

Лекція 6

ЗПР в умовах невизначеності

Прийняття рішення в умовах невизначеності має місце, коли та чи інша дія (або всі дії) призводить до множини можливих результатів, ймовірності яких ОПР невідомі.

Часто результат рішення залежить від настання певних зовнішніх ситуацій, які не лише не контролюються ОПР, але й за якими у нього відсутня інформація, але у цих ситуаціях його рішення має бути ефективним.

Особлива складність з'являється тоді, коли у конкретних зовнішніх ситуаціях щоразу оптимальною була б інша альтернатива.

Вибір рішення в таких умовах і називають прийняттям рішення в умовах невизначеності.

Приклад 1.

Метою фірми є збільшення прибутку завдяки:

- або нового продукту (альтернатива **A1**),
- або завоювання нового ринку (**A2**),
- або кооперації з іншими фірмами (**A3**),
- або збільшення активності на існуючих ринках (**A4**).

Всі чотири альтернативи **A1**, ..., **A4** призводять до різних результатів залежно від можливої кон'юнктури і умов конкуренції (**P1**, **P2**, **P3**).

Розглянемо матрицю рішень:

а) початкова матриця **М 6.1**

Матриця **М 6.1**

	P1	P2	P3
A1	92	160	40
A2	100	76	120
A3	68	80	140
A4	62	74	40

Спершу може бути виконаний попередній відбір альтернатив на основі принципів ухвалення рішень, що виконує ОПР.

Зокрема, альтернатива **A4** може бути вилучена із матриці **М 6.1**, оскільки вона неефективна, тобто “програє” за всіма показниками **P1**, **P2**, **P3** порівняно з показниками як альтернативи **A3**, так і з любими іншими альтернативами.

б) після вилучення неефективної альтернативи матриця **М 6.1** має вигляд матриці **М 6.2**

Матриця **М 6.2**

	P1	P2	P3
A1	92	160	40
A2	100	76	120
A3	68	80	140

Для вибору альтернативи в умовах невизначеності розроблено ряд стратегій:

- **правило Вальда** (максимін-правило, іноді називають мінімакс-правилом, ММ-критерій):
= правило: «береженого Бог береже»;
- **максимакс-правило** (іноді мінімін-правило);
= правило: «хто не ризикує, той не п'є шампанського»;
- **правило Гурвіца** (правило оптимізму-песимізму);
= правило: «Бог не видасть, свиня не з'їсть»;
- **правило Севіджа-Нігана** (правило мінімаксу "жалю");
- **правило Лапласа**;
- **правило Крелле**.

Правило Вальда - матриця М 6.3 (ММ-критерій)

Матриця **М 6.3**

	P1	P2	P3	Правило мінімакса (ММ-критерій)
A1	92	160	40	40
A2	100	76	120	76
A3	68	80	140	68

Правило Вальда орієнтується на ОПР, яка налаштована песимістично і прагне мінімізувати втрати.

Воно визнає лише мінімальний прибуток, а не збитки, і вибирає опцію, яка максимізує мінімальний прибуток.

У матриці **М 6.3** для кожної зовнішньої ситуації фіксується мінімальне значення, а потім з цих гірших значень вибирається максимальне.

Найприйнятнішою альтернативою при цьому підході є альтернатива **A2** (див. матрицю **М 6.3**).

Правило максимаксу - матриця **М 6.4** (SF-критерій)

Матриця **М 6.4**

	P1	P2	P3	Правило максимаксу (SF-критерій)
A1	92	160	40	160
A2	100	76	120	120
A3	68	80	140	140

Максимакс-правило орієнтується на гранично оптимістичну ОПР, для якої визначальним є лише результат, який досягається в кращому випадку.

Найприйнятнішою альтернативою при цьому підході є альтернатива **A1**.

Правило Гурвіца (правило оптимізму-песимізму) – матриця **М 6.5** (GF-критерій)

Правило Гурвіца є компромісом між двома розглянутими стратегіями. Для кожної альтернативи враховуються два значення – максимальне і мінімальне. Для цього вводиться додатковий параметр оптимізму-песимізму α , який враховує індивідуальний підхід до ризику ОПР.

У песиміста α знаходиться у інтервалі від 0 до 0,5 (нижче обрано $\alpha = 0,3$), у оптиміста від 0,5 до 1 (нижче обрано $\alpha = 0,7$).

Далі кожен максимум у рядку (альтернативі) множиться на α , а кожен мінімум множиться на $(1-\alpha)$.

Для випадку помірного песиміста ($\alpha = 0,3$) результат надано в матриці **М 6.5**.

Матриця **М 6.5**

	P1	P2	P3	Правило Гурвіца (GF-критерій)
A1	92	160	40	$160 \times 0,3 + 40 \times 0,7 = 76$
A2	100	76	120	$120 \times 0,3 + 76 \times 0,7 = 89,2$
A3	68	80	140	$140 \times 0,3 + 68 \times 0,7 = \mathbf{89,6}$

Найприйнятнішою альтернативою при цій стратегії є альтернатива **A3**.

Правило Севіджа-Нігано (правило мінімального жалю) – матриця М 6.6 (SF-критерій)

У цій стратегії ОПР орієнтується не на абсолютний результат, а на мінімізацію максимально поганого результату. Для цього обчислюється таблиця “жалю”. У ній для кожного стану зовнішнього середовища для кожної альтернативи обчислюється збиток/втрати, які витікають при виборі цієї альтернативи порівняно з оптимальною альтернативою. Для кожної альтернативи визначають максимальний збиток. Вибирають альтернативу з мінімумом максимального збитку.

Перевага цього підходу полягає в тому, що мінімізується максимально можлива похибка. Це відображає позицію песимістичної або обережної ОПР.

Матриця М 6.6

	Стан внутрішнього середовища			Матриця “жалю”			Правило мінімального “жалю” (SF-критерій)
	P1	P2	P3	P1	P2	P3	
A1	92	160	40	8	0	100	100
A2	100	76	120	0	84	20	84
A3	68	80	140	32	80	0	80

Найприйнятнішою альтернативою при цьому правилу є альтернатива A3.

Правило Байеса-Лапласа – матриця М 6.7 (BL-критерій)

Правило Лапласа припускає ОПР з нейтральним ставленням до ризику і дає змогу вибрати альтернативу з максимальною сумарною корисністю. Для цього кожному стану зовнішнього середовища приписується рівна імовірність (визначається як 1, поділена на кількість даних станів середовища; в даному випадку 1/3, що впливає із наявності P1, P2, P3). Далі визначається сума для кожної альтернативи. Вибирається та альтернатива, яка має максимальну сумарну оцінку.

Матриця М 6.7

	P1	P2	P3	Правило Байеса-Лапласа (BL-критерій)
A1	92	160	40	$92 \times 0,33 + 160 \times 0,33 + 40 \times 0,33 = 97,33$
A2	100	76	120	$100 \times 0,33 + 76 \times 0,33 + 120 \times 0,33 = 98,67$
A3	68	80	140	$68 \times 0,33 + 80 \times 0,33 + 140 \times 0,33 = 96$

Найприйнятнішою альтернативою за цим правилом є альтернатива A2.

За допомогою **правила Крелле** намагаються врахувати індивідуальні переваги ОПР відносно ризику. Для цього необхідно визначити індивідуальну функцію переваг ОПР, що є складним завданням. Далі усі значення для кожної альтернативи перераховуються за допомогою цієї функції в цифри корисності в очах ОПР.

Якби вдалося досить об'єктивно визначити цю функцію суб'єктивних переваг ОПР, правило Крелле могло б бути дуже ефективним. Але оскільки можливість її надійного визначення є спірною, правило Крелле практично не застосовується.

Порівняння результатів вибору альтернатив за допомогою різних критеріїв подане матрицею М 6.8, отриманої з врахуванням матриць М 6.3, М 6.4, М 6.5, М 6.6, М 6.7.

Матриця М 6.8

	P1	P2	P3	Правило мінімаксу (матриця М 6.3)	Правило максимаксу (матриця М 6.4)	Правило Гурвіца (матриця М 6.5)	Правило Севіджа-Нагано (матриця М 6.6)	Правило Байеса-Лапласа (матриця М 6.7)
A1	92	160	40	40	160	76	100	96,3
A2	100	76	120	76	120	89,2	84	98,7
A3	68	80	140	68	140	89,6	80	96

Крім згаданих вище правил, що іноді носять назву критеріїв, існують і інші правила (критерії), що тут не розглядаються:

- мінімізації дисперсної оцінки (**D**-критерій);
- Гермейсера (**GE**-критерій);
- модальний (**MOD**-критерій);
- Ходжеса-Лемана (**HL**-критерій);
- добутків (**MU**-критерій).

На перший погляд здається безглуздим, що найкраща альтернатива залежить від методу її визначення.

Насправді тут немає протиріччя, оскільки метод вибору *враховує індивідуальні переваги ОПР*.

Вказане робить використання висвітлених вище стратегій дещо сумнівними.