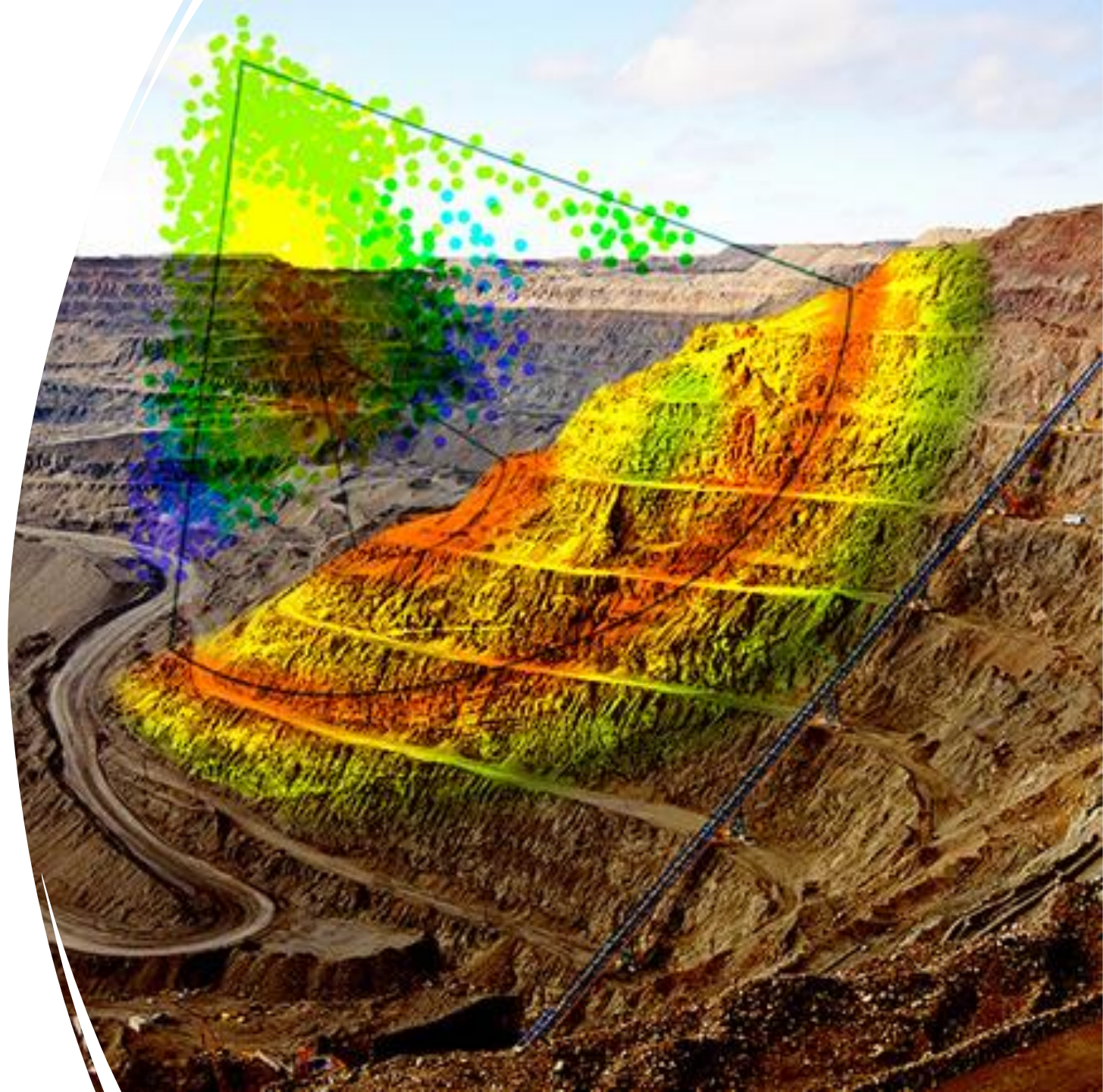


**Лекція 4.  
Реологічні  
властивості  
гірських порід**

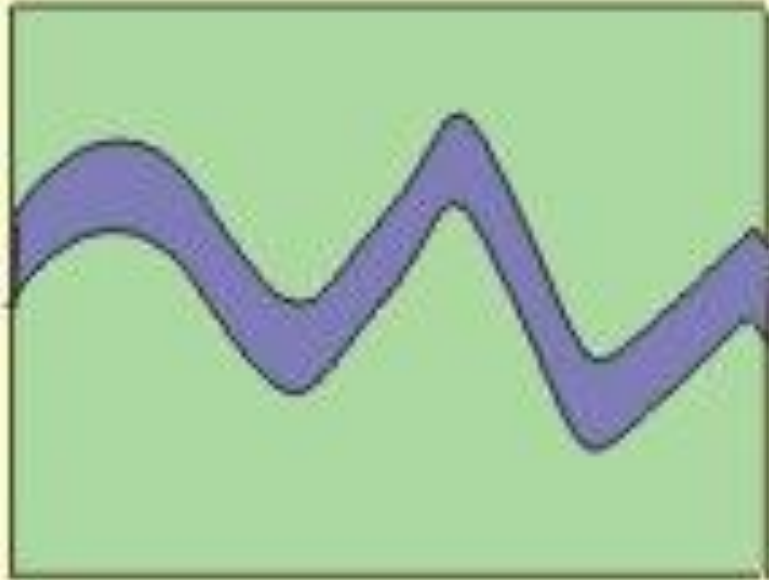
**Механіка  
гірських  
порід**





# Тлумачення поняття «Реологія»

# Rheology



stress



strain

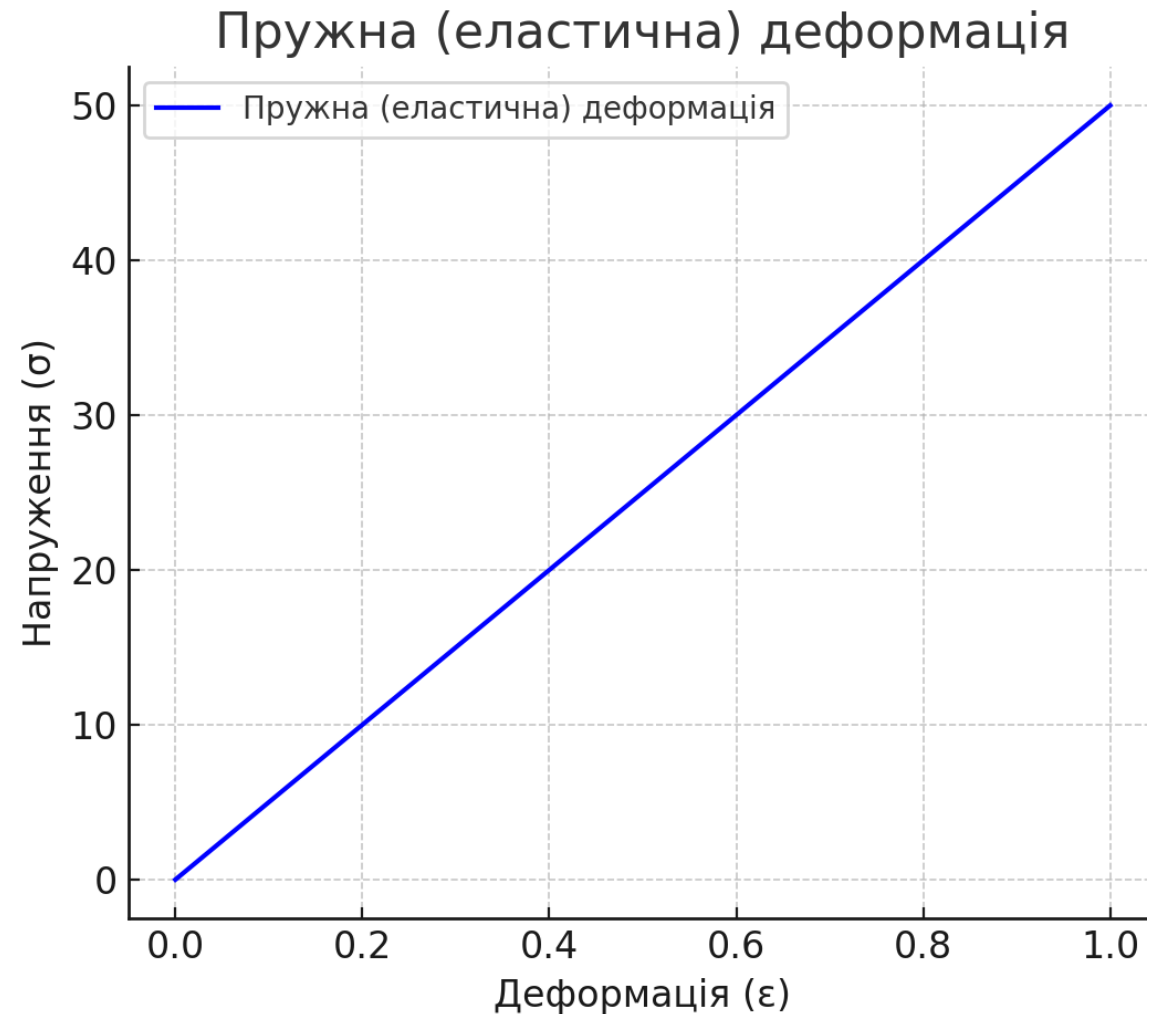
Реологія – це наука, яка вивчає **часозалежні деформації матеріалів**, у тому числі й гірських порід. Деякі породи, які в короткостроковому періоді здаються стабільними, можуть поступово змінювати свою форму, втрачаючи міцність і стійкість. Така повзучість порід може суттєво впливати на експлуатацію гірничих об'єктів, особливо у випадках тривалого функціонування шахт, кар'єрів і відвалів.



# Моделі деформації гірських порід

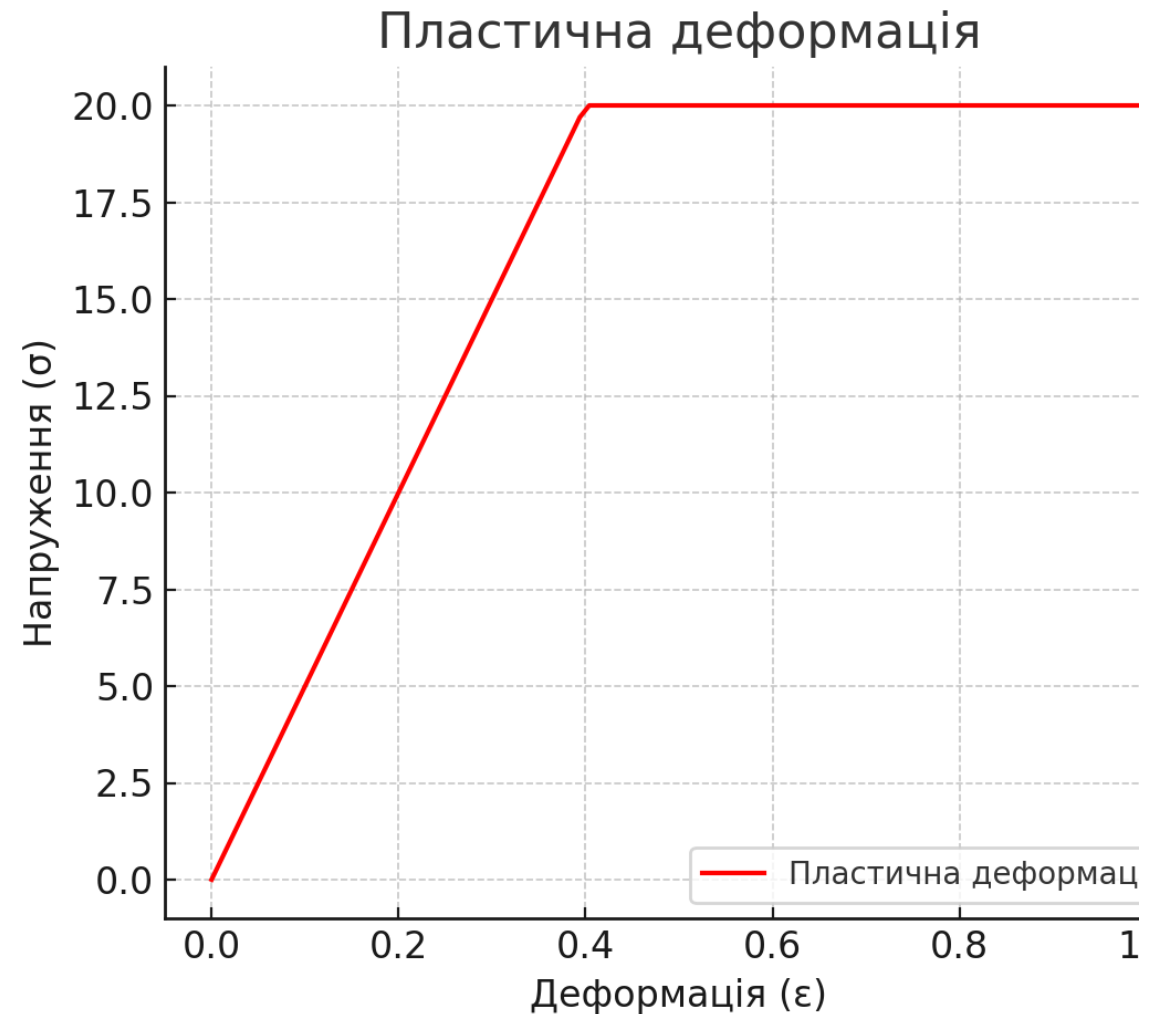
# Пружна (еластична) деформація

**Пружна деформація** – це деформація, яка повністю зникає після зняття навантаження. Матеріал при цьому поводитья пружно: напруження пропорційні деформаціям, а сама деформація є негайною і повністю оборотною.



# Пластична деформація

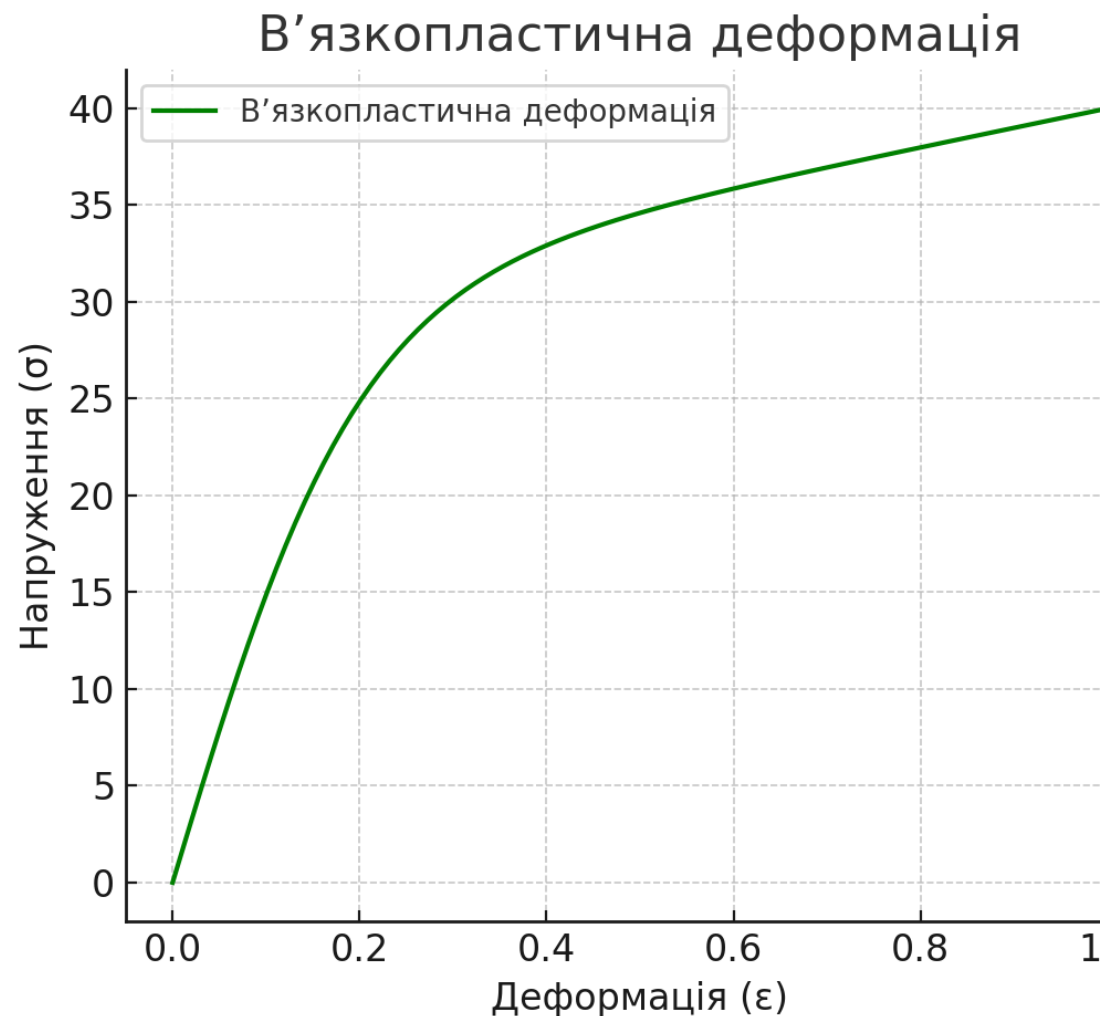
**Пластична деформація** – це необоротна (залишкова) деформація, яка виникає після перевищення пружної межі міцності породи. Якщо навантаження перевищує границю пружності (або текучості), у породі накопичуються незворотні зміни структури, і після зняття навантаження частина деформації залишається.



# В'язкопластична деформація

**В'язкопластична деформація** – це деформація, що має властивості як *в'язкі* (часозалежні), так і *пластичні* компоненти.

Вона характерна повзучістю – повільним накопиченням деформації з часом під сталим навантаженням – і при цьому може включати як відновлювану частку (пружну), так і невідновлювану (пластичну). В'язкопластична поведінка означає, що за достатньо тривалого навантаження порода деформується все більше, навіть якщо рівень напруження менший за миттєву границю міцності.

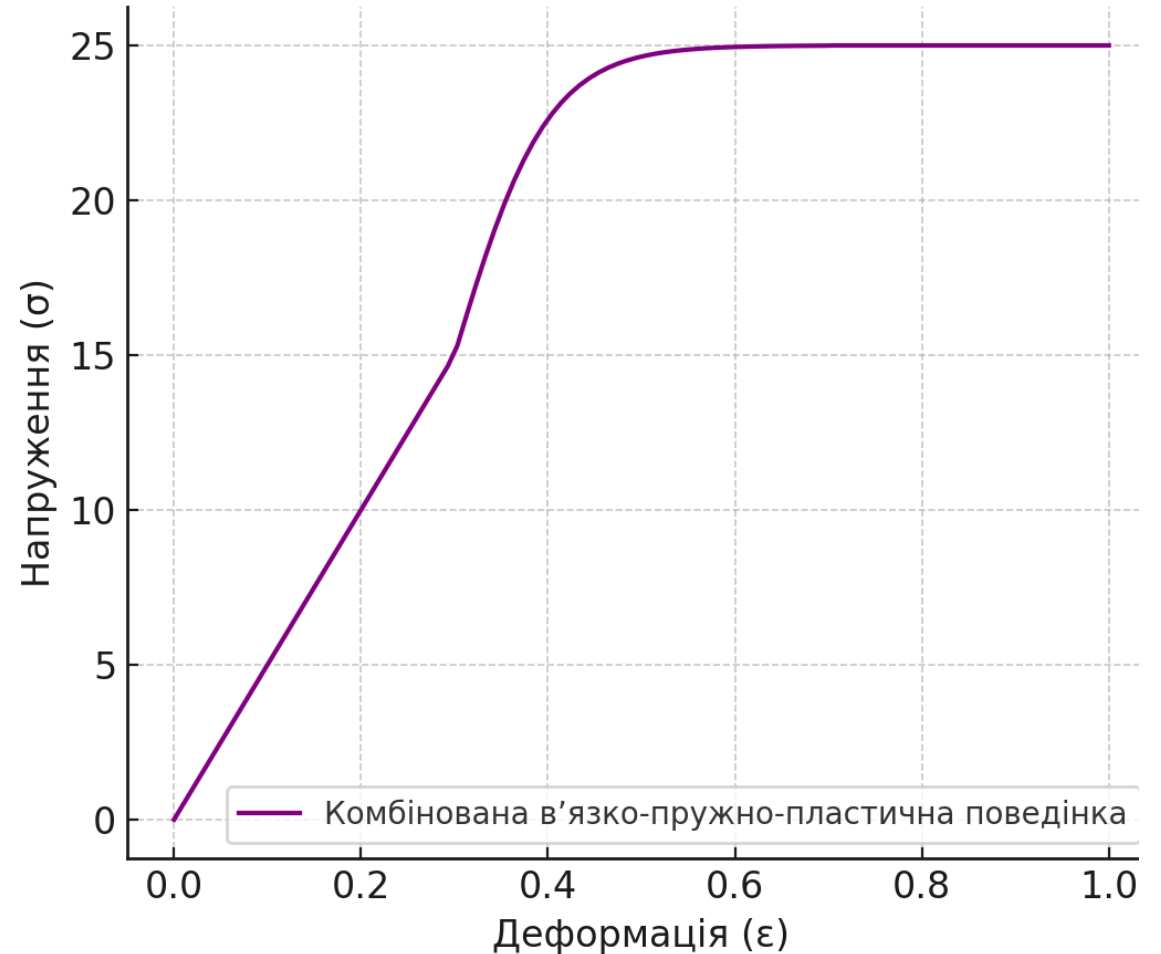


## Комбінована в'язко-пружно-пластична поведінка

У реальних гірських породах деформація зазвичай має комбінований характер, тобто включає всі три описані механізми. При навантаженні порода спершу демонструє пружну реакцію. Якщо навантаження достатньо велике і діє тривалий час, починають проявлятися в'язкі ефекти – повільне збільшення деформації з часом (первинна повзучість). Зростання деформації може уповільнюватися і переходити в стаціонарну стадію повзучості (зі сталою швидкістю деформування), проте якщо напруження близькі до міцності, може настати прискорена, терційна повзучість, що завершується руйнуванням. Після перевищення певного порогу напружень матеріал входить у пластичний режим, де деформації вже не відновляться.

Таким чином, довготривале навантаження навіть при помірних рівнях напруг поступово знижує ефективну пружність породи і проявляє її пластичні властивості.

Комбінована в'язко-пружно-пластична пове







# Механічні реологічні моделі

# Суть моделі Максвелла

Модель Максвелла використовується для опису поведінки в'язкопружних матеріалів, тобто таких, які поєднують пружні (оборотні) та в'язкі (необоротні) властивості. Вона складається з двох основних елементів:

**Пружини**, яка відповідає за пружну реакцію матеріалу (характеризується модулем пружності  $E_M$ ).

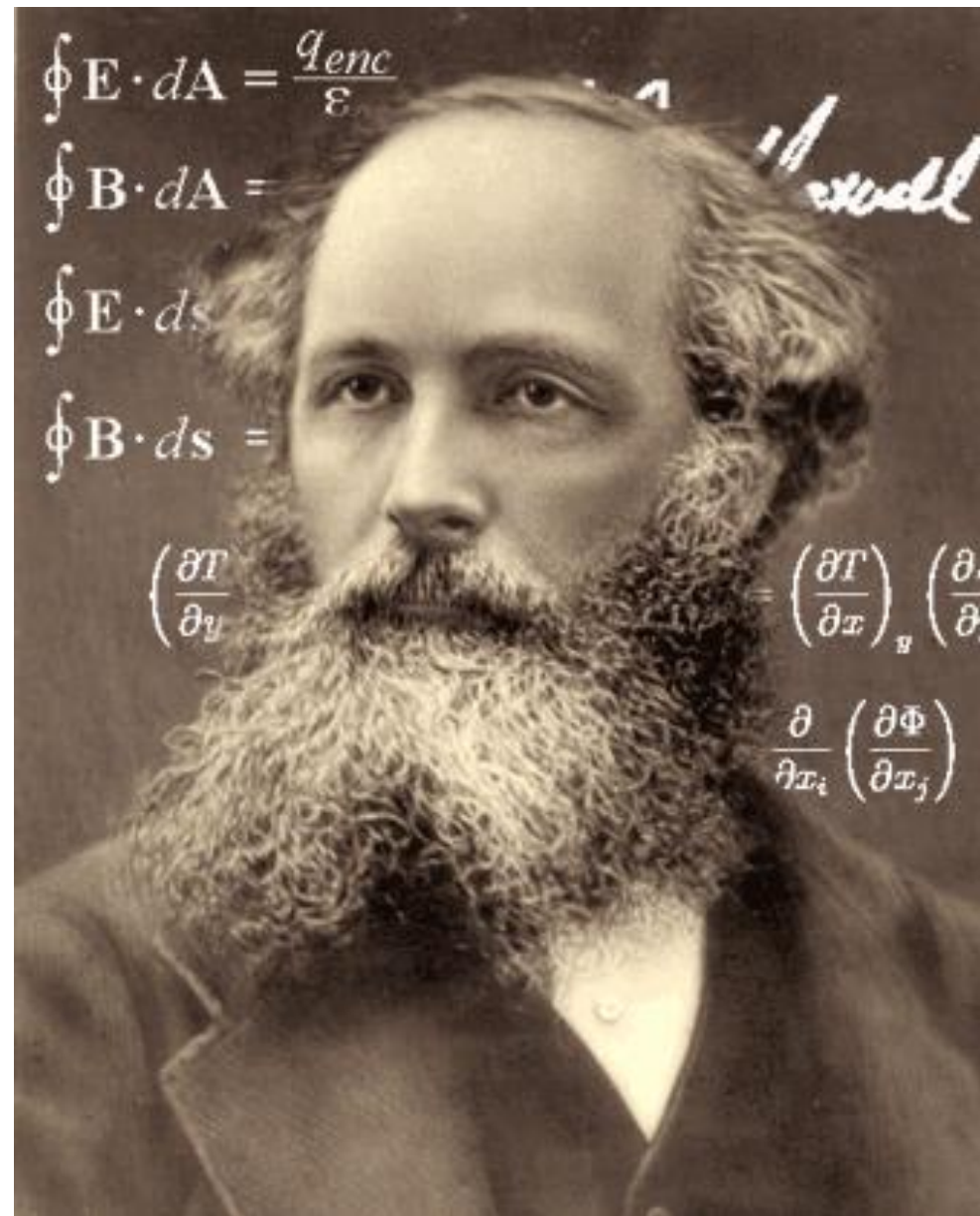
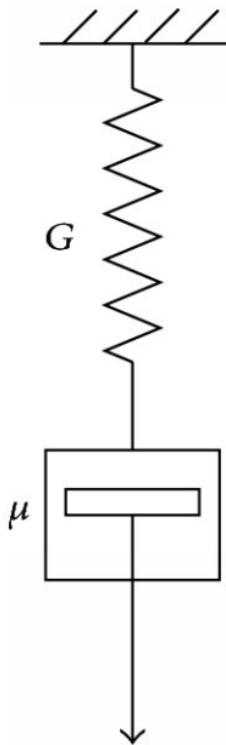
**В'язкого поршня**, що забезпечує незворотну деформацію матеріалу в часі (визначається коефіцієнтом в'язкості  $\eta_M$ ).

Як працює модель Максвелла:

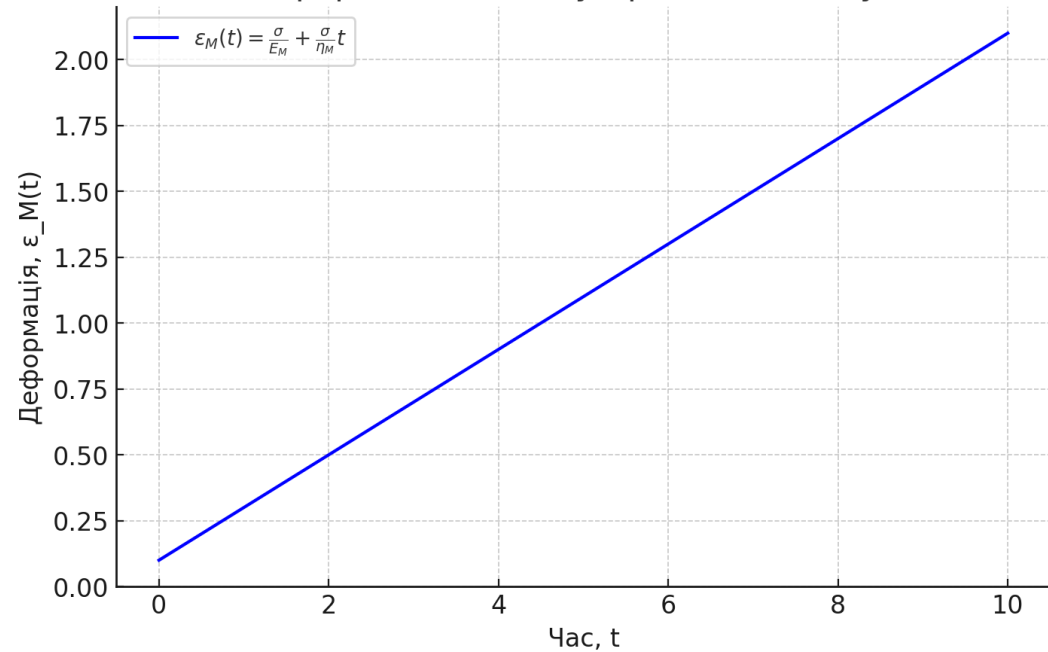
Ці два елементи з'єднані послідовно, що означає: напруження  $\sigma$  в обох елементах однакове; загальна деформація  $\epsilon$  є сумою деформацій пружини і поршня.

Математично це записується як:

$$\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_M = \frac{\sigma}{E_M} + \frac{\sigma}{\eta_M}$$



Залежність деформації від часу при постійному навантаженні



## Вплив постійного напруження (повзучість)

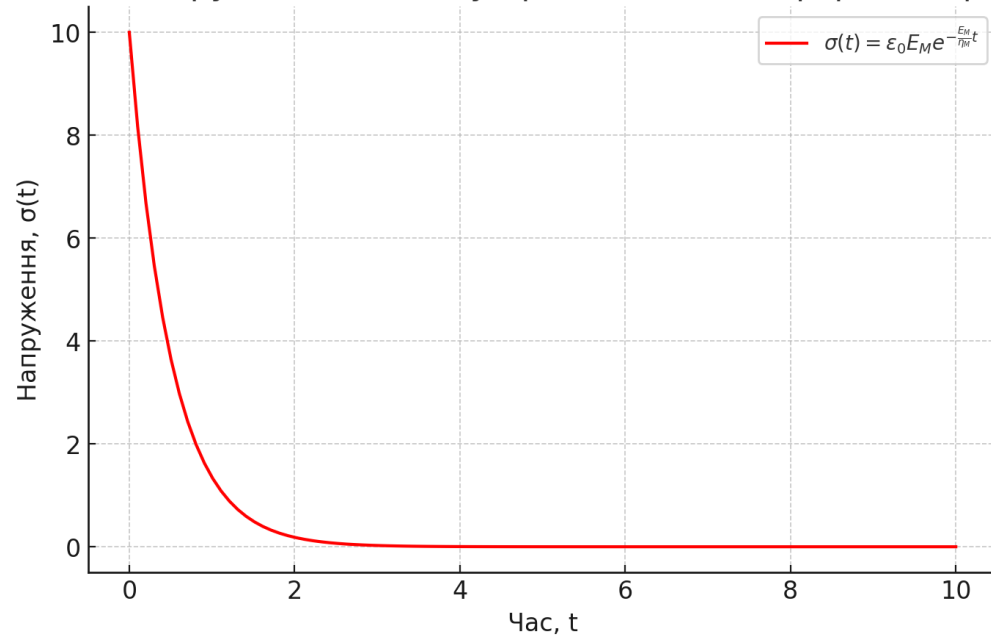
Якщо до матеріалу прикласти сталі навантаження ( $\sigma = \text{const}$ ), то модель дає рівняння деформації:

$$\varepsilon_M(t) = \frac{\sigma}{E_M} + \frac{\sigma}{\eta_M} t$$

Тут є дві складові:

- 1. Миттєва пружна деформація  $\sigma/E_M$** , яка виникає одразу після навантаження.
- 2. Лінійно зростаюча в'язка деформація  $(\sigma/\eta_M) \cdot t$** , що показує, що матеріал з часом повзе безмежно.

Залежність напруження від часу при постійній деформації (релаксація)



## Вплив постійної деформації (релаксація напруги)

Якщо матеріал швидко розтягнути до деформації  $\epsilon_0$  і зафіксувати її, то:

- спочатку напруження буде високим (визначається пружиною);
- з часом напруження буде спадати, бо поршень поступово "розтікається", і вся напруга зникає.

# Суть моделі Кельвіна-Фойгта

Модель Кельвіна-Фойгта використовується для опису повзучості матеріалів, які з часом поступово змінюють свою форму під навантаженням, але при цьому не розтягуються необмежено, як у моделі Максвелла.

Вона складається з пружини та в'язкого поршня, які з'єднані паралельно. Це означає, що: еформація  $\epsilon$  є однаковою для обох елементів; напруження  $\sigma$  розподіляється між пружиною ( $\sigma_e$ ) та поршнем ( $\sigma_v$ ).

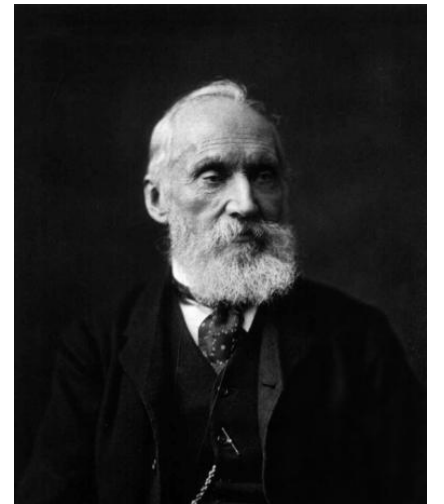
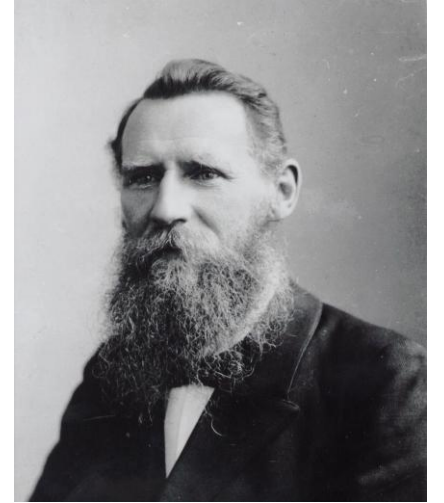
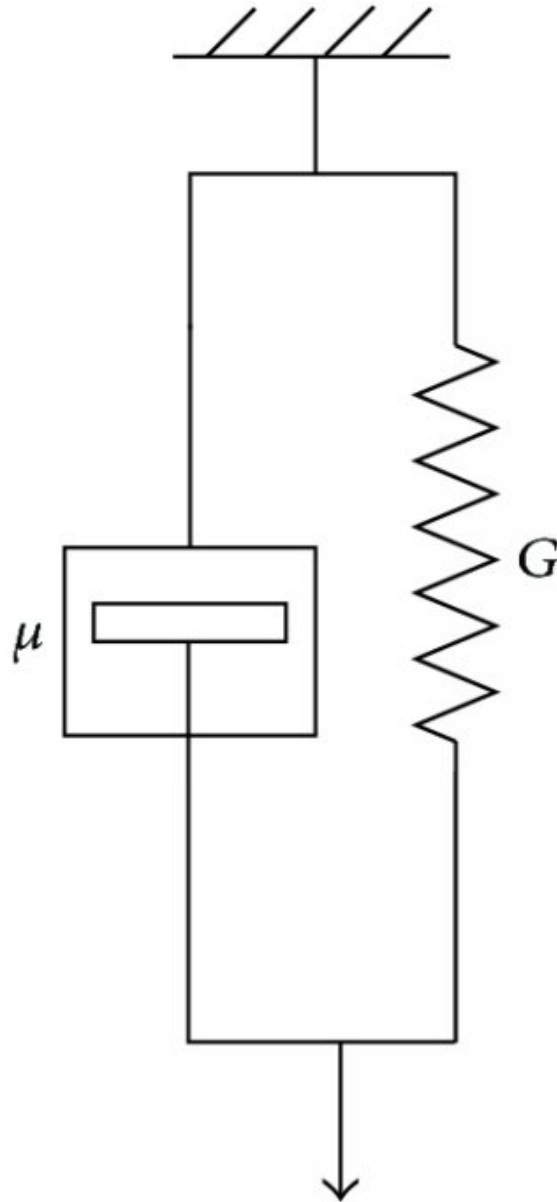
Рівняння моделі має вигляд:

$$\sigma = E_K \epsilon + \eta_K \dot{\epsilon}'$$

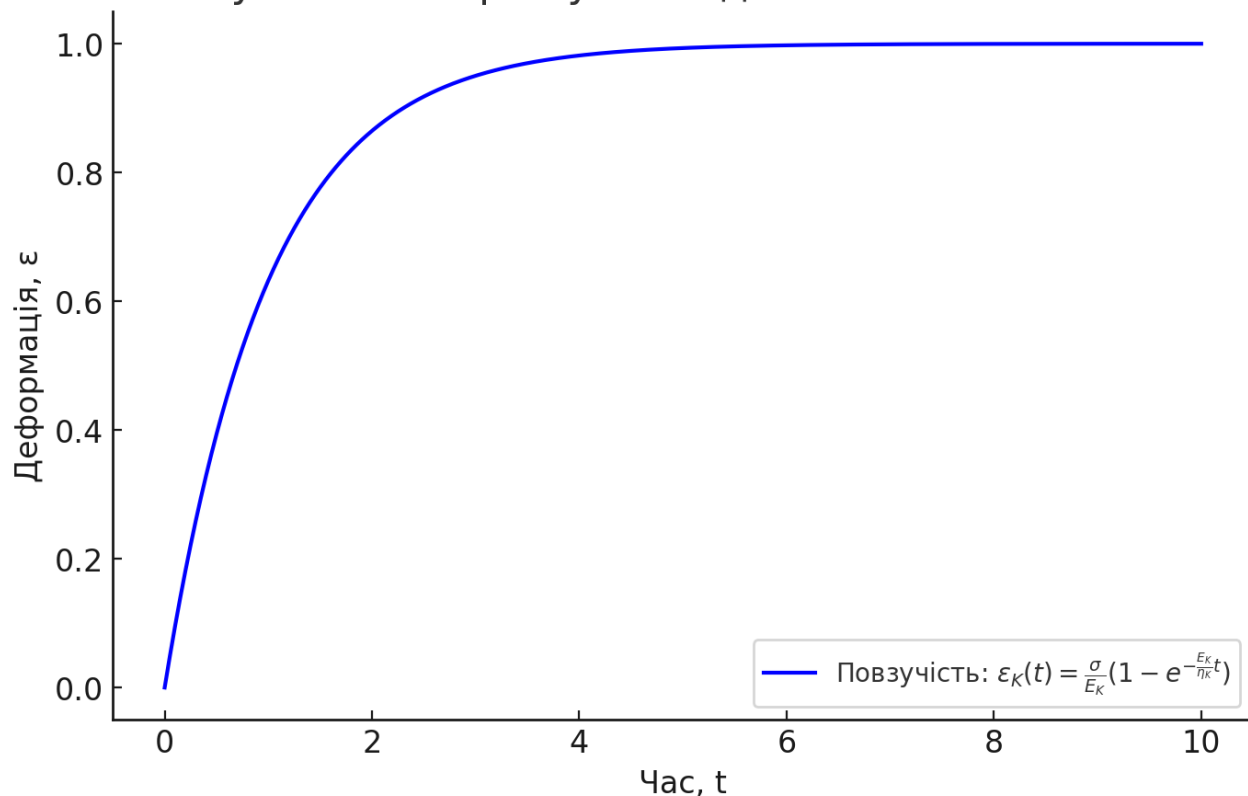
де:  $E_K$  – модуль пружності пружини,

$\eta_K$  – коефіцієнт в'язкості поршня,

$\dot{\epsilon}'$  – швидкість деформації.



### Повзучість матеріалу за моделлю Кельвіна-Фойгта



### Повзучість під сталим навантаженням

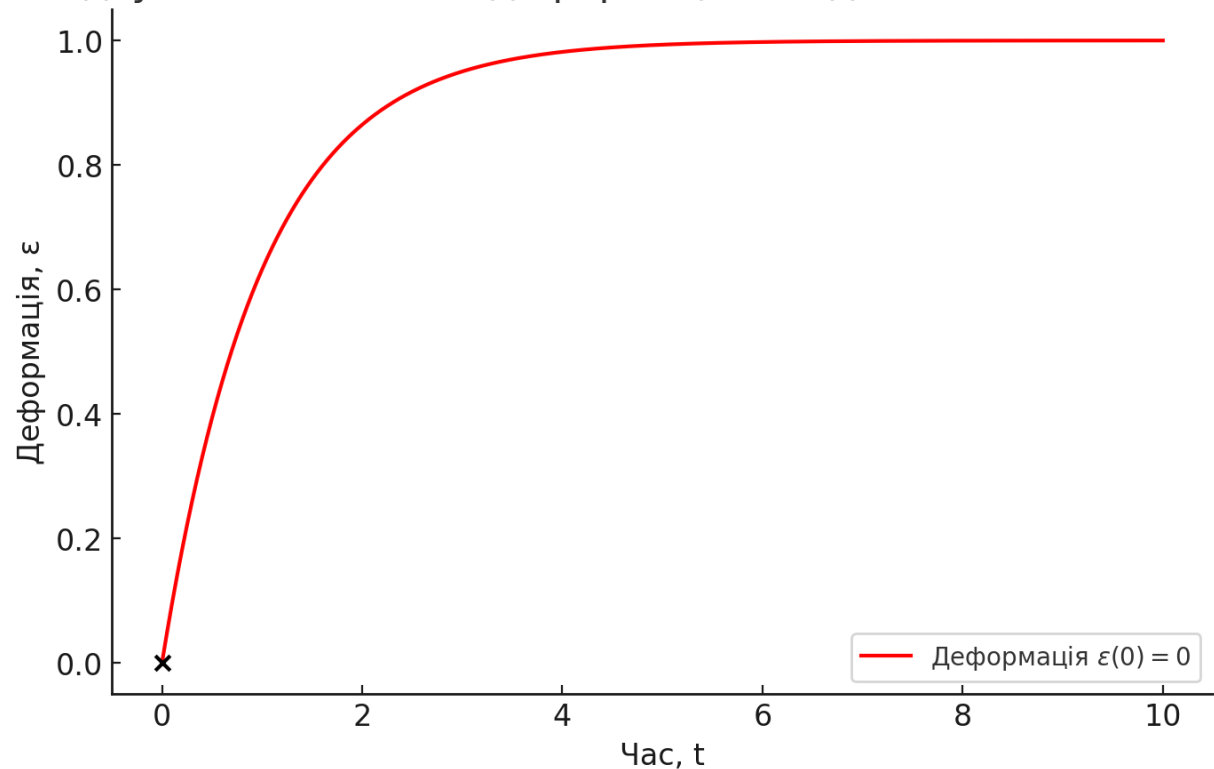
Якщо прикласти **постійне напруження** ( $\sigma = \text{const}$ ), матеріал починає деформуватися за законом:

На початку швидкість деформації **максимальна**, тому що поршень чинить опір руху.

Згодом швидкість **зменшується експоненційно**.

Через деякий час деформація **досягає граничного значення**  $\epsilon(\infty) = \sigma/E_K$ , після чого подальша повзучість припиняється.

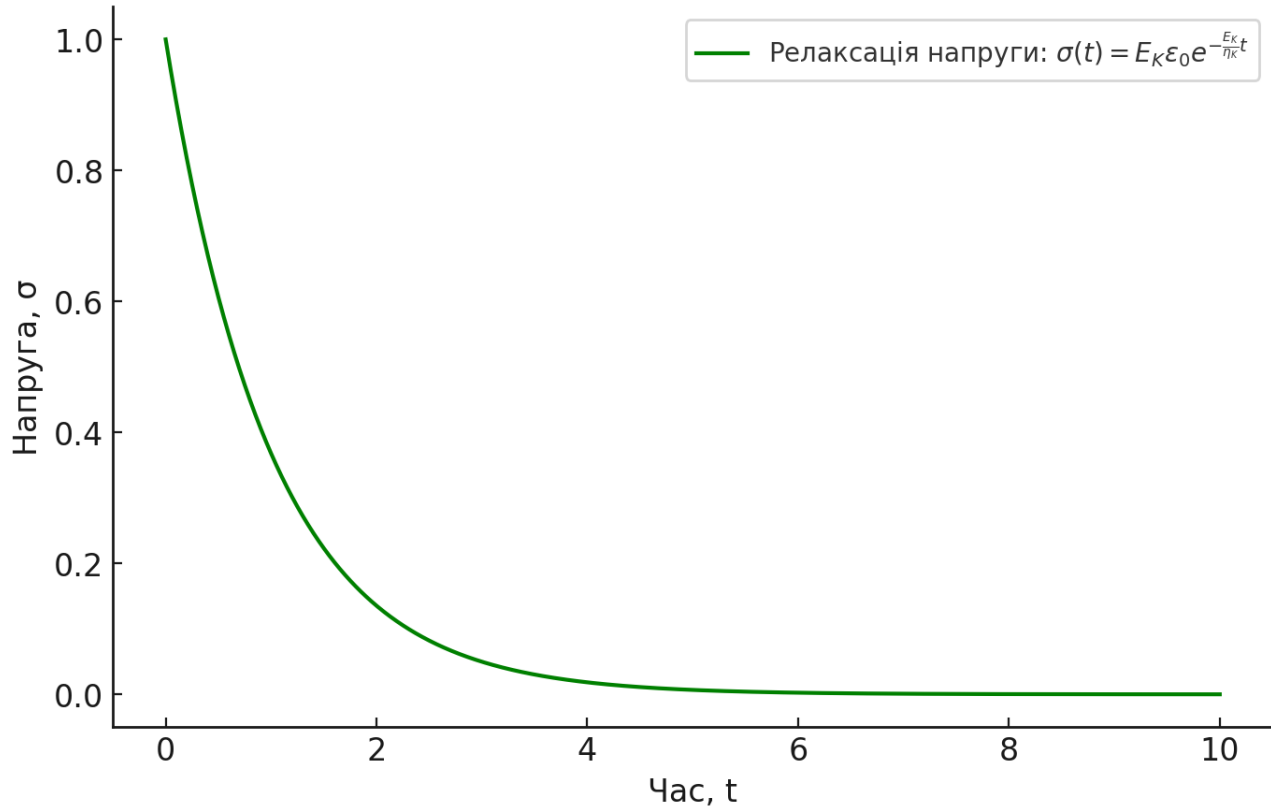
### Відсутність миттєвої деформації в моделі Кельвіна-Фойгта



### Відсутність миттєвої деформації

На відміну від моделі Максвелла, модель Кельвіна **не передбачає миттєвого стрибка деформації**. У момент прикладення навантаження ( $t=0$ ) деформація **починається з нуля** ( $\epsilon(0)=0$ ). Це пояснюється тим, що в'язкий елемент не дозволяє пружині одразу розтягнутися.

## Релаксація напруги в моделі Кельвіна-Фойгта



### Релаксація напруги під постійною деформацією

Якщо матеріал розтягнути до деформації  $\varepsilon_0$  і утримувати її сталою:

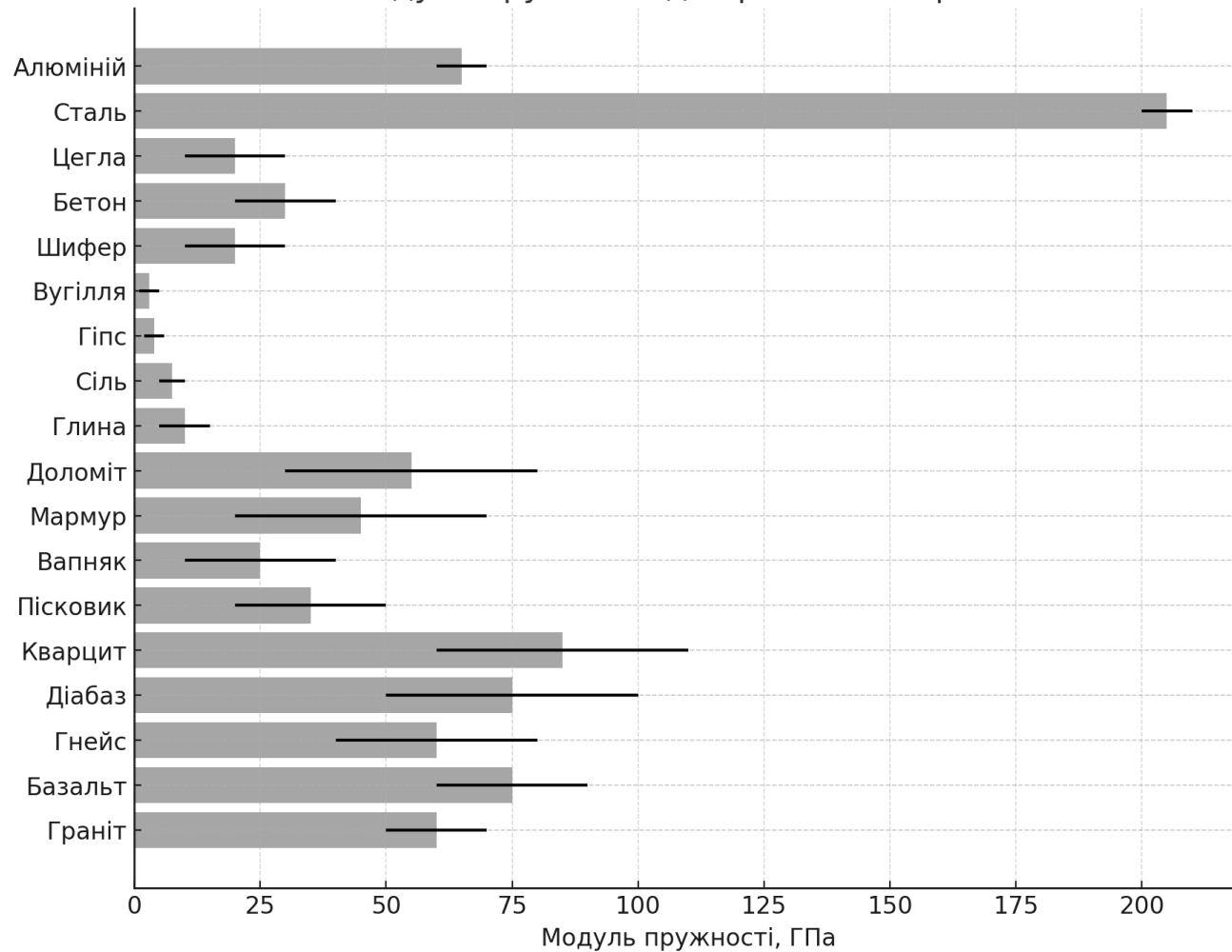
- спочатку **все напруження** несе пружина;
- згодом поршень поступово "перетікає" і бере частину навантаження на себе;
- у кінцевому стані деяке залишкове напруження все ж залишається ( $\sigma = E_K \varepsilon_0$ ), оскільки пружина завжди залишається розтягнутою.





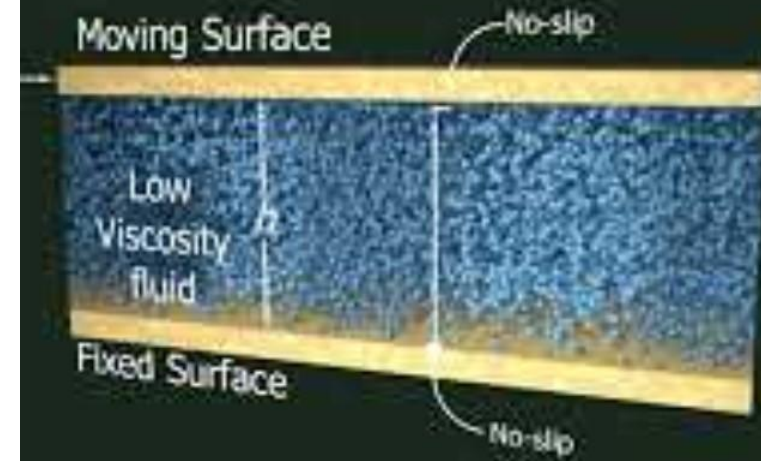
# Основні реологічні параметри

Модуль пружності для різних матеріалів

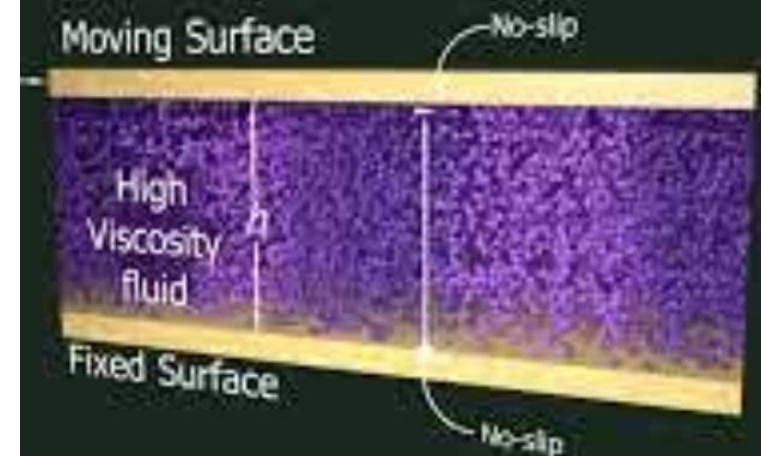


**Модуль пружності (E)** – коефіцієнт пружної жорсткості породи. Він визначає, яку напругу треба прикласти для виникнення одиничної пружної деформації. Вимірюється в Па (MPa, GPa). Високий модуль пружності означає “жорстку” породу (малі пружні деформації під навантаженням), низький – “м’яку” (більш піддатливу).

**Коефіцієнт в'язкості ( $\eta$ )** – параметр, що характеризує опір породи в'язкому течінню (повзучості). Він пов'язує напруження і швидкість деформації у в'язкому елементі. Одиниця виміру – Па·с. Чим більша  $\eta$ , тим повільніше матеріал деформується під сталим навантаженням (менша швидкість повзучості).

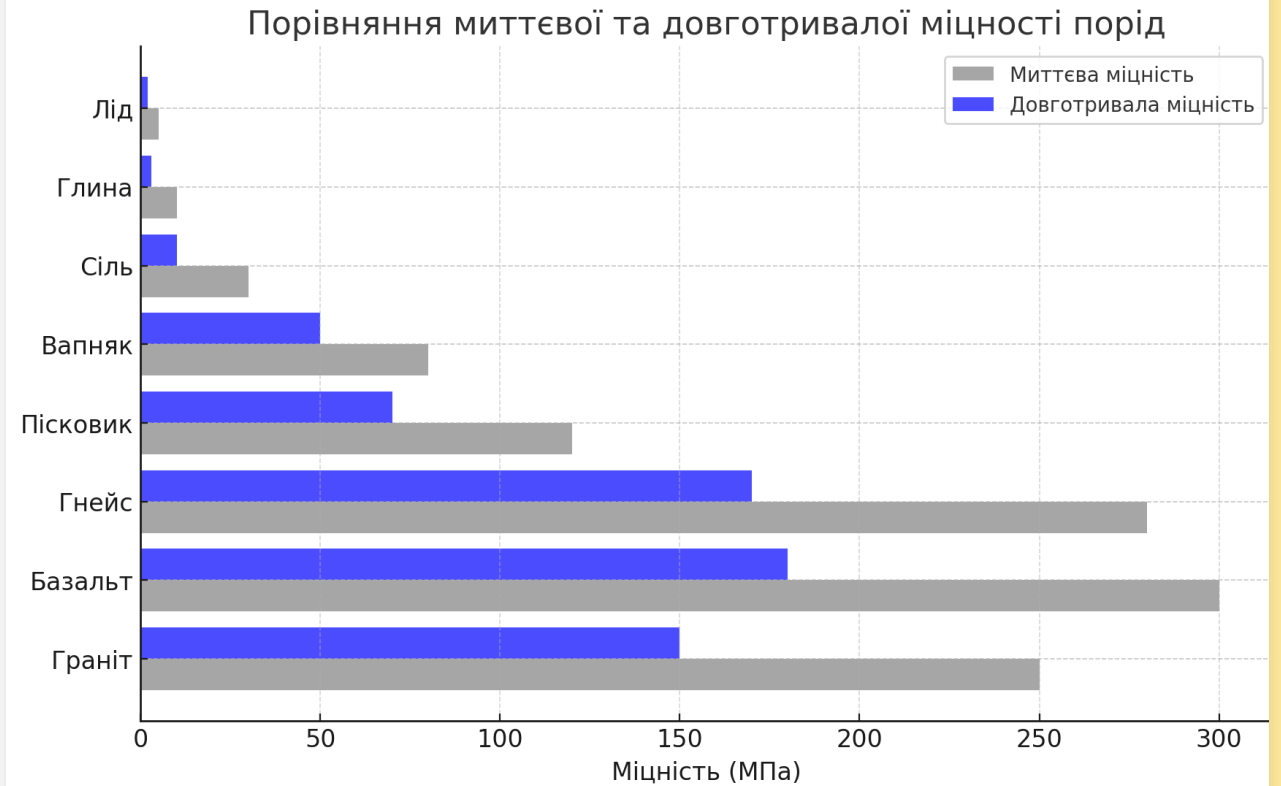


00:00:01:02



\*Temperature & Shear Stress equal for both fluids

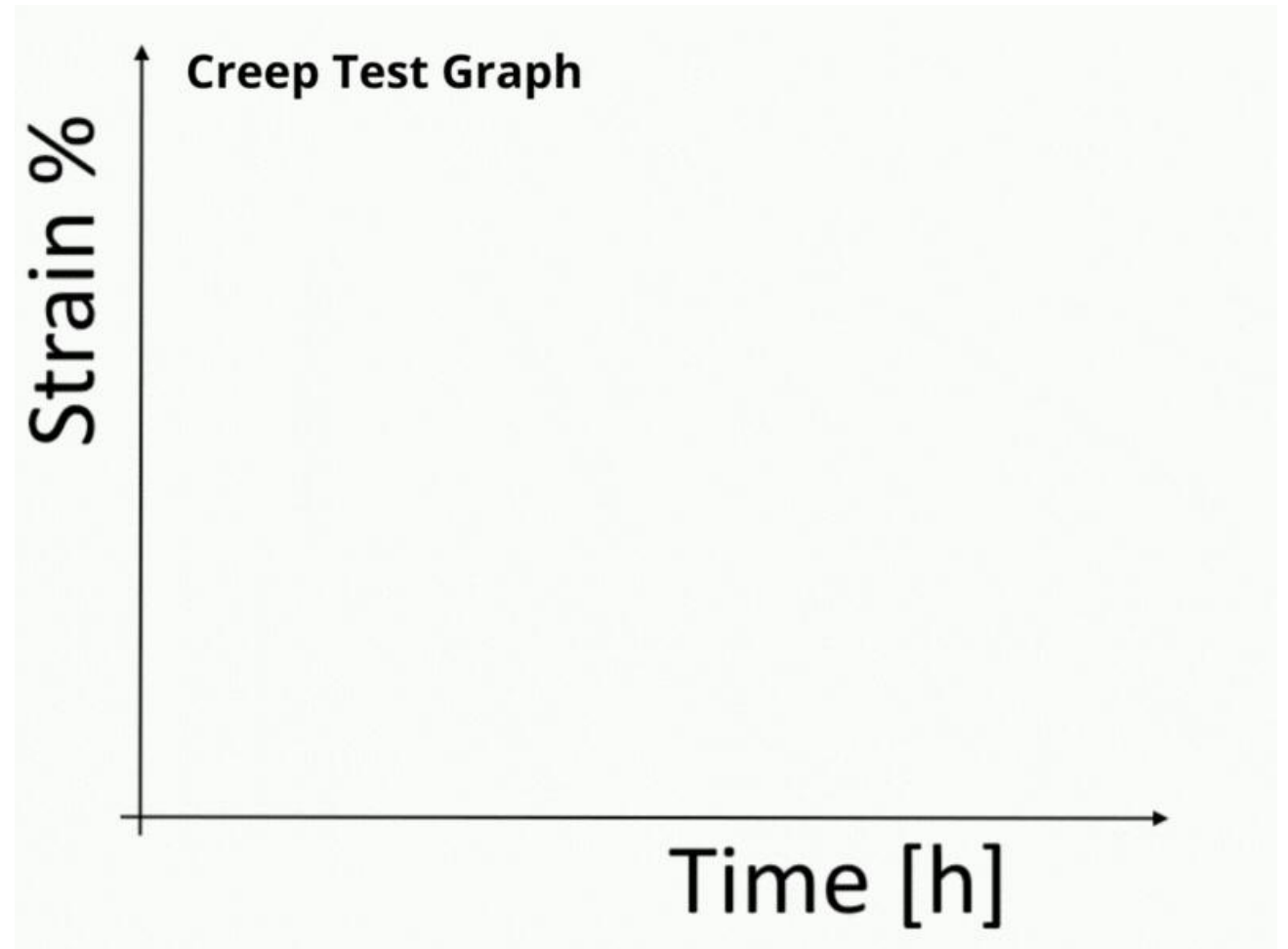
**Довготривала міцність породи** – це напруження, яке порода здатна витримувати *протягом тривалого часу* без руйнування. Іншими словами, якщо породу навантажити напруженням, що перевищує довготривалу (повзучу) міцність, то за достатньо великий час вона *неминуче зруйнується* внаслідок повзучості (навіть якщо це напруження менше за миттєву міцність).



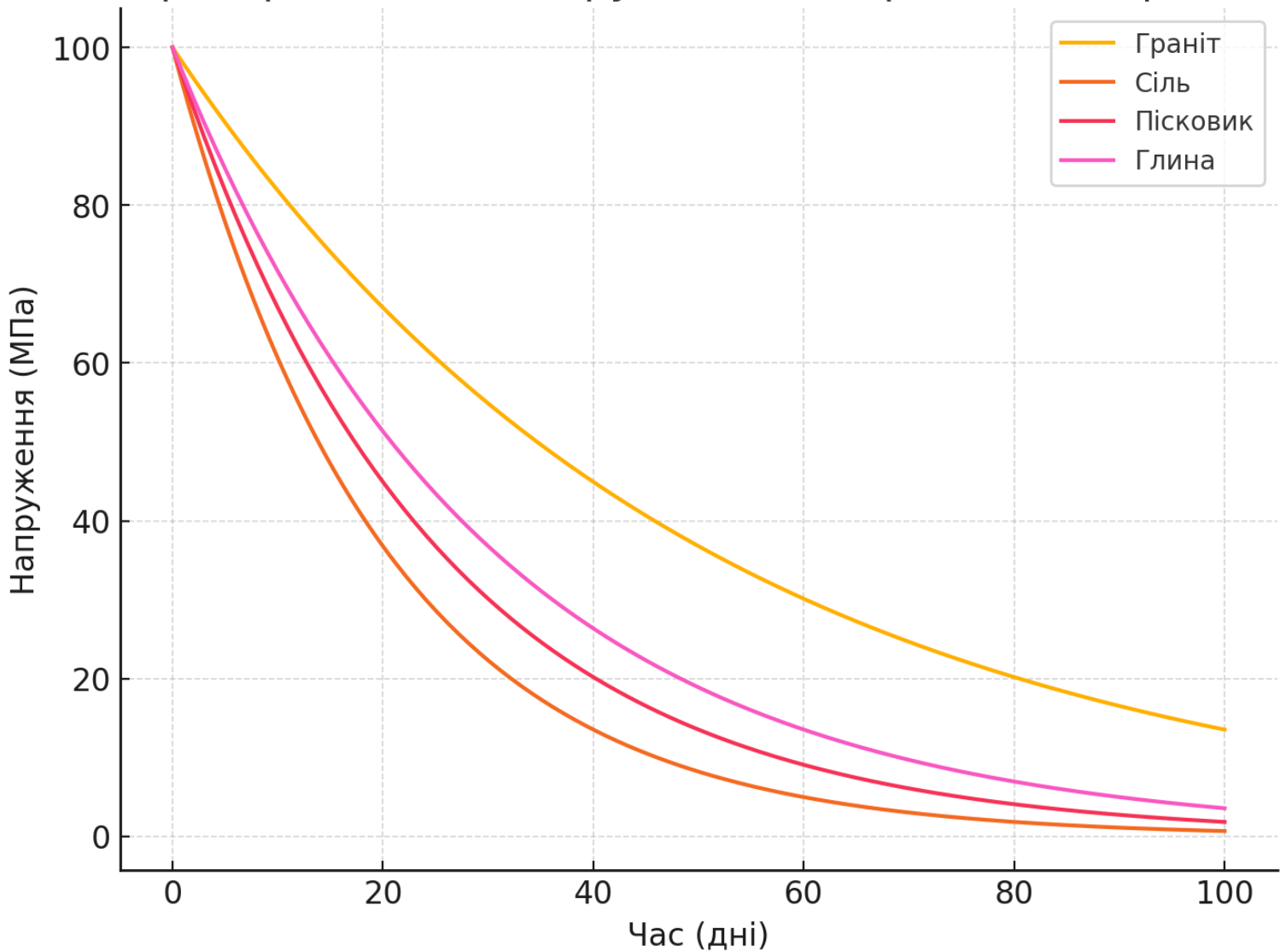
**Повзучість** – часозалежна деформація при сталому навантаженні. За сталого рівня напруження, деформація з часом зростає (або повзе). Спочатку швидкість деформування висока (первинна повзучість), поступово вона спадає до майже постійної (стаціонарна, або вторинна, повзучість), а при наближенні до руйнування може знову зрости. Повзучість є проявом в'язких властивостей породи.

Важливо, що повзучість може спостерігатися і при рівнях напружень *нижчих за межу текучості*, на відміну від пластичної деформації, що виникає тільки після перевищення цього порогу.

**Крива повзучості** є важливою характеристикою: з її аналізу визначають повзучі параметри матеріалу. Повзучість суттєво залежить від температури.



Криві релаксації напруження для різних матеріалів



**Релаксація напруги** – зменшення напруження з часом при підтримуваній сталій деформації. Це явище – обернене до повзучості: якщо матеріал деформовано до певного рівня і закріплений у такому стані, початкове напруження потрібне для утримання цієї деформації з часом буде спадати. В'язко-пружний матеріал поступово “розслаблюється”: частина пружного напруження переходить у пластичну деформацію, і щоб утримувати ту саму загальну деформацію, потрібно менше напруження. Зрештою, у ідеально в'язкому тілі напруження спаде до нуля. У реальних породах релаксація може привести до істотного зниження внутрішніх напружень з часом.