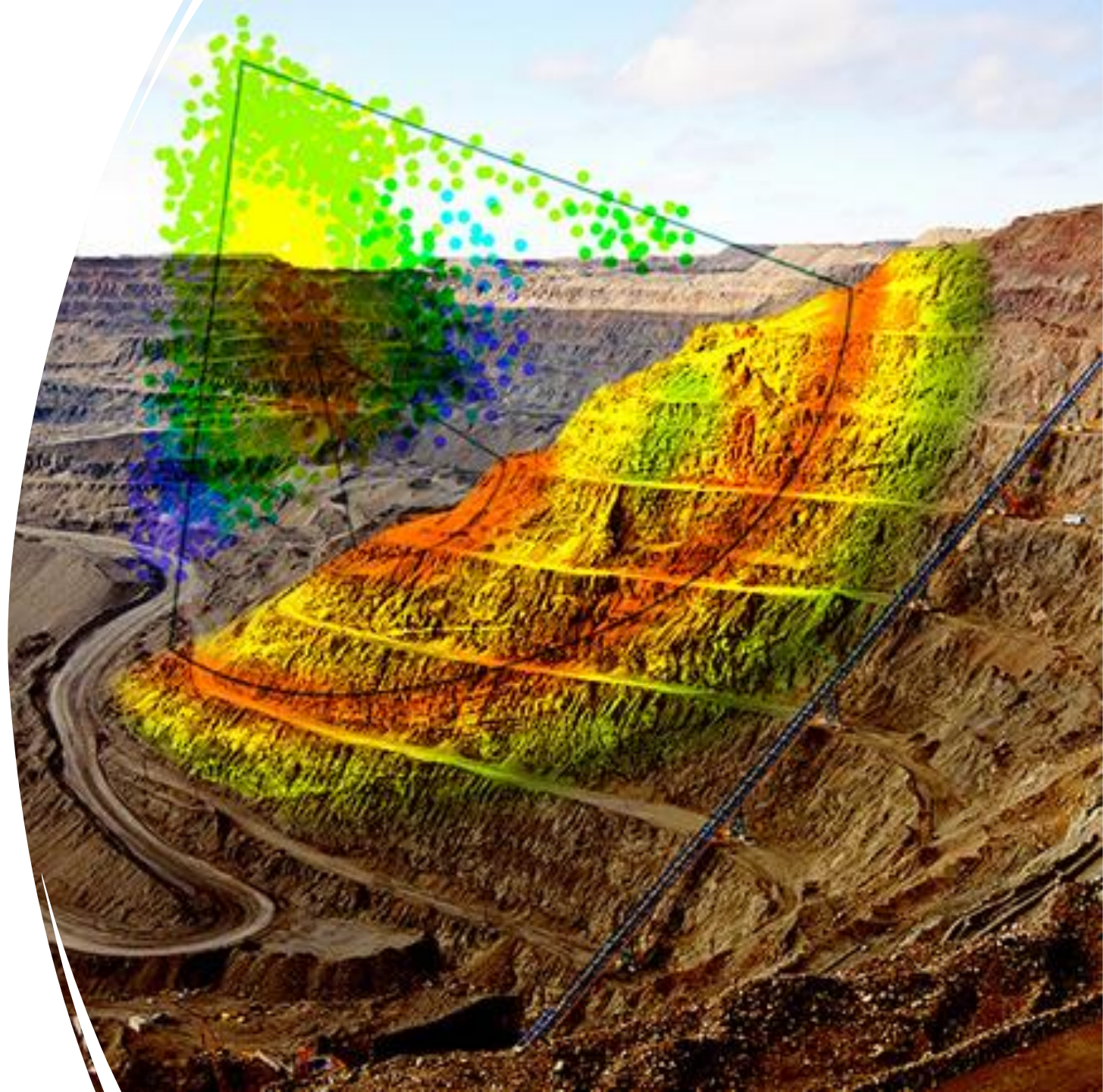


**Лекція 2.  
Напруження  
та деформація  
в гірських  
породах**

**Механіка  
гірських  
порід**





## **Значення вивчення напруженого стану гірських порід у гірничій справі**

Гірські породи, що формують земну кору, знаходяться під постійним впливом природних і техногенних факторів. Будь-яке порушення їх природного стану, наприклад, під час будівництва шахт, кар'єрів або підземних тунелів, призводить до зміни напруженого стану порід.



**Основними завданнями механіки гірських порід у контексті оцінки напруженого стану та деформацій є:**

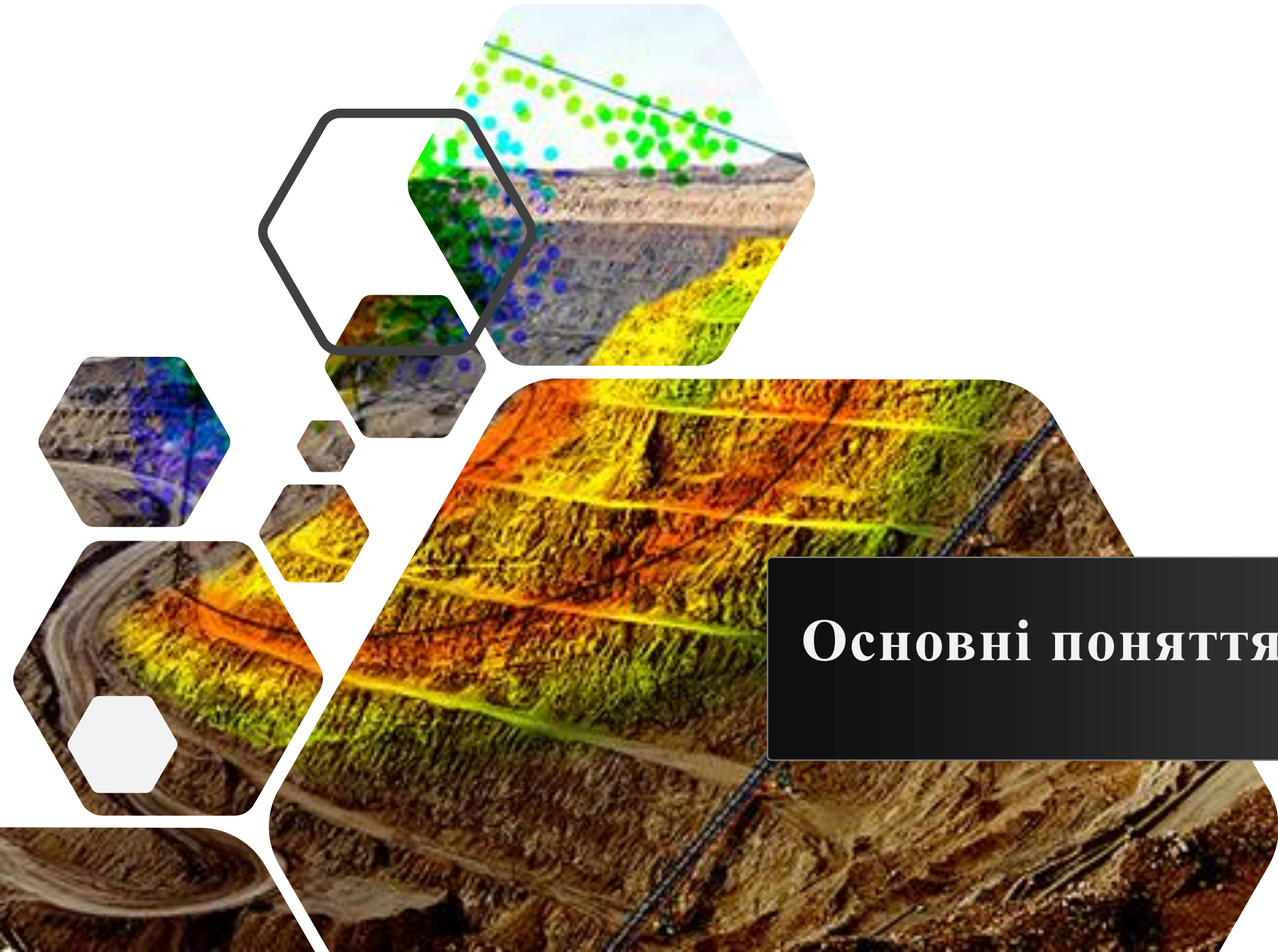
Визначення природного напруженого стану порід – дослідження первинних (геостатичних) напружень у масиві до початку розробки.

Аналіз змін напружень при гірничих роботах – прогнозування того, як змінюється напружено-деформований стан навколо виробок.

Дослідження механічних властивостей порід – визначення параметрів міцності, пластичності та пружності порід.

Моделювання та розрахунків гірських масивів – застосування математичних та експериментальних методів для передбачення можливих деформацій.

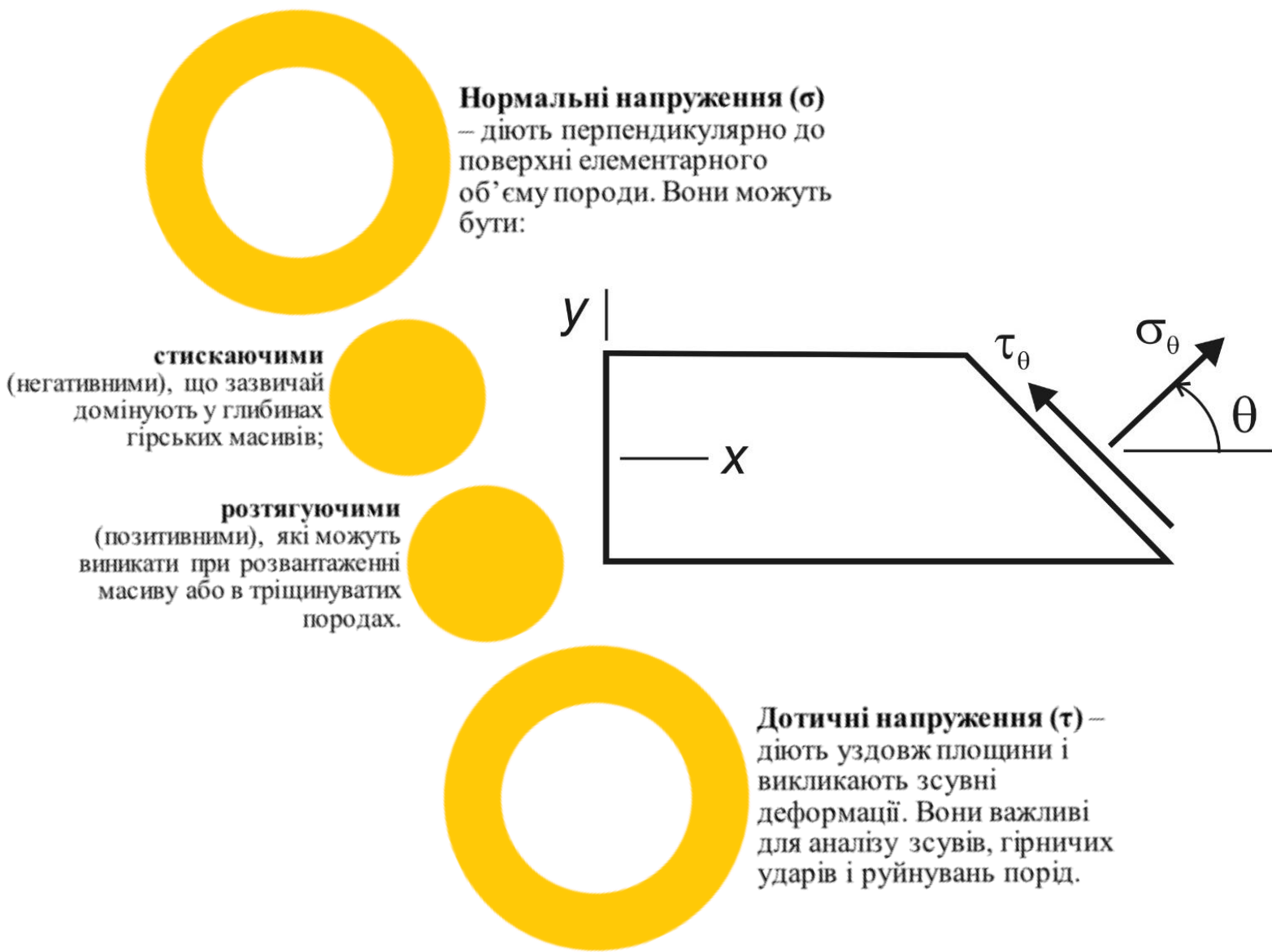
Розробка заходів для зміцнення порід – впровадження технологій, що мінімізують ризики руйнування (анкерування, кріплення, ін'єкційні методи тощо).



# Основні поняття та визначення

У гірських породах напруження виникають внаслідок впливу зовнішніх сил, внутрішніх геодинамічних процесів та гірничих робіт. Напруження визначається як сила, що діє на одиницю площі ( $\sigma = F/A$ ) і вимірюється в мегапаскалях (МПа).

Залежно від орієнтації відносно поверхні розрізняють два основні типи напружень – нормальні і дотичні.



Деформація – це зміна форми або розмірів гірської породи під впливом напружень.

01

**Пружна деформація** – тимчасова зміна, яка зникає після зняття навантаження. Такий тип деформації підкоряється **закону Гука**.

02

**Пластична деформація** – незворотна зміна форми породи, коли вона перевищує межу пружності, але ще не руйнується.

03

**Залишкова деформація** – кінцевий стан після зняття напружень, що є характерним для сильно пластичних або м'яких гірських порід.

Закон Гука описує зв'язок між напруженням і пружною деформацією. Він формулюється як:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

де:  $\sigma$  – нормальне напруження (МПа);  $E$  – модуль Юнга (ГПа), що характеризує жорсткість породи;  $\varepsilon$  – відносна деформація (безрозмірна величина).

Для дотичних напружень аналогічне рівняння записується через модуль зсуву ( $G$ ):

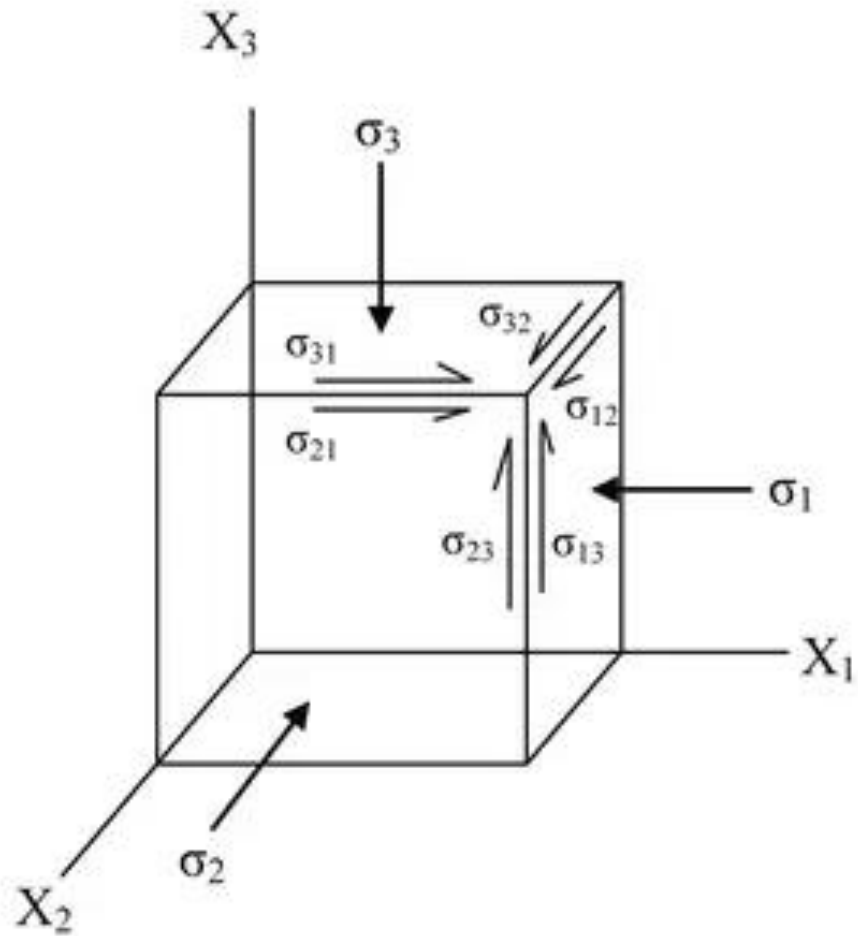
$$\tau = G \cdot \gamma$$

де:  $\gamma$  – кут зсуву, що визначає деформацію за дотичних напружень.

Закон Гука дозволяє прогнозувати поведінку порід під навантаженням та визначати їх міцнісні характеристики.







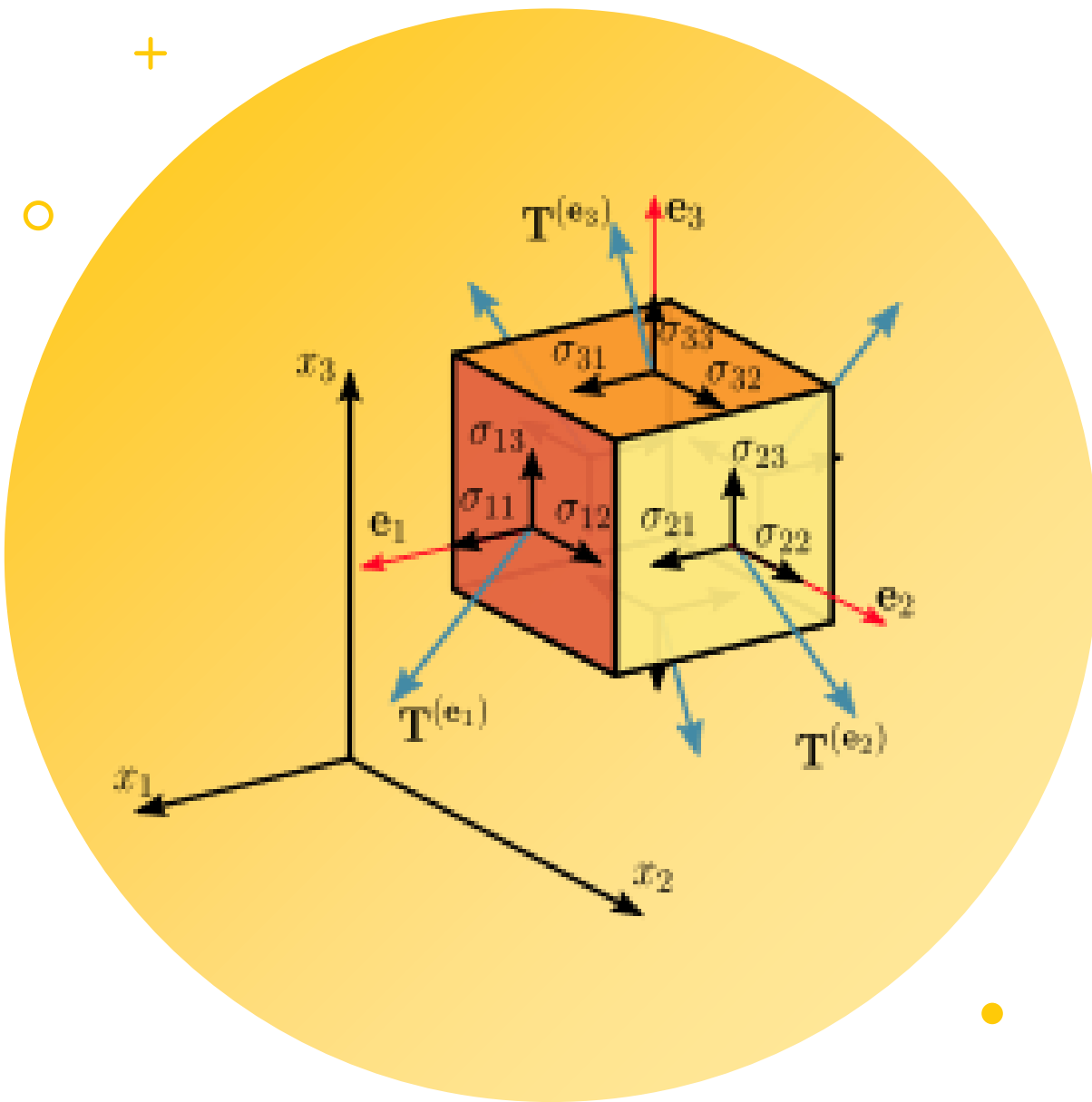
Оскільки напружений стан гірських порід є тривимірним, для його опису використовують **координатну систему** та **тензор напружень**.

**Координатна система** зазвичай вибирається так, щоб її осі збігалися з головними напрямками напружень:

$\sigma_1$  – найбільше головне напруження (часто діє вертикально у глибоких шахтах);

$\sigma_2$  – проміжне напруження;

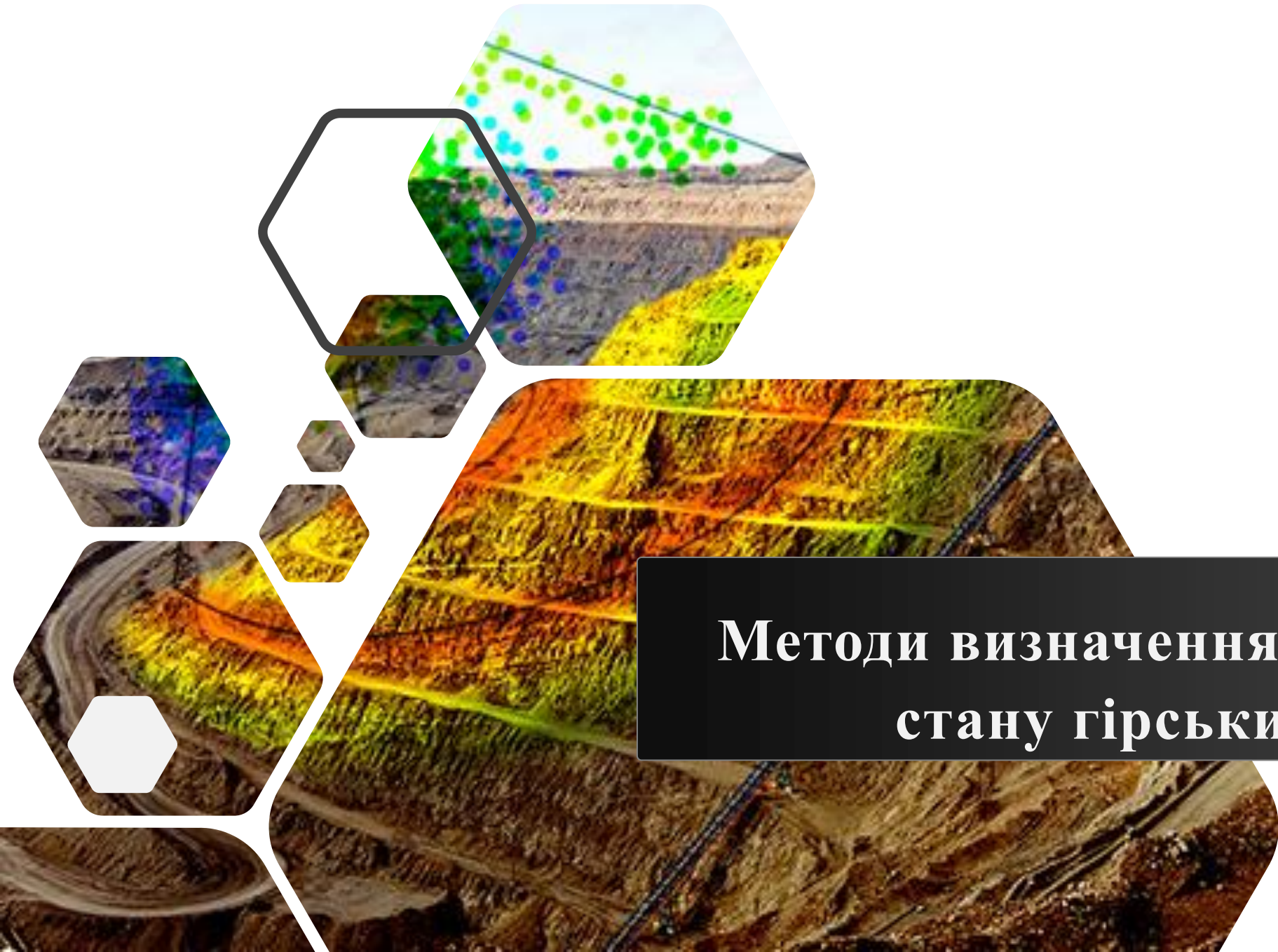
$\sigma_3$  – найменше головне напруження (горизонтальний напрямок у більшості випадків).



Для опису повного напруженого стану використовують **тензор напружень**:

$$T = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

де:  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  – нормальні напруження, а  $\tau\{xy\}, \tau\{yz\}, \tau\{zx\}$  – дотичні напруження.



# Методи визначення напруженого стану гірських порід

# Теоретичні методи розрахунку напруженого стану гірських порід

Теоретичні методи розрахунку напружень базуються на законах механіки суцільного середовища та враховують механічні властивості гірських порід, геометрію виробок і характер навантажень.

Вони дозволяють визначити:

- розподіл напружень у гірському масиві до і після розробки родовища;
- зони підвищеної концентрації напружень, що можуть призвести до руйнування порід;
- вплив глибини залягання, тріщинуватості та інших геологічних факторів на напружений стан.

Теоретичні  
методи  
розрахунку  
напружень:

Аналітичні методи

Метод напіваналітичних  
розрахунків

Цифрові методи

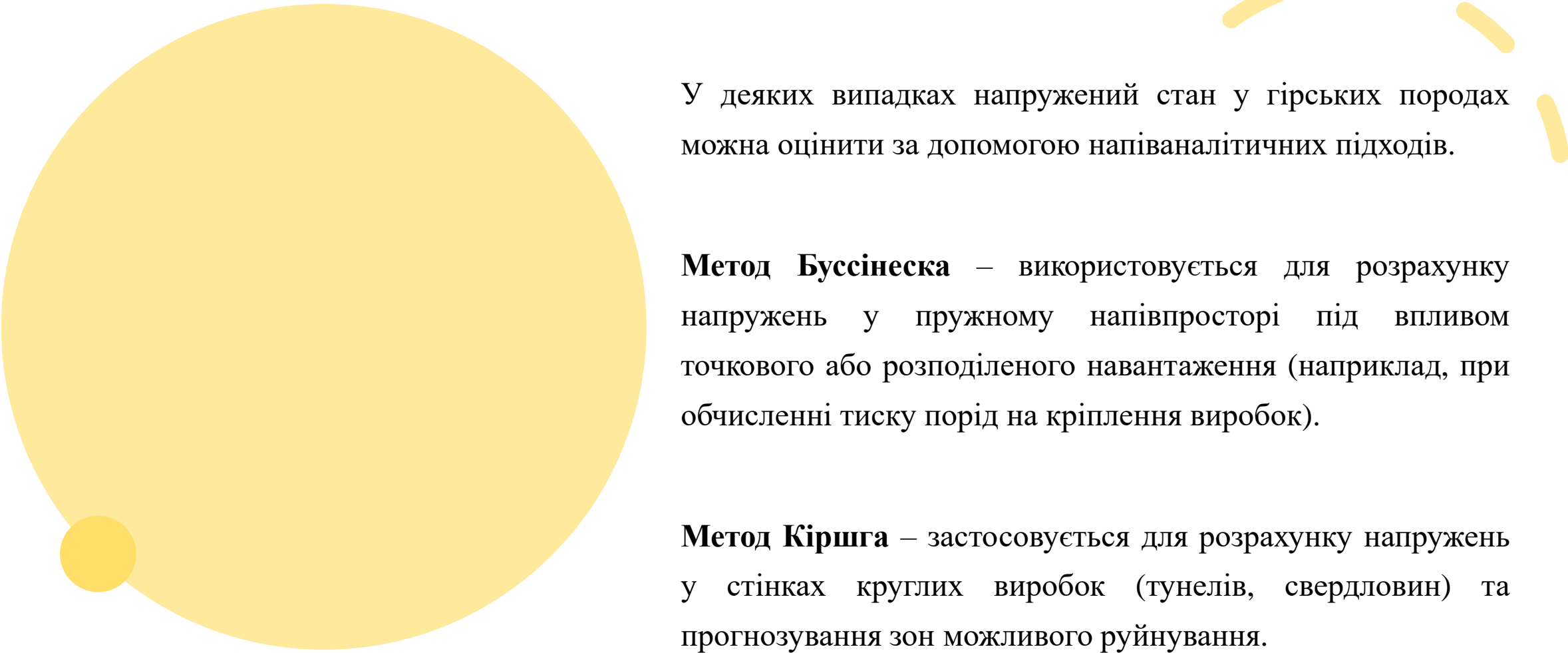
До  
аналітичних  
методів  
належать:

**Класична теорія напружень** – базується на рівняннях Ламе, Нав'є-Стокса та теоремах механіки суцільного середовища.

**Теорія потенціальних функцій** – дозволяє визначати напружений стан в однорідному масиві гірських порід.

**Розрахунок напружень у пружному середовищі** – використовується для оцінки напруженого стану навколо виробок і тріщин.

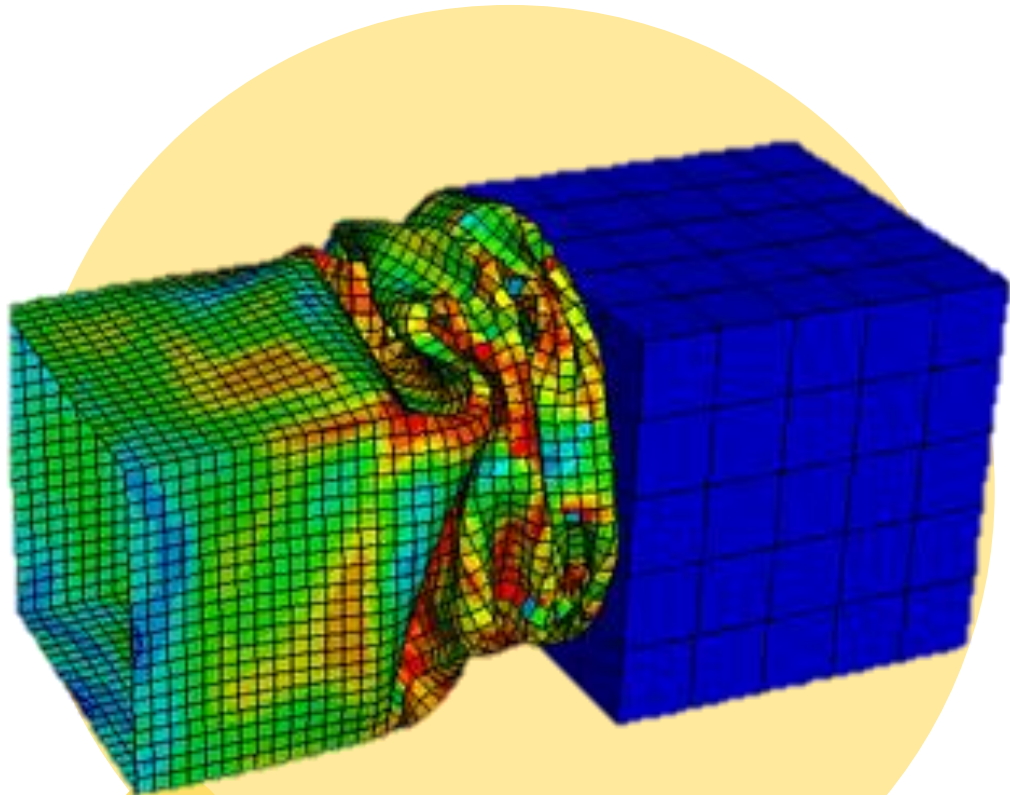
**Метод характеристик (метод Снеддона)** – використовується для оцінки деформацій у неоднорідних середовищах.



У деяких випадках напружений стан у гірських породах можна оцінити за допомогою напіваналітичних підходів.

**Метод Буссінеска** – використовується для розрахунку напружень у пружному напівпросторі під впливом точкового або розподіленого навантаження (наприклад, при обчисленні тиску порід на кріплення виробок).

**Метод Кіршга** – застосовується для розрахунку напружень у стінках круглих виробок (тунелів, свердловин) та прогнозування зон можливого руйнування.



### **Метод кінцевих елементів (FEM – Finite Element Method)**

Найбільш точний і гнучкий метод для аналізу складних систем. Використовується для розрахунку напружень і деформацій у тривимірних моделях. Дозволяє враховувати реальні геологічні умови (тріщинуватість, пластичність порід). Реалізується в програмних комплексах **ANSYS, PLAXIS, Abaqus, FLAC3D**.

### **Метод кінцевих різниць (FDM – Finite Difference Method)**

Використовується для моделювання поведінки порід у часі, враховує нелінійні деформації. Підходить для розрахунку процесів руйнування та повзучості порід.

### **Метод граничних елементів (BEM – Boundary Element Method)**

Ефективний для розрахунку напружень у нескінченних середовищах. Використовується для аналізу напруженого стану навколо свердловин і кар'єрів.

# Лабораторні методи визначення напруженого стану гірських порід

Лабораторні методи відіграють важливу роль у дослідженні механічних властивостей гірських порід. Вони дозволяють визначати міцність, пружність, пластичність і тріщиностійкість порід, що необхідно для оцінки їх поведінки у природних умовах або під час гірничих робіт.

Лабораторні дослідження проводяться на зразках порід, які вилучають із гірничого масиву за допомогою буріння або вибірки керна. Вони дають можливість отримати числові характеристики, необхідні для розрахунків напружено-деформованого стану масиву.





## Метод одноосьового стиску

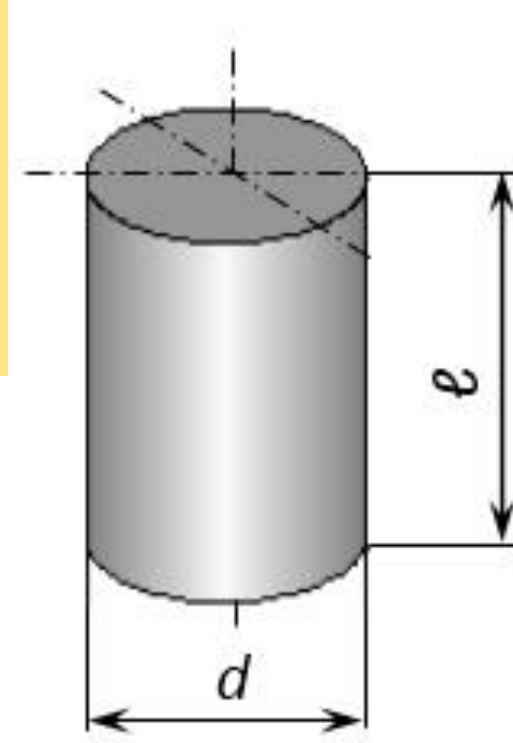
**Суть методу.** Зразок гірської породи у формі циліндра або куба піддається одноосьовому стиску до моменту руйнування.

**Основні характеристики, що визначаються.**

**Міцність на стиск ( $\sigma_c$ )** – максимальна напруга, яку витримує порода перед руйнуванням.

**Модуль пружності ( $E$ )** – відношення напруження до відповідної деформації.

**Коефіцієнт Пуассона ( $\mu$ )** – відношення поперечної деформації до поздовжньої.



## Метод тривісного стиску (Тест Мора-Кулона)

### Суть методу.

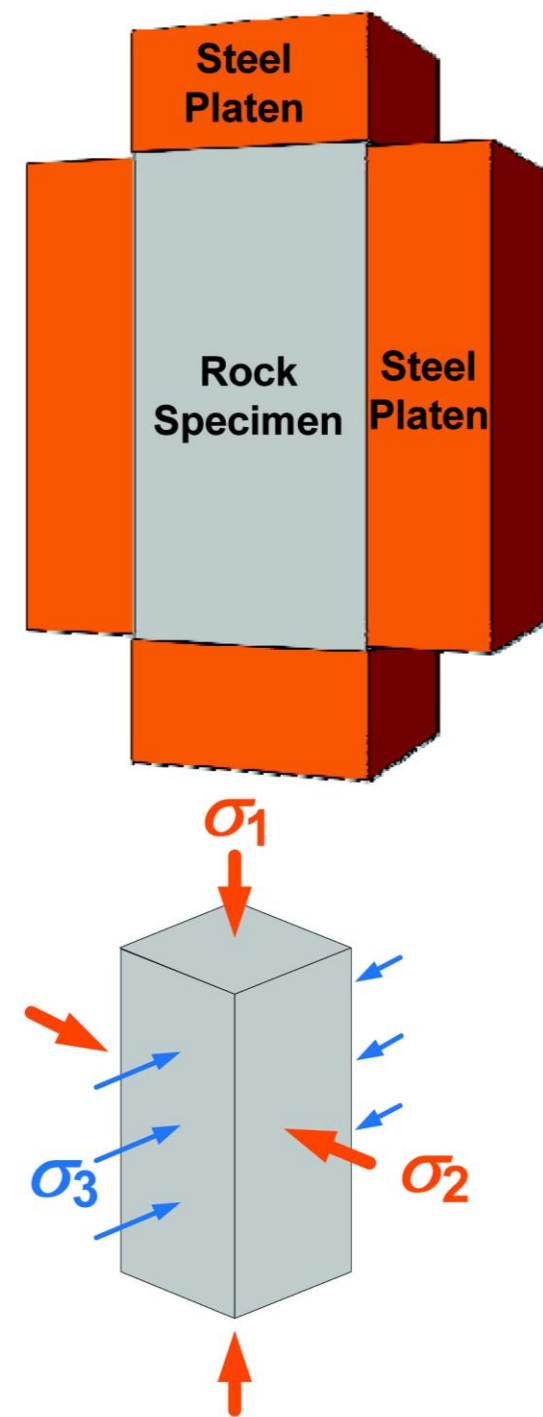
Зразок породи поміщається в спеціальну камеру, де на нього діють гідростатичний тиск (бічне навантаження) і осьовий стиск.

### Основні характеристики, що визначаються.

Критерії міцності (критерій Мора-Кулона, критерій Гріффітса).

Зона пружної та пластичної деформації породи.

Поведінка породи в умовах гірничого масиву.



Метод зсуву (тест зсувної міцності)

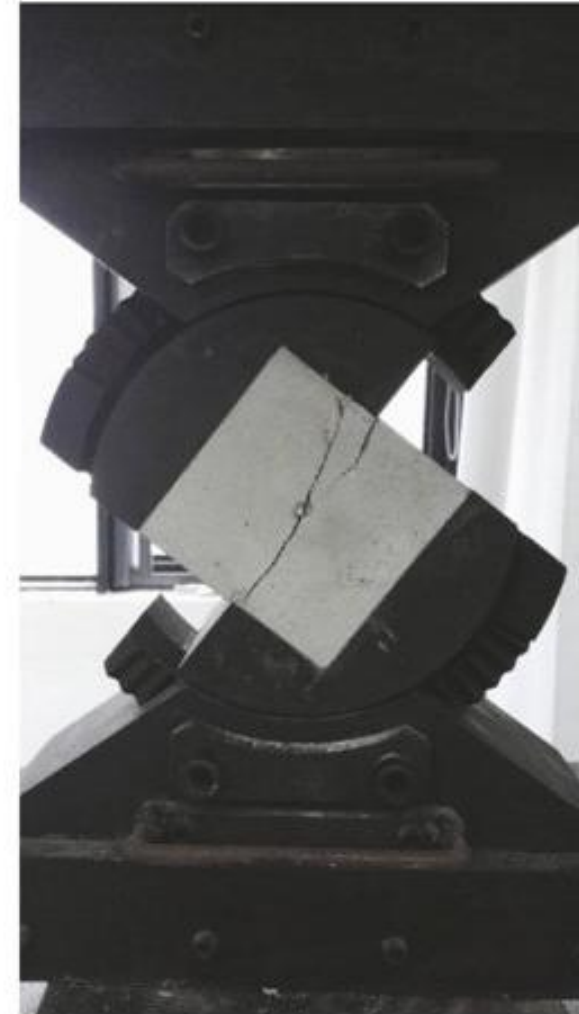
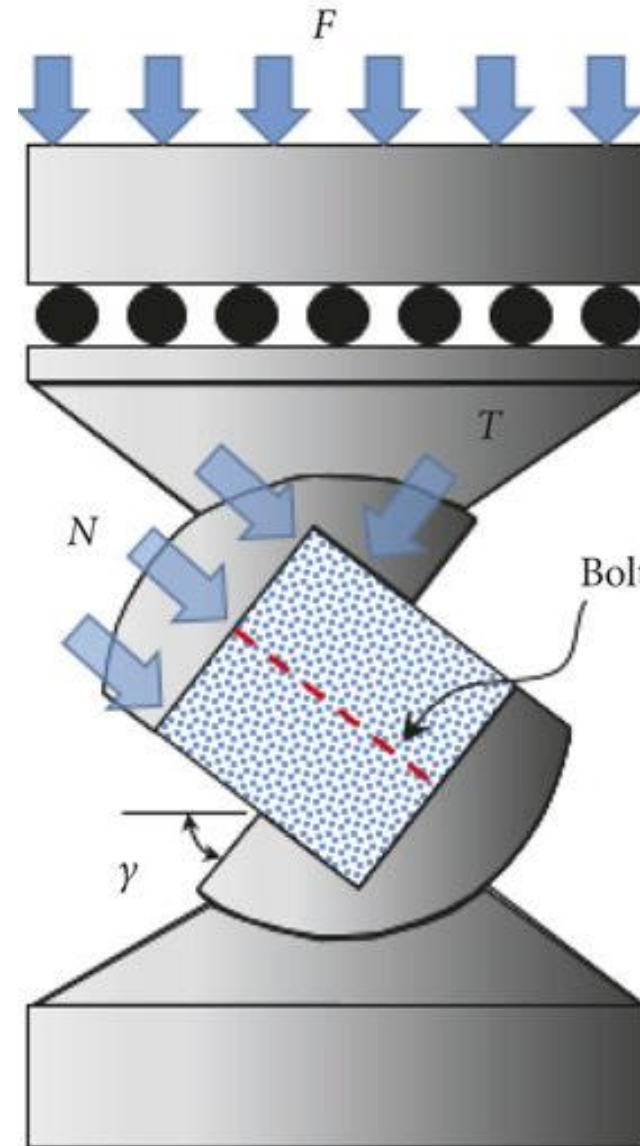
Суть методу.

Зразок породи розміщується між двома пластинами і зазнає зсувного навантаження.

Основні характеристики, що визначаються:

Кут внутрішнього тертя ( $\phi$ ).

Коефіцієнт зчеплення ( $c$ ).





## **Метод ультразвукового дослідження порід**

**Суть методу.**

Через зразок пропускаються ультразвукові хвилі, і вимірюється швидкість їх проходження.

**Основні характеристики, що визначаються:**

**Модулі пружності породи.**

**Щільність і тріщинуватість.**

## Метод акустичної емісії

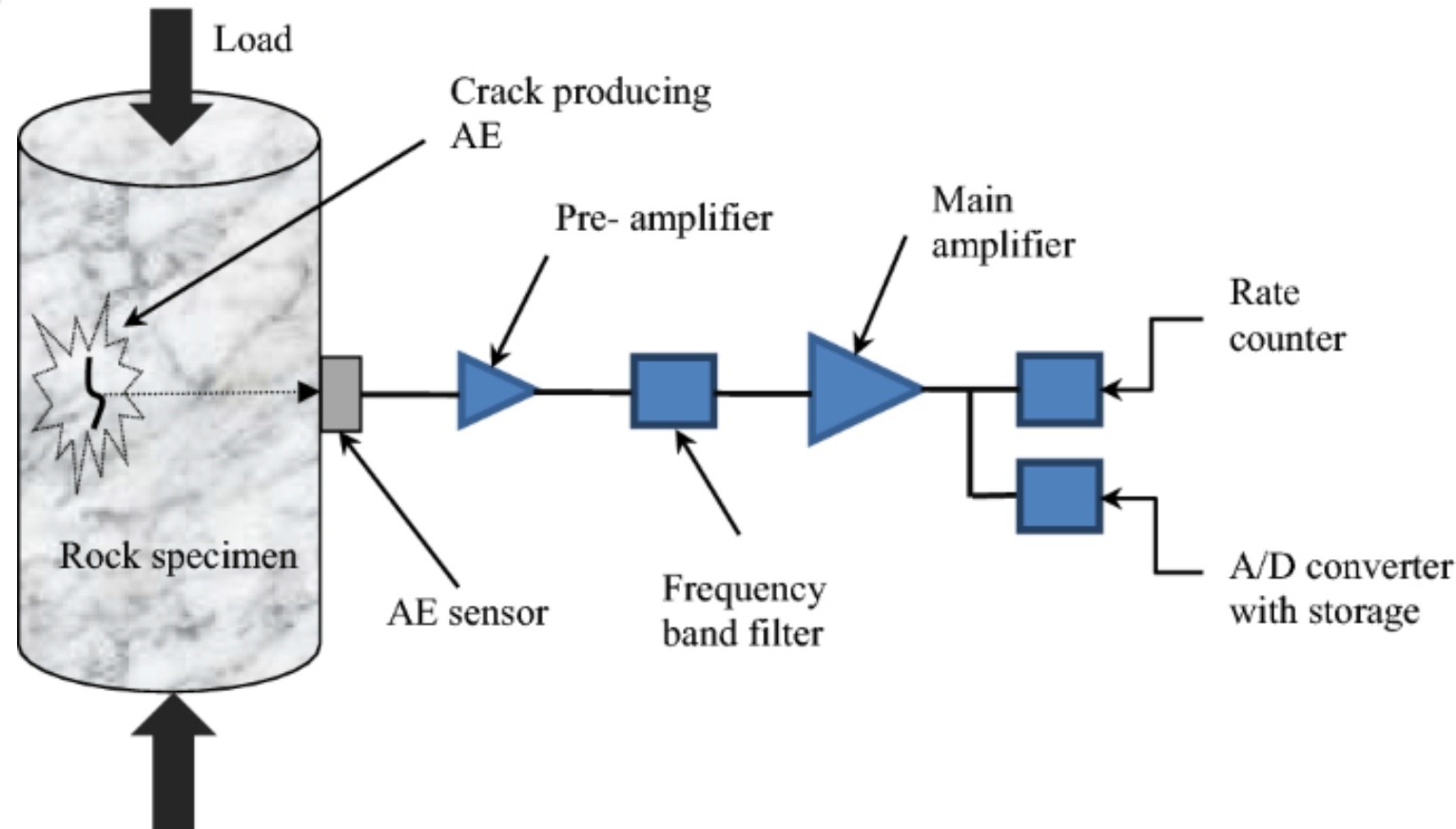
### Суть методу.

Записуються звукові імпульси, що виникають під час навантаження породи.

**Основні характеристики, що визначаються:**

Процеси мікроруйнування в породах.

Передбачення руйнування масиву.



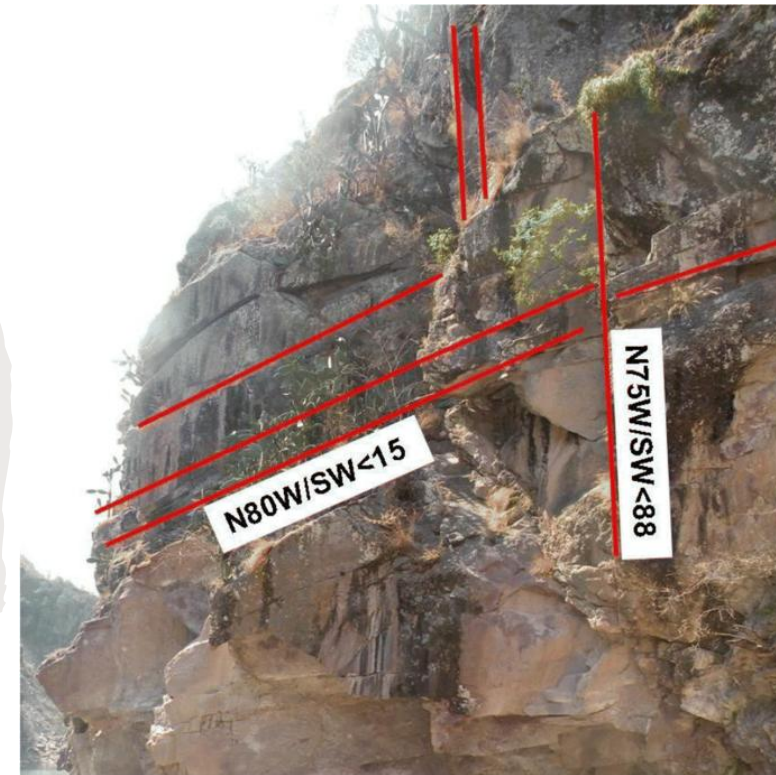
# Польові методи визначення напруженого стану гірських порід

Польові методи визначення напруженого стану гірських порід застосовуються безпосередньо у гірничих виробках, кар'єрах, тунелях або на бурових майданчиках. Вони дозволяють отримати реальні дані про розподіл напружень у природних умовах, що критично важливо для оцінки стійкості масиву, прогнозування обвалів та гірничих ударів.

Основними польовими методами визначення напруженого стану є:

**Тензометрія** – вимірювання деформацій і напружень у породах за допомогою спеціальних датчиків.

**Геофізичні методи** – непрямі методи визначення напружень через аналіз фізичних параметрів масиву. Геофізичні методи поділяються на: метод сейсмічної томографії, метод акустичної емісії, метод гравіметрії, метод електророзвідки

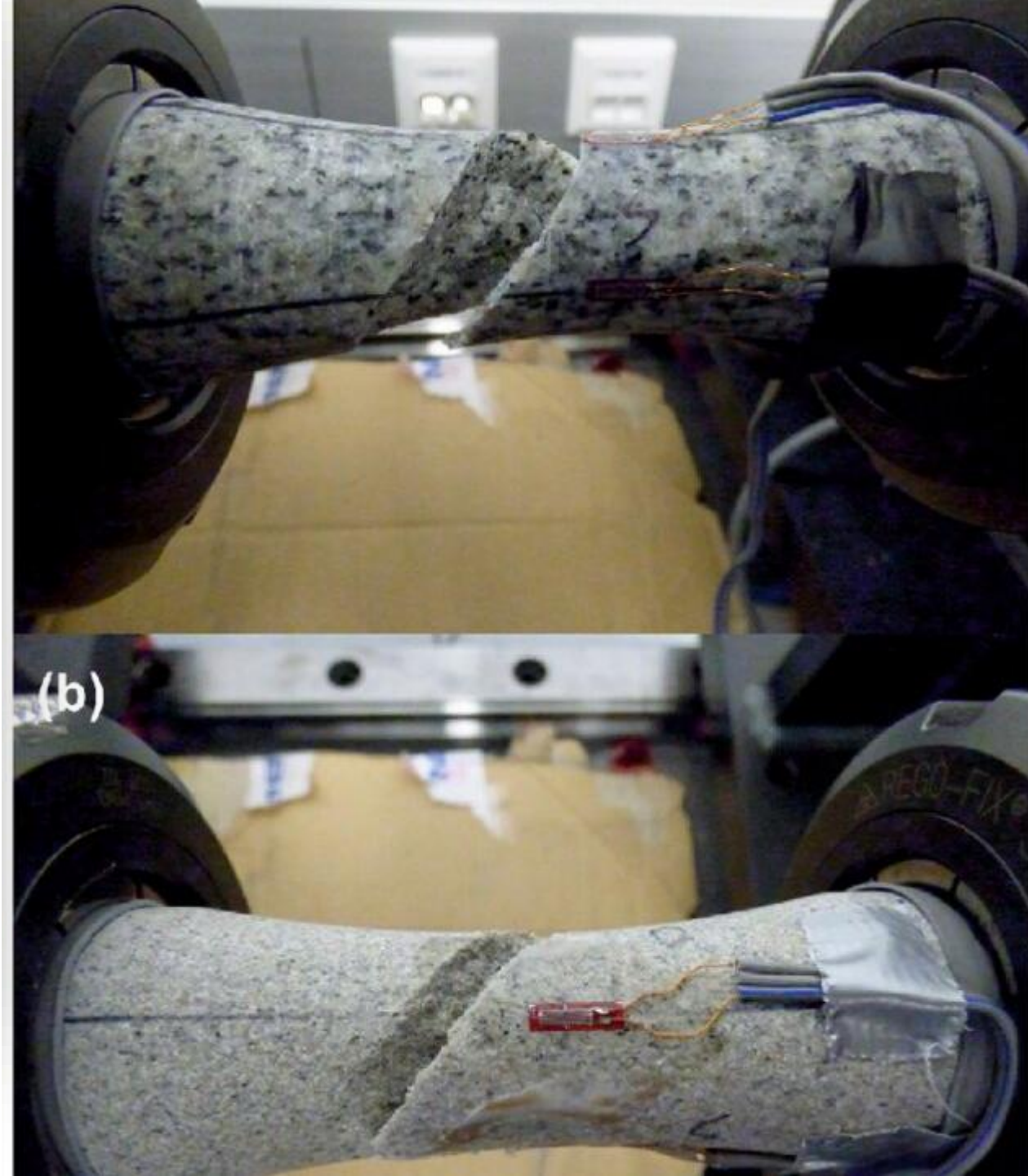


## Тензометрія – методи вимірювання деформацій у породах

### Суть методу

Тензометрія – це метод прямого вимірювання напруженого стану гірських порід за допомогою датчиків (тензометрів), які фіксують зміну довжини або форми породи під дією навантажень.

Тензометри встановлюють у шпурах, тріщинах або безпосередньо на поверхні гірничих виробок. Вони реагують на зміни напружень, що дозволяє оцінювати їхній рівень та динаміку.



## Основні види тензометричних методів

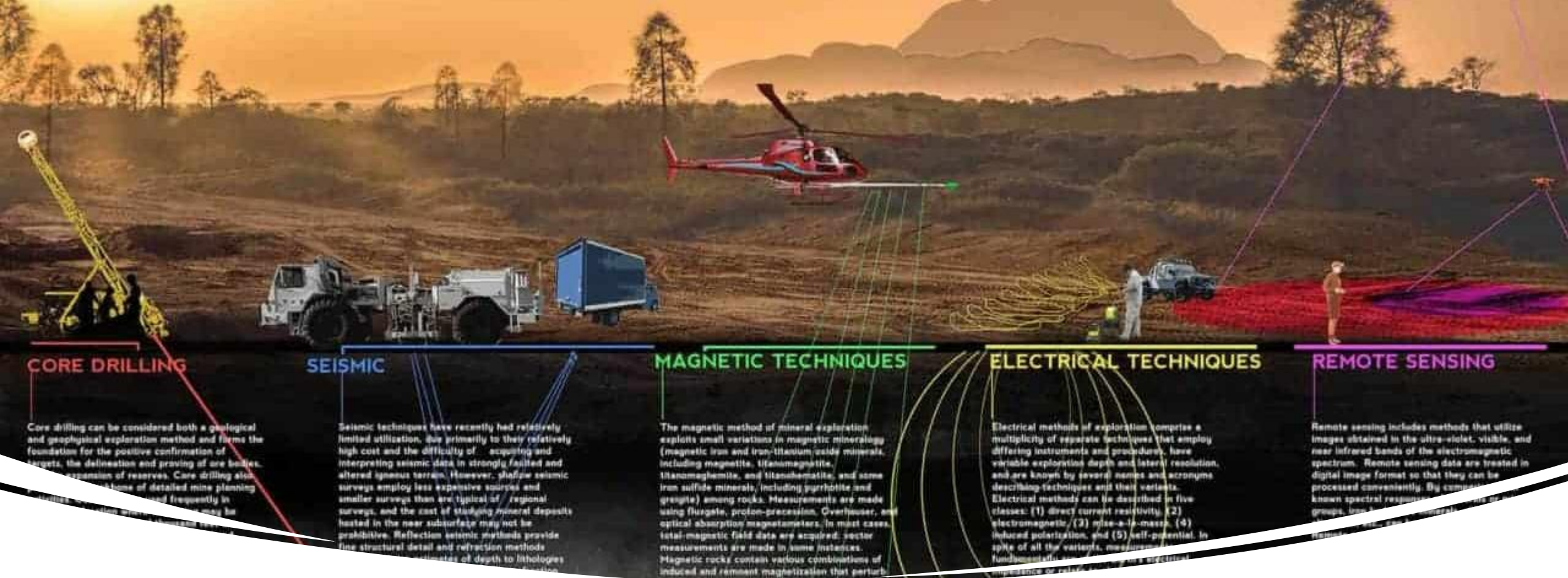
**Механічна тензометрія** – використовує механічні прилади (наприклад, індикатори деформацій).

**Електрична тензометрія** – базується на зміні електричного опору тензорезисторів, які приклеюють до зразків порід або кріплення виробок.

**Гідравлічні та пневматичні методи** – вимірюють напруження за допомогою зміни тиску рідини або газу в поровому просторі порід.

Переваги	Недоліки
Висока точність вимірювань	Локальність даних (вимірюється лише в місці установки датчика)
Відносна простота використання	Вимагає буріння шпурів
Динамічне спостереження за змінами напружень	Потребує регулярного обслуговування датчиків





### CORE DRILLING

Core drilling can be considered both a geological and geophysical exploration method and forms the foundation for the positive confirmation of targets, the delineation and proving of ore bodies, expansion of reserves. Core drilling also provides the basis of detailed mine planning and is used frequently in mineral exploration. It may be used to determine the mineral content of a rock sample.

### SEISMIC

Seismic techniques have recently had relatively limited utilization, due primarily to their relatively high cost and the difficulty of acquiring and interpreting seismic data in strongly faulted and altered igneous terrain. However, shallow seismic surveys employ less expensive sources and smaller surveys than are typical of regional surveys, and the cost of studying mineral deposits located in the near subsurface may not be prohibitive. Reflection seismic methods provide fine structural detail and refraction methods provide information on the depth to lithologies.

### MAGNETIC TECHNIQUES

The magnetic method of mineral exploration exploits small variations in magnetic mineralogy (magnetic iron and iron-titanium oxide minerals, including magnetite, titanomagnetite, titanomaghemite, and titanohematite, and some iron sulfide minerals, including pyrrhotite and greigite) among rocks. Measurements are made using fluxgate, proton-precession, Overhauser, and optical absorption magnetometers. In most cases, total magnetic field data are acquired; vector measurements are made in some instances. Magnetic rocks contain various combinations of induced and remnant magnetization that perturb the Earth's magnetic field. The magnitude of both

### ELECTRICAL TECHNIQUES

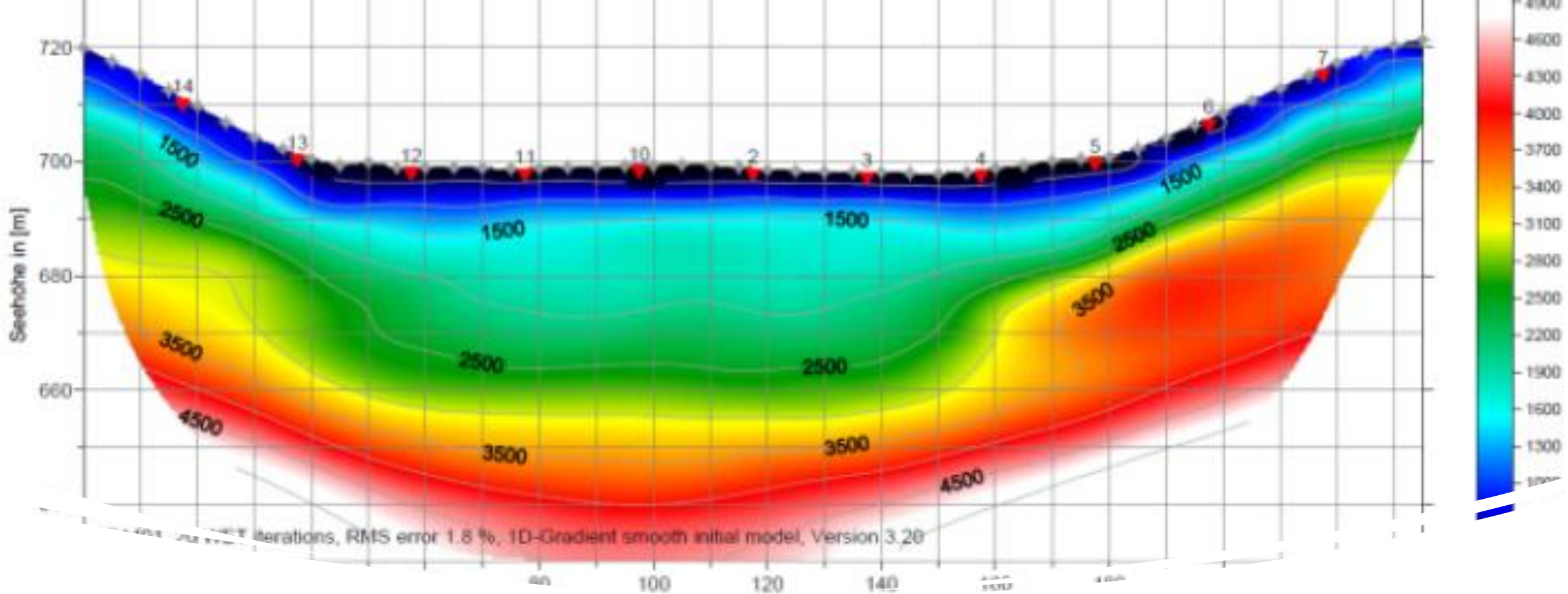
Electrical methods of exploration comprise a multiplicity of separate techniques that employ differing instruments and procedures, have variable exploration depth and lateral resolution, and are known by several names and acronyms describing techniques and their variants. Electrical methods can be described in five classes: (1) direct current resistivity, (2) electromagnetic, (3) mine-a-to-master, (4) induced polarization, and (5) self-potential. In spite of all the variants, measurement techniques are fundamentally related to the electrical resistivity or related properties of the rocks.

### REMOTE SENSING

Remote sensing includes methods that utilize images obtained in the ultra-violet, visible, and near infrared bands of the electromagnetic spectrum. Remote sensing data are treated in digital image format so that they can be processed conveniently. By comparing known spectral responses of minerals to the spectral responses of the images, mineral groups, lineaments, and structural features can be identified.

## Геофізичні методи визначення напруженого стану

Геофізичні методи є непрямими, тобто вони не вимірюють напруження безпосередньо, а визначають зміни фізичних параметрів гірських порід, що дозволяє оцінити їхній стан.



## Метод сейсмічної томографії

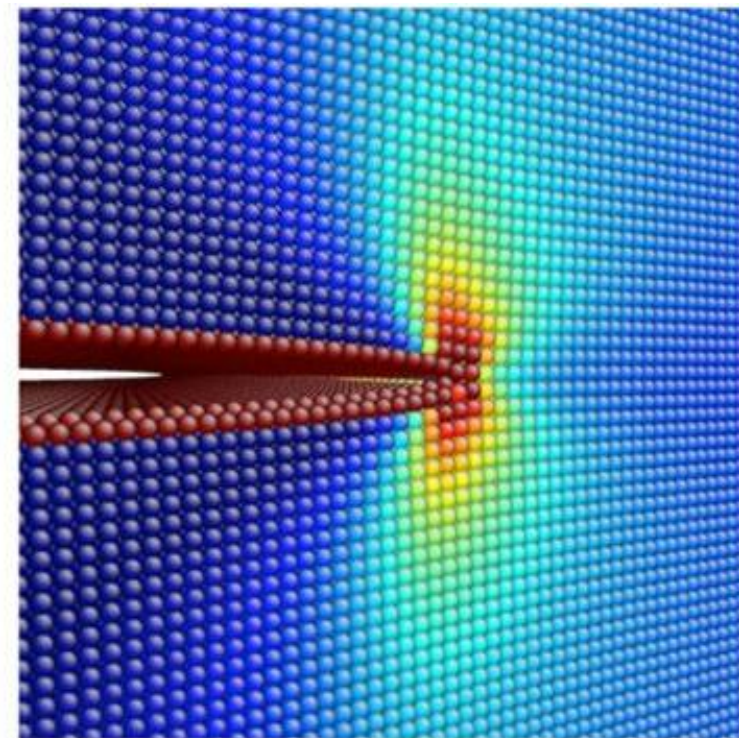
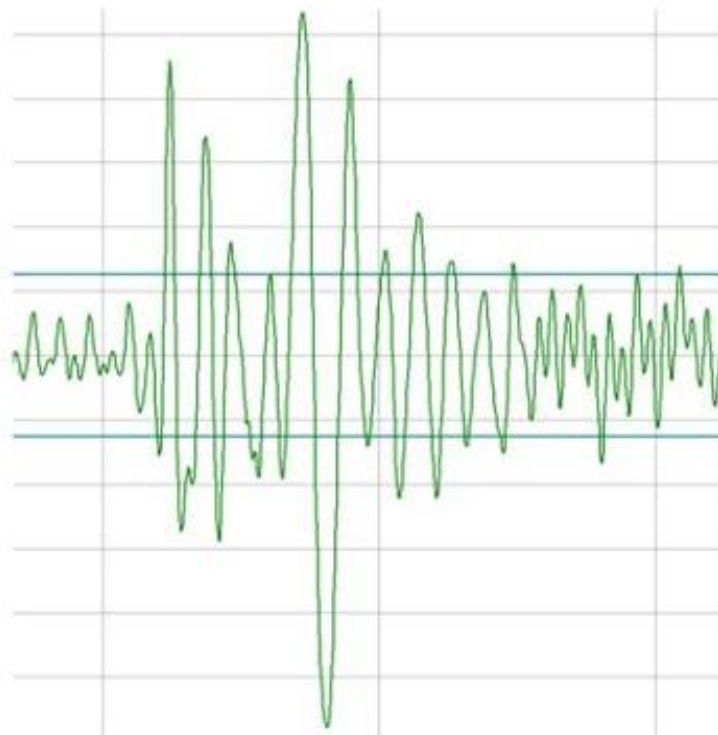
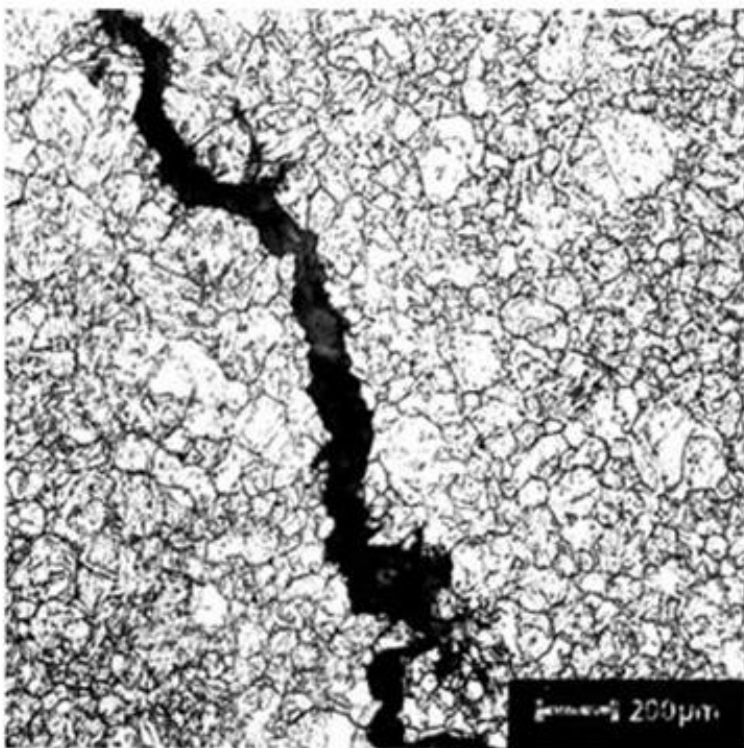
Сейсмічні хвилі поширюються в породах з різною швидкістю залежно від їх напруженого стану. Вимірюючи швидкість поширення хвиль, можна визначити зони підвищеної або зниженої напруженості

### Основні характеристики, що визначаються

Напружений стан у різних частинах масиву.

Виявлення зон зниженої міцності (наприклад, тріщинуватих зон).

Оцінка ризику гірничих ударів.



## Метод акустичної емісії

Реєструються звукові хвилі, що виникають при мікроруйнуванні гірських порід.

### Що визначається

Процеси накопичення напружень у масиві.

Ознаки початку руйнування.

Прогнозування небезпечних зон.

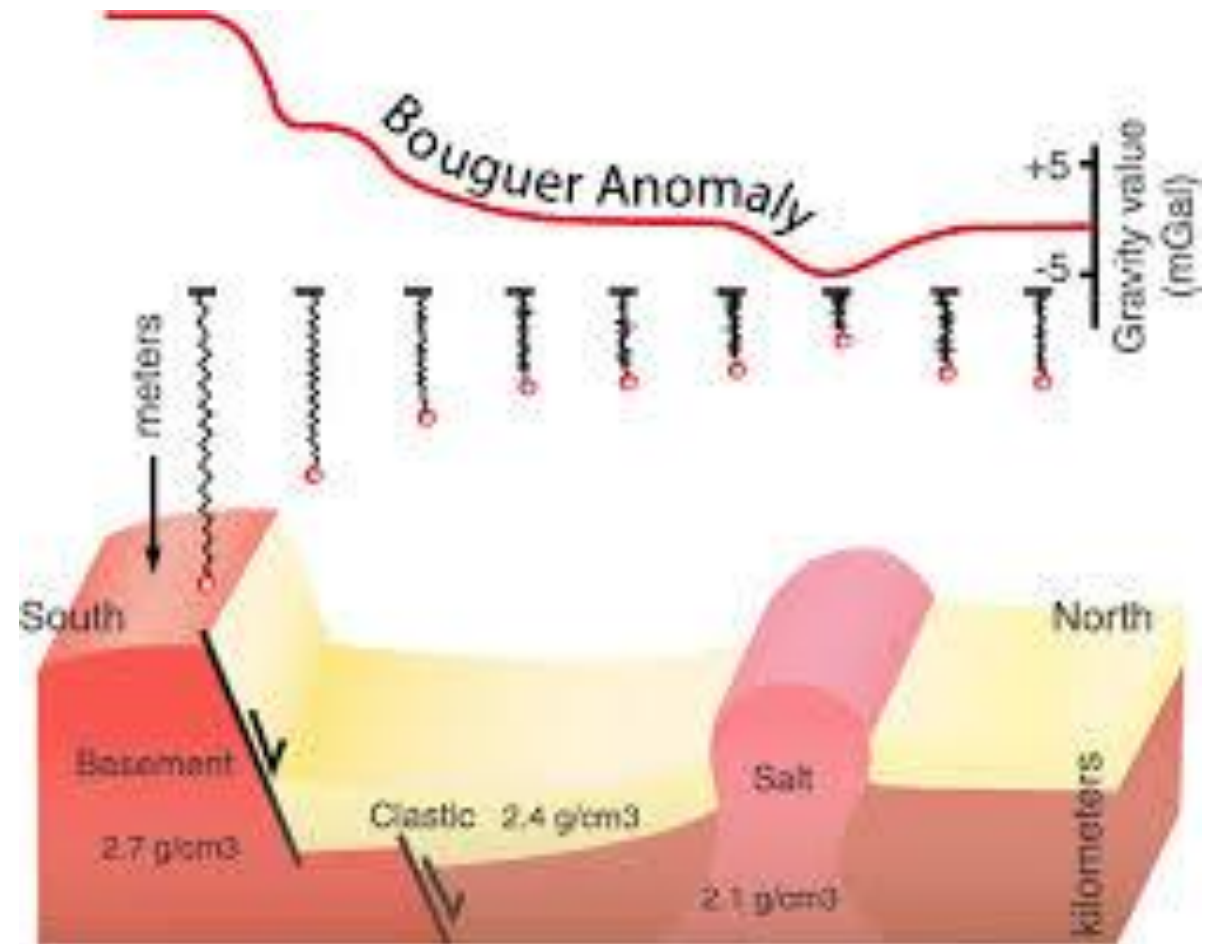
## Метод гравіметрії

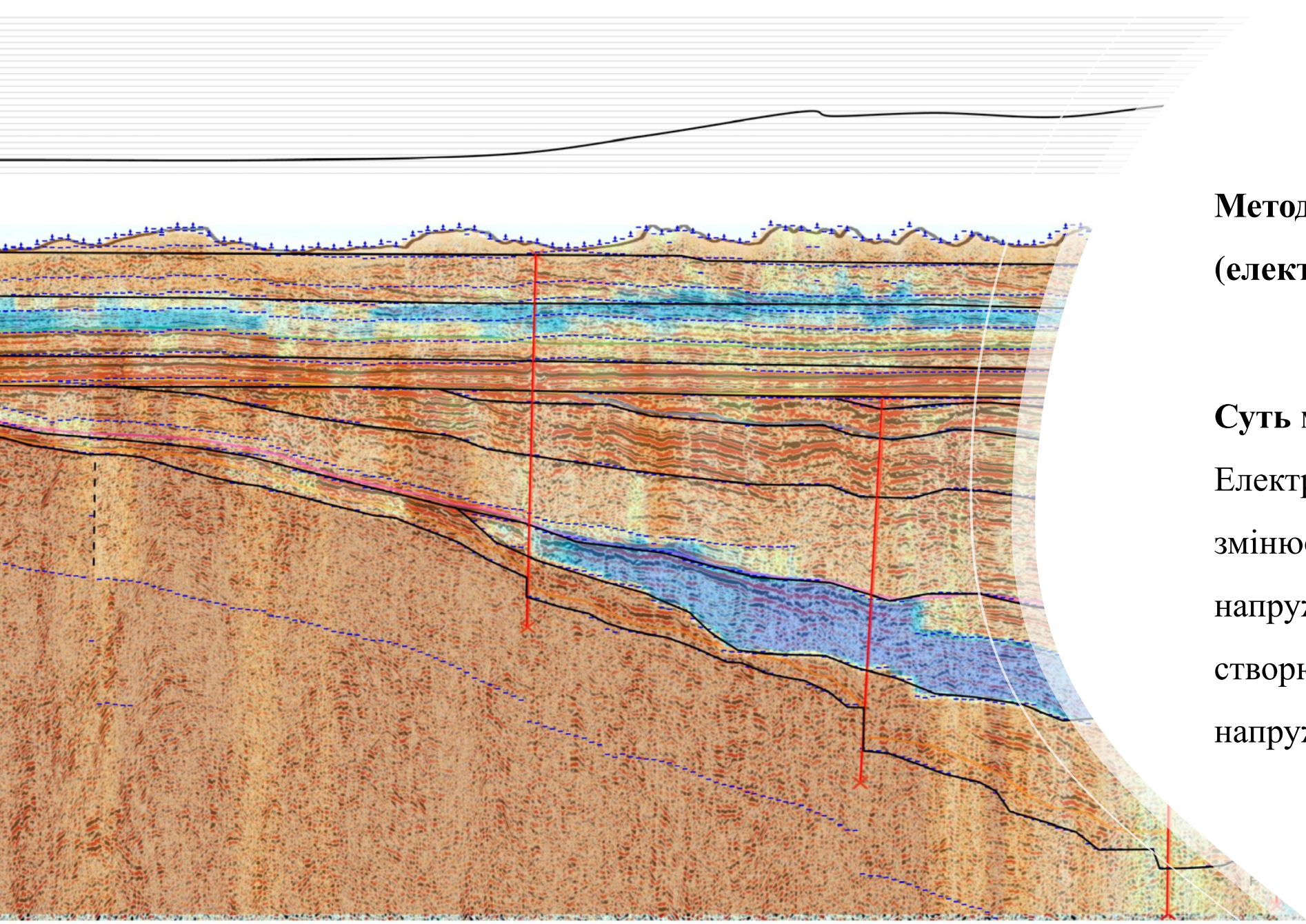
Зміни у щільності порід під впливом напружень впливають на гравітаційне поле, що можна виміряти чутливими приладами (гравіметрами).

## Що визначається

Наявність підземних пустот або зон ослаблення.

Вплив глибоких гірничих розробок на навколишній масив.





## Метод електророзвідки (електричної томографії)

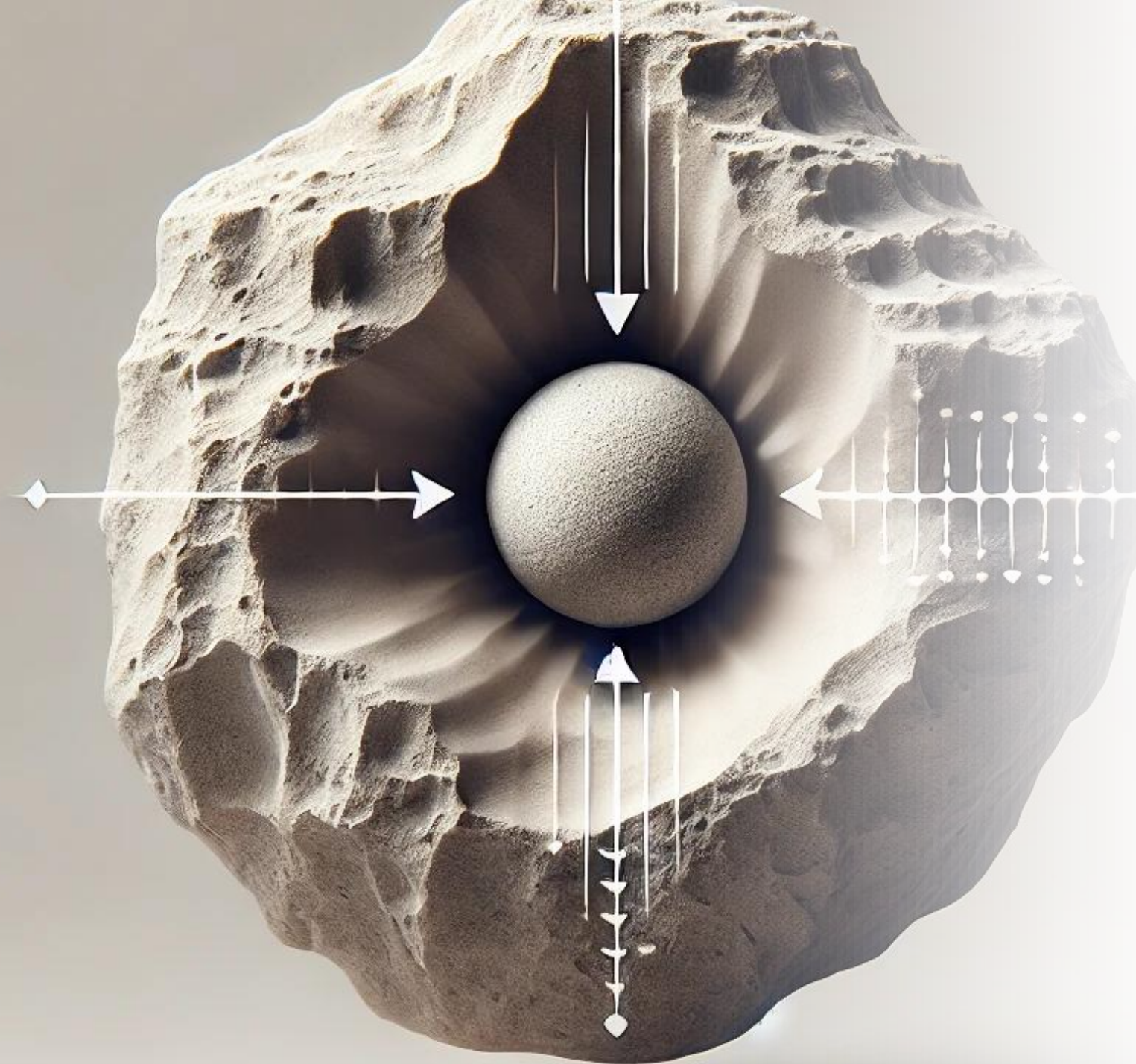
### Суть методу

Електропровідність порід змінюється під впливом напружень, що дозволяє створювати карти розподілу напруженого стану.





# Вплив гірничих робіт на перерозподіл напружень у масиві



## Природний напружений стан гірських порід

До початку гірничих робіт напружений стан у породному масиві визначається двома основними факторами:

- 1. Геостатичний тиск** – напруження, що виникають під дією ваги верхніх шарів земної кори.
- 2. Тектонічні напруження** – додаткові напруження, спричинені рухами літосферних плит, складчастістю та іншими геологічними процесами.

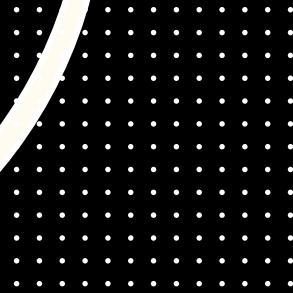
У природному стані породи перебувають у рівновазі, але будь-яке втручання людини може значно змінити їхній напружений стан.




# Вплив підземних гірничих робіт на розподіл напружень в масиві

Прокладання штолень, шахтних стовбурів, камер і інших підземних виробок спричиняє:

- **Розвантаження напружень у зоні виробки** – породи втрачають опору з одного боку, що призводить до їх розширення та утворення тріщин.
- **Концентрацію напружень навколо виробки** – у прилеглих зонах напруження можуть збільшитися, що призводить до руйнувань або гірничих ударів.
- **Зони розвантаження та ущільнення** – навколо виробки формується зона підвищених та знижених напружень.







**Вплив відкритих  
гірничих робіт  
(кар'єри, розкривні  
роботи) на розподіл  
напружень в масиві**

**Розробка  
кар'єрів  
змінює  
напружений  
стан на  
поверхні та  
у глибоких  
шарах:**

- **Зняття верхнього шару порід** – призводить до зміни геостатичних напружень та можливих просідань.
- **Формування укосів кар'єру** – викликає появу напружень, що можуть спричинити обвали або зсуви.
- **Перерозподіл напружень у масиві** – вивільнення напруг може викликати розкриття тріщин та зміну гідрогеологічних умов.

# Вплив вибухових робіт на розподіл напружень в масиві

Підривні роботи викликають різкі та локалізовані зміни напруженого стану:

**Імпульсне вивільнення напружень** – вибух створює ударну хвилю, яка руйнує породи, але також може викликати небезпечні сейсмічні ефекти.

**Розвиток тріщинуватості** – напруження змінюється, утворюються додаткові тріщини, що впливають на стійкість виробок.

**Формування сейсмічних хвиль** – викликає додаткові навантаження на сусідні породи та виробки.

Будь-яке порушення природного стану порід призводить до появи зон різної напруженості:

**Зона розвантаження**  
– область, де напруження зменшуються (поблизу виробок).

**Зона ущільнення** – область підвищеного напруження, що може стати джерелом руйнування.

**Зона вторинних напружень** – напруження, що виникають після тривалого впливу (наприклад, через осідання або вторинне ущільнення).



## Прояви змін напруженого стану та їх наслідки

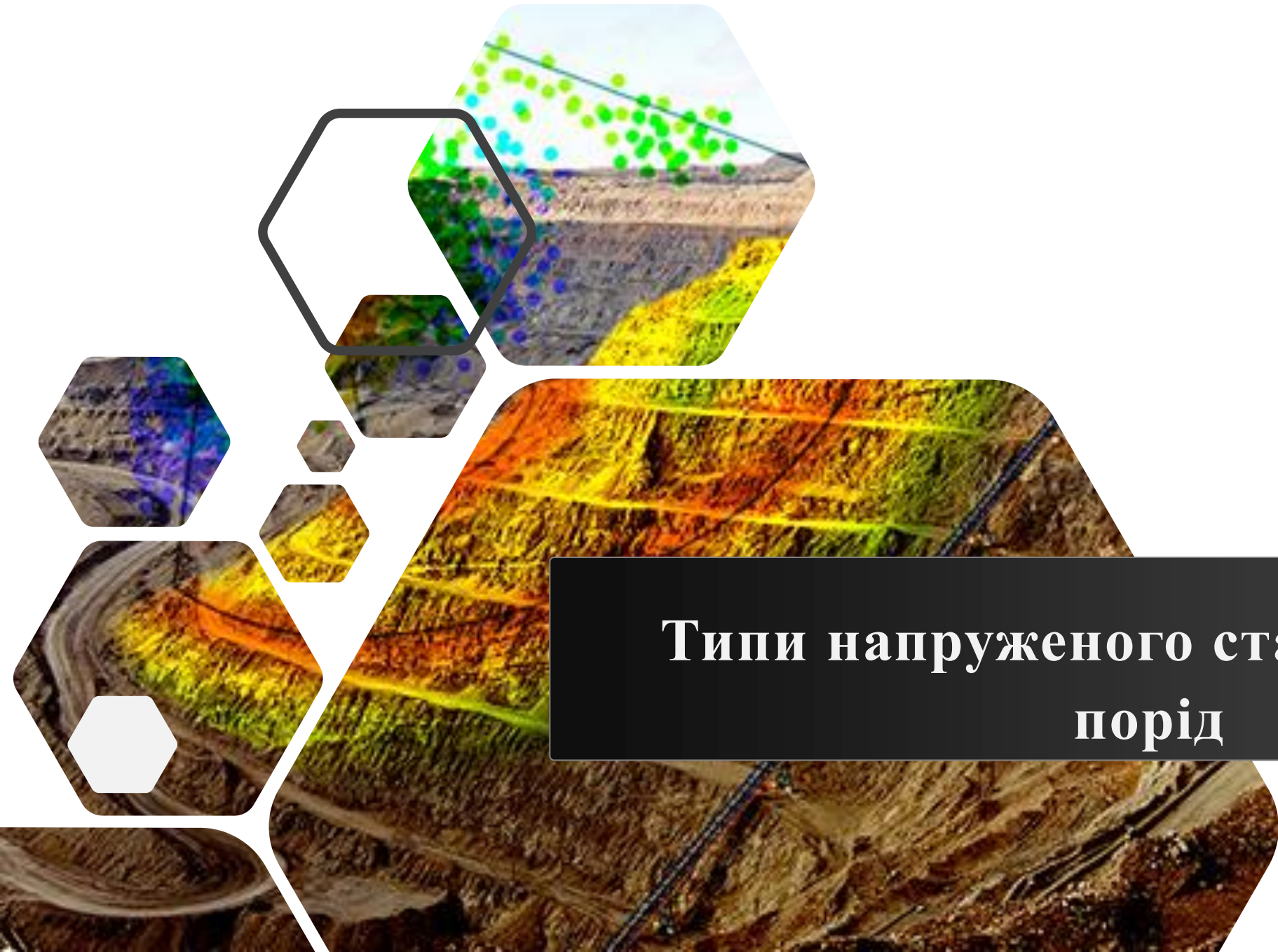
Внаслідок змін напруженого стану можуть виникати такі небезпечні явища:

**Гірничі удари** – раптові викиди породи через різке розвантаження напружень.

**Обвали та зсуви** – порушення стійкості укосів кар'єрів або шахтних стінок.

**Деформація гірських виробок** – викривлення тунелів, осідання, заклинювання.





# Типи напруженого стану гірських порід

Назва напруженого стану	Одноосьовий напружений стан	Двовісний напружений стан	Тривісний напружений стан
Визначення стану	Порода піддається напруженню лише в одному напрямку, тоді як інші два напрями вільні від навантажень.	Напруження діє у двох напрямках, а третій напрям вільний від навантажень.	Порода зазнає напружень у всіх трьох напрямках
Приклади	Відкриті укоси кар'єрів, де порода зазнає гравітаційного навантаження зверху.	Напруження у стінах тунелів або вертикальних виробок. Напруження у стовпах породи між виробками.	Породний масив на великій глибині.
Наслідки	Одноосьове стискання може призвести до утворення вертикальних тріщин. Одноосьове розтягування (рідко зустрічається) викликає горизонтальні тріщини.	Розтягуюче напруження у двох напрямках може викликати утворення сітки тріщин. Комбінація стискаючих і розтягуючих напружень призводить до складних деформацій.	Тривісне стискання може запобігати утворенню тріщин (ефект консолідації). За певних умов може відбуватися пластична деформація.

## Гідростатичний компонент напружень (ізотропне напруження)

## Девіаторний компонент напружень

Суть

Напруження однакове в усіх напрямках.

Девіаторне напруження – це частина напруженого стану, що викликає зміни форми породи.

Приклади

Глибокі шари земної кори, що знаходяться під рівномірним тиском. Гірські масиви на великій глибині без впливу техногенних факторів.

Навколо гірничих виробок, де напруження в різних напрямках відрізняється. В областях з тектонічною активністю.

Наслідки

Гідростатичний стан не викликає зміни форми породи – лише змінюється її об'єм. Відсутність зсувних напружень означає, що немає руйнувань через зсув.

Чим вищий девіаторний компонент, тим вища ймовірність утворення тріщин. Саме девіаторний компонент відповідає за зсувні руйнування.