

Практична робота 2

Дискретне та швидке перетворення Фур'є

Мета роботи: навчитися робити дискретне і швидке перетворення Фур'є, а також інтерпретувати отриманий спектр.

2.1 Порядок виконання роботи

Для обчислення спектра прямим способом по алгоритму ДПФ необхідно виконати ряд дій.

1. Згенерувати імітацію вхідного сигналу. В якості функції (імітації сигналу) рекомендується брати якусь суму синусоїдальних функцій (ніби це ряд Фур'є). Наприклад:

$$s(t) = 0,2 \sin(\omega t) + 0,5 \cos(\omega t) + 1,3 \sin(2\omega t) + 1,6 \cos(2\omega t) + \dots$$

Зрозуміло, що коефіцієнти в цьому ряду можуть бути довільними, не обов'язково зростаючими або спадаючими. Можна навіть написати функцію, яка буде генерувати ці коефіцієнти випадковими. Складових гармонік (синусів і косинусів з частотами $k\omega$) може бути скільки завгодно, але краще менше 4-5 не робити (бо буде надто простий сигнал з малою ентропією).

2. Отримати 8...12 відліків вхідного сигналу. Тобто треба з рівномірним кроком отримати 8...12 значень цієї функції на довільному інтервалі, і таким чином сформувати масив $x[N]$.

3. За формулою

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-j\frac{2\pi nk}{N}} \quad (2.1)$$

отримати спектр сигналу $X[N]$.

4. Візуалізувати отриманий спектр, оцінити частоти k (частоту дискретизації f_s задати довільну, кілька кГц).

5. Зробити те ж саме, але з використанням готової (стандартної) функції швидкого перетворення Фур'є (fft). Для цього кількість відліків вхідного сигналу збільшити до 32 або 64.

6. Зробити обернене перетворення Фур'є від масиву $X[N]$ і таким чином отримати масив $x'[N]$. Для цього краще використовувати стандартну функцію `ifft`. Порівняти масиви $x[N]$ та $x'[N]$, зробити висновки.

2.2 Результат практичної роботи

- 1) Програмний код для генерування імітації сигналу (функції).
- 2) Масив $x[N]$.
- 3) Функція, що рахує ДФТ від $x[N]$ і таким чином отримується масив $X[N]$.
- 4) Візуалізація вхідного сигналу та отриманого спектра (двома способами – за формулою та за допомогою стандартної функції).

5) Візуалізація результату оберненого перетворення Фур'є та порівняння отриманого сигналу з початковим.

6) Висновки. Що ви бачите на спектрі? Чи співпадає кількість елементів (стовпчиків) спектра з кількістю складових у вашому сигналі? Чи відображаються на спектрі частотні складові з частотами, більшими за половину частоти дискретизації? Якщо ні – чому? Якщо так – чому? Чи відрізняється сигнал, відновлений за допомогою оберненого перетворення Фур'є від початкового? Якщо так – то наскільки сильно?

2.3 Контрольні запитання

- 1) Що таке спектр сигналу? Що він показує?
- 2) Який ви отримуете спектр в результаті ДПФ: неперервний чи дискретний? Чому?
- 3) Який спектр у простого синусоїдального сигналу?
- 4) Чи дійсно в результаті ДПФ спектр симетричний відносно частоти $0.5 f_s$?
- 5) Від чого може залежати загальний вигляд спектра?
- 6) Що таке обернене перетворення Фур'є?