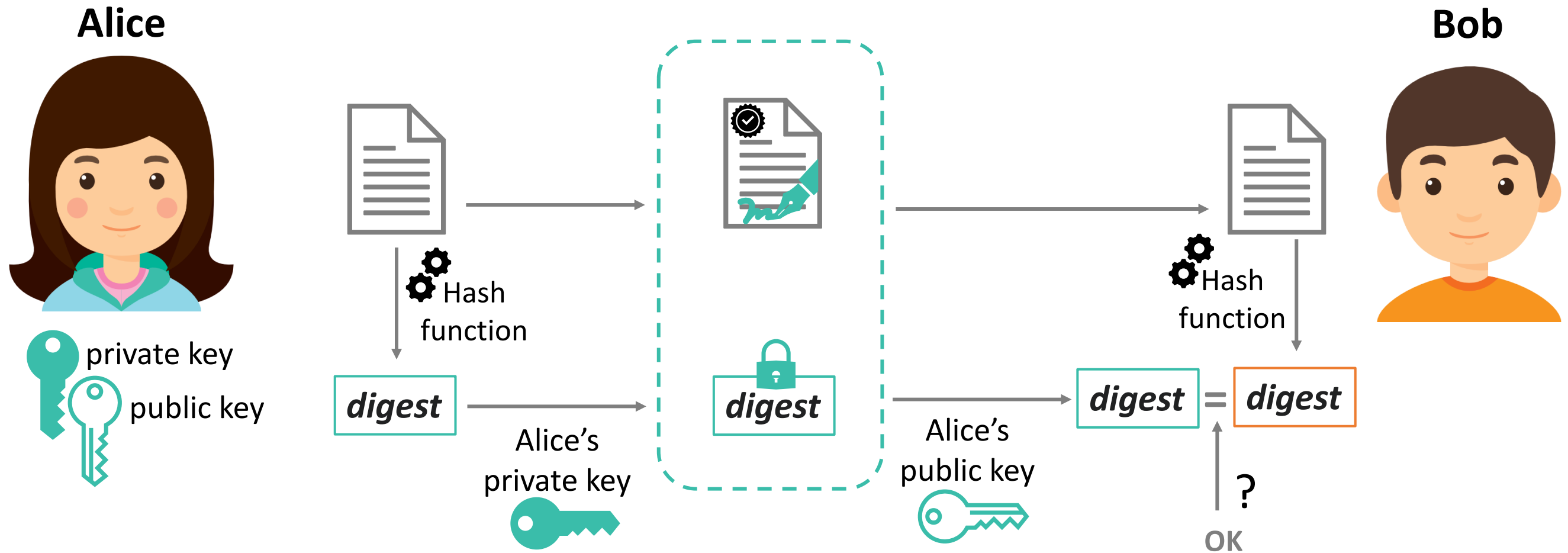
## 2. Процедури створення та перевірки підпису

1. **Генерація пари ключів.** За допомогою алгоритму генерації ключів створюється пара ключів – **закритий** (для створення підпису) та **відкритий** (для перевірки підпису).

2. **Формування підпису.** Для заданого електронного документу за допомогою деякої **хеш-функції** обчислюється **хеш-значення**, після чого воно зашифровується із використанням **закритого ключа підписувача**. Зашифрований дайджест і є **ЦП** для даного документу.

3. **Перевірка (верифікація) підпису.** Для отриманого документу одержувач знову обчислює його **хеш-значення**, після чого за допомогою **відкритого ключа підписувача** дешифрує ЦП. Якщо **хеші рівні** – підпис справжній.

# 2. Процедури створення та перевірки підпису



## 2. Процедури створення та перевірки підпису

### Інфраструктура відкритих ключів

- ✓ Центр сертифікації ключів;
- ✓ Центр реєстрації;
- ✓ Каталог (репозитарій, реєстр) сертифікатів;
- ✓ Сервер відновлення ключів;
- ✓ Користувачі (кінцеві суб'єкти);
- ✓ Нормативні документи.





## 2. Процедури створення та перевірки підпису

### Управління ключами

Управлінням ключами займаються **центри сертифікації ключів (ЦСК)**, що забезпечують:

- доступ користувача до справжнього відкритого ключа іншого користувача;
- захист ключів від підміни зловмисником;
- організацію відкликання ключа у випадку його компрометації.

**Сертифікат**, який видається ЦСК дозволяє підтвердити **дані про власника** і його **відкритий ключ**



# 3. Схеми цифрового підпису RSA та Ель-Гамала

## Схема цифрового підпису RSA

Закритий ключ:  $(d, n)$

Відкритий ключ:  $(e, n)$

### Підписування

ЦП для  $h(M)$  буде мати вигляд:  $s = h(M)^d \bmod n$

### Перевірка підпису

Приймається пара  $(M, s)$  і обчислюється  $h(M)$  і порівнюється з  $s^e \bmod n = (h(M)^d \bmod n)^e \bmod n = h(M)$

# 3. Схеми цифрового підпису RSA та Ель-Гамаля

**Приклад 3.1:** Підписати та перевірити підпис повідомлення  $M$  хеш-значення, якого  $h(M) = 88$ .

$$p = 17, q = 11$$
$$n = 187, \varphi(n) = 160$$

Закритий ключ:  $d = 23$

Відкритий ключ:

$$e = 7$$

**Підписування:**

$$s = h(M)^d \bmod n =$$
$$= 88^{23} \bmod 187 = 11$$

**Перевірка підпису**

Приймається пара  $(M, 11)$  та дешифрується хеш:

$$s^e \bmod n = 11^7 \bmod 187 = 88$$

# 3. Схеми цифрового підпису RSA та Ель-Гамала

## Схема цифрового підпису Ель-Гамала

Закритий ключ:  $x$   
Сесійний ключ:  $k$

Відкритий ключ:  $(p, g, y)$

### Підписування

ЦП для  $h(M)$  буде пара:

$$r = g^k \bmod p$$
$$s = k^{-1}(h(M) - xr) \bmod p - 1$$

### Перевірка підпису

Приймається  $(M, r, s)$   
і підпис вважається дійсним,

якщо:

$$g^{h(M)} \equiv y^r r^s \pmod{p}$$

# 3. Схеми цифрового підпису RSA та Ель-Гамаля

**Приклад 3.2:** Підписати та перевірити підпис повідомлення  $M$  хеш-значення, якого  $h(M) = 14$ .

$$p = 19, g = 10$$

**Закритий ключ:**  $x = 16$

Сесійний ключ:  $k = 5$

$$y = g^x \bmod p = 10^{16} \bmod 19 = 4$$

**Відкритий ключ:**

$$(p, g, y) = 19, 10, 4$$

## Підписування

$$r = 10^5 \bmod 19 = 3$$

$$\begin{aligned} s &= 5^{-1}(14 - 16 \cdot 3) \bmod 18 = \\ &= -374 \bmod 18 = 4 \end{aligned}$$

$5 \cdot ? \equiv 1 \bmod 18 \rightarrow 5^{-1} \bmod 18 = 11$   
(за розширеним алгоритмом Евкліда)

## Перевірка підпису

Приймається  $(M, 3, 4)$ :

$$g^{h(M)} \bmod p = 10^{14} \bmod 19 = 16$$

$$\begin{aligned} y^r r^s \bmod p &= 4^3 \cdot 3^4 \bmod 19 \\ &= 16 \end{aligned}$$

# 4. Стандарт цифрового підпису DSS

Національний інститут стандартів і технології США (NIST) розробив федеральний стандарт цифрового підпису **DSS (Digital Signature Standard)**

Для створення цифрового підпису використовується алгоритм **DSA (Digital Signature Algorithm)**



Як хеш-алгоритм стандарт передбачає використання алгоритму **SHA-1 (Secure Hash Algorithm)**

# 4. Стандарт цифрового підпису DSS

## Генерація ключів у DSA

1. Генерується **просте** число  $p$ , таке що  $2^{L-1} < p < 2^L$ ,  $512 \leq L \leq 1024$  і  $L$  кратне 64
2. Обирається  $q$  – **простий дільник**  $p - 1$ , таке  $2^{159} < q < 2^{160}$
3. **Обчислюється**  $g = h^{(p-1)/q} \bmod p$ , де  $h$  **будь-яке ціле число** таке, що  $0 \leq h \leq p - 1$  та  $h^{(p-1)/q} \bmod p > 1$
6. Вибирається  $x$  – **випадкове ціле число**, таке що  $0 < x < q$
5. **Обчислюється**  $y = g^x \bmod p$
6.  $x$  і  $y$  є **закритим** і **відкритим** ключами, відповідно

# 4. Стандарт цифрового підпису DSS

## Підпис повідомлення

Підпис повідомлення  $M$  із використанням **закритого ключа** підписувача виглядає наступним чином:

1. Вибирається випадкове ціле число  $k$  – разовий секретний ключ, де  $0 < k < q$
2. Обчислюється  $r = (g^k \bmod p) \bmod q$
3. Обчислюється  $s = k^{-1}(h(M) + xr) \bmod q$ , де  $h(M)$  – значення хеш-функції **SHA-1** від повідомлення  $M$
4. Підписом для повідомлення  $M$  є пара  $(r, s)$



# 4. Стандарт цифрового підпису DSS

## Перевірка підпису

Перевірка підпису із використанням **відкритого ключа** підписувача виглядає наступним чином:

1. Обчислюється  $w = s^{-1} \bmod q$

2. Обчислюється  $u_1 = (h(M)w) \bmod q$

3. Обчислюється  $u_2 = (rw) \bmod q$

4. Обчислюється  $v = ((g^{u_1} y^{u_2}) \bmod p) \bmod q$

5. Підпис дійсний, якщо  $v = r$

# 4. Стандарт цифрового підпису DSS

**Приклад 4.1:** Підписати та перевірити підпис повідомлення  $M$  хеш-значення, якого  $h(M) = 3$ .

## Генерація ключів

$$p = 23, p - 1 = 23 - 1 = 22;$$

$$q = 11;$$

$$h = 2;$$

$$g = h^{(p-1)/q} \bmod p = 2^{22/11} \bmod 23 = 4;$$

**Закритий ключ:**  $x = 5$ ;

**Відкритий ключ:**  $y = g^x \bmod p = 4^5 \bmod 23 = 1024 \bmod 23 = 12$ .

# 4. Стандарт цифрового підпису DSS

**Приклад 4.1:** Підписати та перевірити підпис повідомлення  $M$  хеш-значення, якого  $h(M) = 3$ .

## Підписування

Сесійний ключ:  $k = 3$

$$r = (4^3 \bmod 23) \bmod 11 \\ = 18 \bmod 11 = 7$$

$$s = 3^{-1}(3 + 5 \cdot 7) \bmod 11 = 4 \\ = 152 \bmod 11 = 9$$

$$3^{-1} \bmod 11 = 4$$

(за розширеним алгоритмом Евкліда)

## Перевірка підпису

Приймається  $(M, 7, 9)$ :

$$w = s^{-1} \bmod q = 9^{-1} \bmod 11 = 5$$

$$u_1 = 3 \cdot 5 \bmod 11 = 4$$

$$u_2 = 7 \cdot 5 \bmod 11 = 2$$

$$v = ((4^4 \cdot 12^2) \bmod 23) \bmod 11 \\ = 18 \bmod 11 = 7$$

$$v = r$$