

Практичне заняття 3

Тема: Моделювання реальних динамічних систем.

Мета: набуття навичок в моделюванні коливальних систем.

Час виконання завдань: 2 години.

Навчальні питання:

1. Методи проектування імітаційних моделей.
2. Планування імітаційних експериментів.
3. Дослідження моделі коливального процесу.

Теоретичні відомості. Основні види моделювання.

Єдина класифікація видів моделювання неможлива через багатозначність поняття моделі в науці, техніці, суспільстві. Широко відомими видами моделювання є комп'ютерне, математичне, імітаційне та статистичне.

Комп'ютерне моделювання визначимо як реалізацію моделі за допомогою комп'ютера. Особливістю комп'ютерного моделювання є його інтерактивність, що дає змогу користувачу втручатися в процес моделювання та впливати на результати завдяки узгодженості дій користувача і моделі, яка відтворює об'єкти реального середовища або гіпотетичні події та процеси. Під час комп'ютерного моделювання може бути задіяно реальні об'єкти (наприклад, кабіна пілота), віртуальні об'єкти, згенеровані комп'ютером, які відтворюють реальні об'єкти (наприклад, потоково-конвеєрна лінія для збирання автомобілів). Інтерактивне комп'ютерне моделювання широко застосовується в навчальних системах, наприклад для побудови тренажерів і в ситуаційних іграх.

Імітаційне моделювання - це метод конструювання моделі системи та проведення експериментів. Однак під таке визначення підпадають майже всі види моделювання. Тому потрібно виділити суттєві особливості імітаційного моделювання.

Перш за все слід подати в моделі структуру системи, тобто загальний опис елементів і зв'язків між ними, потім визначити засоби відтворення в моделі поведінки системи. Здебільшого поведінку системи описують за допомогою станів і моментів переходів між ними. Стан системи в момент часу t визначають як безліч значень певних параметрів системи у цей самий момент часу t . Будь-яку зміну цих значень можна розглядати як перехід до іншого стану. І врешті-решт, імітаційна модель має відобразити властивості середовища, в якому функціонує досліджувана система. Зовнішнє середовище задають вхідними впливами на модель.

Вся інформація про імітаційну модель загалом має логіко-математичний характер і подається у вигляді сукупності алгоритмів, які описують процес функціонування

системи. Отже, здебільшого імітаційного моделлю є її програмна реалізація на комп'ютері, а імітаційне моделювання зводиться до проведення експериментів з моделлю шляхом багаторазового прогону програми з деякою множиною даних — середовищем системи. Під час імітаційного моделювання може бути задіяно не тільки програмні засоби, але й технічні засоби, люди та реальні системи.

За наявності в моделі випадкових факторів виникає необхідність статистичного оцінювання результатів моделювання, що виконується за допомогою методу *статистичного моделювання* (методу Монте-Карло). Статистичне моделювання є самостійним видом моделювання, яке включається в імітаційне моделювання тільки за необхідності моделювання ймовірнісних систем і процесів.

Формальні методи побудови моделей

Розглядаючи сфери застосування моделей, можна констатувати, що за допомогою моделі можна досягти двох основних цілей: *описової*, якщо модель призначена для пояснення і кращого розуміння об'єкта, або *приписуючої*, коли модель дає змогу передбачити або відтворити характеристики об'єкта або визначити його поведінку.

Процес створення моделі включає такі етапи.

1. Словесно-смісловий опис об'єкта або явища - формулювання описової моделі, призначеної для сприяння кращому розумінню об'єкта моделювання.

2. Числове вираження модельованої реальності для виявлення кількісної міри і границь відповідних якостей; з цією метою провадиться математико-статистична обробка емпіричних даних, пропонується кількісне формулювання якісно встановлених фактів і узагальнень.

3. Перехід до вибору або формулювання моделей явищ і процесів (варіаційного принципу, аналогії тощо) і його запису у формалізованій формі; це рівень структурних теоретичних схем, таких як системи масового обслуговування, мережі Петрі, скінченні або ймовірнісні автомати, діаграми фонд-потік тощо.

4. Завершення формулювання моделі її «оснащенням» — задання початкового стану і параметрів об'єкта.

5. Вивчення моделі за допомогою доступних методів (у тому числі із застосуванням різних підходів і обчислювальних методів).

У результаті дослідження моделі досягається поставлена мета. У цьому разі має бути встановлена всіма можливими способами (шляхом порівняння з практикою, порівняння з іншими підходами) її адекватність — відповідність об'єкта сформульованим припущенням.

Теоретико - множинний підхід

Згідно з теоретико - множинним підходом формальна модель динамічної системи має такий вигляд:

$$M = \langle T, X, Y, Z, z(t), P \rangle \quad (1)$$

де T - модельний час; X, Y - множина відповідно вхідних і вихідних змінних; Z - простір станів моделі; $z(t)$ - функція станів, $t \in T$; P - множина процесів, яка визначається як множина впорядкованих у часі пар елементів $\langle x, z[\tau, t] \rangle$, де $t \in T$, а τ - початковий момент модельного часу для процесу $p \in P$. Таке визначення задає модель системи у

вигляді схеми процесів, у якій множини процесів можуть існувати паралельно в модельному часі T .

Вважається, що деяка подія з множини подій C зумовлює зміну стану системи, якщо починається певний процес $p_i \in P$ або закінчується деякий процес $p_j \in P$. У протилежному випадку стан системи не змінюється. Тоді можна задати *подійну схему моделі*:

$$M = \langle T, X, Y, Z, z(t), C \rangle \quad (2)$$

де C - множина подій, що визначається як множина впорядкованих у часі пар елементів $\langle j, d[\tau, t_j] \rangle$, де $c \in C$, $d[\tau, t_j]$ - функція дії для процесу $p_j \in P$; У цій схемі процес моделювання описується як послідовність подій, що відбуваються в моделі.

Припустимо, що завдяки виконанню деякої умови u и з множини U почне виконуватись певна дія $d[\tau, t_j]$, з множини D для деякого процесу $p_j \in P$. Тоді можна задати модель системи у вигляді *схеми дій*:

$$M = \langle T, X, Y, Z, z(t), D \rangle \quad (3)$$

У цій схемі процес моделювання описується як перевірка всіх умов у разі кожної зміни модельного часу $t \in T$, щоб знайти умову, яка почне певну дію з множини D . Зміна часу t може відбуватись з постійним або змінним від події до події кроком. Схеми моделей (1.1) - (1.3) широко застосовуються під час побудови алгоритмів моделювання і мов дискретного імітаційного моделювання.

Якщо припустити, що виконання деякої множини процесів P може призвести до зміни станів $z \in Z$ і виникнення нових процесів, що спричинить появу деякої множини ситуацій L , тобто $z(t) : P_z \rightarrow L$, то отримаємо ситуаційну або причинно-наслідкову схему:

$$M = \langle T, X, Y, Z, z(t), L \rangle \quad (4)$$

в якій потрібно описати множину ситуацій та множину правил (алгоритмів), за якими визначають процес, що має виконуватись. Поведінка моделі в таких системах зображується у вигляді ланцюга

$\{\text{ситуація}\} \rightarrow \{\text{правило}\} \rightarrow \{\text{процес}\}$.

Якщо модель здатна конструювати нові правила на основі існуючих, то вона перетворюється на модель зі штучним інтелектом.

Розглянемо коротко основні принципи моделювання, які відображають достатньо багатий досвід, накопичений на даний час у галузі розроблення і використання моделей.

◆Принцип інформаційної достатності. За повної відсутності інформації про систему модель побудувати неможливо. За наявності повної інформації про систему її моделювання недоцільне. Існує деякий критичний рівень апріорних відомостей про систему (рівень інформаційної достатності), після досягнення якого можна побудувати її адекватну модель.

◆Принцип доцільності. Модель створюється для досягнення деяких цілей, які визначають на первинному етапі формулювання проблеми моделювання.

◆ Принцип здійсненності. Модель, яка створюється, має забезпечувати досягнення мети дослідження з урахуванням граничних ресурсів з імовірністю, суттєво відмінною від нуля, і за кінцевий час. Звичайно задають деяке граничне значення P (ступінь ризику) ймовірності досягнення мети моделювання $P(t)$, а також сам граничний термін t досягнення мети. Модель вважають здійсненою, якщо $P(t) \geq P$.

◆ Принцип множинності моделей. Модель, яка створюється, має відображати в першу чергу ті властивості реальної системи (або явища), які впливають на вибраний показник ефективності. Відповідно під час використання будь-якої конкретної моделі пізнаються лише деякі складові реальності. Для повного її дослідження необхідно мати ряд моделей, які дали б змогу відобразити певний процес з різних боків і з різним ступенем детальності.

◆ Принцип агрегації. У більшості випадків складну систему можна подати такою, що складається з агрегатів (підсистем), для адекватного формального описування яких придатними є деякі стандартні математичні схеми. Принцип агрегації дає змогу досить гнучко перебудовувати модель залежно від завдань дослідження.

◆ Принцип параметризації. У ряді випадків модельована система має у своєму складі деякі відносно ізольовані підсистеми, які характеризуються певними параметрами, у тому числі векторними. Такі підсистеми можна замінювати в моделі відповідними числовими величинами, а не описувати процес їх функціонування. У разі необхідності залежність значень цих величин від ситуації може задаватись у вигляді таблиць, графіків або аналітичних виразів (формул), наприклад за допомогою регресійного аналізу. Принцип параметризації дає змогу скоротити обсяг і тривалість моделювання, але слід мати на увазі, що параметризація знижує адекватність моделі.

Методи проектування імітаційних моделей

Переваги застосування імітаційного моделювання найбільш помітно виявляються у разі моделювання виробничих і технологічних процесів, процесів матеріально-технічного забезпечення виробництва, у логістиці, а також під час проведення бізнес-планування, екологічних і соціологічних досліджень. Важливо, що імітаційне моделювання використовується, скоріше, як спосіб для осмислення проблеми і допомагає в цьому більше, ніж простий текстовий або математичний опис проблеми. Воно дає змогу глянути на складний процес ухвалення рішення більш масштабно, з погляду процесів, які відбуваються всередині системи, що моделюється.

Питання доцільності використання імітаційного моделювання розглядалось протягом багатьох років безліччю дослідників - від Ф. Мартина до В. Келтона та ін. Проаналізувавши ряд праць, можна зробити такі висновки.

1. Імітаційне моделювання дає змогу досліджувати внутрішні взаємодії у складних системах або підсистемах у межах складної системи, а також експериментувати з ними.

2. Моделюючи інформаційні, організаційні впливи і впливи зовнішнього середовища, можна оцінити ефекти цих впливів на поведінку (функціонування) системи.

3. На основі знань, отриманих під час проектування імітаційної моделі, можна визначити способи вдосконалення системи, яка моделюється.

4. Змінюючи вхідні дані під час моделювання і спостерігаючи за вихідними даними, можна виявити, які змінні найбільш важливі та як вони взаємодіють.

5. Імітаційне моделювання можна використовувати як метод для поліпшення рішень, отриманих під час аналітичного аналізу, а також для перевірки аналітичних рішень.

6. Імітаційне моделювання можна використовувати для проведення експериментів з новими проектами або стратегіями їх упровадження, щоб заздалегідь спрогнозувати результати.

7. Імітаційне моделювання можна застосовувати для визначення вимог, яким має відповідати пристрій або система.

8. Імітаційні моделі можна використовувати для навчання операторів складних технологічних процесів без зайвих затрат на придбання обладнання, яке може пошкоджуватись, і запобігаючи нещасним випадкам.

9. Для імітаційного моделювання можна використовувати засоби анімації, які дають змогу спостерігати за операціями, що моделюються.

10. Сучасне виробництво настільки складне, що взаємозв'язки в ньому можна інтерпретувати тільки шляхом проведення імітаційного моделювання.

Аналізуючи праці Р. Шенона і Дж. Банкса, можна визначити ситуації, коли провадити імітаційне моделювання не варто, а саме:

проблему можна вирішити шляхом логічного аналізу ситуації;

проблему можна розв'язати аналітичними методами, наприклад за допомогою теорії СМО;

результати можна отримати шляхом проведення прямих експериментів з об'єктом без втручання в технологічний процес, наприклад за допомогою хронометражу на робочих місцях;

для розроблення імітаційного проекту за визначений строк немає достатньої кількості ресурсів;

не можна отримати необхідні вхідні дані (імітаційне моделювання потребує великої кількості різноманітних даних, які досить важко збирати, більш того, вони можуть бути просто недоступними);

менеджери організації, яка замовляє проект, бажають отримати забагато від імітаційного моделювання і дуже швидко;

поведінка (режими функціонування) модельованої системи дуже складна або невизначена.

Методи проектування імітаційних моделей

Перш ніж розпочати побудову моделі, потрібно мати певну схему її проектування, за якою визначають основні принципи і методи розроблення імітаційної моделі. Сукупність правил виявлення та застосування системних принципів і методів визначає методологію проектування. Її можна розглядати на різних рівнях деталізації залежно від вибраних засобів розроблення програмних реалізацій імітаційної моделі. За допомогою вибраних програмних засобів визначають і можливі методи їх застосування. Так, наприклад, вибір за основу Імітаційної моделі мереж СМО або Петрі заздалегідь визначає метод побудови її у вигляді формальних схем цих мереж.

Для створення імітаційних програм на рівні мовних засобів побудови моделей потрібно розробити алгоритми імітації, які можна подати у вигляді наборів типових обчислювальних схем. Під обчислювальною схемою імітаційного алгоритму розуміють спосіб його організації, який дає змогу відтворити в модельному часі динаміку функціонування системи.

Отже, перш ніж розпочати проектування імітаційної моделі, необхідно вибрати засоби програмування. Однак існують загальні методи побудови програмних реалізацій та проектування імітаційних моделей, які не залежать від вибраних програмних засобів.

1. Варіантний метод

Під час проектування імітаційної моделі варіантний метод є найпростішим та широко застосовуваним. Проектувальник послідовно крок за кроком створює імітаційну модель, опираючись тільки на свій досвід та інтуїцію. В процесі проектування розглядаються кілька варіантів кожної частини модельованої системи для її відображення в імітаційній підмоделі. Найдоцільніший варіант вибирається з урахуванням рішень, прийнятих відносно інших частин модельованої системи. Це так звана послідовна схема проектування, згідно з якою вибір варіанта імітаційної моделі є суб'єктивним і залежить від рівня знань проектувальника про систему.

Застосування варіантного методу рідко приводить до допустимих проектних рішень і не відповідає загальній схемі системного аналізу імітаційного моделювання. Така схема передбачає виконання ітераційної процедури, під час якої проектувальник не один раз повертається до вже розроблених частин імітаційної моделі і коригує їх, доки не буде впевненим, що модель відповідає цілям моделювання, або не відмовиться від неї.

2. Ітераційний метод

Суть цього методу полягає в тому, що шляхом багатьох ітерацій спроектована спочатку імітаційна модель перетворюється в таку, яка відповідає цілям моделювання. Цей метод є методом «проб і помилок», що передбачає послідовні циклічні зміни, у результаті чого отримують модель, яка задовольняє вимогам точності та адекватності. Циклічний ітераційний метод проектування потребує розгляду послідовності процедур прийняття рішень у процесі проектування. Крім того, весь хід проектування та остаточний результат значною мірою залежать від вибору початкової імітаційної моделі. Загальну схему такого проектування зображено на рис. 1.

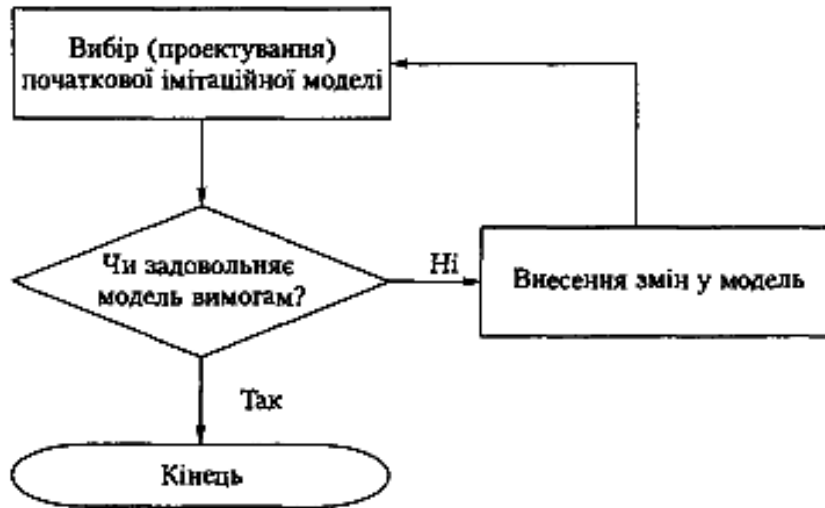


Рис. 1. Схема циклічного ітераційного проектування

Основна проблема в разі застосування як ітераційного, так і варіантної методу проектування полягає у виборі початкового варіанта моделі. Через те що вже під час формулювання проблеми та в процесі змістовної постановки задачі висуваються вимоги до моделі, визначаються вхідні та вихідні дані, проектувальник повинен вибирати початкову модель, використовуючи метод аналогії, який базується на знанні характеристик компонентів системи, технологічних засобів і прийнятих рішень у подібних умовах. Вибір вихідної імітаційної моделі дуже впливає на результати проектування та може зробити його неможливим або занадто дорогим. Визначення рівнів точності, достовірності й правильності вибраної імітаційної моделі є самостійною проблемою моделювання, яку необхідно вирішувати під час розроблення моделі.

Методи внесення змін у модель базуються на принципі напрямленого дослідження. Для його застосування можна побудувати в просторі параметрів імітаційної моделі гіперповерхню її показників точності та оптимізувати або хоча б поліпшити ці показники. Сама ж процедура внесення змін у варіант моделі звичайно потребує перевірки гіпотез, які формують з огляду на результати проектування попередніх моделей.

Якщо результати порівняння моделі і реальної системи незадовільні, то перш ніж вносити зміни в модель, необхідно сформулювати ряд гіпотез, за допомогою яких можна визначити причину невідповідності. Гіпотези доцільно формувати для кількох рівнів представлення імітаційної моделі:

- опису структури;
- алгоритмів поведінки;
- параметрів і вхідних даних.

Вибір рівня, на якому коригуватиметься модель та локалізуватимуться причини невідповідності, є скоріше мистецтвом, ніж наукою, і успішний результат залежить від досвіду, знань та інтуїції проектувальника. Пошук причин невідповідності потрібно починати на рівні вхідних даних, для чого оцінюють чутливість моделі до їхніх змін. Якщо виявилось, що незначна зміна вхідних даних спричиняє значну зміну вихідних,

то необхідно уточнити вхідні дані для моделі і (або) локалізувати блоки моделі, на які найбільше впливають ці вхідні дані. Виявлення причин такої сильної залежності може потребувати зміни структури імітаційної моделі шляхом заміни окремих блоків моделі на більш деталізовані, що, у свою чергу, спричинить зміну внутрішніх параметрів моделі та алгоритмів функціонування. Отже, у цьому разі рівні, на яких вносяться зміни в імітаційну модель, є взаємопов'язаними.

Параметричне налагодження імітаційної моделі вимагає пошуку найкращих (оптимальних) параметрів, при яких ступінь невідповідності між моделлю та системою буде мінімальним. Це типове завдання оптимізації параметрів моделі.

Алгоритми поведінки моделі можуть змінюватись локально, для окремих блоків моделі, або для моделі в цілому. Такі зміни вимагають більш детального вивчення поведінки модельованої системи і можуть змінити рівень деталізації в моделі.

Змінити структуру моделі складніше, ніж налагодити параметри моделі, бо це може спричинити зміну алгоритмів поведінки, параметрів і вхідних даних моделі. Таку перебудову моделі можна починати тільки тоді, коли всі інші можливості вичерпано. Перебудова структури моделі може призвести до глобальних змін імітаційної моделі та її заміни новою. Тому перш ніж змінювати структуру моделі, необхідно перевірити всі гіпотези щодо витрат, які потрібні для зміни моделі. Починати перевірку слід з гіпотези, яка вимагає мінімальних витрат, а отже, і мінімальних змін імітаційної моделі.

3. Ієрархічні методи

Незалежно від того, який метод використовується - варіантний чи ітераційний, - існують два принципово відмінних підходи до проектування імітаційних моделей. Згідно з першим підходом проектування здійснюється за схемою згори вниз (так зване ієрархічне, багаторівневе або *низхідне проектування*), згідно з другим знизу догори (*висхідне проектування*).

Наявність цих двох підходів пов'язана з формальною теорією структур систем. Перший підхід передбачає розподіл системи на підсистеми з дотриманням принципу цілісності системи та називається *декомпозицією*. Другий підхід з позиції розгляду структури системи є оберненим до першого і називається *композицією*. Він передбачає розгляд структури системи з метою створення моделі, який починають з її елементів та підсистем, а потім переходять до системи в цілому.

Низхідне проектування.

В основі методів низхідного проектування імітаційних моделей лежить принцип послідовної деталізації, або *декомпозиції*. Він полягає у поступовому уточнюванні абстрактного опису системи, у процесі якого на кожному етапі побудови моделі задається певний рівень деталізації відображення системи. Отже, в імітаційній моделі один і той самий компонент системи може бути описаний з різним рівнем деталізації. Під час переходу від одного рівня деталізації до іншого потрібно обов'язково перевіряти, чи задовольняє модель функціональним вимогам.

На першому етапі проектування будується найзагальніша однорівнева імітаційна модель системи, за допомогою якої оцінюються лише основні показники її роботи. На наступному етапі деякі блоки моделі описують більш детально. У такий спосіб під час

переходу від вищого рівня опису кожного з блоків моделі до нижчого можна досягти більшої точності та адекватності моделі системи в цілому. Даний підхід дозволяє на кожному етапі проектування порівнювати різні варіанти моделі та оцінювати вплив результатів декомпозиції на вихідні параметри системи.

У процесі побудови імітаційної моделі під час переходу з одного рівня опису на інший слід дотримуватись одного з головних принципів декомпозиції ієрархічних систем, який полягає у необхідності ущільнення інформації та зменшення тривалості роботи блоків моделі у разі переходу з одного рівня деталізації на інший. Згідно з цим принципом обсяг інформації, яка передається з рівня більш деталізованого опису моделі на рівень менш деталізованого, має бути меншим. Крім того, час роботи блока на рівні з більшою деталізацією повинен бути меншим, ніж час роботи блока на рівні з меншою деталізацією.

З прагматичного погляду такий перехід на нижчий рівень опису моделі може здійснюватись шляхом заміни блока моделі вищого рівня низкою звернень до підпрограм, функцій або процедур, які докладніше відображають цей блок для нижчого рівня. Щоб побудувати таку програму моделювання, потрібно уніфікувати процес передавання параметрів від одного програмного блока до іншого. Це дає змогу організувати взаємодію блоків моделі, що мають різні рівні деталізації, і легко замінювати один блок на інший, більш детально описаний.

Такий підхід до проектування і програмної реалізації імітаційної моделі передбачає застосування принципів об'єктного та низхідного проектування програм. Для впровадження такого підходу найбільш придатними є об'єктно-орієнтовані мови моделювання і програмування з використанням ієрархії класів об'єктів. В класи об'єднують об'єкти з однаковими характеристиками, діями та поведінкою. Властивості та поведінка, притаманні об'єктам, визначаються в методах. У об'єктно-орієнтованих мовах і пакетах імітаційного моделювання обмін між класами об'єктів різних рівнів здійснюється за допомогою транзакцій або повідомлень, які можуть передавати методи й властивості від одних об'єктів класу до інших об'єктів класів.

Під час переходу від одного рівня деталізації до іншого потрібно обов'язково перевіряти, чи задовольняє модель функціональним вимогам, які пов'язані з принципами проектування ієрархічних систем. Необхідно провести аналіз кожної функції моделі і переконатись у тому, що вона знайшла своє відображення у формальному описі системи. Аналіз функцій моделі провадиться з врахуванням цілей моделювання і потребує детального описування роботи всіх її елементів на кожному рівні деталізації.

Висхідне проектування

Загальну схему висхідного проектування імітаційних моделей засновано на поступовому відображенні елементів системи в моделі, починаючи з найнижчого рівня системи з наступним переходом до вищого. Такий підхід має істотний недолік, пов'язаний з тим, що, розглядаючи окремі елементи системи та намагаючись відобразити їх якомога детальніше в моделі, проектувальник може не бачити систему в цілому. Це може призвести до того, що під час побудови моделі найвищого рівня імітаційна модель може виявитись функціонально неповною, бо не були враховані

взаємозв'язки між різними рівнями системи. Для усунення цього недоліку потрібно повертатись до моделей нижчих рівнів, що може перетворити проектування на малоефективний та довготривалий процес. Більш того, функціонально повна імітаційна модель усієї системи може бути так і не побудована.

Під час як низхідного, так і висхідного проектування з метою зменшення розмірності імітаційної моделі однотипні блоки можуть об'єднуватись у класи, причому кожний блок певного класу може мати свій алгоритм поведінки, відмінний від інших елементів. Найбільшої ефективності під час об'єднання елементів у класи можна досягти, застосовуючи низхідний метод проектування імітаційних моделей.

Отже, за результатами системного аналізу найбільш ефективним методом проектування імітаційних моделей є такий, який поєднує в собі в певній пропорції низхідне та ітераційне проектування. Розроблення інструментальних засобів проектування імітаційних моделей з використанням комп'ютерів привело до утворення автоматизованих систем проектування, в яких використовується метод інтерактивного проектування за участі людини і комп'ютера.

Основна цінність імітаційного моделювання полягає в тому, що воно ґрунтується на методології системного аналізу і дає змогу досліджувати проєктовану або аналізовану систему з використанням технології операційного дослідження, яка включає такі взаємопов'язані етапи.

1. Формулювання проблеми і змістовна постановка задачі.
2. Розроблення концептуальної моделі.
3. Розроблення і програмна реалізація імітаційної моделі.
4. Перевірка правильності та достовірності моделі.
5. Організація та планування проведення експериментів.
6. Прийняття рішень за результатами моделювання.

Завдяки цьому імітаційне моделювання можна застосовувати як універсальний підхід до прийняття рішень в умовах невизначеності та до врахування в моделях факторів, які важко формалізуються. Слід мати на увазі, що реалізація імітаційної моделі та проведення експериментів на ній є трудомістким, дорогим процесом. Це вимагає значних витрат комп'ютерного часу, тому імітаційне моделювання слід використовувати тільки тоді, коли розроблення інших видів моделей не дає задовільних результатів. Тому вважають, що імітаційне моделювання є «силовим заходом».

Проблеми планування імітаційних експериментів

Усяке наукове дослідження, що проводиться за допомогою моделі, передбачає планування та проведення експериментів, у ході яких збираються необхідні дані. Ці дані підлягають аналізу, і на його основі визначають, чи можна під час моделювання досягти поставлених цілей. Якщо експеримент не сплановано належним чином, існує небезпека того, що не буде отримано бажаних результатів або результати виявляться помилковими. Це може призвести до прийняття неправильних рішень чи необхідності повторного проведення експерименту (найбільш трудомістка операція) і навіть до

перебудови моделі. Разом з тим повинна існувати можливість повторення іншими дослідниками експерименту, результати якого вважаються значущими.

Імітаційні моделі відтворюють процеси, що протікають у реальній системі. У тому випадку, коли в моделі враховуються випадкові фактори, під час моделювання необхідно провести велику кількість прогонів моделі, як із різними вхідними даними, так і з різними послідовностями випадкових чисел. Для моделей детермінованих систем, у яких не враховуються випадкові фактори, зазвичай досить лише одного прогону моделі для всіх допустимих комбінацій вхідних даних і параметрів моделі. Однак на практиці такі моделі майже не зустрічаються.

У ході експерименту з моделлю одержують безліч даних, які мають бути структуровані та інтерпретовані для використання під час прийняття рішень стосовно структури та параметрів системи чи моделі. Для того щоб правильно інтерпретувати отримані вихідні дані, необхідно планувати проведення експериментів з моделлю.

Планування експерименту - це розроблення такого плану експерименту, який дає можливість за мінімальної кількості прогонів моделі і за мінімальних затрат ресурсів зробити статистично значимі висновки або знайти оптимальні рішення щодо функціонування системи. Під час планування експериментів, як правило, визначають:

- вхідні дані для кожного експерименту і кількість прогонів імітаційної моделі;
- тривалість одного прогону моделі і перехідного процесу моделювання;
- стратегію збирання даних під час кожного прогону моделі;
- методи оцінювання точності вихідних даних і побудови довірчих інтервалів;
- чутливість моделі до вхідних даних, різних видів розподілів випадкових величин, сценаріїв поведінки модельованої системи;
- умови і сценарії проведення експерименту;
- умови генерування потоків випадкових чисел у системі моделювання та імовірнісних вхідних даних;
- стратегію досягнення мети експерименту (наприклад, порівняння альтернативних варіантів системи або оптимізація цільової функції).

Кінцева мета проведення експериментів - це одержання статистичної інформації, достатньої для прийняття рішень відповідно до результатів моделювання. Моделювання здебільшого провадиться з метою визначення деяких екстремальних значень характеристик модельованої системи (*оптимізуючий експеримент*) або для виявлення важливих факторів, які впливають на модельовану систему (*відсівний експеримент*). Під час експериментів обох типів використовують факторні плани й будують поліноми різного порядку, які апроксимують поверхню відгуку. Для пошуку екстремальних значень застосовуються числові методи оптимізації. Під час таких експериментів визначається функціональна залежність вихідної змінної (функції відгуку, чи просто відгуку) від вхідних змінних, або факторів; ця залежність відображає критерій ефективності модельованої системи. Таким чином, пошук найкращого рішення характеризується числовим значенням цього критерію, і для знаходження екстремальних значень необхідно досліджувати поверхні відгуку (провадити експерименти) у різних точках факторного простору. Ефективність

проведення експериментів багато в чому залежить від початкової точки у факторному просторі.

Один із найважливіших видів експериментів, проваджуваних з моделлю, - це *структурна оптимізація*, під якою будемо розуміти пошук найкращої структури модельованої системи. У цьому випадку аналізується кілька моделей, причому вони можуть відрізнятися структурою, параметрами і алгоритмами функціонування. Для таких експериментів не існує єдиного числового критерію оптимізації, що ускладнює використання класичних методів. Однак під час такого дослідження кількість моделей, як правило, невелика, тому для структурної оптимізації можна скористатися методом висування гіпотез або простим перебиранням варіантів.

Оптимізація єдиного варіанта модельованої системи провадиться за допомогою пошуку вузьких місць і їх усунення, тобто балансування модельованої системи. Вузькі місця визначають пропускну здатність усієї системи, і пошук найкращого рішення здійснюється шляхом порівняння розглянутих варіантів.

Перелічимо основні проблеми, які виникають під час проведення експериментів з імітаційними моделями.

1. Визначення початкових умов проведення експерименту.

Зазвичай експеримент починають, коли модель перебуває в стані «пусто і вільно», тобто в моделі немає динамічних об'єктів або транзактів і всі пристрої та ресурси вільні. Якщо розглядається досить тривалий період моделювання, то можна задати так званий період «розігріву» чи «розгону» моделі, або *перехідний процес*, після якого модель переходить у сталий (стаціонарний) режим роботи. Урахування даних перехідного процесу для оцінювання вихідних змінних моделі спричинює зміщення статистичних оцінок параметрів. Щоб зменшити вплив вихідних даних перехідного процесу на кінцеві результати, моделювання слід починати з використання модальних (найбільш ймовірних) або середніх значень сталого режиму. Такий спосіб запуску моделі забезпечує зменшення тривалості перехідного процесу моделі, але застосування даного способу ефективно лише в тому випадку, коли завантаження пристроїв обслуговування в моделі невелике. У разі наближення коефіцієнтів завантаження пристроїв до одиниці на виході моделі можна спостерігати стаціонарний процес, під час якого неможливо чітко визначити дані перехідного процесу. (рис. 2)

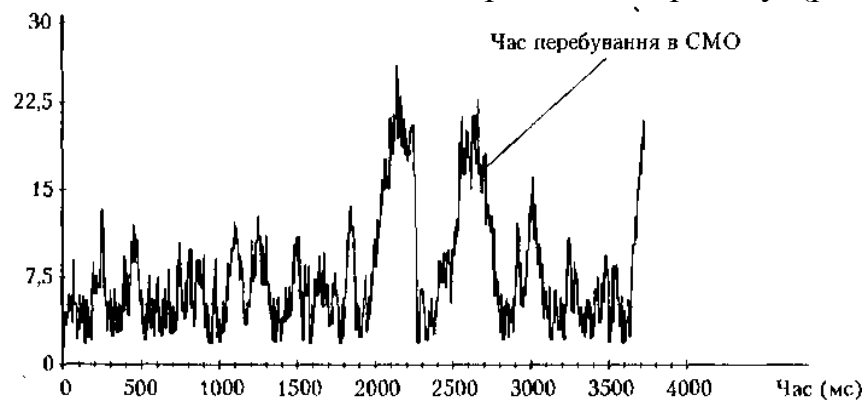


Рис. 2. Стаціонарний процес виходу із СМО з близьким до одиниці коефіцієнтом завантаження

Найскладнішим є встановлення моменту досягнення сталого стану системи. Досі не існує цілком надійних методів визначення цього моменту. Однак дана проблема може бути вирішена за допомогою діалогових та інтелектуальних систем моделювання, які дають змогу контролювати і графічно відображати хід моделювання. Найефективніший спосіб визначення початку сталого режиму - це спостереження за графіками зміни вихідного процесу в часі (рис. 3).

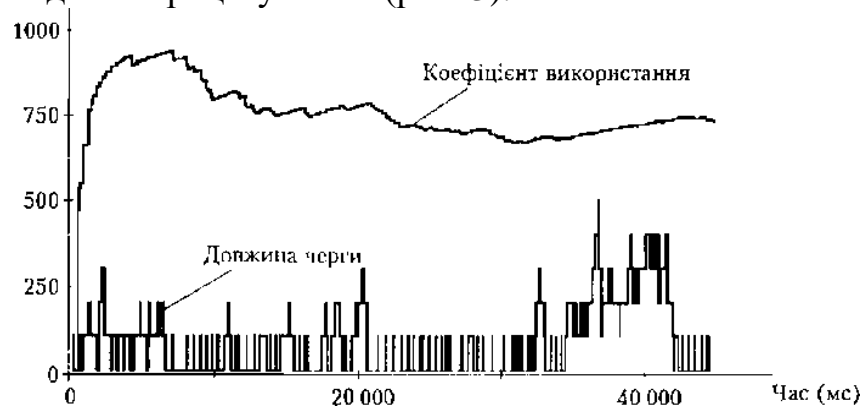


Рис. 3. Графіки вихідних даних моделі СМО

2. Зупинення процесу моделювання.

Правила зупинення процесу моделювання дозволяють визначити тривалість прогону імітаційної моделі, а від цього залежить точність результатів. Наприклад, якщо потрібно провести моделювання роботи виробничої ділянки протягом робочого тижня, то час прогону моделі можна визначити саме цим терміном. Дослідник сам приймає рішення, чи буде досягнуто за вказаний період моделювання сталий режим роботи моделі. Він також обирає метод збирання вихідних даних і оцінювання точності результатів моделювання. Точність оцінювання параметрів системи в цьому випадку визначається за одним досить тривалим прогоном моделі.

Визначають два типи імітаційного моделювання - *скінченне* і *нескінченне*. Для першого процес моделювання закінчується, коли відбувається «природна» подія, яка дає змогу визначити тривалість прогону моделі. Така подія часто відбувається в той момент, коли система звільняється від вимог, чи в момент, після якого вже не можна одержати корисної інформації, або моделювання закінчується за показниками таймера. Така подія визначається до виконання прогонів моделі, її настання має бути детермінованою (згідно з таймером) або випадковою величиною. Оскільки початкові умови скінченного моделювання, як правило, впливають на критерії оцінювання, вони мають представляти умови, характерні для роботи реальної системи.

Під час виконання нескінченного імітаційного моделювання не існує події, настання якої давало б змогу визначити тривалість прогону моделі. Моделювання цього типу використовується у разі дослідження поведінки системи за умов сталого режиму її роботи протягом тривалого часу. Параметри, що оцінюються в цьому випадку, вважаються сталими, якщо вони залежать від характеристик сталих законів розподілів імовірностей деякого вихідного процесу.

3. Стан моделі в момент припинення прогону.

Під час моделювання завжди виникає питання щодо доцільності використання динамічних компонентів, або транзактів, які залишилися в моделі після закінчення її

роботи. Урахування характеристик цих компонентів може призвести до збільшення зміщення статистичних оцінок параметрів моделі. Наприклад, під час моделювання роботи дільниці цеху було зроблено припущення, що найменш тривалі роботи виконуються в першу чергу. Тоді на момент закінчення моделювання може виникнути ситуація, коли в моделі залишаться тільки роботи, термін виконання яких великий.

Якщо їх не враховувати, оцінка середньої тривалості виконання робіт у цеху буде заниженою.

4. Визначення тривалості прогону моделі за наявності в ній процесів з різними швидкостями протікання.

Для оцінювання точності результатів моделювання здебільшого використовують параметри найповільнішого процесу в моделі. У цьому випадку оцінки для більш швидких процесів будуть набагато кращими і ефективнішими, ніж для повільних, тобто довірчі інтервали для останніх будуть більшими. Під час розроблення імітаційної моделі обирають такий ступінь її деталізації, щоб швидкості процесів, які протікають у моделі, не відрізнялися більш ніж на два порядки. У разі необхідності моделювання рідких подій або повільних процесів, наприклад відмов устаткування, потрібно укрупнювати стани для швидких процесів. Для цього використовують аналітико - імітаційні моделі.

ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА

Практична частина присвячена моделюванню реальних фізичних процесів з можливістю реалізації в ігрових сценаріях. Детально розглянуто процес моделювання ряду актуальних практичних задач.

Обчислювальні алгоритми, які використовують чисельний метод Рунге – Кутта зі сталим кроком, реалізовано на мові програмування Python та з використанням системи Mathcad.

Завдання № 1.

Космічна система Земля – Місяць обертається навколо спільного центру мас.

Відстань між центрами Землі та Місяця L , прийняти 384000 км. Знайти закон руху тіл в системі відліку, центр якої розташовано в центрі мас системи. Знайти період обертання системи навколо спільного центру мас. Маса Землі $M = 6 \times 10^{24}$ кг. Маса Місяця $m = 7,35 \times 10^{22}$ кг. Гравітаційна стала $\gamma = 6,672 \times 10^{-11}$ [Н·м²·кг⁻²].

Для виконання завдання № 1, використовувати аналіз динаміки коливальної системи, наведеної в прикладі № 1.

Приклад № 1.

Точка підвісу подвійного маятника виконує гармонічні коливання з малою амплітудою в горизонтальному напрямку. Довжина нижньої нитки L , маса нижньої кулі m , маса верхньої M . Переміщення точки підвісу A , вважати таким, що верхня нитка залишається вертикальною. Дослідити рух такого маятника. Знайти період його коливань.

На рис. П.1, наведено схему коливальної системи та сили, які діють на систему і в системі.

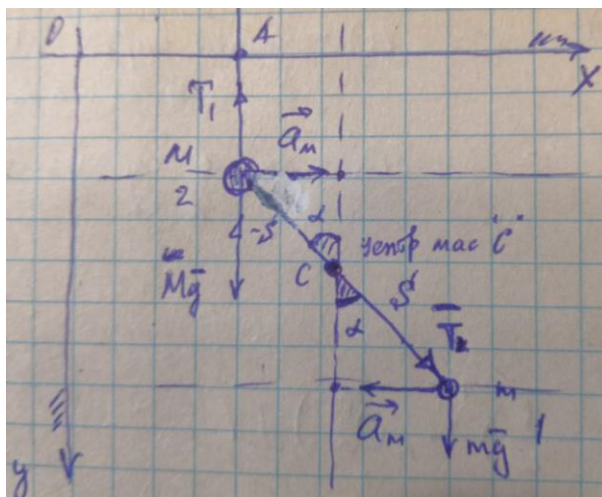


Рис. П.1. Схема коливальної системи.

Запишемо закон руху центра мас системи (1)

$$(M + m) \cdot \vec{a}_c = \sum_{i=1}^n F_i^e, \quad (1)$$

де \vec{a}_c - прискорення центра мас системи;

$\sum_{i=1}^n F_i^e$ - сума всіх зовнішніх сил, які діють на систему;

$(M + m)$ - загальна маса системи (маса всіх складових елементів системи).

Розглянемо **припущення** в даному прикладі, стосовно переміщення точки підвісу А, при якому верхня нитка залишається вертикальною.

По суті це означає, що в процесі моделювання можна вважати рівною нулю суму проєкцій зовнішніх сил на вісь ОХ. Відповідно, горизонтальна складова прискорення центра мас системи дорівнює нулю. І центр мас при цьому рухається вертикально (у вибраній інерціальній системі відліку ОХУ вздовж осі ОУ).

Радіус - вектор центра мас системи відносно інерціальної системи відліку обчислюється за допомогою (2).

$$\vec{r}_c = \frac{M \cdot \vec{r}_M + m \cdot \vec{r}_m}{M + m}, \quad (2)$$

де \vec{r}_M - радіус – вектор маси М відносно інерціальної системи відліку;

\vec{r}_m - радіус – вектор маси m відносно інерціальної системи відліку;

Відповідно для прискорення центра мас, матимемо вираз (3):

$$\vec{r}_c'' = \frac{M \cdot \vec{r}_M'' + m \cdot \vec{r}_m''}{M + m} \quad (3)$$

Запишемо (3) в проєкції на вісь ОХ:

$$X_c'' = \frac{M \cdot X_M'' + m \cdot X_m''}{M + m}, \quad (4)$$

Враховуючи, що $X_c'' = 0$, з (4) отримаємо:

$$M \cdot X_M'' = -m \cdot X_m'', \quad (5)$$

З (5), зокрема впливає залежність:

$$M \cdot X_M = -m \cdot X_m \quad (6)$$

де X_M , X_m - відповідно переміщення маси M та маси m від точки рівноваги системи.

Введемо позначення:

S - відстань від центру мас системи до центру кулі m ;

$(L - S)$ - відстань від центру мас системи до центру кулі M .

Враховуючи введені позначення, можемо записати:

$$S = \frac{L}{1 + \frac{m}{M}} \quad (7)$$

Тоді, для частоти малих коливань системи, можемо записати:

$$\omega = \sqrt{\frac{g \cdot (1 + m/M)}{L}}, \text{ [рад/с]} \quad (8)$$

Відповідно період коливань системи:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g \cdot (1 + m/M)}} \quad (9)$$

Встановимо закон руху куль m та M від часу, в проєкції на горизонтальну вісь OX .

Для малих коливань, отримаємо:

Для кульки масою m :

$$OX: X_m(t) = \left(\frac{L}{1 + m/M} \right) \cdot \text{Sin}(\omega \cdot t) \quad (10)$$

Відповідно з (6), впливає закон руху кулі масою M :

$$X_M(t) = -\left(\frac{m}{M} \right) \left(\frac{L}{1 + m/M} \right) \cdot \text{Sin}(\omega \cdot t) \quad (11)$$

Графічно, закони руху куль представлено на рис.1.

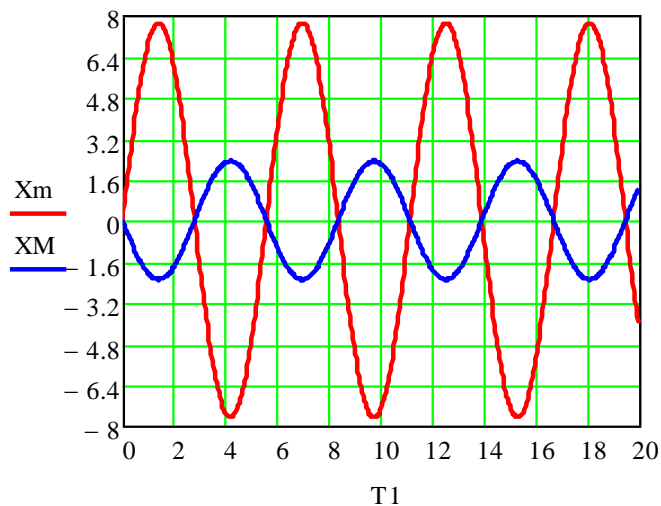


Рис.1. Закони руху куль масою m та M .
 X_m – закон руху кулі масою m (графік червоного кольору).
 X_M - закон руху кулі масою M (графік синього кольору).

Дослідити коливальну систему розглянуту в прикладі №1 для різних вхідних значень (див. табл. 1)

табл. 1

№ варіанта	M , кг	m , кг	L , м
1	33,0	4,3	11,0
2	19,0	4,5	5,5
3	41,7	3,1	8,7
4	3,1	4,2	14,7