

## ТЕРМОДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ ПРОЦЕСІВ ІДЕАЛЬНОГО ГАЗА

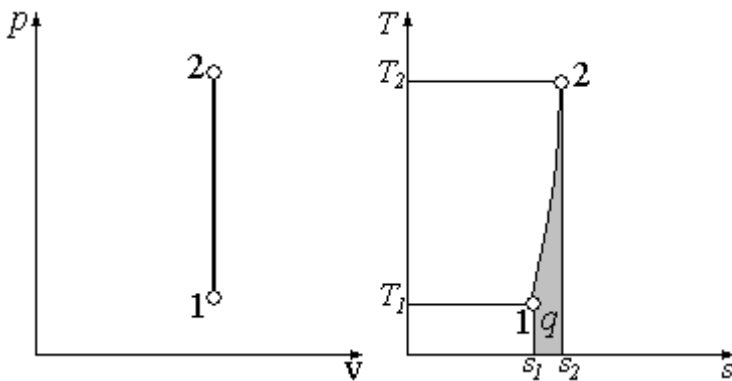
При вивченні процесів ідеального газу вирішуються наступні два основні завдання:

1. визначається рівняння термодинамічного процесу, що встановлює зв'язок між параметрами стану в розглянутому процесі або між параметрами в початковому і кінцевому станах процесу;
2. виявляються особливості перетворення підведеної до робочого тіла теплоти і її розподілу між зміною внутрішньої енергії і роботою.

### Ізохорний процес

При ізохорному процесі (рис. 5.1) виконується умова  $dv=0$  або  $v=const$ . З рівняння стану ідеального газу випливає, що  $p/T = R/v=const$ , тобто тиск газу прямо пропорційний його абсолютній температурі:

$$p_2/p_1 = T_2/T_1.$$



Робота розширення в цьому процесі дорівнює нулю, тому що  $dv=0$ .

Кількість теплоти, підведеної до робочого тіла в процесі 1-2 при  $c_v=const$  дорівнює

$$q = \int_1^2 c_v dT = c_v(T_2 - T_1).$$

Рис. 5.1 – Ізохорний процес

Оскільки  $l = 0$ , то відповідно до першого закону термодинаміки

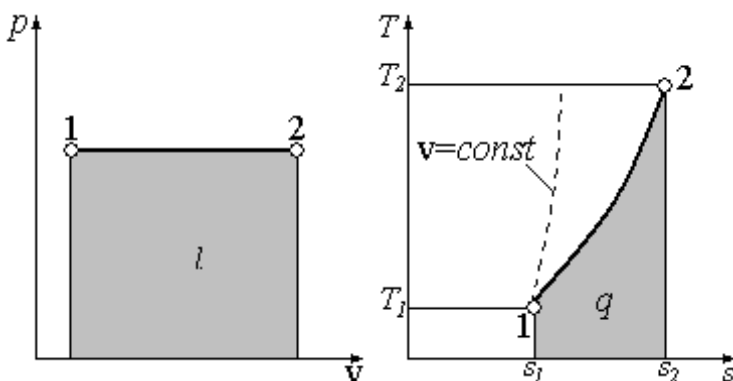
$$\Delta u = c_v(T_2 - T_1) \text{ при } c_v=const.$$

Зміна ентропії визначається по формулі

$$s_2 - s_1 = c_v \ln(p_2/p_1) = c_v \ln(T_2/T_1),$$

тобто залежність ентропії від температури на ізохорі при  $c_v=const$  має логарифмічний характер (рис. 5.1).

### Ізобарний процес



З рівняння стану ідеального газу при  $p=const$  знаходимо  $v/T=R/p=const$ , або

$$v_2/v_1 = T_2/T_1,$$

тобто в ізобарному процесі (рис. 5.2) об'єм газу пропорційний його абсолютній температурі (закон Гей-Люссака, 1802 г.).

Рис. 5.2 – Ізобарний процес

$$l = \int_1^2 p dv = p(v_2 - v_1)$$

Оскільки  $p v_1 = RT_1$  і  $p v_2 = RT_2$ , то

$$l = R(T_2 - T_1).$$

Кількість теплоти, що надається газу при нагріванні (або, що віддається ним при охолодженні), знаходимо з рівняння

$$q = \int_1^2 c_p dT = c_{pcp} \Big|_{t_1}^{t_2} (t_2 - t_1),$$

де  $c_{pcp} \Big|_{t_1}^{t_2} (t_2 - t_1)$  – середня масова ізобарна теплоємність в інтервалі температур від  $t_1$  до  $t_2$ .

При  $c_p = const$

$$q = c_p (t_2 - t_1).$$

Зміна ентропії при  $c_p = const$  дорівнює

$$s_2 - s_1 = c_p \ln(T_2/T_1),$$

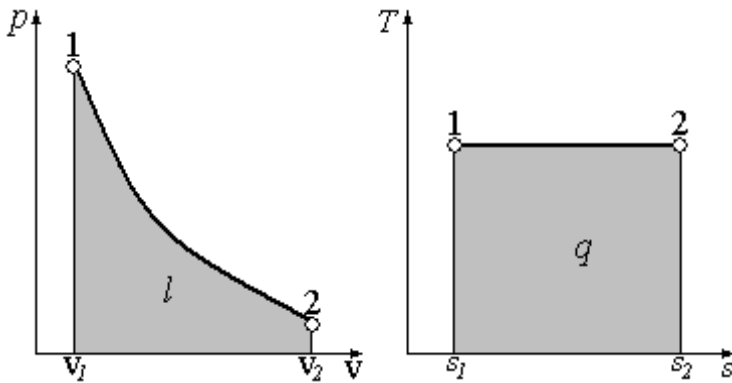
тобто температурна залежність ентропії при ізобарному процесі теж має логарифмічний характер, але оскільки  $c_p > c_v$ , то ізобара на  $sT$ -діаграмі йде більш полого, ніж ізохора (рис. 5.2).

### Ізотермічний процес

При ізотермічному процесі  $p v = RT = const$ , або

$$p_2/p_1 = v_1/v_2,$$

тобто тиск і об'єм обернено пропорційні один одному, так що при ізотермічному стисканні тиск газу зростає, а при розширенні – падає (закон Бойля - Мариотта, 1662 г.).



Графіком ізотермічного процесу в  $vp$ -координатах, є рівнобічна гіпербола (рис. 5.3).

Робота процесу:

$$l = \int_1^2 p dv = \int_1^2 RT dv / v = RT \ln(v_2 / v_1) = \\ = RT \ln(p_1/p_2).$$

Рис. 5.3 – Ізотермічний процес

Внутрішня енергія ідеального газу в даному процесі залишається постійною ( $\Delta u=0$ ) і вся теплота, що підводиться до газу повністю перетворюється в роботу розширення ( $q = l$ ). При ізотермічному стисканні від газу відводиться теплота в кількості, рівному витраченій на стискання роботі.

Зміна ентропії в ізотермічному процесі виражається формулою

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 dq / T = q / T = R \ln(p_1/p_2) = R \ln(v_2/v_1).$$

### Адіабатний процес

При адіабатному процесі  $dq=0$ . Для того щоб здійснити такий процес, необхідно або теплоізулювати газ, або провести процес настільки швидко, щоб

зміна температури газу, обумовлена його теплообміном з навколишнім середовищем, була зневажено мала в порівнянні зі зміною температури, викликаною розширенням або стисканням газу. Як правило, це можливо, тому що теплообмін відбувається значно повільніше, чим стискання або розширення газу.

Рівняння першого закону термодинаміки для адіабатного процесу приймають вид:

$$c_p dT - v dp = 0; \quad c_v dT + p dv = 0.$$

Поділивши перше рівняння на друге, одержимо

$$\frac{c_p dT}{c_v dT} = -\frac{v dp}{p dv} \quad \text{або} \quad k \frac{dv}{v} = -\frac{dp}{p}.$$

Інтегруючи останнє рівняння за умови, що  $k = c_p/c_v = \text{const}$ , знаходимо

$$k \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = -\int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p} \quad \text{і} \quad k \ln(v_2/v_1) = \ln(p_1/p_2).$$

Після потенціювання маємо

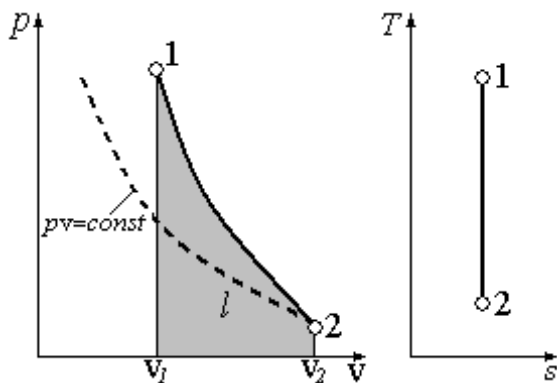
$$(v_2/v_1)^k = p_1/p_2 \quad \text{або} \quad p_1 v_1^k = p_2 v_2^k.$$

Це і є рівняння адіабати ідеального газу при постійнім відношенні теплоємностей ( $k = \text{const}$ ).

Якщо виразити залежність температури від об'єму або тиску, то одержимо

$$T_2/T_1 = (v_1/v_2)^{k-1}; \quad T_2/T_1 = (p_2/p_1)^{(k-1)/k}.$$

Величина  $k = c_p/c_v$  називається **показником адіабати**. Підставивши  $c_p = c_v + R$ , одержимо  $k = 1 + R/c_v$ . Теплоємність газів не залежить від температури, тому можна вважати, що  $k$  також не залежить від температури і визначається числом ступенів волі молекули. Для одноатомного газу  $k=1,66$ , для двоатомного  $k=1,4$ , для трьох- і багатоатомних газів  $k=1,33$ .



Оскільки  $k > 1$ , то в  $vp$ -координатах, лінія адіабати йде крутіше лінії ізотерми (рис. 5.4). При адіабатнім розширенні тиск знижується швидше, чим при ізотермічному, тому що в процесі розширення зменшується температура газу.

Рис. 5.4 – Адіабатний процес

Робота розширення при адіабатному процесі, згідно з першим законом термодинаміки, відбувається за рахунок зменшення внутрішньої енергії і може бути обчислена по формулі

$$l = -\Delta u = c_v (T_1 - T_2) = \frac{R}{k-1} (T_1 - T_2) = \frac{1}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2).$$

Оскільки  $dq=0$ , те і теплоємність ( $c=dq/dT$ ) адіабатного процесу дорівнює нулю. Ентропія робочого тіла не змінюється ( $ds = 0$  і  $s = \text{const}$ ). Отже, на  $sT$ -діаграмі адіабатний процес зображується вертикаллю.

### Політропний процес

Своя назва «політропний» процес одержав від комбінації грецьких слів: «полі» – багато, «тропос» – шлях.

Будь-який довільний процес можна описати в  $vp$ -координатах (принаймні на невеликій ділянці) рівнянням

$$pv^n = \text{const},$$

підбираючи відповідне значення  $n$ . Процес, описуваний цим рівнянням, називається політропним. **Показник політропи**  $n$  може приймати будь-яке чисельне значення в межах від  $-\infty$  до  $+\infty$ , але для даного процесу він є величиною постійною.

Вираження, що встановлюють зв'язок між  $p$ ,  $v$  і  $T$  у будь-яких двох точках на політропі, аналогічно тому, як це було зроблено для адіабати:

$$p_2/p_1 = (v_1/v_2)^n; \quad T_2/T_1 = (v_1/v_2)^{n-1}; \quad T_2/T_1 = (p_2/p_1)^{(n-1)/n}.$$

Робота розширення газу в політропному процесі має вигляд

$$l = \int_1^2 p dv.$$

Оскільки для політропи  $p = p_1 (v_1/v)^n$ , то

$$l = p_1 v_1^n \int_1^2 dv / v^n = \frac{p_1 v_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right] = \frac{p_1 v_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right].$$

Ці рівняння можна перетворити у вид:

$$l = \frac{R}{n-1} (T_1 - T_2); \quad l = \frac{p_1 v_1}{n-1} \left( 1 - \frac{T_2}{T_1} \right); \quad l = \frac{1}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2).$$

Кількість підведеної (або відведеної) у процесі теплоти можна визначити за допомогою рівняння першого закону термодинаміки:  $q = (u_2 - u_1) + l$ .

Оскільки  $u_2 - u_1 = c_v (T_2 - T_1)$ , а  $l = \frac{R}{1-n} (T_2 - T_1)$ , то

$$q = c_v \frac{n-k}{n-1} (T_2 - T_1) = c_n (T_2 - T_1),$$

де  $c_n = c_v \frac{n-k}{n-1}$ ,

являє собою теплоємність ідеального газу в політропному процесі. При постійних  $c_v$ ,  $k$  і  $n$  теплоємність  $c_n = \text{const}$ , тому політропний процес іноді визначають як процес із постійною теплоємністю.

Зміна ентропії

$$\Delta s = \int_1^2 \frac{dq}{T} = c_n \ln \frac{T_2}{T_1} = c_v \frac{n-k}{n-1} \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Політропний процес є узагальнюючим (табл. 5.1) стосовно вже розглянутих чотирьох процесів (ізохорному, ізобарному, ізотермічному і адіабатному).

Таблиця 5.1 – Таблиця процесів

Процес	$n$	$c_n$
Ізохорний	$+\infty$	$c_v$
Ізобарний	0	$c_p$
Ізотермічний	1	$\infty$
Адіабатний	$k$	0

На рис 5.5 показане взаємне розташування на  $vp$ - і  $sT$ -діаграмах політропних процесів з різними значеннями показника політропи. Усі процеси починаються в одній точці – у центрі.

Ізохора ( $n = \pm \infty$ ) ділить поле діаграми на дві області: процеси, що перебувають правіше ізохори, характеризуються позитивною роботою, тому що

супроводжуються розширенням робочого тіла. Для процесів, розташованих лівіше ізохори, характерна негативна робота.

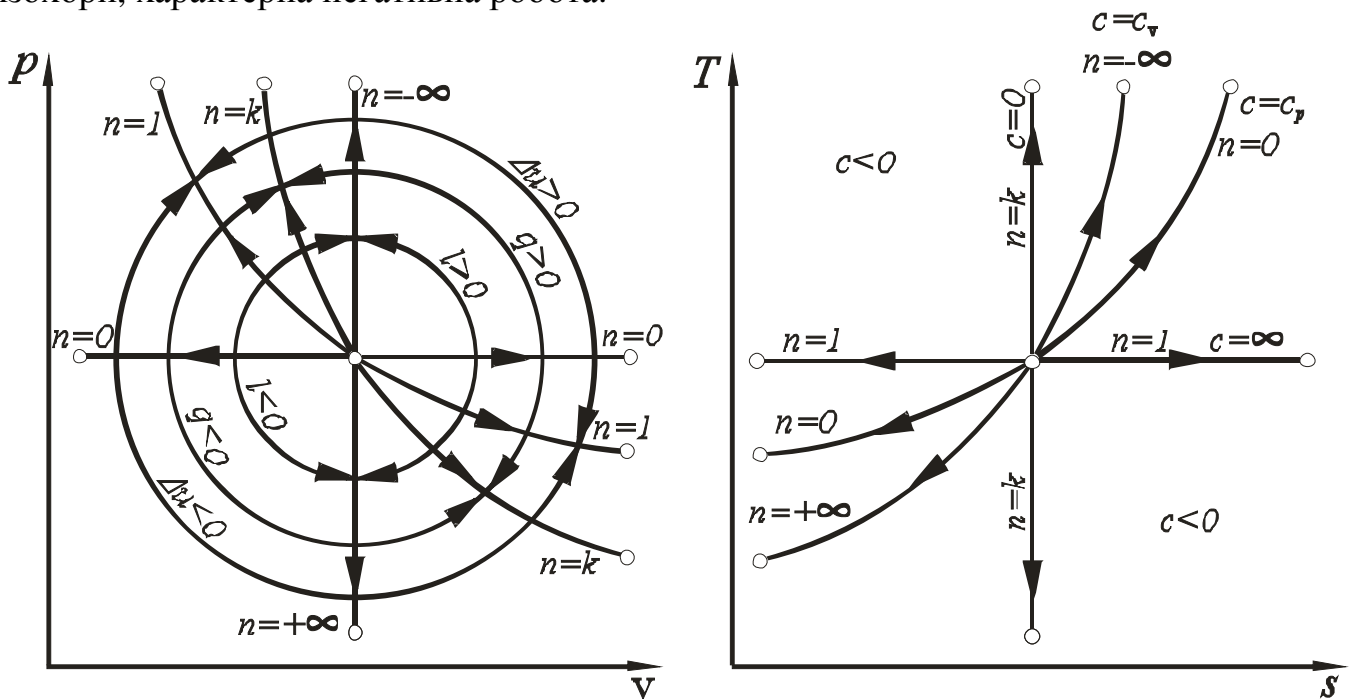


Рис. 5.5 – Зображення основних термодинамічних процесів ідеального газу

Процеси, розташовані правіше і вище адіабати, ідуть із підведенням теплоти до робочого тіла; ті що лежать лівіше і нижче – протікають із відводом теплоти.

Для процесів, розташованих над ізотермою ( $n = 1$ ), характерне збільшення внутрішньої енергії газу; розташовані під ізотермою, супроводжуються зменшенням внутрішньої енергії.

Процеси, розташовані між адіабатою і ізотермою, мають негативну теплоємність, тому що  $dq$  і  $du$  (а отже, і  $dT$ ), мають у цій області протилежні знаки. У таких процесах  $|l| > |q|$ , тому на виконання роботи при розширенні витрачається не тільки теплота, що підводиться, але і частина внутрішньої енергії робочого тіла.