

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНА МЕТАЛУРГІЙНА АКАДЕМІЯ УКРАЇНИ**

**РОБОЧА ПРОГРАМА,
методичні вказівки та індивідуальні завдання
до вивчення дисципліни
«Моделювання технологічних процесів за фахом»
для студентів заочної форми навчання
за освітньо-професійною програмою
«Технології та обладнання виробництва металів і сплавів»
підготовки здобувачів вищої освіти
на другому (магістерському) рівні
спеціальності 136 «Металургія»
(Профіль: *МЕ04 «Електрометалургія сталі та феросплавів»*)**

УДК 621.187.519

Робоча програма, методичні вказівки та індивідуальні завдання до вивчення дисципліни «Моделювання технологічних процесів за фахом» для студентів заочної форми навчання за освітньо-професійною програмою «Технології та обладнання виробництва металів і сплавів» підготовки здобувачів вищої освіти на другому (магістерському) рівні спеціальності 136 «Металургія» (Профіль: *МЕ04 «Електрометалургія сталі та феросплавів»*) / Укл.: О.В.Жаданос. – Дніпро: НМетАУ, 2016. – 70 с.

Наведені робоча програма дисципліни з методичними вказівками, рекомендованою літературою і питаннями для самоперевірки за окремими темами, а також індивідуальне домашнє завдання.

Призначена для студентів заочної форми навчання за освітньо-професійною програмою «Технології та обладнання виробництва металів і сплавів» підготовки здобувачів вищої освіти на другому (магістерському) рівні спеціальності 136 «Металургія» (Профіль: *МЕ04 «Електрометалургія сталі та феросплавів»*).

Укладачі: О.В.Жаданос, канд. техн. наук, доц.

Відповідальний за випуск М.І. Гасик, д-р техн. наук, проф.

Рецензент О.М. Кукушкін, д-р техн. наук, проф. (НМетАУ)

Національна металургійна академія України
49600, Дніпро, пр. Гагаріна, 4

Редакційно-видавничій відділ НМетАУ

Робоча програма

з дисципліни	<u>Моделювання технологічних процесів за фахом</u>	
Спеціальність	8.136	<u>Металургія</u>
Спеціалізація		<u>Електрометалургія сталі і феросплавів</u>
Факультет		<u>Заочний</u>
Кафедра		<u>Електрометалургії</u>

Розклад навчальних годин

	Всього	по семестрах
		3
Усього годин за навчальним планом	120	120
у тому числі: Аудиторні заняття	40	40
з них:		
– лекції	16	16
– лабораторні заняття	12	12
– практичні заняття	12	12
– семінари	-	-
Самостійна робота	80	80
у тому числі при:		
– підготовці до аудиторних занять	-	-
– підготовка до контрольних заходів	-	-
– виконанні курсових проектів (робіт)	-	-
– виконання індивідуальних завдань	-	-
– опрацювання розділів програми, які не викладаються на лекціях	-	-
Підсумковий контроль (екзамен, залік)	екзамен, контр раб	екзамен, контр раб

Зміст дисципліни

№ м о д у л я	Навч. тиждень	Вид заняття	Тема і зміст занять	К-ть годин	Поточний контроль
		Л	Теоретичні основи математичного моделювання. Мета та задачі моделювання, призначення моделей. Теоретичні основи математичного моделювання. Схема побудови моделі. Структура процесу моделювання. Види математичних моделей.	4	
		Л	Статистичний аналіз експериментальних величин. Статистичні характеристики випадкових величин. Функції розподілу випадкових величин. Гістограма розподілу по класам.	4	
		Л	Застосування регресійного аналізу у електromеталургії. Кореляційний аналіз. Регресійний аналіз. Види регресійних моделей. Одномірна та багатомірна лінійна регресія. Перевірка значимості коефіцієнтів. Особливості розрахунків коефіцієнту кореляції і коефіцієнтів регресійного рівняння при аналізі електromеталургійних процесів в пакеті Ms Excel.	4	
		Л	Планування експерименту на електromеталургійних об'єктах. Планування експерименту на електromеталургійних об'єктах. Використання планування експерименту при розробці математичної моделі теплоенергетичних процесів агрегату електropіч-ківш	4	
		ПР	Оптимізація електromеталургійних процесів. Класифікація задач оптимізації технологічних параметрів. Методи розв'язання оптимізаційних задач. Приклад постановки і розв'язання задачі оптимізації технологічних параметрів електromеталургійного виробництва	12	
		ЛР	Оцінювання випадкових параметрів електromеталургійного виробництва засобами MS Excel	6	
		ЛР	Кореляційний і регресійний аналіз результатів промислових експериментів позапічної обробки електросталі	6	

Зміст

	стор.
Вступ	7
Лекція №1 Теоретичні основи математичного моделювання (4 години)	8
<i>Контрольні питання</i>	14
Лекція №2 Статистичний аналіз експериментальних величин (4 години)	14
2.1 Статистичні характеристики випадкових величин	15
2.1.1 Описова статистика	18
2.1.2 Установка і використання статистичного пакету Аналіз даних	18
2.1.3 Функції статистичних параметрів	21
2.2 Функції розподілу випадкової величини	22
2.2.1 Гістограма розподілу	25
<i>Контрольні питання</i>	28
Лекція №3 Застосування регресійного аналізу у електрометалургії (4 години)	29
3.1 Кореляційний аналіз	29
3.2 Регресійний аналіз	30
3.3 Оцінка адекватності рівняння регресії	33
3.4 Особливості розрахунків коефіцієнту кореляції і коефіцієнтів регресійного рівняння при аналізі електрометалургійних процесів в пакеті MS Excel	33
3.4.1 Обчислення коефіцієнту кореляції	33
3.4.2 Обчислення лінійної регресії	34
<i>Контрольні питання</i>	38
Лекція №4. Планування експерименту на електрометалургійних об'єктах (2 години)	39
4.1 Постановка задачі планування експерименту	40
4.2 Використання планування експерименту при розробці математичної моделі теплоенергетичних процесів агрегату електродів-квц	43
<i>Контрольні питання</i>	45
Практична робота	45

Практична робота №1. Оптимізація електрометалургійних процесів	45
<i>(12 годин)</i>	
5.1 Класифікація задач оптимізації технологічних параметрів	47
5.2 Методи розв'язання оптимізаційних задач	53
5.3 Приклад постановки і розв'язання задачі оптимізації технологічних параметрів електрометалургійного виробництва	57
<i>Варіанти завдань для виконання практичної роботи</i>	57
<i>Контрольні питання</i>	60
Індивідуальні завдання до виконання контрольної роботи	60
Мета і завдання контрольної роботи	60
Порядок оформлення контрольних робіт	60
<i>Варіанти індивідуальних завдань</i>	61
<i>Приклад розв'язання індивідуального завдання</i>	64
Лабораторний практикум	66
Лабораторна робота №1. Оцінювання випадкових параметрів електрометалургійного виробництва засобами Ms Excel (2 години)	66
Лабораторна робота №2. Кореляційний і регресійний аналіз результатів промислових експериментів позапічної обробки електросталі (2 години)	68
Література	73

ВСТУП

Роль моделювання у сучасній науці настільки значна, що воно стало одним з основних інструментів наукового пізнання і знайшло широке розповсюдження при дослідженні електрометалургійних процесів і управлінні ними.

Моделювання це такий різновид наукового дослідження різних явищ у природі й техніці, при якій досліджуваний реальний об'єкт (технологічний процес, обладнання, де він здійснюється, або речовина) замінюється його моделлю. При цьому модель повинна володіти певною сукупністю найважливіших для даного дослідження властивостей, аналогічних властивостям досліджуваного об'єкта. Результати моделювання використовуються при подальшому дослідженні об'єкта, проектуванні нових або модернізації існуючих технологій, оптимізації схемно-конструктивних рішень в області вдосконалення структури і режимів роботи обладнання, оптимальному плануванні виробництва і автоматизованому управлінні технологічними процесами.

У даній роботі розглянуті основні поняття і методичні питання математичного моделювання, особливості використання експериментально-статистичних методів, планування експерименту, оптимізації електрометалургійних процесів. Значна увага приділена використанню ПЕОМ для розв'язання задач математичного моделювання. Зокрема, докладно описані можливості використання пакета Ms Excel.

З метою самостійної роботи студентів на базі курсу лекцій, що викладається, розроблені контрольні роботи з варіантами для індивідуальних завдань. Для закріплення теоретичних знань і набуття навичок розв'язання задач математичного моделювання з використанням ПЕОМ розроблені лабораторні роботи.

Лекція №1 (4 години)

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Зміст: Мета та задачі моделювання, призначення моделей. Теоретичні основи математичного моделювання. Схема побудови моделі. Структура процесу моделювання. Види математичних моделей

Моделювання – відтворення характеристик деякого об'єкта на іншому матеріальному або мисленому об'єкті, який спеціально створений для їх вивчення.

Модель – умовний образ об'єкта дослідження, який конструюється таким чином, щоб відобразити характеристики об'єкта, суттєві для мети дослідження.

Розрізняють геометричні (зовнішня подібність об'єкта), фізичними, математичні моделі.

Математична модель – система математичних виразів, що описує об'єкт дослідження. Математичне моделювання включає в себе створення моделі + машинні експерименти на моделі.

Метою моделювання є: дослідження властивостей об'єкту, розробка нового об'єкта, вдосконалення об'єкта, розробка систем автоматизованого управління, прогнозуючи моделі для систем автоматизованого управління, розробка моделей тренажерів.

Розглянемо структуру процесу моделювання, яка відображена на рис. 1.1.

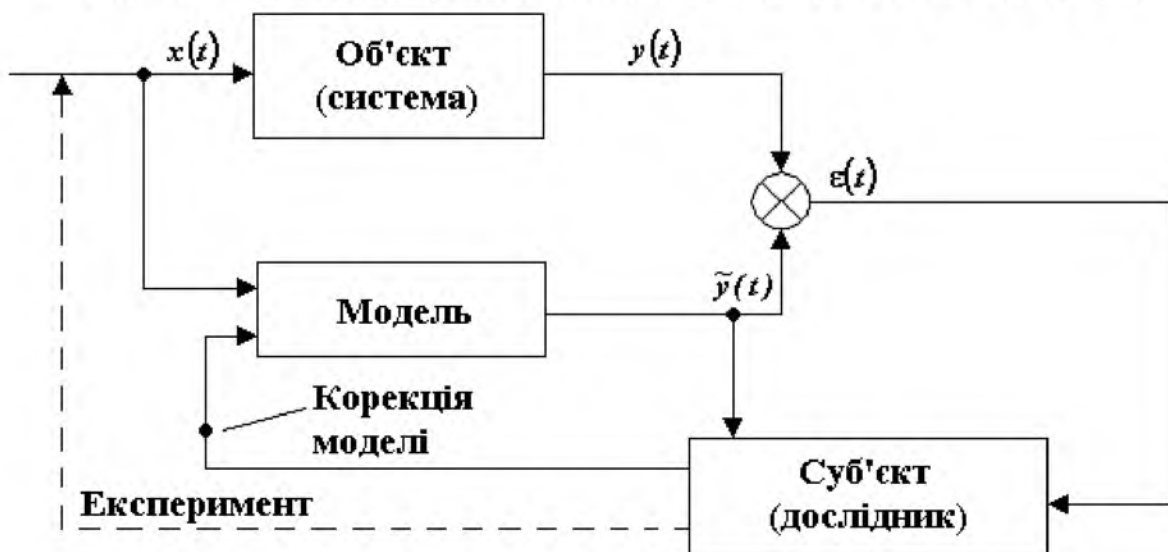


Рис. 1.1. Процес пізнання об'єкта за допомогою моделі

В процесі моделювання обов'язково приймають участь і взаємодіють один з іншим суб'єкт, об'єкт дослідження і модель.

Процес моделювання можна представити у виді наступних етапів:

1. Постановка задачі.
2. Вибір і побудова моделі:
 - вибір структури;
 - математичний опис окремих блоків;
3. Дослідження моделі.
4. Перенесення знань з моделі на оригінал, експериментальна перевірка моделі.

На першому етапі необхідно чітко пояснення мети, врахування апріорних (від лат. *argio* – «до опиту», «поза опитом») даних і, якщо необхідно, спостереження, експериментування.

На другому етапі, вперш за все, важливе впізнання загальної структурної схеми моделі.

Третій етап є дуже важливим, так як при дослідженні моделі у випадку достатнього наближення до дійсності можуть бути отримані нові цікаві результати, наприклад, знайдені оптимальні співвідношення параметрів, що раніш не спостерігалися на об'єкті.

Четвертий етап – експериментальна перевірка моделі – дуже тісно пов'язаний з двома попередніми. В процесі вдосконалення моделі необхідно неодноразово переходити від одного етапу до іншого і навіть повертатися, наприклад, від останнього до другого або третього етапу.

Дослідник, має певні знання щодо об'єкту, будує перший варіант моделі M_0 і шляхом порівняння з експериментальними даними перевіряє відповідність моделі об'єкту. При необхідності ставляться спеціальні експерименти і на основі аналізу передбачення $\tilde{y}(t)$ і фактичних реакцій об'єкту $y(t)$, корегуються параметри і структура моделі.

Такі цикли звернень (суб'єкт – модель – об'єкт – суб'єкт), здійснюються до тих пір, поки не буде отримана деяка модель M_i , що знаходиться у відповідності з експериментальними даними об'єкту.

Прикладом подібного циклу є процес побудови моделі з використанням експерименту, що представлений на рис. 1.2.



Рис. 1.2. Процес побудови моделі з використанням експерименту

Математичні моделі бувають наступних видів (рис. 1.3):

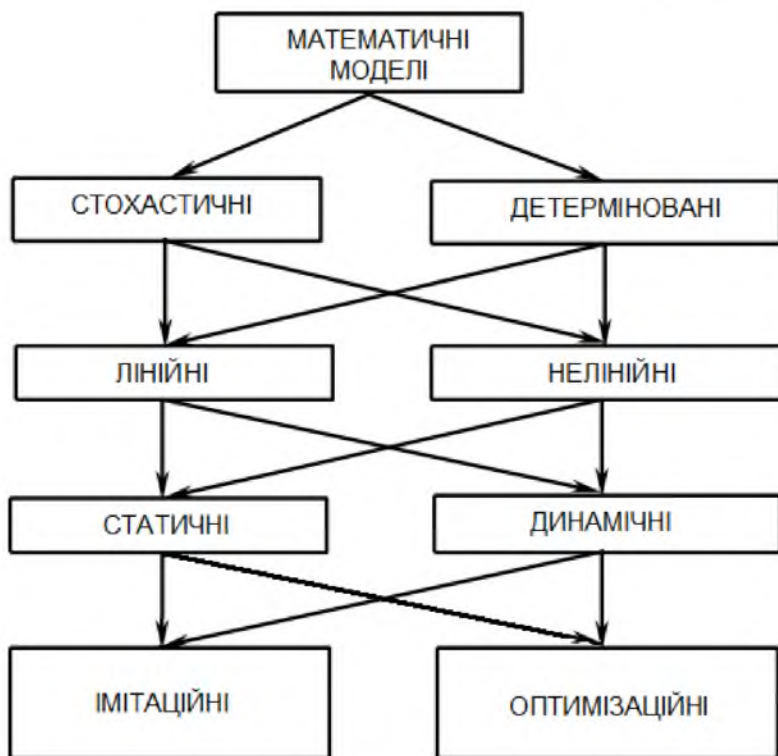


Рис. 1.3. Види математичних моделей

1. Детерміновані;
2. Стохастичні;
3. Динамічні;
4. Статичні;
5. Імітаційні;
6. Оптимізаційні;
7. Лінійні;
8. Нелінійні.

Стохастичною (від грецького *stohas* - випадковий) називають модель, що містить випадкові елементи. В іншому випадку, модель

називають *детермінованою*.

Прикладом *детермінованої моделі* є закон Сівертса (закон квадратного кореня), згідно якому розчинність в металі двохатомних газів H_2 , N_2 і O_2 пропорційна квадратному кореню з їх парціальних тисків:

$$[\%H]=K_H\sqrt{P_{H_2}}, [\%N]=K_N\sqrt{P_{N_2}}, [\%O]=K_{O-C}\sqrt{P_{O_2}}, \quad (1.1)$$

де K_H і K_N , K_{O-C} - константи розчинності водню і азоту при даній температурі і парціальному тиску P_{H_2} , P_{N_2} , P_{O_2} , що дорівнює 1 атм.

В якості прикладу *стохастичної моделі* розглянемо наступний приклад:

Для аналізу того, як змінюється вміст кремнію у колісній електросталі під час обробки на установці електропід-ківш були проведені промислові експерименти, під час яких фіксувалася кількість феросплавів, що вводяться, і відповідна зміна хімічного складу сталі по кремнію і марганцю. Отримано рівняння лінійної регресії (рис. 1.4).

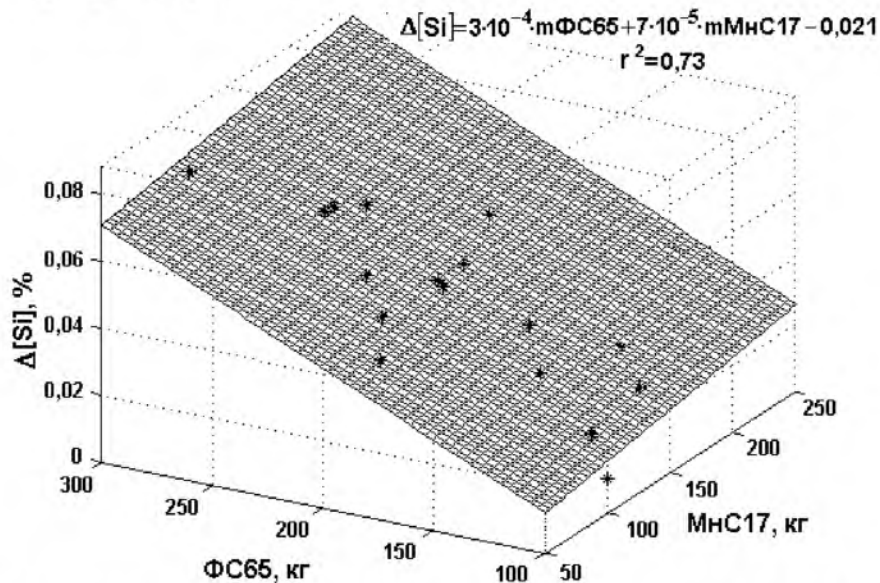


Рис. 1.4. Зміна вмісту Si в колісній електросталі в залежності від кількості введеного MnC17 и ΦC65

При регресійному аналізі вважається, що зміна випадкової величини Y (в даному випадку $\Delta[Si]$) обумовлені мінливістю стохастично пов'язаної з нею не випадкової величини X (MnC17 і $\Phi C65$), а також інших чинників, що впливають на Y , але не залежних від X (див. лекцію №3). Тобто така модель містить випадкові елементи.

Нелінійні моделі – описують процес нелінійної зміни стану системи. Лінійні моделі – *лінійної*. Прикладом нелінійної моделі є рівняння (1.1), а лінійної – регресійна модель $\Delta[Si]=a_1 \cdot m\Phi C65 + a_2 \cdot mMnC17 + a_3$.

Динамічні моделі описують процес переходу системи з одного стану в інше під дією збурення (перехідний процес). В перехідних процесах спостерігається дисбаланс енергії в системі, тобто енергія системи змінюється і, таким чином, змінюються її фазові змінні (сили, швидкості, прискорення, струми, напруги, тиски та ін.). Статичні моделі, навпаки, описують процес переходу системи з одного стану в інший при відсутності збурення.

Розглянемо приклад динамічної моделі. Електродуговий агрегат електропіч-ківш є складним теплофізичним об'єктом зі змінними станами. Змінність станів зумовлена перемиканням потужності трансформатору, зупинками нагрівання для контролю температури сталі, введенням легуючих, розкислювачів, шлакоутворюючих матеріалів, продувкою аргоном. Підвищення температури металу залежить від потужності, що підводиться електричними дугами, теплових затрат внаслідок розплавлення легуючих і шлакоутворюючих матеріалів, та втрат енергії за рахунок випромінювання з поверхні металу та шлаку, теплопередачі крізь футеровку ковша, продувки аргоном. Теплові втрати у зв'язку із продувкою інертним газом відбуваються внаслідок утворення відкритої від шлаку поверхні рідкої сталі в ковші та нагрівання аргону.

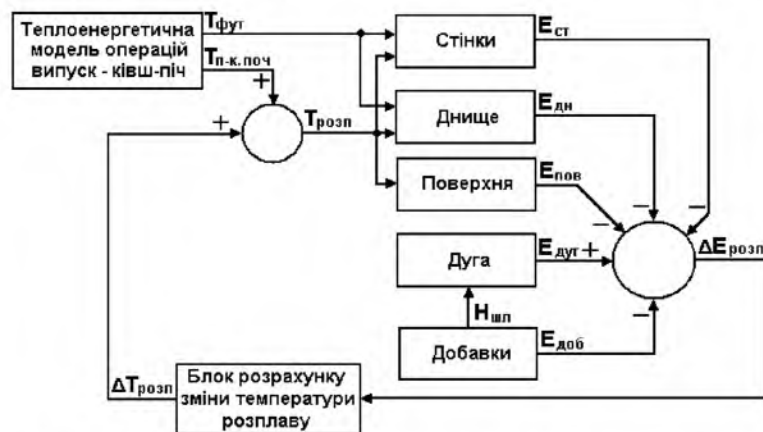


Рис. 1.5. Структура динамічної моделі теплових процесів в електродуговому агрегаті електропіч-ківш

перед обробкою на установці $T_{п-к.поч}$, температурі футеровки ковша $T_{фут}$, масі та теплоємності розплаву за допомогою цієї моделі визначається зміна енергії металу та його температура $T_{розп}$. Розглянемо цю модель більш докладно.

В підсистемі «Дуга» енергія електричних дуг установки, що надходить на нагрівання розплаву, визначається з виразу

Розроблена динамічна модель теплоенергетичних процесів в УКП включає підсистеми: «Дуга», «Добавки», «Поверхня», «Стінки», «Днище» (рис. 1.5), у яких оцінюються основні статті енергетичного балансу установки.

При заданих параметрах: початковій температурі сталі

$$E_{\text{дye}} = K \cdot \sqrt{3} \cdot U_{2,j} \cdot I_{2,j} \cdot \cos \varphi_j \cdot \eta_{\text{ел}} \cdot t_{\text{нагр}}, \quad (1.2)$$

де $K = 0,1 \dots 1$ – коефіцієнт, що враховує втрати потужності дуг на опромінення стінок ковша та склепіння установки в залежності від товщини шлакового покриву; $U_{2,j}$, $I_{2,j}$ – відповідно номінальні напруги і струми на вторинній обмотці трифазного трансформатора j -ого ступеня напруги; $\cos \varphi_j$ – коефіцієнт потужності трансформатора ступеня напруги j ; $\eta_{\text{ел}} = 0,9$ – електричний к.к.д. установки; $t_{\text{нагр}}$ – час нагрівання металу.

Витрати енергії (кДж) на нагрівання та розплавлення шлакоутворюючих, легуючих добавок, розкислювачів (підсистема «Добавки») визначаються з виразу

$$E_{\text{доб}} = 2095 \cdot m_{\text{CaO}} + 1676 \cdot m_{\text{CaF}_2} + 1680 \cdot m_{\text{SiMn}17} - 419 \cdot m_{\text{FeSi}65} + 1341 \cdot m_{\text{FeMn}78} + 4190 \cdot m_c, \quad (1.3)$$

де m_i – маса добавки, що вводиться у сталь, кг.

Введення добавок спричиняє зниження температури розплаву, але підвищує ефективність нагрівання електричними дугами внаслідок збільшення товщини шлакового покриву. На товщину шлакового покриву впливає кількість та вид матеріалів, котрі присаджуються у розплав, а також інтенсивність продувки інертним газом. За результатами промислових експериментів для ковша ємністю 100 т при штатній питомій витраті аргону 1,5 л/хв·т отриманий вираз, який дозволяє визначити товщину шлакового покриву

$$H_{\text{шл}} = 0,16 \cdot (m_{\text{CaO}} + m_{\text{CaF}_2}) + 0,04 \cdot m_{\text{FeSi}65} + 0,01 \cdot m_{\text{SiMn}17}, \quad (1.4)$$

де $H_{\text{шл}}$ – товщина шлакового покриву, мм; m_i – маса матеріалу, що вводиться, кг. Для оцінки теплових втрат крізь футеровку ковша використовуються диференціальні рівняння теплопровідності (1.5).

$$\begin{aligned} c_m(T_m) \cdot \rho_m \cdot \frac{\partial T_m}{\partial t} &= \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \lambda_m(T_m) \cdot \frac{\partial T_m}{\partial r} \right) \text{ для стінки,} \\ c_m(T_m) \cdot \rho_m \cdot \frac{\partial T_m}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_m(T_m) \cdot \frac{\partial T_m}{\partial z} \right) \text{ для днища,} \end{aligned} \quad (1.5)$$

де r – радіус ковша; z – координата висоти розплаву; $c_m(T_m)$ – питома теплоємність; T_m – температура; ρ_m – густина; $\lambda_m(T_m)$ – теплопровідність.

Питомий тепловий потік з поверхні розплав/шлак визначається відповідно до закону Стефана-Больцмана.

$$q = \sigma_0 \cdot \varepsilon \cdot (T_{\text{расн}}^4 - T_{\text{кр}}^4), \quad (1.6)$$

де q – питомий тепловий потік з поверхні метал-шлак; $\sigma_0 = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴) – константа випромінювання абсолютно чорного тіла; ε – ступінь чорноти системи, котра включає в себе поверхню розплав-шлак і кришку установки, що

охладжується водою; $T_{расп.т}$ – температура розплаву; $T_{кр}$ – температура кришки, що охолоджується водою.

При визначенні теплових втрат випромінюванням необхідно враховувати наявність відкритої поверхні металу, що утвориться висхідними потоками аргону.

Як видно з цього прикладу зміна одного параметру моделі під впливом збурюючих факторів (перемикання ступенів напруги трансформатору, введення хімічних добавок, зміна витрат аргону) впливає на інші параметри моделі.

Моделі, призначені для *імітації* роботи будь-якої системи, називають моделями *імітації*. Моделі, що призначені для *оптимізації* системи, називають моделями оптимізації. Для моделі оптимізації притаманні два додаткових компоненти – цільова функція і додаткові умови.

Як видно з прикладів, математична модель може поєднувати в собі декілька видів моделей.

Контрольні питання

1. Дати визначення термінам моделювання, модель?
2. Які моделі називають математичними?
3. В чому полягає мета моделювання?
4. Які засоби отримання інформації використовують при моделюванні?
5. Які математичні моделі називаються лінійними. Наведіть приклади використання таких моделей в електрометалургії?
6. Які математичні моделі називаються нелінійними. Наведіть приклади використання таких моделей в електрометалургії?
7. Які математичні моделі називають стохастичними. Наведіть приклади використання таких моделей в електрометалургії?
8. Які математичні моделі називають детермінованими. Наведіть приклади використання таких моделей в електрометалургії?
9. Які математичні моделі називаються статичними. Наведіть приклади використання таких моделей в електрометалургії?
10. Які математичні моделі називаються динамічними. Наведіть приклади використання таких моделей в електрометалургії?

Лекція №2 (2 години)

СТАТИСТИЧНИЙ АНАЛІЗ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ВЕЛИЧИН

Зміст: Статистичні характеристики випадкових величин. Функції розподілу випадкових величин. Гістограма розподілу по класам.

Часто при виробництві електросталі і електроферосплавів з метою забезпечення оптимальних технологічних режимів постає необхідність в прогнозуванні тих або інших технологічних параметрів. Наприклад, необхідно

спрогнозувати хімічний склад електросталі та її температуру перед випуском металу у залежності від витрат легуючих, розкислювачів, шлакоутворюючих матеріалів, електричної енергії під час відновлювального періоду.

Вкрай рідкі ті випадки, коли відома явна залежність між вихідними і вхідними технологічними параметрами. Тому для прогнозування необхідно спочатку знайти приховану закономірність зміни вихідного параметру від вхідних параметрів. Одним з методів побудови таких закономірностей є *стохастичне моделювання*. Тому лекції №2 и №3 присвячені висвітленню основних теоретичних положень статистичного аналізу технологічних параметрів.

2.1 Статистичні характеристики випадкових величин

Випадковою називають величину, яка в результаті досліду може приймати те або інше значення, заздалегідь невідоме. Випадкова величина може бути як дискретною, так і безперервною. Прикладами можуть служити: температура металу у ковші після випуску, час передачі металу з дугової сталеплавильної печі на агрегати позапічної обробки, ступінь засвоєння легуючих елементів, вміст водню у сталі після вакуумування.

Часто для вирішення практичних технічних завдань використовують статистичні оцінки випадкових величин, які бувають *точковими та інтервальними*. Серед *точкових* оцінок найбільш поширеними є *математичне очікування, дисперсія, стандартне (середньоквадратичне) відхилення, коефіцієнт варіації, асиметрія, ексцес*.

Математичне очікування – це середнє значення набору випадкових величин. Його можна обчислити, використовуючи наступну формулу:

$$m_x = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}, \quad (2.1)$$

де m_x – значення випадкової величини.

Дисперсія – це міра того, наскільки широко розкидані точки даних щодо їх середнього значення (*математичного очікування*). Для вибірки *дисперсію* можна обчислити таким чином:

$$D(x) = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - m_x)^2}{N-1}, \quad (2.2)$$

де m_x – математичне очікування.

Стандартне відхилення, так саме як і дисперсія характеризує те, наскільки широко розкидані дані щодо середнього значення. Користуватися цією характеристикою більш зручно ніж дисперсією оскільки вона має однакову розмірність із випадковою величиною, яка досліджується.

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)} \quad (2.3)$$

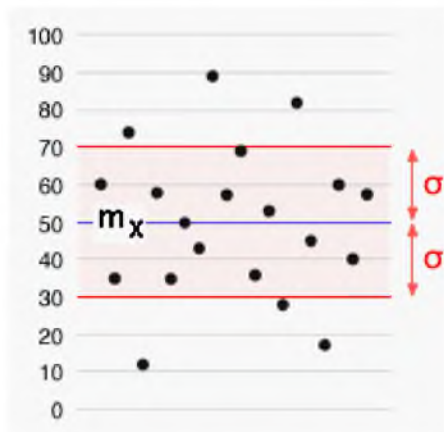


Рис. 2.1. Набір випадкових величин з математичним очікуванням $m_x = 50$ і стандартним відхиленням $\sigma(x) = 20$

Коефіцієнт варіації – це відношення стандартного відхилення до математичного очікування.

$$v = \frac{\sigma(x)}{m_x} \quad (2.4)$$

Асиметрія характеризує ступінь несиметричності розподілу випадкової величини відносно його середнього. Позитивна асиметрія вказує на відхилення розподілу в бік позитивних значень. Негативна асиметрія вказує на відхилення розподілу в бік негативних значень (рис. 2.2).

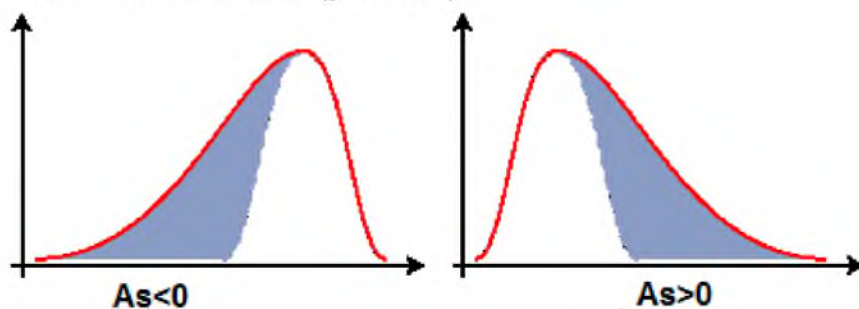


Рис. 2.2. Вплив асиметрії на форму розподілу випадкової величини

Екセス характеризує відносну гостроверхість або згладженість розподілу у порівнянні з нормальним розподілом. Позитивний екセス позначає відносно гострокінцевий розподіл. Негативний екセス позначає відносно згладжений розподіл (рис. 2.3).

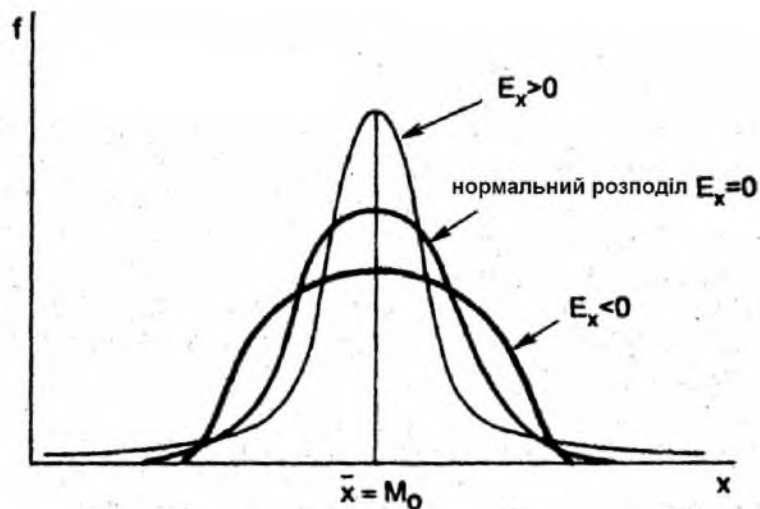


Рис. 2.3. Вплив величини ексцесу на параметри розподілу випадкової величини

Асиметрію і ексцес розраховують наступним чином

$$As = \mu_3 / (\mu_2)^{3/2} \quad (2.5)$$

$$Ex = \mu_4 / \mu_2^2 - 3, \quad (2.6)$$

де μ_2, μ_3, μ_4 – відповідно другий, третій, четвертий центральні моменти випадкової величини, які знаходяться за формулою (2.7).

$$\mu_2 = D(x) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2}{N-1}; \quad \mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^3}{N}; \quad \mu_4 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^4}{N}. \quad (2.7)$$

Довірчий інтервал є інтервальною оцінкою набору випадкових величин. Довірчий інтервал – це область, в якій з гарантією $(1 - \alpha) \cdot 100\%$ знаходиться дійсне значення параметра. Найчастіше зустрічаються такі значення $1 - \alpha$: 0,90; 0,95 і 0,99. Довірчий інтервал обчислюється для статистичних оцінок випадкової величини $(\bar{x}, D(x), \sigma(x))$, для регресійних кривих. При великих вибірках довірчий інтервал для m_x обчислюється наступним чином

$$m_x \pm U_{\frac{1+\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma(x)}{\sqrt{N}}, \quad (2.8)$$

де $U_{\frac{1+\alpha}{2}}$ – значення, при якому інтегральна функція нормального розподілу

прийме $\frac{1+\alpha}{2}$. Наприклад, для $1 - \alpha = 0,95$, $U_{\frac{1+\alpha}{2}} = 1,96$.

Для обчислення статистичних оцінок використовують ПЕОМ. Одним з пакетів, які дозволяють виконувати статистичну обробку даних, є пакет **Microsoft Excel**.

Excel передбачає два способи статистичних оцінок випадкової величини:

- Використання розділу **Описова статистика** з пакету **Аналіз Даних**.
- Використання вбудованих **функцій статистичних параметрів**.

2.1.1 Описова статистика

До складу **Microsoft Excel** входить набір засобів аналізу даних, так званий пакет **Аналіз Даних**, призначений для вирішення складних статистичних і інженерних задач. Для проведення аналізу даних за допомогою цих інструментів слід вказати вхідні дані і вибрати параметри; аналіз буде проведений за допомогою відповідної статистичної або інженерної макروفункції, а результат буде поміщений у вихідний діапазон. Інші інструменти дозволяють подати результати аналізу в графічному вигляді.

Щоб вивести список доступних інструментів аналізу, необхідно обрати команду **Аналіз даних** в меню **Сервіс**.

Для успішного застосування процедур аналізу необхідні початкові знання в області статистичних і інженерних розрахунків, для яких ці інструменти були розроблені. Додатково в **Microsoft Excel** міститься велика кількість статистичних, фінансових та інженерних функцій. Щоб вивести список доступних функцій аркуша, необхідно натиснути кнопку **Змінити формулу** (рис. 2.4) у рядку формул, а потім відкрити список **Вставка функції**, або виконати команду **Функція** з меню **Вставка**, або натиснути кнопку **Вставка функції** на **Стандартній** панелі інструментів.

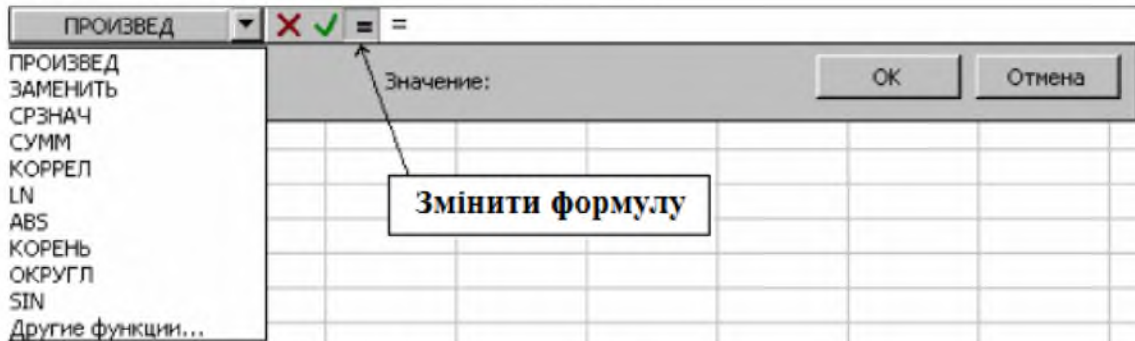


Рис. 2.4. Виклик Майстра функцій

2.1.2 Установка і використання статистичного пакету Аналіз Даних

Для роботи з інструментами аналізу дані слід представити у вигляді рядків або стовпців аркуша **Excel**. Сукупність комірок, що містять аналізовані дані, називається *вхідним діапазоном*.

Якщо команда **Аналіз даних** відсутня в меню **Сервіс**, у **Microsoft Excel** необхідно встановити статистичний пакет **Аналіз Даних**. Щоб встановити пакет аналізу даних необхідно:

1. У меню **Сервіс** вибрати команду **Надбудови**.

Якщо в списку надбудов немає розділу **Аналіз Даних**, необхідно натиснути кнопку **Огляд** і вказати диск, папку та файл **Analys32.xll** (як правило, папка **Library\Analysis**), інакше потрібно переінсталиувати пакет **Microsoft Office** (під час установки пакета в розділі **Excel** встановити цю надбудову).

2. Встановити прапорець **Пакет аналізу**.

Щоб запустити **Пакет аналізу**

1. У меню **Сервіс** вибрати команду **Аналіз даних**.
2. У діалоговому вікні (рис 2.5) у списку **Інструменти аналізу** вибирати потрібний рядок.
3. Введіть вхідний і вихідний діапазони, а потім вибрати потрібні параметри.

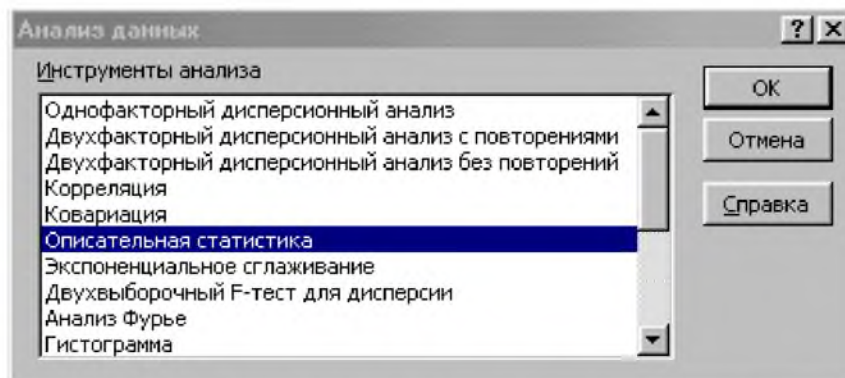


Рис. 2.5. Діалогове вікно «Аналіз даних»

Описова статистика використовується для генерації одномірного статистичного звіту, що містить інформацію про центральну тенденцію і мінливість вхідних даних. Розглянемо параметри діалогового вікна «**Описова статистика**» (рис. 2.6).

Вхідний інтервал. Служить для введення посилання на комірки, які містять аналізовані дані. Посилання має складатися як мінімум з двох суміжних діапазонів даних, організованих у вигляді стовпців або рядків.

Групування. Служить для завдання розташування діапазону даних організованих у вигляді стовпців або рядків. Для цього необхідно встановити перемикач в положення **по стовпцях** або **по рядках** в залежності від розташування даних у вхідному діапазоні.

Мітки в першому рядку / Мітки в першому стовпці. Ця кнопка призначена, для того щоб ігнорувати перші рядки або стовпці у вхідному діапазоні, якщо вони містять назви рядків (стовпців). Якщо вхідний діапазон не

містить міток, то необхідні заголовки у вихідному діапазоні будуть створені автоматично.

Рівень надійності. Необхідно встановити прапорець, якщо у вихідну таблицю необхідно включити рядок для рівня надійності. У полі потрібно ввести необхідне значення в межах від 0 до 100%. Наприклад, значення 95% обчислює рівень надійності середнього з помилкою менше 5 %.

К-ий найбільший. Служить для визначення в разі потреби найбільшого k -го значення для кожного діапазону даних. Необхідно встановити прапорець. У відповідне вікно вводиться число k . Якщо k дорівнює 1, цей рядок буде містити максимум з набору даних.

К-ий найменший. Служить для визначення в разі потреби найменшого k -го значення для кожного діапазону даних. Необхідно встановити прапорець. У відповідне вікно вводиться число k . Якщо k дорівнює 1, цей рядок буде містити мінімум з набору даних.

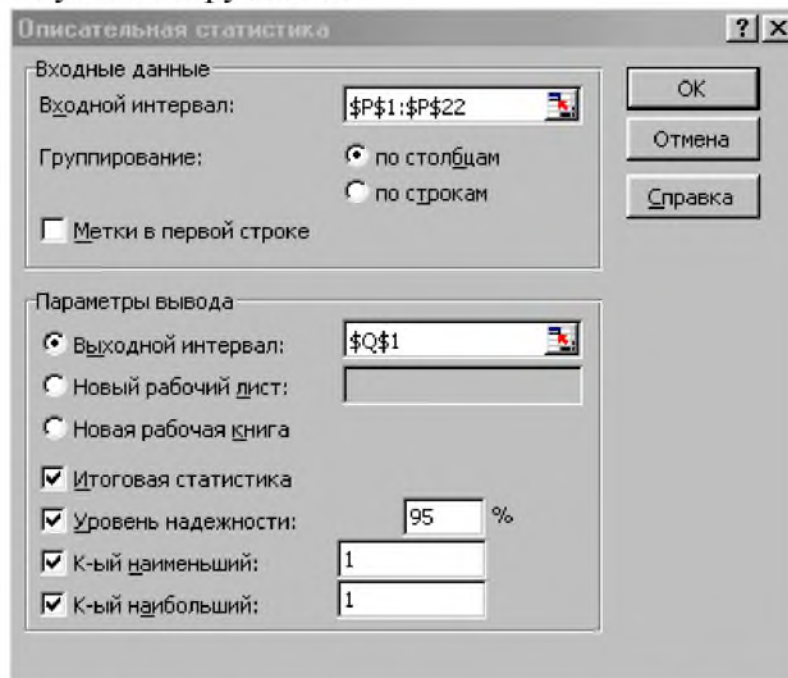


Рис. 2.6. Діалогове вікно «Описова статистика»

Вихідний інтервал. Необхідно ввести посилання на ліву верхню комірку вихідного діапазону. Цей інструмент аналізу виводить два стовпці відомостей для кожного набору даних. Лівий стовпець містить назви статистичних характеристик; правий стовпець містить статистичні значення. Діапазон статистичних даних, що складається з двох стовпців виводиться для кожного стовпця або для кожного рядка вхідного діапазону в залежності від положення перемикача **Групування**.

Новий лист. Необхідно встановити перемикач, щоб відкрити новий лист в книзі і вставити результати аналізу, починаючи з клітинки A1. Якщо в

цьому є необхідність, введіть ім'я нового листа в полі, розташованому навпроти відповідного положення перемикача.

Підсумкова статистика. Необхідно встановити прапорець для того, щоб у вихідному діапазоні отримати по одному полю для кожного з наступних видів статистичних характеристик набору даних (рис. 2.6)

Приклад. Дана інформація щодо витрат активної електричної енергії при обробці 100 т електросталі в агрегаті електропід-ківш, МВт·год (стовпець (P)). Визначимо статистичні оцінки випадкових величин за допомогою розділу **Описова статистика** з пакету **Аналізу Даних**.

На рис. 2.6 показані встановлені у вікні «**Описова статистика**» параметри для обчислень, а на рис 2.7 показані вихідні дані та результати обчислень.

P	Q	R	S	T	U
6,59	Столбец1				
6,64			Коментар		
6,60	Среднее	6,529545455	Математичне очікування		
6,62	Стандартная ошибка	0,010940161	Средньоквадр. похиб для мат. очік.		
6,60	Медиана	6,51			
6,57	Мода	6,5			
6,55	Стандартное отклонение	0,051313905	Середньоквадр. відхилення		
6,50	Дисперсия выборки	0,002633117			
6,51	Эксцесс	-0,44270956			
6,50	Асимметричность	0,831332936			
6,53	Интервал	0,18	Максимум-Мінімум		
6,50	Минимум	6,46			
6,49	Максимум	6,64			
6,52	Сумма	143,65			
6,50	Счет	22	Об'єм вибірки		
6,49	Наибольший(1)	6,64	K-те найбільше значення		
6,51	Наименьший(1)	6,46	K-те найменше значення		
6,47			$U_{\frac{1+\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma(x)}{\sqrt{N}}$		
6,52	Уровень надежности(95,0%)	0,022751315			
6,50					
6,48					
6,46					

Рис. 2.7. Вхідні дані і результати обчислень

2.1.3 Функції статистичних параметрів

Другий спосіб оцінки статистичних параметрів в деякій мірі дублює перший. Основна відмінність полягає в тому, що значення функцій автоматично оновлюються при кожній зміні даних, у той час як інструмент аналізу необхідно перезапустити після зміни даних. Нижче наведена таблиця найбільш важливих статистичних функцій.

Статистичні функції Excel

Функція	Обчислює
СРЗНАЧ()	Середнє значення (математичне очікування)
ДИСП()	Дисперсію вибірки
ДИСПР()	Дисперсію генеральної сукупності
СТАНДОТКЛОН()	Стандартне відхилення вибірки
СТАНДОТКЛОНП()	Стандартне відхилення генеральної сукупності
НАИБОЛЬШИЙ()	K -те найбільше значення
НАИМЕНЬШИЙ()	K -те найменше значення
МОДА()	Моду набору даних
МЕДИАНА()	Медіану набору даних
ДОВЕРИТ()	$\pm U_{\frac{1+\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma(x)}{\sqrt{N}}$ для середнього значення
МИН()	Мінімальне значення набору даних
МАКС()	Максимальне значення набору даних
СЧЕТ()	Підраховує кількість чисел у списку аргументів
СКОС()	Асиметрію набору даних
ЭКСЦЕСС()	Ексцес набору даних

2.2 Функції розподілу випадкової величини

Співвідношення, що встановлює зв'язок між можливими значеннями випадкової величини і відповідній ним вірогідності, називається *законом розподілу*, який кількісно виражається в двох формах.

Функцією розподілу називають функцію $F(x)$, що визначає для кожного значення x вірогідність того, що випадкова величина X прийме значення, менше x , тобто $F(x) = P(X < x)$.

Частіше використовується інша форма закону розподілу – *щільність розподілу* випадкової величини X , що є похідній функції розподілу $f(x) = F'(x)$.

Найбільш поширені закони розподілу

Нормальний розподіл має дуже широке застосування в статистиці. Рівняння для щільності нормального розподілу має наступний вид (рис. 2.8)

$$f(x; m_x; \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma}} \cdot e^{\left(\frac{-(x-m_x)^2}{2 \cdot \sigma^2} \right)}. \quad (2.9)$$

Інтегральна функція нормального розподілу має вигляд (рис. 2.9)

$$F(x; m_x; \sigma) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma}} \cdot e^{\left(\frac{-(x-m_x)^2}{2 \cdot \sigma^2} \right)} \quad (2.10)$$



Рис. 2.8. Щільність розподілу



Рис. 2.9. Інтегральна функція розподілу

Основними параметрами цього розподілу є *математичне очікування* і *стандартне (середньоквадратичне) відхилення* (рис. 2.10).

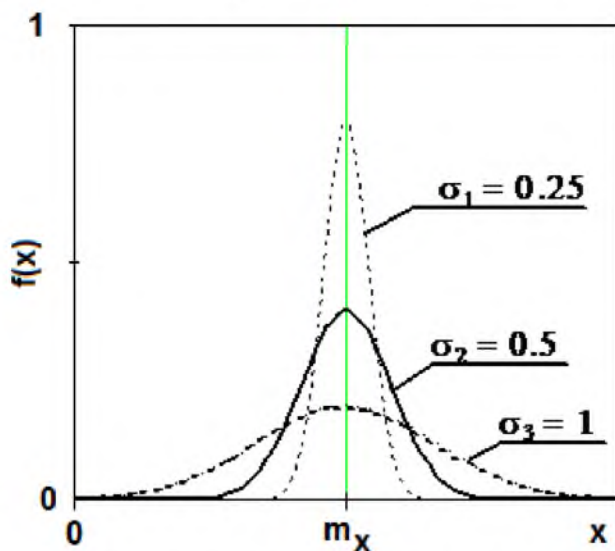


Рис. 2.10. Вплив m_x і $\sigma(x)$ на форму нормального розподілу

Для випадкової величини, яка розподілена за нормальним законом виконується “**Правило трьох сигм (3σ)**” — практично всі значення (99,7%) нормально розподіленої випадкової величини знаходяться в інтервалі $(m_x - 3 \cdot \sigma; m_x + 3 \cdot \sigma)$ (рис. 2.11).

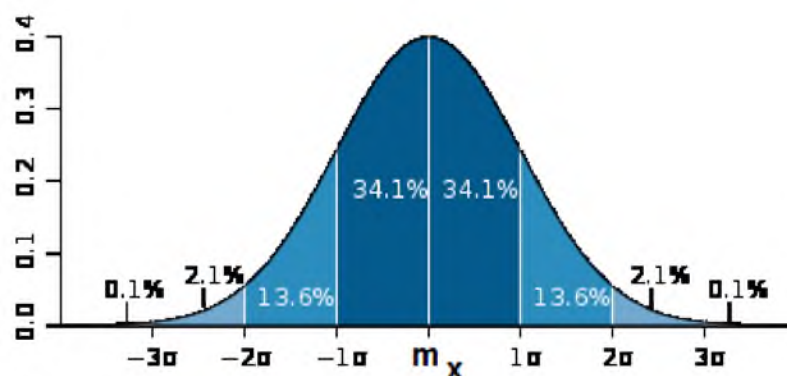


Рис. 2.11. Графік щільності ймовірності нормального розподілу і процент попадання випадкової величини на відрізки, які дорівнюють $\sigma(x)$

Рівняння для функції інтегрального логарифмічного нормального розподілу має наступний вигляд

$$f(x; m_x; \sigma) = \frac{1}{x \cdot \sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \sigma} \cdot e^{\left(\frac{-(\ln x - m_x)^2}{2 \cdot \sigma^2} \right)} \quad (2.11)$$

де $\ln(x)$ є нормально розподіленим з параметрами математичне очікування і стандартне відхилення. Логарифмічно нормальний розподіл має позитивну асиметрію і використовується для аналізу даних, які були логарифмічно перетворені.

Експоненціальний розподіл використовується для моделювання тимчасових затримок між подіями. Наприклад, цей розподіл можна використовувати для того, щоб визначити вірогідність того, що якийсь процес займе не більше 1 хвилини.

Рівняння для функції щільності розподілу має такий вигляд

$$f(x; \lambda) = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot x} \quad (2.12)$$

Інтегральна функція розподілу обчислюється за формулою

$$F(x; \lambda) = 1 - e^{-\lambda \cdot x} \quad (2.13)$$

Для обчислення щільності і функцій розподілу у пакеті **Microsoft Excel** використовуються статистичні функції. У табл. 2.2 представлені функції для обчислення нормального, логарифмічно-нормального та експоненціального розподілів.

Таблиця 2.2

Функції розподілу випадкової величини у пакеті **Ms Excel**

Розподіл	Функція	Синтаксис
Нормальний	НОРМРАСП	НОРМРАСП (<i>x</i> ; <i>середнє</i> ; <i>стандартне_відх</i> ; інтегральна) <i>x</i> – це значення, для якого обчислюється розподіл; <i>середнє</i> – це математичне очікування; <i>стандартне_відх</i> – це стандартне відхилення розподілу; <i>інтегральна</i> – це логічне значення, що визначає форму функції. Якщо <i>інтегральна</i> має значення ІСТИНА, то функція НОРМРАСП обчислює інтегральну функцію розподілу, а якщо цей аргумент має значення ЛОЖЬ, то обчислюється функція щільності розподілу.
Логарифмічно-нормальний	ЛОГНОРМРАСП	<i>x</i> – значення, для якого обчислюється функція; <i>середнє</i> – середнє $\ln(x)$; <i>стандартне_відх</i> – стандартне відхилення $\ln(x)$.

Експоненціальний	ЭКСПРАСП	<p>x – значення, для якого обчислюється функція;</p> <p>лямбда – значення параметру $\lambda = \frac{1}{m_x}$;</p> <p>інтегральна – аналогічно функції НОРМРАСП.</p>
-------------------------	-----------------	---

2.2.1 Гістограма розподілу

Гістограма використовується для обчислення вибірових і інтегральних частот попадання даних у вказані інтервали значень. За допомогою гістограми відбувається оцінювання функції розподілу. *Гістограма* – це ступінчата фігура, що складається з прямокутників, підставами яких служать часткові інтервали довжини h , а висоти рівні n_i – частота попадань в i -й інтервал. Площа гістограми частот дорівнює сумі всіх частот, тобто об'єму вибірки n .

При побудові гістограми одним з головних питань є правильний вибір кількості інтервалів. Кількість інтервалів K для об'єму вибірки n можна визначити за допомогою оціночної формули $K = 1 + 3,2 \lg n$, але при цьому не рекомендується приймати $K > 15$.

У пакеті **Excel** гістограму можна побудувати двома способами:

- Використовуючи розділ **Гістограма** пакету **Аналіз даних**.
- Використовуючи функцію **Частота** і **Майстер діаграм**.

Розглянемо параметри діалогового вікна «Гістограма» з пакету **Аналіз даних**.

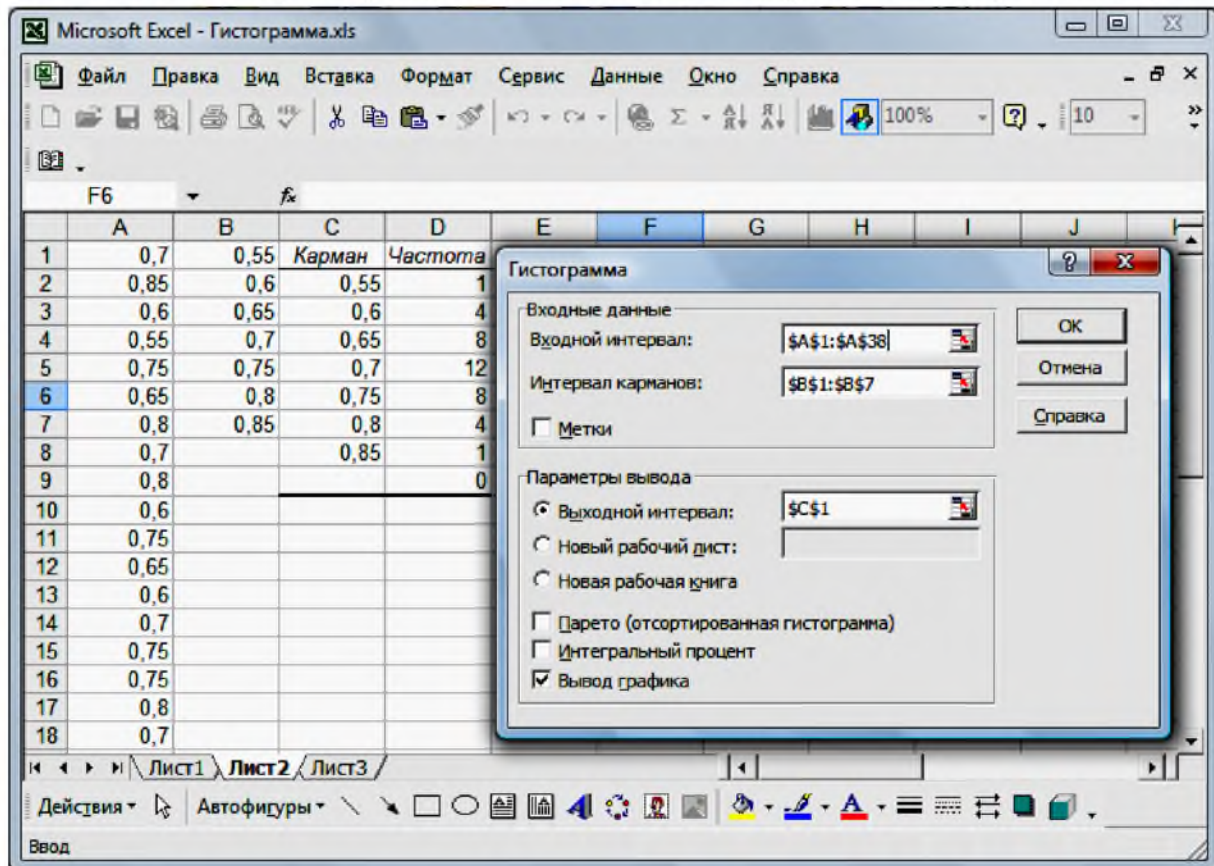


Рис. 2.12. Параметри діалогового вікна «Гістограма» з пакету **Аналіз даних**

Вхідний діапазон - це діапазон досліджуваних даних.

Інтервал кишень - це необов'язковий набір граничних значень, що визначають відрізки (кишені). Ці значення повинні бути введені в зростаючому порядку. В **Excel** обчислюється число попадань даних між поточним початком відрізка і сусіднім більшим за порядком, якщо такий є. При цьому включаються значення на нижній межі відрізка і не включаються значення на верхній межі. Якщо діапазон кишень не запроваджено, то набір відрізків, рівномірно розподілених між мінімальним і максимальним значеннями даних, буде створено автоматично. Якщо перший рядок або перший стовпець вхідного інтервалу містить заголовки необхідно встановити прапорець у параметрі **Мітки**. Якщо заголовки відсутні, то необхідно зняти прапорець; в цьому випадку назви для даних вихідного діапазону будуть створені автоматично.

Вихідний діапазон - це діапазон, куди будуть поміщені обчислені дані. Необхідно ввести посилання на ліву верхню комірку вихідного діапазону. Розмір вихідного діапазону буде визначено автоматично, і на екран буде виведено повідомлення в разі можливого накладення вихідного діапазону на вихідні дані.

Парето (відсортована діаграма). Щоб представити дані в порядку зменшення частоти необхідно встановити прапорець. Якщо прапорець знятий, то дані у вихідному діапазоні будуть представлені в порядку зростання відрізків, а трьох найбільших правих стовпців з відсортованими даними не буде.

Інтегральний відсоток призначений для видачі інформації щодо долі кожного інтервалу у загальному обсязі і включення в гістограму графіка інтегральних відсотків (При встановленому прапорці).

Виведення графіку призначено для автоматичної побудови вбудованої діаграми на аркуші, який містить вихідний діапазон (При встановленому прапорці).

Приклад. Перед розливкою було проведено хімічний аналіз декількох плавок колісної електросталі. В результаті виконаних замірів хімічного складу були отримані наступні (див. рис. 2.12) результати по вмісту марганцю %. Побудувати гістограму розподілу вмісту Mn у колісній електросталі. У вхідній інтервал введемо діапазон комірок **\$A\$1:\$A\$38** - результати вимірювання вмісту марганцю. У комірки **\$B\$1:\$B\$7** введемо інтервали значень вибірки - інтервал кишень. У полі **Вихідний інтервал** вкажемо

комірку **\$C\$1**. Для побудови графіку встановимо прапорець у параметрі Виведення графіку. На рис. 2.12 представлені вихідні дані та результати обчислень, а на рис. 2.13 - отримана гістограма результатів вимірів вмісту марганцю у колісній електросталі.



Рис. 2.13. Гістограма результатів вимірів вмісту марганцю у колісній електросталі

Розглянемо другий спосіб побудови гістограми. Функція **ЧАСТОТА** обчислює частоту появи значень в інтервалі значень і обчислює масив цифр. Оскільки ця функція обчислює масив, вона повинна задаватися як формула масиву. Для створення формули масиву виділяється група комірок, в яких необхідно створити формулу, вводиться формула, а потім натискаються клавіші **<Ctrl> + <Shift> + <Enter>**.

Функція **ЧАСТОТА** має наступний синтаксис

ЧАСТОТА(масив даних; масив кишень),

де *масив даних* - це масив або посилання на множину даних, для яких обчислюються частоти. Якщо масив даних не містить значень, то функція **ЧАСТОТА** обчислює масив нулів;

масив кишень - це масив або посилання на безліч інтервалів, в які групуються значення аргументу *масив даних*. Якщо *масив кишень* не містить значень, то функція **ЧАСТОТА** обчислює кількість елементів в аргументі *масив даних*.

Для розглянутого вище прикладу побудуємо гістограму з використанням функції **ЧАСТОТА**. Результати обчислень наведені на рис. 2.14 у комірках **\$C\$1-\$C\$13**, а гістограма побудована за допомогою **Майстра діаграм**.

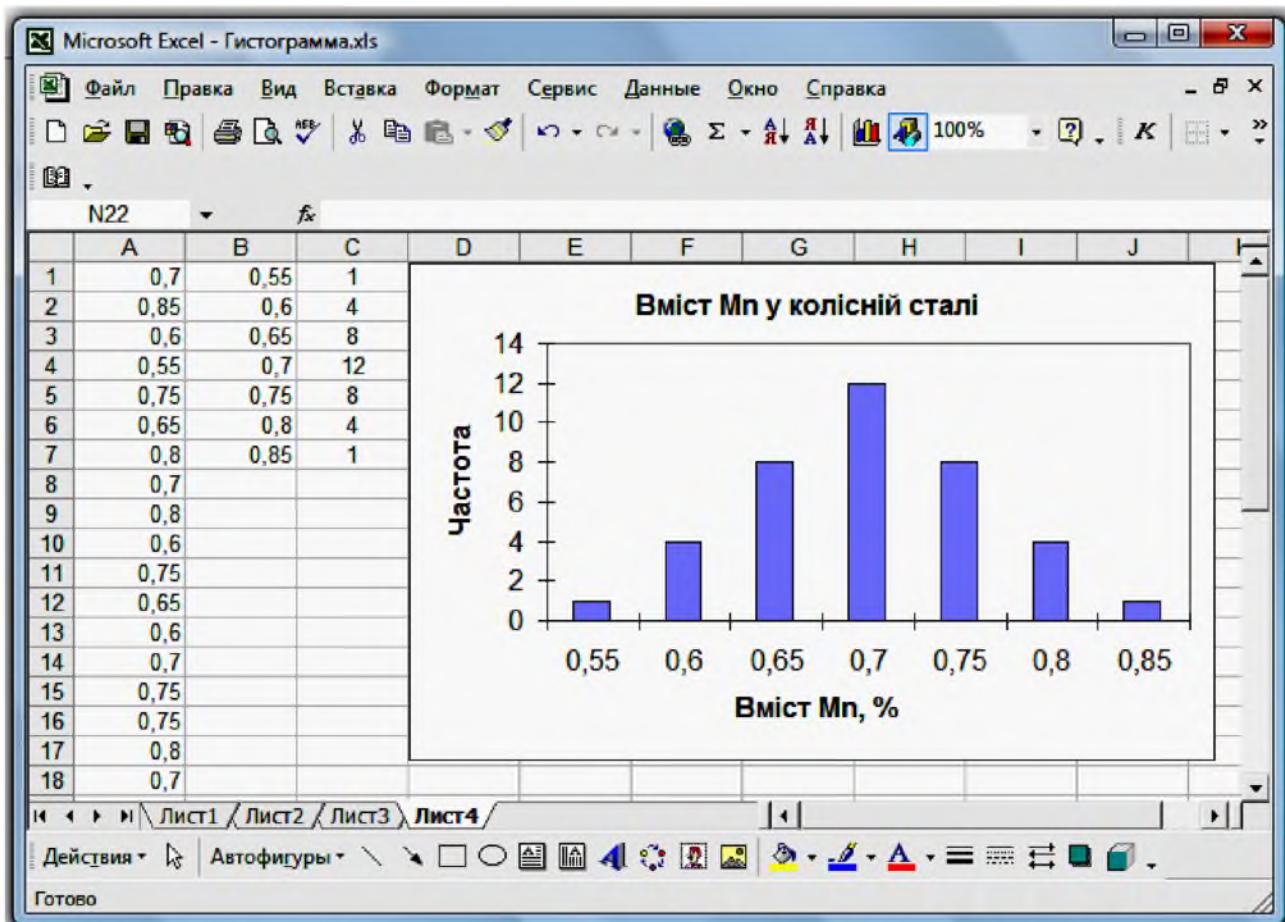


Рис. 2.14. Побудова гістограми за допомогою функції **ЧАСТОТА**

Контрольні питання

1. Яка величина називається випадковою?
2. Назвіть види статистичних оцінок випадкових величин?
3. Які ви знаєте точкові характеристики випадкової величини?
4. Дайте визначення наступним термінам: математичне очікування, дисперсія, середньоквадратичне відхилення, коефіцієнт варіації, довірчий інтервал?
5. Дати визначення терміну довірчий інтервал?
6. Привести найбільш відомі закони розподілу випадкової величини?
7. Дати визначення терміну інтегральна функція розподілу випадкової величини?
8. Дати визначення терміну щільність розподілу випадкової величини?
9. Записати формулу щільності розподілу випадкової величини, що розподілена за нормальним законом?
10. Запишіть формулу інтегральної функції нормального розподілу випадкової величини?
11. Якими параметрами визначається нормальний закон розподілу випадкової величини?
12. Дати визначення терміну інтегральна функція розподілу випадкової величини?
13. Якими параметрами визначається логнормальний закон розподілу випадкової величини?
14. Запишіть формулу інтегральної функції логнормального розподілу випадкової величини?
15. Дати визначення терміну гістограма?
16. На конкретних прикладах пояснити з якою метою виконується побудова гістограм випадкової величини?

Лекція №3 (4 години)

ЗАСТОСУВАННЯ РЕГРЕСІЙНОГО АНАЛІЗУ У ЕЛЕКТРОМЕТАЛУРГІЇ

Зміст: Кореляційний аналіз. Регресійний аналіз. Види регресійних моделей. Одномірна та багатомірна лінійна регресія. Перевірка значимості коефіцієнтів. Особливості розрахунків коефіцієнту кореляції і коефіцієнтів регресійного рівняння при аналізі електрометалургійних процесів в пакеті Ms Excel

3.1 Кореляційний аналіз

При вивченні залежності між двома величинами, кожна з яких піддається випадковому розсіюванню, застосовуються методи *кореляційного* і *коваріаційного* аналізу.

Коваріаційний аналіз використовують для обчислення середнього добутку відхилень точок даних від відносних середніх. Для вибірки з n числа незалежних випробувань *коваріацію* (*кореляційний момент*) можна обчислити за формулою

$$\text{cov}(X, Y) = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - m_x) \cdot (y_i - m_y), \quad (3.1)$$

где m_x и m_y – математичні очікування випадкових величин X і Y .

Кореляційний аналіз використовується для кількісної оцінки взаємозв'язку двох наборів даних, представлених в безрозмірному вигляді. *Коефіцієнт кореляції* r_{xy} є часткою *коваріації* двох наборів даних та їх *стандартних відхилень*

$$r_{xy} = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y}, \quad (3.2)$$

де σ_x^2 – квадрат *середньоквадратичного відхилення* випадкової величини X для вибірки

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2, \quad (3.3)$$

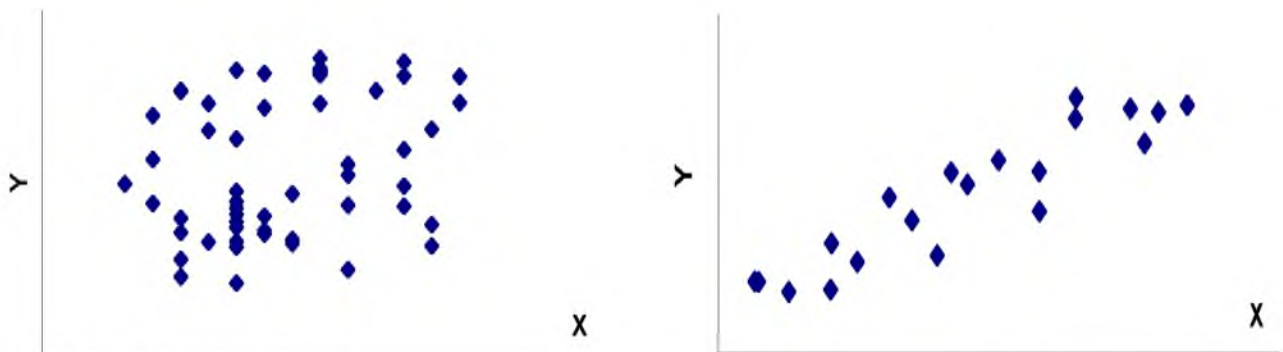
σ_y^2 – квадрат *середньоквадратичного відхилення* випадкової величини Y – визначається аналогічно.

Коваріаційний і *кореляційні* аналізи дають можливість встановити, чи асоційовані набори даних по величині, тобто, великі значення з одного набору

даних пов'язані з великими значеннями іншого набору (позитивна *коваріація* і *кореляція*), або, навпаки, малі значення одного набору пов'язані з великими значеннями іншого (негативна *коваріація* і *кореляція*).

Коефіцієнт кореляції r_{XY} змінюється в межах від -1 до 1. Існують прості оцінки тісноти зв'язку між двома випадковими величинами X і Y (рис. 3.1).

$|r_{XY}|=1$ – функціональний зв'язок; $0,7 \leq |r_{XY}| \leq 1$ – сильний зв'язок; $0,5 \leq |r_{XY}| \leq 0,7$ – помірний зв'язок; $0,3 \leq |r_{XY}| \leq 0,5$ – слабкий зв'язок; $0 \leq |r_{XY}| \leq 0,3$ – немає зв'язку. Ці оцінки справедливі для лінійної регресії.



а) Коеф. кореляції близький до 0

б) Коеф. кореляції близький до 1

Рис. 3.1. Значення коефіцієнта кореляції для наборів даних

Кореляційний аналіз дає можливість встановити чи існує лінійний зв'язок між набором випадкових величин, але при цьому не виключає нелінійний.

3.2 Регресійний аналіз

Форма зв'язку між випадковими величинами визначається лінією регресії, що показує, як в середньому змінюється величина Y при зміні величини X . Крива регресії Y на X є залежність умовного математичного очікування Y від відомого значення X

$$m_{x|y} = f(x, a, b, \dots), \quad (3.4)$$

де a, b – параметри рівняння (коефіцієнти).

Зміни випадкової величини Y обумовлені мінливістю стохастично пов'язаної з нею невипадкової величини X , а також інших чинників, що впливають на Y , але не залежних від X .

Вид рівняння регресії вибирається з особливостей системи випадкових величин, що вивчається. Найбільш розповсюдженими є наступні види регресійних моделей:

- *Одновимірна лінійна регресія*, залежність Y від X має вигляд

$$Y = aX + b, \quad (3.5)$$

де a – коефіцієнт при X , а b – постійна. Коефіцієнт a має той же знак, що і коефіцієнт кореляції.

- *Багатовимірна лінійна регресія*, що має вигляд

$$Y = a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + b, \quad (3.6)$$

де залежне значення Y є функцією незалежних значень X_i . Значення a_i – це коефіцієнти, відповідні кожною незалежною змінною X_i , а b – це постійна.

- *Одномірна нелінійна регресія*

$$Y = a + b \cdot X + c \cdot X^2 + \dots, \quad (3.7)$$

де b – коефіцієнт при X , c – коефіцієнт при X^2 , a – постійна.

- *Ступенева регресія* з рівнянням виду

$$Y = a \cdot X^b, \quad (3.8)$$

де a – коефіцієнт при X , а b – статечною коефіцієнт.

- *Експоненціальна регресія* з рівнянням виду

$$Y = a \cdot e^{b \cdot X}, \quad (3.9)$$

де a – коефіцієнт при експоненті, а b – коефіцієнт при X .

При виборі необхідно, щоб вид функції був по можливості простим, але в той же час ця функція повинна достатньо добре описувати експериментальні данні. В процесі регресійного аналізу вид функції перевіряється по відповідних критеріях і при необхідності уточнюється. Найбільш простим видом регресійної моделі є лінійна модель.

Для спрощення знаходження коефіцієнтів регресії прийняті наступні допущення:

1. Результати спостережень $y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_n$ (де n – число спостережень величини Y) є незалежними, нормально розподіленими випадковими величинами.
2. Дисперсії $D(y_i)$ рівні один одному або пропорційні якійсь відомій функції $\Phi(Y)$.
3. Змінні X_1, X_2 є незалежними і зміряні з нехтує малою погрішністю в порівнянні з величиною $|y_i|$.

Дисперсійний аналіз – це статистичний метод аналізу результатів спостережень, залежних від різних, одночасно діючих чинників, вибір найбільш важливих чинників і оцінку їх впливу. Суть аналізу полягає в розкладанні загальної варіації випадкової величини на незалежні складові, кожне з яких характеризує вплив того або іншого чинника або їх взаємодії. Дисперсійний аналіз включає наступні компоненти:

- коефіцієнт детермінованості (r^2);
- стандартні помилки для коефіцієнтів;
- *F*-статистику;
- число ступенів свободи (*df*);
- регресійну суму квадратів (*SSreg*) і залишкову суму квадратів (*MSresid*).

Для оцінки помилки апроксимації використовуються дві суми квадратів. Регресійна сума рівна сумі квадратів різниць між значеннями y_i і середнім значенням m_y .

$$E_{pez} = \sum_{i=1}^n (y_i - m_y)^2, \quad (3.10)$$

де

$$m_y = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}. \quad (3.11)$$

Таким чином, ця величина є мірою розкиду даних відносно середнього значення.

Залишкова сума квадратів рівна сумі квадратів різниць між реальними і прогнозованими значеннями y .

$$E_{ocm} = \sum_{i=1}^n (y_i - y(x_i))^2 \quad (3.12)$$

Коефіцієнт детермінованості, є квадратом коефіцієнта кореляції. Він показує, наскільки точно рівняння, отримане за допомогою регресійного аналізу, описує фактичні дані. *Коефіцієнт детермінованості* може приймати значення від 0 до 1, причому 1 відповідає повному збігу прогнозованих і фактичних даних. Адекватним наближенням вважається таке, при якому значення *коефіцієнта детермінованості* більше 0,71. Коефіцієнт обчислюється за формулою

$$r^2 = 1 - \frac{E_{ocm}}{E_{pez}}, \quad (3.13)$$

3.3 Оцінка адекватності рівняння регресії

Для того, щоб визначити наскільки добре отримане рівняння регресії описує залежність між випадковими величинами, виконується оцінка адекватності (придатності) даного рівняння для опису технологічного процесу, що оцінюється. Для цього використовують, як правило, критерії *Фішера* і *Ст'юдента*.

Для перевірки статистичної значимості коефіцієнта необхідно взяти значення *t-розподілу Ст'юдента* для необхідного довірчого інтервалу ($t - a$) і числа ступенів свободи p і перевірити виконання нерівності.

$$|B| > t_{a, \frac{2}{2}, p} \cdot S_B, \quad (3.14)$$

де B – будь-який коефіцієнт рівняння, а S_B – *стандартна помилка* коефіцієнта B .

Якщо нерівність виконується, то коефіцієнт є значимим і вихідний параметр y залежить вхідного параметру x , пов'язаних з даним коефіцієнтом. Якщо нерівність не виконується, значення y не залежать від вказаних значень x і коефіцієнт вважається рівним нулю. Решта коефіцієнтів перевіряється таким же способом. У книгах за інженерною статистикою міститься докладна інформація по використанню *розподілу Ст'юдента*, а також приведені таблиці значень *t-розподілу*.

3.4 Особливості розрахунків коефіцієнту кореляції і коефіцієнтів регресійного рівняння при аналізі електрометалургійних процесів в пакеті Ms Excel

3.4.1 Обчислення коефіцієнту кореляції

У пакеті **Microsoft Excel** кореляцію і коваріацію можна обчислити наступними способами:

- Використовуючи розділи **Коваріація** і **Кореляція** пакету **Аналіз даних**.
- Використовуючи функції **КОВАР** і **КОРРЕЛ**.

Функції мають наступний синтаксис

КОВАР(масив1; масив2),

КОРРЕЛ(масив1; масив2),

де масив1 - це інтервал комірок зі значенням першої випадкової величини,

масив2 - це інтервал комірок зі значеннями другої величини.

Приклад. Для аналізу того, як змінюється вміст хрому у підшипниковій електросталі ШХ15-СГ під час її обробки на установці електропіч-ківш були проведені промислові експерименти, в ході яких фіксувалася питома витрата ферохрому ФХ800А і відповідна зміна хімічного складу сталі по хрому (табл. 3.1).

Таблиця 3.1

Результати промислових експериментів

$m_{\text{ФХ800А}}$, кг/т	ΔCr , %	$m_{\text{ФХ800А}}$, кг/т	ΔCr , %	$m_{\text{ФХ800А}}$, кг/т	ΔCr , %
4,57	0,30	2,00	0,23	1,73	0,13
2,00	0,19	4,00	0,41	3,00	0,34
1,14	0,12	1,00	0,08	1,00	0,12
0,40	0,02	2,70	0,25	2,80	0,26
1,00	0,04	2,56	0,20	1,00	0,09
1,00	0,04	0,60	0,05	2,52	0,26
1,50	0,14	1,10	0,11	8,70	0,85
2,00	0,22	2,00	0,25	2,00	0,17
0,70	0,12	1,00	0,12	0,40	0,02
3,50	0,35	7,92	0,81	4,00	0,41
3,30	0,38	0,70	0,06	3,00	0,35
5,00	0,52	2,58	0,28	3,00	0,31
3,00	0,43				

Обчислимо коваріацію і коефіцієнт кореляції для набору даних $m_{\text{ФХ800А}}$ і

ΔCr , які знаходяться в комірках **E2:E21** і **F2:F21** відповідно. Отримуємо

$$\text{КОРРЕЛ}(E2:E38; F2:F38) = 0,97,$$

$$\text{КОВАР}(E2:E38; F2:F38) = 33,87.$$

3.4.2 Обчислення лінійної регресії

Лінійний регресійний аналіз в Excel виконується або за допомогою вбудованої функції **ЛИНЕЙН**, або за допомогою інструменту **Регресія** пакета **Аналіз даних**. Лінійна регресія виконується двома способами практично однаково. Основна відмінність полягає в тому, що значення функцій автоматично оновлюються при кожній корекції даних, у той час як інструмент аналізу необхідно перезапустити після зміни даних. Крім того, в пакет Аналіз даних входить набагато більше число різних статистичних оцінок.

У даній роботі буде докладно розглянута функція **ЛИНЕЙН**.

Функція **ЛИНЕЙН** апроксимує набір випадкових величин методом найменших квадратів значення апроксимуючої лінії для даних в *X*-масивах і *Y*-масивах. Метод найменших квадратів мінімізує залишкову похибку (різницю між даними та апроксимуючої кривої).

Функція **ЛИНЕЙН** повертає складається з двох елементів горизонтальний масив, що містить кут нахилу *m* і відрізок *b* прямої на осі *y*: $y = m \cdot x + b$. Функція **ЛИНЕЙН** має наступний синтаксис:

ЛИНЕЙН (*y-масив*; *x-масив*; *конст*; *статистика*),

де *y-масив* є посиланням на масив даних *Y*;

x-масив є посиланням на один або кілька масивів даних *X*;

конст - це логічне значення, що визначає константу здвигу;

статистика - це логічне значення, яке вказує, чи потрібно розраховувати елементи дисперсійного аналізу для регресії.

Якщо член *x-масив* пропущений, замість нього використовується безліч натуральних чисел {1, 2, 3, ...}. Якщо член *конст* пропущений або його значення **ІСТИНА**, константа здвигу обчислюється звичайним способом. Якщо член *конст* дорівнює **ЛОЖЬ**, константа здвигу приймається рівною 0. Якщо член *статистика* дорівнює **ІСТИНА**, разом з коефіцієнтами рівняння регресії повертається таблиця з результатами розрахунку елементів дисперсійного аналізу.

У табл. 3.2 представлені елементи *дисперсійного аналізу*, обчислювані функцією **ЛИНЕЙН**.

Таблиця 3.2

Регресійна статистика

Величина	Опис
se_1, se_2, \dots, se_n	Стандартні значення помилок для коефіцієнтів m_1, m_2, \dots, m_n .
se_b	Стандартне значення помилки для постійної b ($se_b = \#N/D$, якщо <i>конст</i> має значення ЛОЖЬ).
r^2	Коефіцієнт детермінованості.
se_y	Стандартна помилка для оцінки <i>y</i> .
<i>F</i>	<i>F</i> -статистика
<i>df</i>	Степені свободи.
<i>ssreg</i>	Регресійна сума квадратів.
<i>ssresid</i>	Остаточна сума квадратів.

У приведеній нижче таблиці 3.3 показано, в якому порядку повертається додаткова регресійна статистика.

Таблиця 3.3

Порядок значень регресійної статистики

m_n	m_{n-1}	...	m_2	m_1	b
se_n	se_{n-1}	...	se_2	se_1	se_b
r^2	sey				
F	df				
$ssreg$	$ssresid$				

	A	B
22	mФХ800А	b
23	0,1006	-0,0017
24	0,0041	0,0125
25	0,9711	0,0456
26	605,9446	35,0000
27	1,2603	0,0728

Рис. 3.2. Результати регресійного аналізу

Приклад. Для набору експериментальних даних $m_{\Phi X 800A}$ і ΔCr (табл. 3.1) обчислимо коефіцієнти регресії і регресійну статистику. При обчисленні необхідно пам'ятати, що функція **ЛИНЕЙН** - функція масиву. До групи комірок введемо наступну формулу: **ЛИНЕЙН (F2:F38; E2:E38; ІСТИНА; ІСТИНА)**. Результати обчислень представлені на рис. 3.2. Як видно, вони нічим не відрізняються від обчислень, які були виконані за допомогою пакету **Аналіз даних**.

Використання ліній тренду

Розглянемо методи використання ліній тренду. Якщо потрібно просто апроксимувати дані і побудувати графік без відображення значень на робочому аркуші, можна скористатися властивістю діаграм створювати лінії тренда.

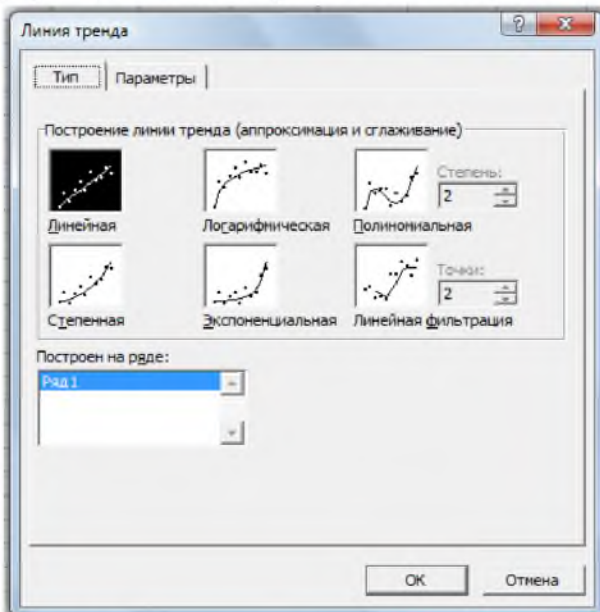


Рис. 3.3. Діалогове вікно «Лінія тренду»

Для цього необхідно виділити ряд даних на діаграмі і вибрати в меню **Діаграма** команду **Додати лінію тренду**. Відкриється діалогове вікно «**Лінія тренду**» (рис. 3.3), що дозволяє вибрати тип і вказати параметри моделі, яку планується використовувати для математичного опису експериментальних даних.

У пакеті **Excel** можливе використання наступних типів моделей для згладжування і апроксимації: **Лінійна**, **Ступенева**, **Логарифмічна**, **Експоненціальна**, **Поліноміальна** і **Змінне середнє**. При поліноміальній апроксимації необхідно вказати ступінь полінома (від 2 до 6).

При згладжуванні змінним середнім необхідно вказати кількість точок, за якими буде обчислюватися середнє.

Розглянемо тепер параметри лінії тренду, що додається до графіку (рис. 3.4).

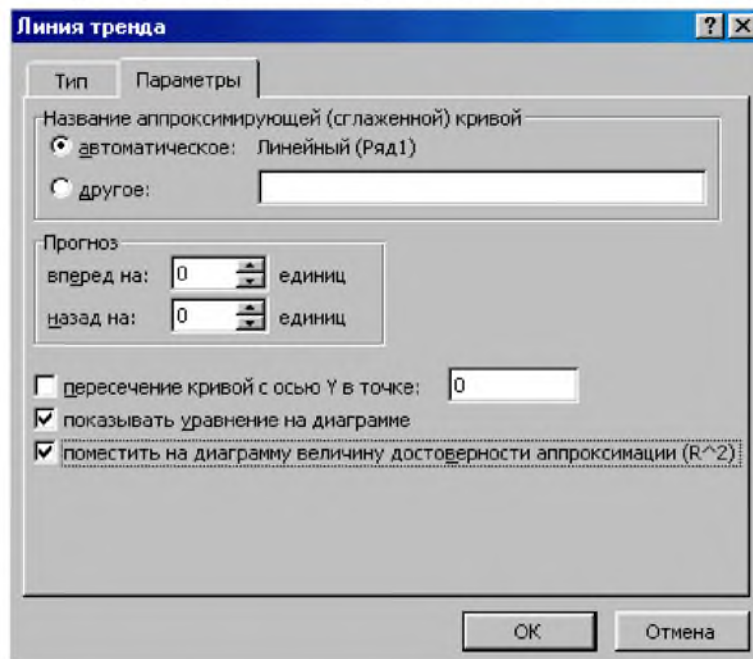


Рис. 3.4. Діалогове вікно «Параметри лінії тренду»

Назва апроксимуючої (згладженої кривої) - встановлюється один з двох параметрів: *автоматичне* - Excel сам визначає назву лінії тренду з урахуванням обраного типу і ряду даних, до якого вона належить. Щоб задати нестандартну назву лінії необхідно встановити перемикач в положення *інше*, а потім ввести назву;

Прогноз – ця опція призначена для прогнозування вихідного параметру за результатами моделі, що апроксимує експериментальні дані. Цей параметр недоступний для ліній тренда зі змінним середнім;

Перетин кривої з віссю Y у точці - задається точка перетину кривої з віссю Y - в цьому полі необхідно ввести значення. Цей параметр неможливо використовувати при апроксимації даних логарифмічними, ступеневими моделями і змінним середнім середнім;

Показувати рівняння на діаграмі – для того, щоб на діаграмі була відображена модель необхідно активувати цей параметр;

Помістити на діаграму величину якості апроксимації – цей параметр призначений для того, щоб на діаграмі був вказаний коефіцієнт детермінованості;

Після натискання кнопки **OK**, на діаграмі відображається вибрана лінія тренда і зазначені параметри.

Приклад. Отримаємо регресійну модель між $m_{\Phi X800A}$ і ΔCr (табл. 3.1) за допомогою опції «Лінія тренда». Для цього побудуємо графік залежності між цими експериментальними даними (обираємо точкову діаграму). У діалоговому вікні «Лінія тренда» (рис. 3.3) виберемо лінійну лінію тренда. Встановимо параметри лінії тренда, як показано на рис. 3.4. Графік даних з лінією тренда відображений на рис. 3.5.

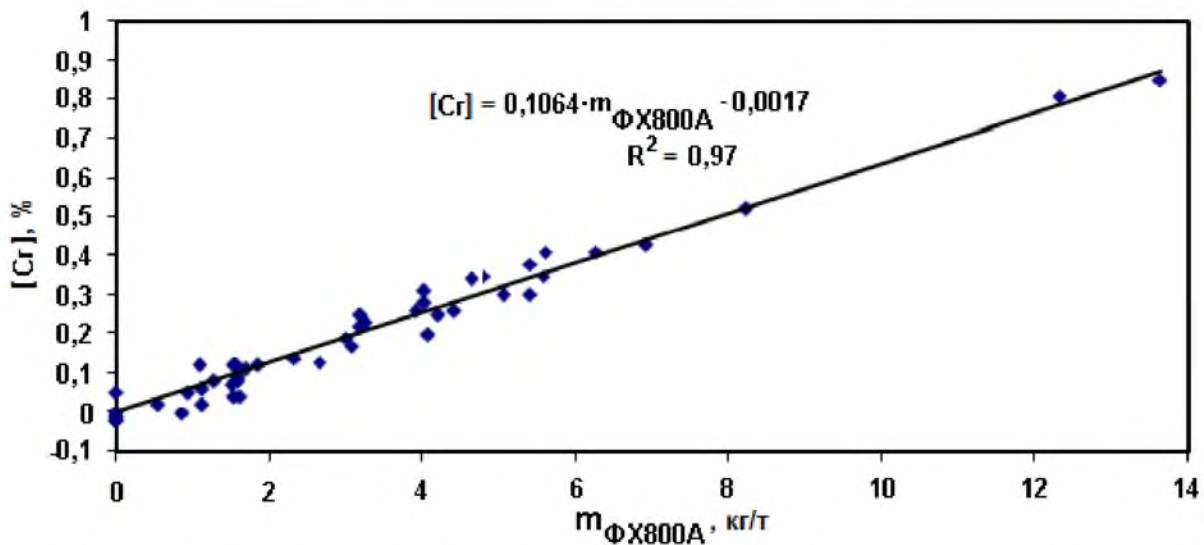


Рис. 3.5. Залежність зміни вмісту Cr в підшипниковій електросталі ШХ15СГ-В при обробці в агрегаті ківш-піч від питомих витрат високовуглецевого ферохрому $m_{\Phi X800A}$

Контрольні питання

1. З якою метою виконується кореляційний аналіз масиву двох випадкових величин?
2. В яких межах змінюється коефіцієнт кореляції?
3. З якою метою виконується регресійний аналіз випадкових величин?
4. Які ви знаєте види регресійних моделей?
5. Яким методом знаходяться коефіцієнти регресійного рівняння?
6. В чому полягає сутність методу найменших квадратів?
7. Яка числова характеристика є мірою адекватності отриманої регресійної моделі?
8. З якою метою виконується дисперсійний аналіз?
9. Як виконується статистична перевірка значимості коефіцієнтів регресійного рівняння і з якою метою?
10. Якими способами можливе виконання кореляційного і регресійного аналізу у пакеті Ms Excel?

Лекція №4 (2 години)

ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ НА ЕЛЕКТРОМЕТАЛУРГІЙНИХ ОБ'ЄКТАХ

Зміст: Постановка задачі планування експерименту. Використання планування експерименту при розробці математичної моделі теплоенергетичних процесів агрегату електропіч-ківш

Задачі експериментування, що зустрічаються, можна розділити на *описові задачі*, мета яких – вивчення загальних закономірностей явищ і процесів, і *екстремальні задачі*, ціль яких – знаходження оптимальних умов ведення процесів. Часто задачі опису і екстремальні вирішуються спільно. У всіх випадках найкращим результатом експериментування є побудова деякої математичної моделі.

Моделі можна спробувати будувати на основі знань механізмів явищ, тобто теоретичним шляхом. Але механізми більшості явищ або процесів до теперішнього часу вивчені недостатньо, тому тільки з теоретичних уявлень побудувати моделі для кожного конкретного випадку не вдається. Найбільш реалістичним шляхом побудови математичних моделей є експеримент.

За способом організації розрізняють *пасивне* і *активне* експериментування. У першому випадку об'єкти дослідження спостерігають, результати реєструють і обробляють. За результатами багатократних спостережень оцінюють властивості об'єкту. Проте ефективнішою є цілеспрямована зміна умов протікання досліджуваних процесів і реєстрація результатів, тобто активне експериментування.

Активний експеримент дозволяє:

- мінімізувати загальне число дослідів;
- одночасно варіювати всіма змінними і оптимально використовувати факторний простір (факторний простір залежно від числа варійованих факторів може бути одномірним, двух- і багатомірним);
- організувати експеримент так, щоб виконувалися багато початкових передумов регресійного аналізу;

- використовувати математичний апарат і отримувати математичні моделі, що мають кращі властивості в порівнянні з моделями, побудованими за результатами пасивного експерименту.

Активний експеримент можна планувати. Методи, що здійснюють активне експериментування, називаються методами *планування експерименту*.

Основоположником планування експерименту вважають англійського математика Рональда Фішера. Він поклав початок *дисперсійному аналізу*, розробив факторне планування.

У СРСР розвиток планування експерименту відносять до 1960 р., воно пов'язане з іменами В.В. Налімова, його учнів і послідовників.

4.1 Постановка задачі планування експерименту

На рис. 4.1 представлена структурна схема технологічного об'єкту, де x_1, x_2, \dots, x_k – *вхідні змінні* – контрольовані і керовані фактори, що впливають на об'єкт; y_1, y_2, \dots, y_m – *вихідні змінні*; Z – сукупність спостережуваних, але некерованих факторів, і неконтрольованих факторів (перешкод).

Вихідні змінні (y_1, y_2, \dots, y_m) характеризують стан об'єкту залежно від зміни вхідних змінних. Їх називають змінними стану, а також залежними змінними, відгуками, параметрами оптимізації і ін.

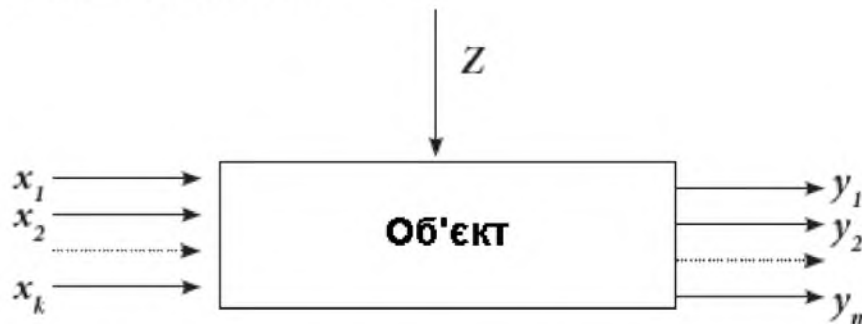


Рис. 4.1. Структурна схема технологічного об'єкту

До об'єкту, на якому здійснюватиметься планований експеримент, пред'являється обов'язкова умова – всі вхідні змінні повинні бути керованими.

Сукупність всіх чисельних значень, які може приймати фактор, називається областю його визначення; слід виділити мінімальні і максимальні значення факторів.

Між входами і виходами об'єкту дослідження існує певний зв'язок. Задача зводиться до постановки мінімально можливого числа дослідів (достатнього

для вирішення задачі із заданою точністю), фіксації виходів, а потім побудови і аналізу математичних моделей, що пов'язують виходи з входами.

Сутність планування експерименту полягає у тому, що варіюють вхідними параметрами у крайніх точках області допустимих значень у відповідності із визначеним планом (рис. 4.2).

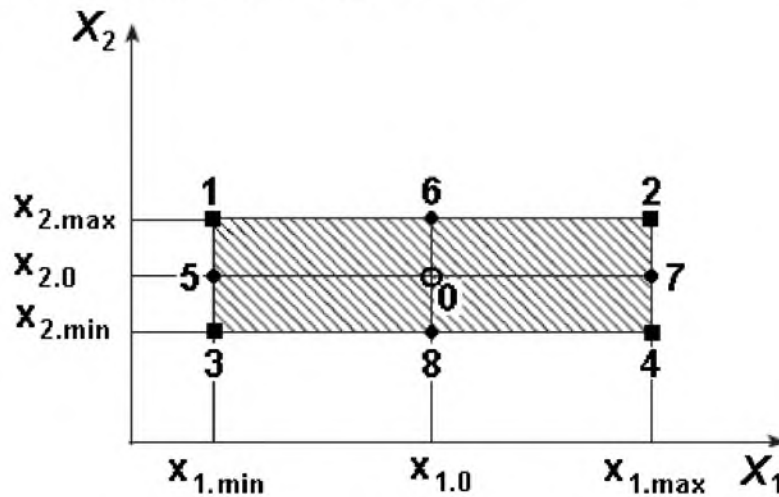


Рис. 4.2. Графік планів експериментів: 1, 2, 3, 4 – багатофакторні експерименти, 5, 6, 7, 8 – однофакторні експерименти, 0 – базовий режим

Активні експерименти поділяються на два типи: *однофакторний*, *багатофакторний*

Суть *однофакторного* експерименту полягає у почерговому варіюванні тільки одним вхідним параметром. При багатофакторному, навпаки, в кожному досліді одночасно варіюються все вхідні параметри.

Кількість багатофакторних експериментів визначається із співвідношення 2^n – де n кількість вхідних параметрів, а одно факторних за формулою $2 \cdot n$. Багатофакторні експерименти вважаються більш інформативними.

Планування, проведення і обробка результатів експерименту включають наступні етапи:

- кодування факторів;
- складання плану експерименту або плану-матриці;
- реалізацію плану експерименту;
- обчислення і перевірку значущості коефіцієнтів регресії;
- перевірку адекватності регресійної моделі.

Оскільки фактори процесу неоднорідні і мають різні одиниці вимірювання, а числа, що виражають величини факторів, мають різні порядки,

їх слід привести до єдиної системи числення шляхом переходу від дійсних значень факторів до кодованих по формулах:

$$x_{i, баз} = \frac{x_{i, max} + x_{i, min}}{2} \quad (4.1); \quad \Delta x_i = \frac{x_{i, max} - x_{i, min}}{2} \quad (4.2); \quad X_i = \frac{x_i - x_{i, баз}}{\Delta x_i}, \quad (4.3)$$

де $x_{i, баз}$ – основний рівень фактору; X_i – кодоване значення фактору; $x_{i, max}$ – верхній рівень фактору; $x_{i, min}$ – нижній рівень фактору; Δx_i - інтервал варіювання фактору; i – номер фактору.

Далі вводять умовне позначення верхнього, нижнього і основного рівнів фактору відповідно +1, -1, 0. При побудові планів-матриць планування експерименту цифри (одиниці) можна опускати і писати тільки їх знаки «+» або «-». Потім будують план-матрицю експерименту. Побудова плану-матриці зводиться до стандартної форми запису умов проведення експериментів у вигляді таблиці, в рядках якої записують дані дослідів, в стовпцях – фактори (у кодах «+» і «-») з реалізацією всіх можливих поєднань комбінацій факторів. У таблицях 4.1 і 4.2 наведені матриці для однофакторного та багатфакторного експерименту для 3-ох вхідних параметрів

Таблиця 4.1

Матриця планування однофакторного експерименту для трьох вхідних параметрів

Номер експерименту	X_1	X_2	X_3	Y
1	-1	0	0	Y_1
2	+1	0	0	Y_2
3	0	+1	0	Y_3
4	0	-1	0	Y_4
5	0	0	+1	Y_5
6	0	0	-1	Y_6

Таблиця 4.2

Матриця планування багатфакторного експерименту для трьох вхідних параметрів

Номер експерименту	X_1	X_2	X_3	Y
1	-1	-1	-1	Y_1
2	+1	-1	-1	Y_2
3	-1	+1	-1	Y_3
4	-1	-1	+1	Y_4
5	+1	+1	-1	Y_5
6	+1	-1	+1	Y_6
7	-1	+1	+1	Y_7
8	+1	+1	+1	Y_8

Після проведення експериментів і отримання значень вихідного параметру необхідно визначити коефіцієнти регресійного рівняння. Для регресійного рівняння виду

$$Y = b_0 + b_1 \cdot X_1^k + \dots + b_i \cdot X_i^k \quad (4.4)$$

де k – ступінь поліному коефіцієнти рівняння знаходяться із виразів (4.5, 4.6)

$$b_0 = \frac{Y_1 + \dots + Y_N}{N}, \quad (4.5)$$

де N - кількість експериментів

$$b_i = \frac{X_i^k Y_1 + \dots + X_i^k \cdot Y_N}{N} \quad (4.6)$$

Для переходу у нормальну систему координат після отримання коефіцієнтів необхідно у рівняння (4.4) підставити вираз (4.3).

4.2 Використання планування експерименту при розробці математичної моделі теплоенергетичних процесів агрегату електродів

З метою моніторингу температури рідкої електросталі під час обробки на установці електродів необхідно оцінити вплив низки технологічних факторів на динаміку температури розплаву та побудувати математичну модель. З цією метою на установці електродів (технологічні параметри установки: маса металу, що обробляється $M_{розп} = 110$ т; вторинні напруги $U_{2,j} = 150 \dots 300$ В (9 ступенів напруги), вторинні струми $I_{2,j} = 27,8 \dots 31,4$ кА, активна потужність $P_{акт} = 2,7 \dots 10,8$ МВт) необхідно провести активні промислові експерименти. Шляхом структурної ідентифікації моделі динаміки температури встановлено, що найбільш впливають на тепловий стан розплаву наступні технологічні фактори: $P_{акт}$ - активна електрична потужність установки, МВт; H - товщина шлакового покриву, мм; $Q_{ар}$ - питомі витрати аргону, л/хв·т; t_v - час перебування розплаву в ковші перед обробкою, хв; T_{fut} - температура футеровки ковша перед випуском розплаву зі сталеплавильного агрегату, °С.

В результаті аналізу технології позапічної обробки електросталі встановлені області значення цих параметрів: $P_{акт} = 4,9 \dots 10,8$ МВт (в

залежності від режиму обробки), $H = 0...95$ мм, $Q_{ar} = 0,8...2,0$ л/хв·т, $T_{fut} = 750...1200$ °С. Таким чином, найбільші значення вхідних параметрів будуть мати кодоване значення +1, а найменше -1. Побудуємо за результатами цих досліджень матрицю активного багатofакторного експерименту.

Для цього визначимо базові значення вхідних параметрів ($P_{акт.баз} = 7,85$ МВт, $H_{баз} = 47,5$ мм, $Q_{ar.баз} = 1,4$ л/хв·т, $T_{fut.баз} = 975$ °С), їх інтервал варіювання ($\Delta P_{акт} = 2,95$ МВт, $\Delta H = 47,5$ мм, $\Delta Q_{ar} = 0,6$ л/хв·т, $\Delta T_{fut} = 225$ °С).

Таблиця 4.3

Матриця планування багатofакторного експерименту на агрегаті електропеч-ківш для чотирьох вхідних параметрів

Номер експерименту	$P_{акт}$, МВт	H , мм	Q_{ar} , л/хв·т	T_{fut} , °С	$\Delta T_{розн}$, град/хв
1	-1	-1	-1	-1	-0,64
2	+1	-1	-1	-1	-0,42
3	-1	+1	-1	-1	1,53
4	-1	-1	+1	-1	-0,70
5	-1	-1	-1	+1	-0,32
6	+1	+1	-1	-1	4,33
7	+1	-1	+1	-1	-0,51
8	+1	-1	-1	+1	-0,16
9	-1	+1	+1	-1	1,47
10	-1	+1	-1	+1	1,85
11	-1	-1	+1	+1	-0,39
12	+1	+1	+1	-1	4,24
13	+1	-1	+1	+1	-0,25
14	+1	+1	-1	+1	4,60
15	-1	+1	+1	+1	1,79
16	+1	+1	+1	+1	4,50

Для обчислення коефіцієнтів лінійного регресійного рівняння

$\Delta T_{розн} = b_0 + b_1 \cdot P_{акт} + b_2 \cdot H + b_3 \cdot Q_{ar} + b_4 \cdot T_{fut}$ скористаємося формулами (4.5, 4.6). Тоді

$$b_0 = \frac{\Delta T_{розн1} + \Delta T_{розн2} + \dots + \Delta T_{розн15} + \Delta T_{розн16}}{N} = \frac{-0,64 - 0,42 + \dots + 1,79 + 4,5}{16} = 1,3075,$$

$$b_1 = \frac{-\Delta T_{розн1} + \Delta T_{розн2} + \dots - \Delta T_{розн15} + \Delta T_{розн16}}{16} = \frac{0,64 - 0,42 + \dots - 1,79 + 4,5}{16} = 0,734,$$

$$b_2 = \frac{-\Delta T_{розн1} - \Delta T_{розн2} + \dots + \Delta T_{розн15} + \Delta T_{розн16}}{16} = \frac{0,64 + 0,42 + \dots + 1,79 + 4,5}{16} = 1,73,$$

$$b_3 = \frac{-\Delta T_{розн1} - \Delta T_{розн2} + \dots + \Delta T_{розн15} + \Delta T_{розн16}}{16} = \frac{0,64 + 0,42 + \dots + 1,79 + 4,5}{16} = -0,039,$$

$$b_4 = \frac{-\Delta T_{розн1} - \Delta T_{розн2} + \dots + \Delta T_{розн15} + \Delta T_{розн16}}{16} = \frac{0,64 + 0,42 + \dots + 1,79 + 4,5}{16} = 0,145.$$

Виконаємо перехід від кодованої форми рівняння до натуральної за допомогою рівняння (4.3). Отримуємо

$$\begin{aligned} \Delta T_{розн} = & b_0 + b_1 \cdot \frac{P_{акт} - P_{акт.баз}}{\Delta P_{акт}} + b_2 \cdot \frac{H - H_{баз}}{\Delta H} + b_3 \cdot \frac{Q_{ар} - Q_{ар.баз}}{\Delta Q_{ар}} + b_4 \cdot \frac{T_{fut} - T_{fut.баз}}{\Delta T_{fut}} = 1,3075 + \\ & + 0,734 \cdot \frac{P_{акт} - 7,85}{2,95} + 1,73 \cdot \frac{H - 47,5}{47,5} - 0,039 \cdot \frac{Q_{ар} - 1,4}{0,6} + 0,145 \cdot \frac{T_{fut} - 975}{225} \end{aligned}$$

Після алгебраїчних перетворень отримуємо коефіцієнти регресійного рівняння у нормальних координатах

$$\Delta T_{розн} = -2,91 + 0,25 \cdot P_{акт} + 0,036 \cdot H + 0,065 \cdot Q_{ар} + 0,0006 \cdot T_{fut} \quad (4.7)$$

Контрольні питання

1. Які ви знаєте види експериментів, що використовуються при дослідженнях електрометалургійних процесів?
2. В чому суть пасивного експерименту?
3. З якою метою використовується планування активних експериментів?
4. Однофакторні активні експерименти, їх суть?
5. Назвіть переваги і недоліки активних експериментів?
6. Які переваги і недоліки мають пасивні експерименти?
7. В чому суть активного експерименту?
8. Багатофакторні активні експерименти, їх суть?
9. Приведіть формули, за допомогою яких визначають коефіцієнти лінійного регресійного рівняння для результатів активного експерименту?
10. Для ефективного використання електричної енергії при позапічній обробці сталі в агрегаті електропеч-ківш необхідно оцінити вплив низки технологічних факторів на динаміку температури металу. Для цього доцільно провести на об'єкті дослідження активний промисловий експеримент. Які, на Ваш погляд, фактори потрібно враховувати при проведенні експерименту?

ПРАКТИЧНІ РОБОТИ

ПРАКТИЧНА РОБОТА №1 (4 Години) ОПТИМІЗАЦІЯ ЕЛЕКТРОМЕТАЛУРГІЙНИХ ПРОЦЕСІВ

Зміст: Класифікація задач оптимізації технологічних параметрів. Методи розв'язання оптимізаційних задач. Приклад постановки і розв'язання задач оптимізації технологічних параметрів електрометалургійного виробництва

Термін **оптимізація** походить від латинського слова **optimum**, що означає найкращий. **Оптимізація** – це процес вибору найкращого варіанта із всіх припустимих.

Для рішення задачі оптимізації необхідно:

1. Розробити математичну модель об'єкту, що у загальному виді записується в такий спосіб $Y(t) = Y(t, x, \dots, x_n)$, де (x) – параметри, що варіюється, або сам об'єкт.
2. Визначити *цільову функцію* ЦФ (критерій оптимальності, критерій якості). При цьому цільова функція може наближуватися або до мінімуму, або до максимуму. $ЦФ \rightarrow \max(\min)$. Приведемо найбільш значимі параметри, які необхідно оптимізувати у електрометалургійному виробництві: витрати електричної енергії, легуючих, розкислювачів, шлакоутворюючих матеріалів, електродів, вогнетривів.
3. Визначити *обмеження*. *Обмеження* визначають максимальний діапазон варіювання параметрів. Обмеження на *цільову функцію* бувають або типу рівностей, або типу нерівностей.

Завдання полягає в тому, що із множини допустимих значень параметрів, що варіюються та описуються системою обмежень, знайти оптимальне, як правило, єдине значення, при якому досягається найбільше (найменше) з допустимих значень цільової функції.

Таким чином, для оптимізації роботи металургійного об'єкта в першу чергу необхідно розробити модель об'єкта, визначити критерій оптимізації, на підставі якого складається цільова функція. Слід зазначити, що критерій оптимізації може бути тільки один. Допустимі значення інших параметрів задаються в обмеженнях. Наприклад, розглянемо роботу установки електропідігріву: з одного боку, робота на більш високих ступенях напруги приводить до збільшення енергетичного та теплового к.к.д. установки, а з іншого боку - відбувається підвищення витрати футеровки ковша внаслідок більш високого термічного навантаження на неї.

5.1 Класифікація задач оптимізації технологічних параметрів

Задачі оптимізації поділяються на:

1. Лінійні;
2. Нелінійні;
3. Статичні;
4. Динамічні.

До *лінійних* задач оптимізації (задач *лінійного програмування*) відносяться такі, в яких цільова функція лінійна, все обмеження лінійні, а всі змінні, що варіюються, не негативні. Якщо хоча б одна з умов не виконується задача вважається *нелінійною* (задача *нелінійного програмування*).

На відміну від *статичних*, незалежних від часу моделей оптимізації *динамічні моделі оптимізації* (задачі динамічного програмування) описують процеси або системи в динаміці, у русі, тобто залежно від тимчасових періодів, які були або будуть. *Динамічні моделі оптимізації* дозволяють прогнозувати розвиток процесу на майбутнє, щоб уже зараз мати подання про його результати й відповідним чином реагувати на певні наслідки.

Динамічне програмування - це багатокроковий процес, кожен крок якого відповідає поведженню системи в певний часовий період. Кожен поточний i -ий крок базується на результатах попереднього $(i-1)$ -го кроку, і за певними правилами визначає i -ий результат і формує дані для наступного $(i+1)$ -го кроку. Ця ідеологія і визначає те, що реальний безперервний об'єкт, як правило, замінюється дискретним. Тобто процес рішення динамічних задач оптимізації розбивається на кілька кроків.

5.2 Методи розв'язання оптимізаційних задач

Вибір методів розв'язання оптимізаційних задач залежить від класу задачі та її розмірності. У табл. 5.1 наведені основні методи рішення у залежності від класу задач.

Методи розв'язання оптимізаційних задач

<i>Статичні</i>		<i>Динамічні*</i>
<i>Лінійні</i>	<i>Нелінійні</i>	
<i>Графічний</i>		<i>Метод Беллмана</i>
<i>Гаусса-Зайделя</i>		<i>Принцип максимуму Понтрягіна</i>
<i>Градiєнтні методи (метод градиенту, найшвидшого спуску, сполучених градиєнтів, важкого шарикy)</i>		
<i>Метод Ньютона</i>		
<i>Симплекс-метод</i>		

* При розв'язанні динамічних задач оптимізації на кожному кроці рішення використовуються методи для статичних задач.

Розглянемо наведені вище методи більш докладно. *Графічний метод*. Сутність цього методу полягає в тому, що на осях відкладаються параметри, що варіюються і обмеження. Таким чином можна визначити область припустимих значень цих параметрів та обчислити значення критерію оптимальності. Недоліком цього методу є обмеженість використання – кількість параметрів, що варіюються не може перевищувати 3.

Метод Гаусса-Зайделя (по координатного спуску). Суть його полягає у наступному. Вибирають базову точку яка, як правило, відповідає номінальному режиму ведення технологічного процесу $ЦФ=f(x_{10},x_{20}...x_{n0})$. Після цього для параметру x_1 вибирають інтервал варіювання Δx_1 і розраховують значення цільової функції. Якщо при рішенні задачі максимізації (мінімізації) значення цільової функції стало більше (менше) то продовжують зміну параметру x_1 на величину Δx_1 у тому ж напрямку (рис. 5.1). Як тільки збільшення (зменшення) цільової функції припиниться, параметр x_1 фіксують і аналогічним чином почергово варіюють іншими параметрами. Цикли повторюються до тих пір поки не знаходиться така точка факторного простору, при русі з якої в позитивному або негативному напрямках значення цільової функції зменшуються (збільшуються). Така точка є екстремумом – максимумом (мінімумом) цільової функції. Перевагою цього методу є його простота. Але такий метод складно реалізувати при великій кількості параметрів, що варіюються.

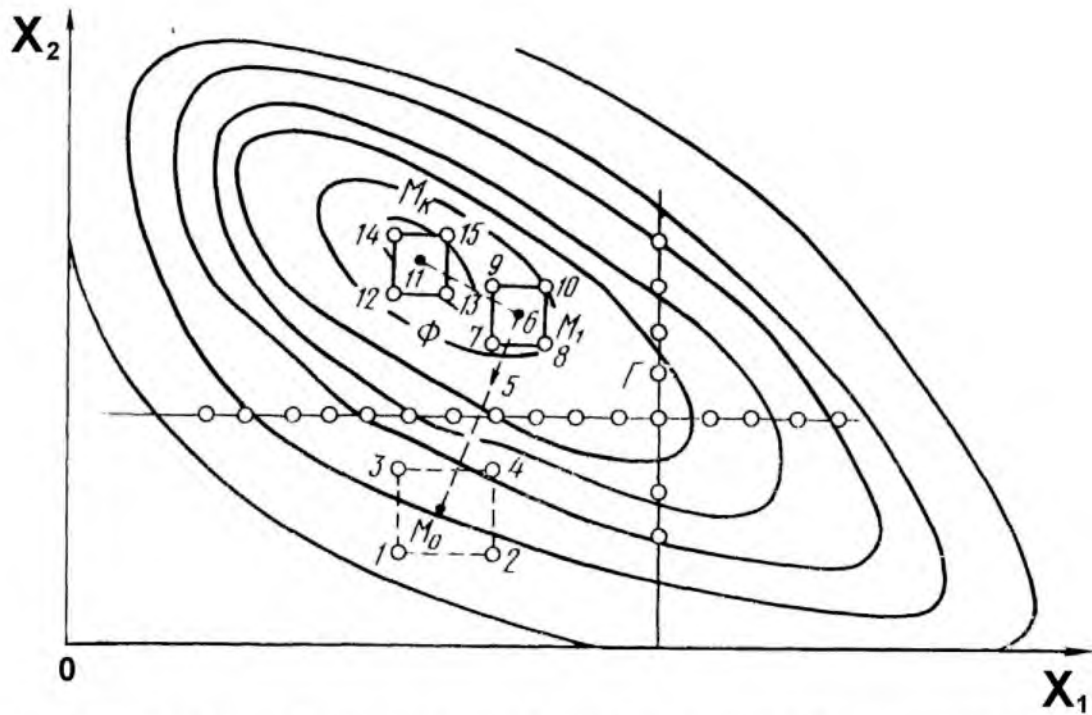


Рис. 5.1. Графічне представлення пошуку оптимальних технологічних параметрів методом Гаусса-Зайделя

Градiєнтні методи. Метод градиєнта в чистому вигляді формує крок по змінним як функцію від градиєнту $L(x)$ в поточній точці пошуку (рис. 5.2). Вектор-градиєнт в n - факторному просторі визначається співвідношенням:

$$\text{grad}L(x) = \frac{\partial L}{\partial x_1} \bar{x}_1^0 + \frac{\partial L}{\partial x_2} \bar{x}_2^0 + \dots + \frac{\partial L}{\partial x_n} \bar{x}_n^0, \quad (5.1)$$

де \bar{x}_i^0 ($i = 1, 2 \dots n$) – одиничні направляючі вектори (орти), що розташовані вздовж факторних осей; $\frac{\partial L}{\partial x_i}$ - часткова похідна цільової функції по i – ому фактору.

Метод градиєнту у чистому вигляді формує шаг по змінним як функцію від градиєнту $L(x)$ в даній точці пошуку. Найпростіший алгоритм пошуку записується у векторній формі наступним образом

$$\begin{aligned} x_j^{i+1} &= x_j^i - h \frac{\partial L}{\partial x_j^i}, \text{ якщо } \min L(x) \\ x_j^{i+1} &= x_j^i + h \frac{\partial L}{\partial x_j^i}, \text{ якщо } \max L(x) \end{aligned} \quad (5.2)$$

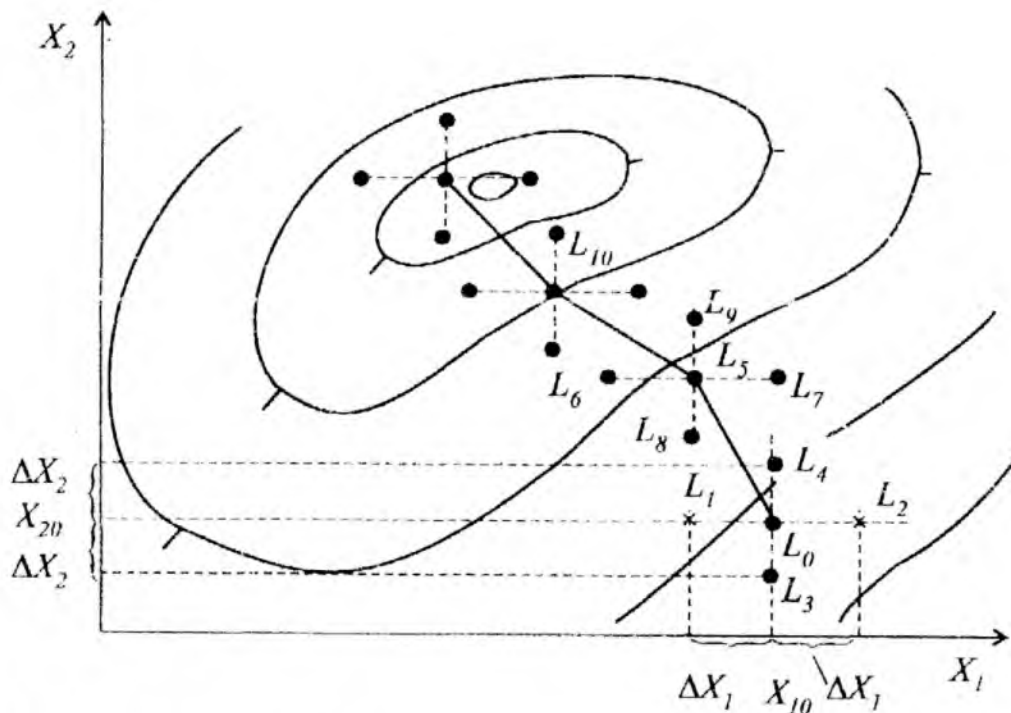


Рис. 5.2. Пошук оптимальних технологічних параметрів градієнтними методами

Величина робочого кроку в напрямку градієнту залежить від величини градієнту, від коефіцієнту пропорційності кроку h , за допомогою якого можливо управляти ефективністю методу. Пошук нової точки складається з наступних етапів:

- В початковій точці $(x_{10} \dots x_{n0})$ для оцінювання напрямку градієнту виконують пробні кроки по всім параметрам для оцінювання напрямку градієнту. Величина пробного кроку як правило дорівнює $0,1 \cdot h$.
- В початковій точці обчислюють градієнти функції $\frac{\partial L}{\partial x_i}$. Після цього за допомогою формули (5.2) обчислюють координати нової точки (для цього виконується робочий крок по всім параметрам одночасно).
- Цикл повторюється до тих пір поки значення градієнту не стає близьким до 0 (це свідчить про екстремум функції).

Перевагами цього методу є: достатня простота, підвищена у порівнянні з методом Гаусса-Зайделя швидкість руху до екстремуму. Недоліки полягають у тому, що якщо має багато локальних екстремумів існує велика ймовірність того, що істинний екстремум не буде знайденим.

При оптимізації методом Ньютона використовуються часткові похідні другого порядку від функції, що мінімізується. Кількість обчислень на ітерації

методом Ньютона, як правило, значно більше, ніж в градієнтних методах. Це пояснюється необхідністю обчислення і складання матриці (*матриця Гессе*) других похідних цільової функції. Проте на отримання рішення з достатньо високою ступенем точності за допомогою метода Ньютона звичайно вимагається набагато менше ітерацій, ніж при використанні градієнтних методів. В силу цього метод Ньютона суттєво більш ефективний. Він має надлінійну або квадратичну швидкість збіжності в залежності від вимог, яким задовольняє функція, яка мінімізується. Але в деяких задачах трудомісткість ітерацій методом Ньютона може бути дуже великою за рахунок необхідності обчислення матриці других похідних функції, що мінімізується, що потребує витрат значної кількості машинного часу.

В низці випадків доцільно комбіноване використання градієнтних методів і методу Ньютона. Спочатку процесу мінімізації, коли точка $x[0]$ знаходиться далеко від точки екстремуму x^* , можна використовувати будь-який варіант градієнтних методів. Далі, при зменшенні швидкості збіжності градієнтного методу можна перейти до методу Ньютона.

Симплекс метод. Цей метод був розроблений американським вченим Джорджем Данцигом. Розглянемо основну ідею симплексного методу оптимізації. Симплексом називається регулярний многогранник, який має $n+1$ вершину при n змінних (рис. 5.3).

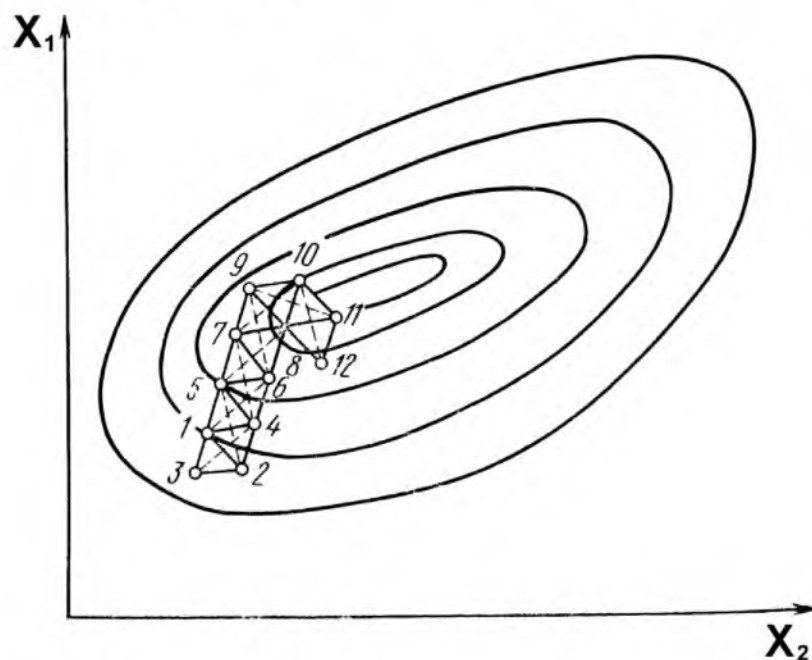


Рис. 5.3. Графічне представлення Симплекс-методу

Наприклад, для випадку двох змінних регулярний симплекс представляє собою рівносторонній трикутник, для трьох змінних – тетраедр. При пошуку мінімуму цільової функції пробні опити (вектори) вибираються в точках, що знаходяться у вершині симплексу (точки 1-3) рис 5.3. Далі з вершини, де цільова функція максимальна (точка 3) проводиться пряма крізь центр тяжіння симплексу, точка 3 виключається і будується новий симплекс, який називається відображенням із залишених точок 1, 2 та нової точки 4. Аналогічним методом будується наступний симплекс і так до тих пір доки він не почне обертатися навкруги області екстремуму, де розміри симплексу приходить зменшувати. Цей метод можливо використовувати при великій кількості параметрів, що варіюються.

Для рішення динамічних задач оптимізації в математичному програмуванні існує два методи *метод динамічного програмування* і *принцип максимуму Понтрягіна*. Більше поширення одержав перший метод особливо для рішення задач дискретного програмування, хоча другий вважається більш універсальним.

Основоположником *динамічного програмування* став відомий американський математик Ричард Беллман. Ним запропонований спеціальний метод рішення задач цього класу на основі «*принципу оптимальності*», відповідно до якого оптимальне рішення n -мірної задачі знаходять шляхом її декомпозиції (розбивки) на n -етапів, кожний з яких представляє підзадачу щодо однієї змінної. Обчислення виконується таким чином, щоб оптимальні результати однієї підзадачі були вихідними даними для наступної підзадачі з урахуванням рівнянь й обмежень зв'язку між ними, результати останньої з них є результатом всієї задачі.

Принцип оптимальності Беллмана. Оптимальна поведінка має таку властивість, що якими б не були первісний стан і рішення в початковий момент, наступні рішення повинні становити оптимальну поведінку щодо стану, який було отримано у результаті першого рішення.

Основне рекурентне співвідношення цього методу (рівняння Беллмана), має вид:

$$f_n(u) = \min [g_n(u_n) + f_{n+1}(u - u_n)], \quad (5.3)$$

де $g_n(u_n)$ – мінімальне значення цільової функції на n -ом кроці, $f_{n+1}(u - u_n)$ – мінімальне значення цільової функції на $n+1$ -ому кроці з урахуванням управління на кроці n .

5.3 Приклад постановки і розв'язання задачі оптимізації технологічних параметрів електromеталургійного виробництва

Виробництво підшипникової сталі ШХ15СГ ведеться за наскрізною технологічною схемою: «дугова сталеплавильна піч (одержання металу-напівпродукту), електропіч-ківш (десульфурація, розкислення, легування) і вакуумна установка (розкислення, дегазація, коригуюче легування)». Склад металу-напівпродукту на випуску з ДСП представлений в табл. 5.2.

Таблиця 5.2

Хімічний склад металу-напівпродукту, %

C	Si	Mn	Cr	P
0,05	0,1	0,12	0,01	0,017

Так як основна маса легуючих подається в розплав під час обробки електросталі в агрегаті електропіч-ківш, то склад сталі ШХ15СГ після закінчення обробки по легуючим елементам на цьому агрегаті повинен відповідати ГОСТ 801-78 (табл. 5.3).

Таблиця 5.3

Необхідний хімічний склад сталі ШХ15СГ після обробки на електропечі-ковші, %

C	Si	Mn	Cr	≤P
0,95-1,05	0,4-0,65	0,9-1,2	1,3-1,65	0,027

Для легування електросталі в агрегаті електропіч-ківш застосовуються такі феросплави (табл. 5.4).

Таблиця 5.4

Хімічний склад легуючих присадок і витрати на них

Легуючі	ДСТУ, ГОСТ	Масова частка елемента, %					Ціна, грн./кг
		C	Si	Mn	Cr	P	
ФС45	ДСТУ 4127-2002	0,2	45	1	0,5	0,05	7,5
ФС65	ДСТУ 4127-2002	0,1	65	0,4	0,5	0,05	8,775
ФС75	ДСТУ 4127-2002	0,1	75	0,4	0,5	0,05	16
C		98	0	0	0	0	1,7
МnC17	ДСТУ 3548-97	0,5	17	60	0	0,05	10
МnC25	ДСТУ 3548-97	2,5	30	65	0	0,1	10
Мn95	ГОСТ 6008-90	0,2	1,8	95	0	0,07	25
ФМn88	ДСТУ 3547-97	2	3	90	0	0,4	18
ФМn90	ДСТУ 3547-97	0,2	1,8	95	0	0,07	25
ФМn78A	ДСТУ 3547-97	7	2	80	0	0,05	11

ФХ800А	ГОСТ 4757-79	8	2	0	65	0,03	20
ФХ650А	ГОСТ 4757-79	6	2	0	65	0,03	20
ФХ050А	ГОСТ 4757-79	0,5	2	0	65	0,03	27
ФХ100А	ГОСТ 4757-79	1	2	0	65	0,03	25

При розрахунку кількості легуючих присадок необхідно враховувати ступінь засвоєння елементів (С – 95%, Si – 60%, Mn – 95%, Cr – 99%, P – 98%).

Завдання: необхідно визначити оптимальний склад легуючих присадок за критерієм мінімуму вартості за умови, що в ковші обробляється сталь масою 100 т.

Позначимо через $m_{\Phi C45} \dots m_{\Phi X100A}$ масу легуючих присадок, які необхідно ввести у розплав під час обробки для досягнення заданого хімічного складу. Тоді цільова функція запишеться так

$$Z = 7,5 \cdot m_{\Phi C45} + 8,775 \cdot m_{\Phi C65} + \dots + 25 \cdot m_{\Phi X100A} \rightarrow \min \quad (5.4)$$

Обчислимо мінімальні та максимально можливі маси С, Si, Mn, Cr, які необхідно ввести у метал-напівпродукт для отримання заданого хімічного складу. Також обчислимо максимально можливу масу фосфору, який може потрапити у сталь разом з феросплавами. Наприклад, мінімальна маса вуглецю з урахуванням засвоєння елемента $m_{Cmin} = (0,95 - 0,05) \cdot M_{расн} / 0,95 \cdot 100\%$.

Далі запишемо обмеження. Для цього вміст легуючого елемента у феросплаві позначимо $m_{C,i} \dots m_{P,i}$, де i – легуюча добавка. Тоді обмеження запишуться так:

$$\begin{aligned} & m_{C,\Phi C45} + m_{C,\Phi C65} + m_{C,\Phi C75} + m_{C,C} \dots + m_{C,\Phi X100A} > m_{Cmin}, \\ & m_{C,\Phi C45} + m_{C,\Phi C65} + m_{C,\Phi C75} + m_{C,C} \dots + m_{C,\Phi X100A} < m_{Cmax} \\ & \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ & m_{P,\Phi C45} + m_{P,\Phi C65} + m_{P,\Phi C75} + \dots + m_{P,\Phi X100A} < m_{Pmax} \end{aligned} \quad (5.5)$$

Також необхідно ввести обмеження на область допустимих значень параметрів, що варіюються: $m_{\Phi C45} \dots m_{\Phi X100A} \geq 0$.

Дуже часто для рішення оптимізаційних задач використовуються готові комп'ютерні програми. Однією з програм такого типу є програма *Пошук Рішення* в пакеті **Microsoft Excel**. *Пошук рішення* дозволяє розв'язувати задачі як лінійного так і нелінійного математичного програмування з використанням градієнтних методів. Його можна запустити, обрав в меню **Сервіс** команду **Пошук рішення** (рис. 5.4).

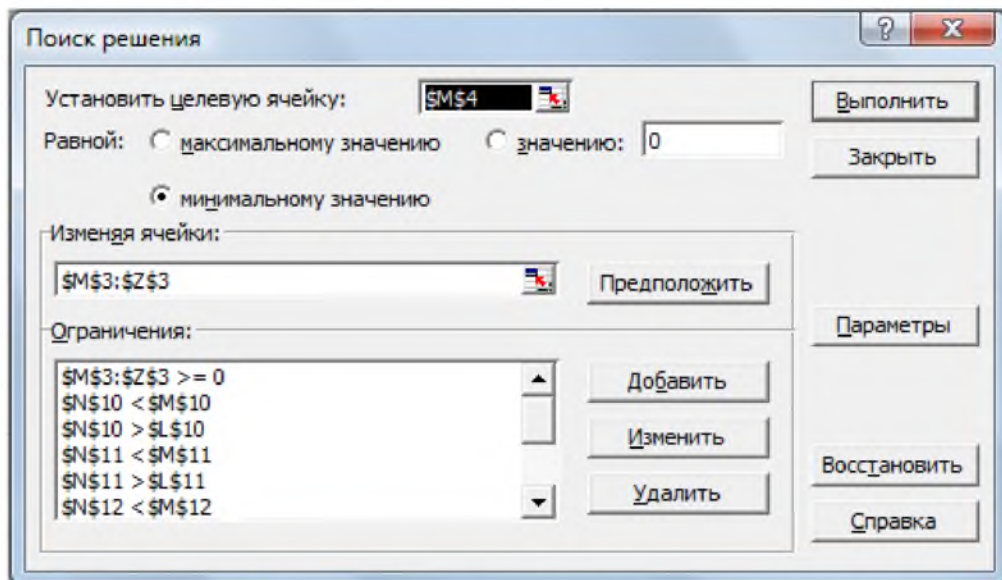


Рис. 5.4. Діалогове вікно **Пошук рішення** в задачі визначення оптимального складу легуючих

Для розв'язання поставленої задачі, відведемо під змінні $m_{\text{ФС45}} \dots m_{\text{ФХ100А}}$ (параметри, що варіюються) діапазон комірок **M3:Z3**, склад напівпродукту та регламентований склад сталі ШХ15СГ відображений у комірках **D2:H4**, засвоєння елементів – комірки **B8:B12**, хімічний склад феросплавів та навуглицювача та ціни на них – у комірках **E7:J20**, мінімальні та максимальні маси елементів, які забезпечують регламентований хімічний склад – у комірки **L9:M13** (рис. 5.5). У комірку **M4** введемо цільову функцію $\text{ЦФ} = \text{J7} \cdot \text{M3} + \text{J8} \cdot \text{N3} + \dots + \text{J20} \cdot \text{Z3}$, а у комірках **N9:N13** обчислимо значення $m_C \dots m_P$ (маса елемента, що введена у розплав). Наприклад $m_C = \text{E7} \cdot \text{M3} + \text{E8} \cdot \text{N3} + \dots + \text{E20} \cdot \text{Z3}$.

Оберемо команду **Сервіс, Пошук рішення** і заповнимо діалогове вікно **Пошук рішення**, як показано на рис. 5.4. Результати обчислень представлені на рис. 5.5. Таким чином, встановлено, що оптимальним з урахуванням ціни є легування електросталі ШХ15СГ під час обробки на установці електропід-ківш наступними феросплавами: ФС65 – 125 кг, МнС25 – 1262 кг, ФХ650А – 1002 кг, також необхідно ввести у сталь 812 кг вуглецю. Таким чином забезпечується регламентований склад сталі ШХ15СГ біля нижньої межі. Зазначений склад феросплавів для виробництва електросталі ШХ15СГ забезпечує мінімальні витрати на легування сталі. При цьому значення цільової функції Z (вартість феросплавів) становить 35147 гривень.

Microsoft Excel - Оптимизация подшипниковая электросталь.xls

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно Справка

W20 fx

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	
1	Сталь ШХ15СГ		C	Si	Mn	Cr	P																		
2	Склад напівпродукту		0,05	0,1	0,12	0,01	0,017				Маса	ФC45	ФC65	ФC75	C	МnC17	МnC25	МnC95	ФMн88	ФMн90	ФMн78A	ФX800A	ФX650A		
3	Склад кінцевий мін		0,95	0,4	0,9	1,3	0					0	126	0	812	0	1262	0	0	0	0	0	0	1002	
4	Склад кінцевий макс		1,05	0,65	1,2	1,65	0,027				Цільова функц	35147													
5			Легуючі, долі																						
6			C	Si	Mn	Cr	P	Ціна, кг			Обмеження														
7	Засвоєння елементів	ФC45	0,002	0,45	0,01	0,005	0,0005	7,5			Маса елем	Отримана маса													
8	C	0,95	ФC65	0,001	0,65	0	0,005	8,775			мін	макс													
9	Si	0,6	ФC75	0,001	0,75	0	0,005	16	C	947	1053	948													
10	Mn	0,95	C	0,98	0	0	0	1,7	Si	500	916,7	501													
11	Cr	0,99	МnC17	0,005	0,17	0,6	0	0,0005	10	Mn	821	1137	821												
12	P	0,98	МnC25	0,025	0,3	0,65	0	0,001	10	Cr	1303	1657	1303												
13			МnC95	0,002	0,018	0,95	0	0,0007	25	P	0	10,2	1,93												
14			ФMн88	0,01	0,03	0,9	0	0,004	18																
15			ФMн90	0,002	0,018	0,95	0	0,0007	25	Отриманий склад															
16			ФMн78A	0,07	0,02	0,8	0	0,0005	11	C	Si	Mn	Cr	P											
17			ФX800A	0,08	0,02	0	0,65	0,0003	20	0,96	0,41	0,91	1,31	0,019											
18			ФX650A	0,06	0,02	0	0,65	0,0003	20																
19			ФX050A	0,005	0,02	0	0,65	0,0003	27																
20			ФX100A	0,001	0,02	0	0,65	0,0003	25																

Лист1 / Лист2 / Лист3

Действия Автофигуры

Готово

Рис. 5.5. Результати розрахунків кількості добавок при обробці электросталі ШХ15СГ на установці електропід-ківш

Варіанти завдань для виконання практичної роботи

Варіант 1

Хімічний склад металу-напівпродукту, %

C	Si	Mn	Cr	P
0,08	0,12	0,10	0,015	0,016

Необхідний хімічний склад сталі 35Г після обробки на установці ківш-піч, %

C	Si	Mn	Cr	≤P
0,3-0,4	0,2-0,4	1,2-1,6	0,015	0,03

Варіант 2

Хімічний склад металу-напівпродукту, %

C	Si	Mn	Cr	P
0,07	0,11	0,11	0,014	0,018

Необхідний хімічний склад сталі 40Х після обробки на установці ківш-піч, %

C	Si	Mn	Cr	≤P
0,35-0,45	0,2-0,4	0,4-0,9	0,8-1,1	0,029

Варіант 3

Хімічний склад металу-напівпродукту, %

C	Si	Mn	Cr	P
0,09	0,08	0,10	0,015	0,017

Необхідний хімічний склад сталі 30ХГСА після обробки на установці ківш-піч, %

C	Si	Mn	Cr	≤P
0,2-0,35	0,9-1,2	0,8-1,1	0,8-1,1	0,022

Варіант 4

Хімічний склад металу-напівпродукту, %

C	Si	Mn	Cr	P
0,1	0,09	0,12	0,013	0,014

Необхідний хімічний склад сталі R-7 після обробки на установці ківш-піч, %

C	Si	Mn	Cr	≤P
0,44-0,47	0,25-0,37	0,65-0,76	0,15-0,25	0,018

Варіант 5

Хімічний склад металу-напівпродукту, %

C	Si	Mn	Cr	P
0,09	0,11	0,12	0,013	0,018

Необхідний хімічний склад сталі 2 після обробки на установці ківш-піч, %

C	Si	Mn	Cr	≤P
0,53-0,59	0,22-0,45	0,50-0,59	0,15-0,25	0,028

Варіант 6

Хімічний склад металу-напівпродукту, %

C	Si	Mn	Cr	P
0,09	0,11	0,12	0,013	0,018

Необхідний хімічний склад сталі 2 після обробки на установці ківш-піч, %

C	Si	Mn	Cr	≤P
0,59-0,64	0,22-0,45	0,65-0,90	0,20-0,25	0,028

Варіант 7

Хімічний склад металу-напівпродукту, %

C	Si	Mn	Cr	P
0,09	0,11	0,12	0,013	0,008

Необхідний хімічний склад сталі 70 після обробки на установці ківш-піч, %

C	Si	Mn	≤Cr	≤P
0,68-0,72	0,15-0,25	0,40-0,60	0,1	0,015

Варіант 8

Хімічний склад металу-напівпродукту, %

C	Si	Mn	Cr	P
0,09	0,11	0,12	0,013	0,012

Необхідний хімічний склад сталі 1 після обробки на установці ківш-піч, %

C	Si	Mn	Cr	≤P
0,47-0,5	0,43-0,57	0,85-1,15	0,15-0,25	0,02

Варіант 9

Хімічний склад металу-напівпродукту, %

C	Si	Mn	Cr	P
0,10	0,11	0,12	0,013	0,018

Необхідний хімічний склад сталі 2 після обробки на установці ківш-піч, %

C	Si	Mn	≤Cr	≤P
0,60-0,70	0,15-0,38	0,65-0,85	0,30	0,035

Варіант 10

Хімічний склад металу-напівпродукту, %

C	Si	Mn	Cr	P
0,10	0,11	0,12	0,013	0,012

Необхідний хімічний склад сталі 3 після обробки на установці ківш-піч, %

C	Si	Mn	Cr	≤P
0,53-0,56	0,25-0,40	0,65-0,80	0,15-0,25	0,02

Варіант 11

Хімічний склад металу-напівпродукту, %

C	Si	Mn	Cr	P
0,10	0,11	0,12	0,013	0,022

Необхідний хімічний склад сталі 20Г після обробки на установці ківш-піч, %

C	Si	Mn	Cr	≤P
0,15 -0,25	0,2-0,4	1,2-1,6	0,013	0,035

Варіант 12

Хімічний склад металу-напівпродукту, %

C	Si	Mn	Cr	P
0,10	0,11	0,12	0,013	0,022

Необхідний хімічний склад сталі 20 після обробки на установці ківш-піч, %

C	Si	Mn	≤Cr	≤P
0,17 -0,24	0,17-0,37	0,35-0,65	0,25	0,035

Варіант 13

Хімічний склад металу-напівпродукту, %

C	Si	Mn	Cr	P
0,10	0,11	0,12	0,013	0,018

Необхідний хімічний склад сталі ШХ15 після обробки на установці ківш-піч, %

C	Si	Mn	Cr	≤P
0,17-0,24	0,17-0,37	0,2-0,4	1,3-1,65	0,027

Варіант 14

Хімічний склад металу-напівпродукту, %

C	Si	Mn	Cr	P
0,10	0,11	0,12	0,013	0,018

Необхідний хімічний склад сталі 45 після обробки на установці ківш-піч, %

C	Si	Mn	≤Cr	≤P
0,42-0,50	0,20-0,52	0,4-0,9	0,3	0,035

Вариант 15

Хімічний склад металу-напівпродукту, %

C	Si	Mn	Cr	P
0,10	0,11	0,12	0,013	0,018

Необхідний хімічний склад сталі 35Г після обробки на установці ківш-піч, %

C	Si	Mn	\leq Cr	\leq P
0,3-0,4	0,20-0,40	1,2-1,6	0,25	0,035

Контрольні питання

1. Дати визначення терміну оптимізація?
2. Які компоненти необхідні для постановки та розв'язання оптимізаційних задач?
3. Які є види оптимізаційних задач?
4. Які задачі оптимізації є задачами лінійного програмування?
5. Запишіть критерій оптимальності для задачі оптимізації кількості легируючих присадок при позапічній обробці електросталі?
6. Які задачі оптимізації є задачами нелінійного програмування?
7. Які задачі оптимізації є задачами динамічного програмування?
8. В залежності від типу оптимізаційних задач назвіть методи їх розв'язання?

ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ ДО ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

Мета і завдання контрольної роботи

Основна мета контрольної роботи полягає у набутті студентами вмінь аналізувати технологічні показники процесів виплавки, позапічної обробки, розливки електросталі, виплавки і розливки електроферосплавів за допомогою статистичного аналізу вхідних і вихідних параметрів з метою забезпечення оптимальних технологічних режимів.

Для досягнення цієї мети розроблені індивідуальні завдання, виконуючи які студент оцінює за допомогою статистичної обробки результати експериментальних досліджень, отримує математичну модель, що описує взаємозв'язок між технологічними параметрами.

Порядок оформлення контрольних робіт

1. Контрольна робота оформлюється в окремому зошиті і повинна містити наступні необхідні елементи:
 - стислі теоретичні відомості щодо теоретичних основ математичного моделювання та стохастичних моделей (описова статистика, гістограма розподілу випадкової величини, регресійного аналізу);
 - розв'язання індивідуального завдання (див. приклад).

2. При обчисленнях необхідно обов'язково вказувати розмірності отриманих величин.
3. Номер варіанту індивідуального завдання призначає викладач.

Варіанти індивідуальних завдань

У відповідності із даними варіанту:

1. Визначити точкові оцінки випадкових величин X та Y .
2. Для математичного очікування при заданій ймовірності $P = 0,95$ визначити ширину довірчого інтервалу.
3. Методом найменших квадратів визначити коефіцієнти лінійного регресійного рівняння.
4. Оцінити тісноту зв'язку між випадковими величинами X і Y .
5. Побудувати графік на якому відображені експериментальні точки і отримана математична модель.
6. Зробити висновки щодо впливу вхідного технологічного параметру на вихідний.

Варіант 1. Проаналізувати експериментальні данні щодо вмісту кремнію і вуглецю у феросилікохромі.

Si, % (x)	18	20	26	33	40	48
C, % (y)	6,0	4,5	3,0	0,9	0,2	0,1

Варіант 2. Виконати статистичну обробку експериментальних даних щодо вмісту кремнію і відповідній йому щільності феросиліцію.

Si, % (x)	20	25	46	65	75	90
$P \times 10^3$, кг/м ³ (y)	6,7	5,8	5,1	3,3	3,0	2,5

Варіант 3. Виявити зв'язок між вмістом кремнію у феросиліції і питомою витратою електроенергії при виплавці в закритих печах.

Si, % (x)	20	25	46	65	75	90
A, кВт·г/б.т. (y)	6,7	5,8	5,1	3,3	3,0	2,5

Варіант 4. Проаналізувати експериментальні данні щодо вмісту кремнію і алюмінію у феросиліції.

Si, % (x)	20	25	45	65	75	90
Al, % (y)	0,6	0,7	1,2	1,3	1,6	2,3

Варіант 5. Знайти зв'язок між вмістом кремнію і вуглецю у феросиліції.

Si, % (x)	20	25	45	65	75	90
C, % (y)	0,6	0,41	0,06	0,05	0,04	0,03

Варіант 6. Виконати статистичну обробку експериментальних даних щодо вмісту кремнію і вуглецю в силікомарганці.

Si, % (x)	14,2	16	17,6	18	18,4	19,8	20,0
-----------	------	----	------	----	------	------	------

C, % (y)	2,0	1,7	1,5	1,4	1,3	1,0	0,9
----------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Варіант 7. Виявити зв'язок між вмістом кремнію у феросилікомарганці і питомою витратою електроенергії при виплавці одностадійним способом.

Si, % (x)	13	23	33	43	50
A, кВт·г/т (y)	4470	5660	7040	7770	8870

Варіант 8. Встановити залежність між вмістом MgO перед випуском і тривалістю відновного періоду при виплавці електросталі ШХ15.

τ , хв (x)	30	40	50	60	70
MgO, % (y)	8,9	9,6	10,6	11,2	12,8

Варіант 9. Знайти зв'язок між вмістом алюмінію в сталі ШХ15 і довговічністю підшипників (L_{90}').

Al, % (x)	0,005	0,01	0,015	0,02	0,03
τ , год (y)	324	610	678	730	790

Варіант 10. Визначити зв'язок між значеннями середнього балу по глобулярних включеннях в сталі ШХ15 (Б гл) і основністю шлаку (В) при вмісті алюмінію 0,02%.

В (x)	2,1	2,4	2,5	2,8	3,0
Б гл (y)	2,07	2,42	2,57	2,98	3,01

Варіант 11. Встановити залежність між тиском кисню в системі (P_{O_2}) і тривалості продування корозійностійкої сталі типу Х18Н10Т.

P_{O_2} , МПа (x)	0,04	0,55	0,75	1,0	1,2
τ , хв (y)	27	20	17	14	12

Варіант 12. Проаналізувати експериментальні данні щодо витрат відновника (коксику) і вмістом кремнію у феросиліції при виплавці у закритих рудовідновлювальних печах.

P кокс, кг (x)	200	260	490	700	820	930
Si, % (y)	20	25	45	65	75	90

Варіант 13. Виконати статистичну обробку експериментальних даних щодо вмісту кремнію у феромарганці і відповідному йому коефіцієнту використання марганцю.

Si, % (x)	1,45	1,65	2,25	2,50	2,85
K вик (y)	82,0	83,1	84,2	84,7	85,0

Варіант 14. Встановити зв'язок між основністю шлаку ($B = \frac{CaO}{SiO_2}$) і вмістом марганцю у феромарганці.

В (x)	1,40	1,45	1,55	1,65
Mn, % (y)	72,5	72,0	71,8	71,1

Варіант 15. Встановити залежність між щільністю розплаву системи $CaF_2 - CaO$ при 1600 °С і вмістом CaO .

X_{CaO} (x)	10	20	30	40	50
ρ , г/см ³ (y)	2,51	2,55	2,63	2,68	2,75

Варіант 16. Проаналізувати експериментальні данні щодо щільності розплаву системи CaO – SiO₂ при 1700 °C в залежності від мольної частки CaO.

X _{CaO} (x)	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
ρ, г/см ³ (y)	2,48	2,52	2,54	2,58	2,62

Варіант 17. Отримати залежність між основністю шлаку ($B = \frac{\text{CaO}}{\text{SiO}_2}$) електродугової плавки і вмістом в ній водню [H].

B (x)	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5
[H], % (y)	0,0015	0,0020	0,0030	0,0045	0,0065	0,0090

Варіант 18. Виконати статистичну обробку експериментальних даних щодо активності закису заліза (a_{FeO}) і мольної частки закису заліза в розплаві системи CaF₂ – FeO при 1500 °C.

B (x)	0,005	0,010	0,015	0,020	0,025
a _{FeO} (y)	0,20	0,40	0,53	0,65	0,94

Варіант 19. Визначити взаємозв'язок міжфазного натягнення (σ, Мн/м) розплаву 70% CaF₂ і 30% Al₂O₃ і сталі від температури.

t, °C (x)	1500	1550	1600	1650
σ, Мн/м (y)	1491	1492	1470	1420

Варіант 20. Побудувати регресійну модель між ступенем вилучення марганцю у феромарганці і вмістом в ньому кремнію.

Si, % (x)	1,0	2,0	3,0	4,0	4,5
Mn, % (y)	65,2	66,0	70,0	71,4	75,0

Варіант 21. Виявити зв'язок між питомою витратою кварциту (P, кг/т) при виплавці феросиліцію в закритих печах і вмістом кремнію у феросплаві.

P, кг/т (x)	470	552	900	1570	1930	2150
Si, % (y)	20	25	45	65	75	90

Варіант 22. Визначити взаємозв'язок міжфазного натягнення (σ, Мн/м) розплаву Al₂O₃ – MnO – SiO₂ і рідкої сталі від температури.

t, °C (x)	1500	1520	1540	1560	1580	1600
σ, Мн/м (y)	1420	1390	1375	1350	1330	1300

Варіант 23. Отримати залежність в'язкості (η) синтетичного шлаку, який має у складі 45% CaO і 55% Al₂O₃, від температури.

t, °C (x)	1380	1400	1420	1440	1460	1480	1500
σ, Пз (y)	12,5	11,0	9,0	7,5	7,4	6,8	6,0

Варіант 24. Проаналізувати експериментальні данні щодо розчинності вуглецю (%C) в чистому залізі в залежності від температури.

t, °C (x)	1550	1560	1570	1580	1590	1600
C, % (y)	4,12	5,20	5,24	5,25	5,27	5,30

Варіант 25. Отримати регресійну модель залежності питомого електроопору рідкого марганцю (ρ) від температури.

t, °C (x)	1400	1450	1500	1550	1600
C, % (y)	45	44	43	43	42

Приклад розв'язання індивідуального завдання

У ході промислового експерименту отримана інформація щодо напруги електричної дуги (U) і відповідних цієї напрузі довжинах дуг (L) під час електроплавки сталі. Результати наведені у табл. Виконати статистичну обробку експериментальних даних.

U(x), В	148	116	95	77	64	54
L(y), мм	113	103	66	61	38	35

Рішення

1. Визначаємо точкові оцінки випадкових величин X и Y.

Математичні очікування визначаємо по формулі $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$. Тоді $\overline{U(x)} = \frac{148+116+95+77+64+54}{6} = 92,33$ В; $\overline{L(y)} = \frac{113+103+66+61+38+35}{6} = 69,33$ (мм).

Дисперсії визначаємо по формулі $D(x) = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}$. Тоді $D(U) = \frac{(148-92,33)^2 + (116-92,33)^2 + \dots + (54-92,33)^2}{5} = 1234,67 (B^2)$
 $D(L) = \frac{(113-69,33)^2 + (103-69,33)^2 + \dots + (35-69,33)^2}{5} = 1056,26 (мм^2)$

Середньоквадратичні відхилення визначаємо по формулі $\sigma(x) = \sqrt{D(x)}$. Отримуємо $\sigma(U) = \sqrt{D(U)} = 35,13$ (В); $\sigma(L) = \sqrt{D(L)} = 32,5$ (мм).

Визначаємо **коефіцієнт варіації** з виразу $\nu = \frac{\sigma(x)}{\bar{x}}$. Отримуємо $\nu_U = \frac{35,13}{92,33} = 0,38$;
 $\nu_L = \frac{32,5}{69,33} = 0,47$.

2. Визначаємо ширину довірчих інтервалів з виразу $H = 2 \cdot U_{1+\alpha} \cdot \frac{\sigma(x)}{\sqrt{N}}$.

$H_U = 2 \cdot 1,96 \cdot \frac{35,13}{\sqrt{6}} = 56$ (В); $H_L = 2 \cdot 1,96 \cdot \frac{32,5}{\sqrt{6}} = 52$ (мм).

3. Визначаємо коефіцієнти лінійного регресійного рівняння методом найменших квадратів

Суть методу найменших квадратів полягає в тому, щоб

$$E_{ocm} = \sum_{i=1}^n (y_i - y(x_i))^2 \rightarrow \min; \quad y(x_i) = ax + bx_1, \text{ причому } x_1 = 1. \text{ Таким чином,}$$

$$E_{ocm} = \sum_{i=1}^n (y_i - ax - bx_1)^2 \rightarrow \min$$

Ця умова виконується, якщо прирівняти до нуля часткові похідні вираз по кожному з коефіцієнтів, і розв'язати сумісно отриману при цьому систему рівнянь.

$$\frac{\partial E}{\partial b} = 0; \quad \frac{\partial E}{\partial a} = 0$$

При цьому треба враховувати правила диференціювання складної функції

$$\left. \begin{array}{l} y = f(u) \\ u = \varphi(x) \end{array} \right\} \rightarrow y'_x = f'_u(u) \varphi'_x(x)$$

Таким чином, для $\frac{\partial E}{\partial b_0} = 0$ отримуємо

$$\frac{\partial E}{\partial b_0} = \sum_{i=1}^n 2 \cdot (y_i - ax - bx_{1,i}) \cdot (-x_{1,i}) = 0 \quad \rightarrow \quad \sum_{i=1}^n (-x_{1,i} \cdot y_i + ax \cdot x_{1,i} + bx_{1,i}^2) = 0 \quad \rightarrow$$

$$\sum_{i=1}^n x_{1,i} \cdot y_i = a \cdot \sum_{i=1}^n x \cdot x_{1,i} + b \cdot \sum_{i=1}^n x_{1,i}^2, \text{ а для } \frac{\partial E}{\partial a} = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial a} = \sum_{i=1}^n 2 \cdot (y_i - ax - bx_{1,i}) \cdot (-x_i) = 0 \quad \rightarrow \quad \sum_{i=1}^n (-x_i \cdot y_i + ax_i^2 + b \cdot x_i \cdot x_{1,i}) = 0 \quad \rightarrow$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i = a \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \cdot \sum_{i=1}^n x_i \cdot x_{1,i}$$

Таким чином, складаємо систему рівнянь

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n x_{1,i} \cdot y_i = a \cdot \sum_{i=1}^n x \cdot x_{1,i} + b \cdot \sum_{i=1}^n x_{1,i}^2 \\ \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i = a \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \cdot \sum_{i=1}^n x_i \cdot x_{1,i} \end{array} \right\}$$

Для її вирішення знаходимо $\sum_{i=1}^n x_{1,i} \cdot y_i = 416$ $\sum_{i=1}^n x_i \cdot x_{1,i} = 554$ $\sum_{i=1}^n x_i^2 = 57326$ $\sum_{i=1}^n x_i y_i = 43961$

$$\text{Таким чином, } \left. \begin{array}{l} 416 = 554 \cdot a + 6 \cdot b \\ 43961 = 57326 \cdot a + 554 \cdot b \end{array} \right\} \text{ або } \left. \begin{array}{l} 69,33 = 92,33 \cdot a + b \\ 79,35 = 103,47 \cdot a + b \end{array} \right\}$$

Розв'язуючи це рівняння, отримуємо $a = 0,9$; $b = -13,7$. Таким чином зв'язок між довжиною електричної дуги (L) і її напругою (U) описується лінійним регресійним рівнянням

$$L(\text{мм}) = f(U(\text{В})) = 0,9 \cdot U - 13,7$$

4. Оцінюємо тісноту зв'язку між випадковими величинами X та Y

Скористаємося тією властивістю, що коефіцієнт кореляції є коренем квадратним з коефіцієнту детермінованості.

- Визначимо остаточно суму квадратів за формулою

$$E_{ocm} = \sum_{i=1}^n (y_i - y(x_i))^2 = (113 - (0,9 \cdot 148 - 13,7))^2 + \dots + (35 - (0,9 \cdot 54 - 13,7))^2. E_{ocm} = 291$$

- Визначимо регресійну суму квадратів з виразу $E_{pez} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$

$$E_{pez} = (113 - 69,33)^2 + \dots + (35 - 69,33)^2 = 4990$$

- Отже, коефіцієнт детермінованості $r^2 = 1 - \frac{E_{ocm}}{E_{pez}} = 1 - \frac{291}{4990} = 0,94$

- Звідси коефіцієнт кореляції $r = \sqrt{0,94} = 0,97$.

ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1

ОЦІНЮВАННЯ ВИПАДКОВИХ ПАРАМЕТРІВ

ЕЛЕКТРОМЕТАЛУРГІЙНОГО ВИРОБНИЦТВА ЗАСОБАМИ MS EXCEL

Мета роботи:

Оцінити за допомогою статистичної обробки в пакеті Excel результати експериментальних досліджень.

ПОРЯДОК І ХІД ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ

1. Відповідно до даних варіанту заповнити довільний стовпець комірок на листі Ms Excel.
2. Виконати статистичну обробку введених даних, використовуючи розділ **Описова статистика з Пакета Аналізу**. Задати рівень надійності 95%.
3. Оцінити значення заданого параметра, використовуючи функції з набору статистичних функцій.
4. Провести інтервальну оцінку для математичного очікування, використовуючи функцію **ДОВЕРИТ**. Задавати значення *альфа* = 0,03; 0,05; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5. Побудувати графік залежності ширини довірчого інтервалу математичного очікування від альфа (рівень значимості).
5. Сформулювати висновки з лабораторної роботи.

Варіанти завдань

Варіанти №1-4

Під час промислового експерименту отримано інформацію про напругу електричної дуги (U) по ходу виплавки сталі у дуговій електропечі. Результати наведені в таблиці. Виконати статистичну обробку.

Варіант 1															
U, В	148	116	95	77	64	54	151	119	97	79	65	55	81	67	57
Варіант 2															

U, В	145	114	93	75	62	53	140	110	90	73	60	51	116	95	77
Варіант 3															
U, В	140	110	90	73	60	51	148	116	95	77	64	54	95	77	64
Варіант 4															
U, В	148	116	95	77	64	54	108	173	123	115	60	50	110	90	73

Варіант №5-7

Під час промислового експерименту отримано інформацію про кількість введеного в розплав MnC17 під час відновлювального періоду електроплавки для різних плавок. Результати наведені в таблиці. Виконати статистичну обробку.

Варіант 5														
m, кг	147	197	395	370	335	340	340	230	360	288	259	207		
Варіант 6														
m, кг	259	207	220	254	185	114	98	180	204	199	210	160		
Варіант 7														
m, кг	199	210	160	360	130	155	180	160	93	105	160	269		

Варіант №8-10

Під час промислового експерименту отримано інформацію про довжини електричних дуг (L) по ходу електроплавки сталі. Результати наведені в таблиці. Виконати статистичну обробку.

Варіант 8															
L, мм	113	103	66	61	38	35	116	107	68	63	39	36	65	41	39
Варіант 9															
L, мм	121	111	70	65	41	39	111	101	64	58	36	34	56	34	32
Варіант 10															
L, мм	106	97	61	56	34	32	112	101	64	58	36	33	56	34	31

Варіант №11-13

Після вакуумної обробки колісної електросталі для групи плавок був проведений аналіз вмісту водню. Результати аналізу представлені в таблиці. Виконати статистичну обробку.

Варіант 11															
H, ppm	1,4	1,8	1,9	2,0	2,1	1,7	1,8	1,9	1,6	1,5	1,3	1,6	1,5	1,7	1,6
Варіант 12															
H, ppm	1,4	1,8	1,9	2,0	2,1	1,7	1,8	1,9	1,3	1,5	1,3	1,4	1,5	1,7	1,2
Варіант 13															
H, ppm	1,4	1,8	1,9	1,1	2,2	1,7	1,8	1,9	0,9	1,5	1,3	1,4	1,5	1,9	1,2

Варіант №14

У ході промислового експерименту, для групи плавок отримано інформацію про кількість введеного під відновлювального періоду електроплавки вапна (CaO). Результати наведені в таблиці. Виконати статистичну обробку

m, кг	600	345	560	430	530	455	880	760	593	705	725	569		
-------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	--	--

Варіант №15

Є дані про вміст титану в кремній алюмінієвому сплаві,% Результати наведені в таблиці. Виконати статистичну обробку.

Ti, %	0,30	0,28	0,27	0,23	0,21	0,23	0,28	0,25	0,26	0,28	0,33	0,37
-------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2

КОРЕЛЯЦІЙНИЙ І РЕГРЕСІЙНИЙ АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ПРОМИСЛОВИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ ПОЗАПІЧНОЇ ОБРОБКИ ЕЛЕКТРОСТАЛІ

Мета роботи:

Навчитися виконувати *кореляційний і регресійний* аналіз в пакеті Excel.

ПОРЯДОК І ХІД ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ

1. Відповідно до номеру варіанту заповнити довільні стовпці комірок для вхідного (x) і вихідного параметра (y).
2. Обчислити *коефіцієнт кореляції і коваріацію* за допомогою відповідних функцій.
3. Отримати регресійну залежність за допомогою функції **ЛИНЕЙН**
4. Отримати регресійну залежність за допомогою опції **додати лінію тренда**. Вибирати різні типи ліній. При використанні поліноміальної лінії варіювати ступенями. Результати оцінювати за значенням *коефіцієнта детермінованості*. Привести найкращий графік апроксимації функції.
5. На підставі отриманих рівнянь здійснити прогнозування вихідних (вихідних) параметрів при відомих значеннях вхідних (вихідних).
6. Для варіантів 1-3 і 10-12 визначити ступінь засвоєння кремнію металом. Для варіантів 4-6 - визначити енергетичний к.к.д. агрегату електрод-ківш.
7. Сформулювати висновки з лабораторної роботи.

Варіанти завдань

Варіант 1-3

Для оцінки зміни вмісту кремнію в колісній електросталі марки КП-2 під час позапічної обробки на установці електрод-ківш був проведений експеримент, в ході якого фіксувалася маса феросилікомарганцю MnC17, що вводився, і зміна хімічного складу сталі по кремнію. Результати наведені в таблиці. Виконати пункти роботи 1-7.

Варіант 1			Варіант 2			Варіант 3		
№	m(x), кг	$[\Delta Si](y) \times 10^2, \%$	№	m(x), кг	$[\Delta Si](y) \times 10^2, \%$	№	m(x), кг	$[\Delta Si](y) \times 10^2, \%$
1	150	20	1	150	12	1	147	20
2	127	13	2	127	11	2	114	13
3	155	14	3	155	14	3	157	14
4	60	12	4	60	9	4	73	12
5	65	6	5	65	5	5	77	6
6	85	7	6	85	7	6	102	7

7	220	16	7	220	18	7	198	16
8	46	1	8	46	5	8	44	1
9	34	5	9	34	4	9	45	5
10	228	22	10	228	15	10	217	22
11	196	2	11	196	16	11	189	20
12	105	7	12	105	11	12	88	7
13	212	19	13	212	18	13	194	19
14	108	10	14	108	10	14	98	10
15	313	20	15	313	26	15	305	20
16	105	11	16	105	13	16	84	11
17	107	8	17	107	12	17	101	8
18	111	10	18	111	12	18	107	10
19	250	24	19	250	23	19	251	24
20	60	8	20	60	8	20	56	8
21	120	11	21	120	12	21	117	11
22	210	25	22	210	22	22	206	25
23	215	22	23	215	18	23	228	22
24	350	27	24	350	29	24	349	27
25	160	17	25	160	12	25	158	17
26	315	22	26	315	16	26	310	22
27	120	10	27	120	15	27	140	10
28	155	0,1	28	155	8	28	164	10
29	90	0,11	29	90	10	29	114	11
30	85	0,06	30	85	3	30	78	6
31	?*	0,08	31	?	18	31	176	?
32	?	0,32	32	?	13	32	295	?

* Примітка. Знаком ? позначені вхідні параметри, які необхідно спрогнозувати за допомогою отриманої регресійної моделі на підставі відомих вихідних параметрів.

Варіант 4-6

Для забезпечення в подальшому раціональної витрати електричної енергії по ходу нагріву розплаву на установці електропеч-ківш фіксувалися такі параметри, як кількість витраченої активної енергії МВТ $E_{акт}$, МВТ·год і зміна температури розплаву ΔT . Виконати пункти роботи 1-7.

Варіант 4			Варіант 5			Варіант 6		
№	$E_{акт}$ (x), МВТ·год	ΔT (y)	№	$E_{акт}$ (x), МВТ·год	ΔT (y)	№	$E_{акт}$ (x), МВТ·год	ΔT (y)
1	4,95	108	1	5,02	111	1	4,77	108
2	7,08	131	2	7,2	130	2	7,39	131
3	6,63	134	3	7,05	133	3	6,74	134
4	8,5	137	4	8,75	137	4	8,42	137
5	8,38	145	5	8,44	147	5	9,04	145
6	4,99	70	6	4,43	73	6	5,07	70
7	4,97	93	7	5,5	94	7	4,84	93
8	7,16	112	8	7,29	113	8	6,87	112
9	4,31	59	9	4,11	59	9	4,24	59
10	5,56	122	10	5,92	121	10	5,73	122
11	4,61	103	11	4,86	106	11	4,55	103
12	4,74	75	12	4,26	75	12	4,93	75
13	5,99	89	13	5,98	89	13	6,15	89

14	6,07	97	14	6,11	97	14	5,85	97
15	4,4	75	15	4,3	78	15	4,46	75
16	2,44	43	16	2,52	43	16	2,41	43
17	4,96	67	17	5,03	66	17	5,32	67
18	4,9	114	18	4,87	116	18	4,85	114
19	3,79	64	19	4	66	19	3,81	64
20	5,37	103	20	5,29	105	20	5,03	103
21	5,57	97	21	5,65	97	21	5,59	97
22	5,82	99	22	6,08	98	22	5,71	99
23	7,3	145	23	7,38	146	23	7,48	145
24	5	102	24	4,98	105	24	5,34	102
25	6,44	143	25	6,53	143	25	6,64	143
26	5,53	95	26	5,39	96	26	5,42	95
27	3,51	51	27	3,34	50	27	3,26	51
28	3,29	62	28	3,07	61	28	3,19	62
29	5,55	110	29	5,76	116	29	5,75	110
30	4,99	103	30	5,05	102	30	5,22	103
31	?*	100	31	?	100	31	5,50	?
32	?	150	32	?	150	32	6,50	?

* Примітка. Знаком ? позначені вхідні (вихідні) параметри, які необхідно спрогнозувати за допомогою отриманої регресійної моделі на підставі відомих вихідних (вхідних) параметрів.

Варіант 7-9

З метою подальшого дослідження впливу теплового стану футеровки сталерозливного ковша на теплові втрати розплавом у ході промислового експерименту проводилися періодичні заміри температури внутрішньої поверхні футеровки $T(y)$ в період між закінченням розливки і початком нового випуску металу з ДСП у ківш $\tau(x)$. Результати представлені в таблиці. Виконати пункти роботи 1-7.

Варіант 7			Варіант 8			Варіант 9		
№	$\tau(x)$, хв	$T(y)$, град	№	$\tau(x)$, хв	$T(y)$, град	№	$\tau(x)$, хв	$T(y)$, град
1	2	845	1	2	848	1	1	859
2	4	750	2	4	743	2	3	737
3	6	720	3	6	768	3	5	747
4	8	685	4	8	669	4	7	677
5	10	650	5	10	673	5	9	694
6	12	630	6	12	630	6	11	665
7	15	600	7	15	600	7	14	616
8	17	585	8	17	560	8	16	599
9	19	565	9	19	557	9	18	562
10	20	555	10	20	550	10	19	551
11	21	545	11	21	552	11	20	556
12	24	520	12	24	504	12	23	525
13	25	510	13	25	510	13	24	529
14	26	504	14	26	493	14	25	488
15	28	493	15	28	482	15	27	480
16	29	485	16	29	480	16	28	519
17	32	470	17	32	478	17	31	450
18	34	463	18	34	500	18	33	487
19	36	456	19	36	479	19	35	465

20	38	450	20	38	485	20	37	511
21	39	447	21	39	408	21	38	454
22	42	438	22	42	416	22	41	435
23	43	435	23	43	434	23	42	446
24	44	433	24	44	410	24	43	431
25	47	428	25	47	433	25	46	406
26	48	425	26	48	402	26	47	430
27	50	419	27	50	429	27	49	367
28	52	414	28	52	477	28	51	446
29	54	410	29	54	386	29	53	374
30	56	405	30	56	373	30	55	409
31	?*	300	31	?	250	31	?	350
32	?	150	32	?	180	32	?	200

* Примітка. Знаком ? позначені вхідні параметри, які необхідно спрогнозувати за допомогою отриманої регресійної моделі на підставі відомих вихідних параметрів.

Варіант 10-12

Для оцінки зміни вмісту кремнію в підшипниковій електросталі марки ШХ15СГ під час позапічної обробки на установці електропіч-ківш був проведений експеримент, в ході якого фіксувалася маса феросилікомарганцю МнС17, що вводився, і зміна хімічного складу сталі по кремнію. Результати наведені в таблиці. Виконати пункти роботи 1-7.

Варіант 10			Варіант 11			Варіант 12		
№	m(x), кг	$[\Delta Si](y) \times 10^2, \%$	№	m(x), кг	$[\Delta Si](y) \times 10^2, \%$	№	m(x), кг	$[\Delta Si](y) \times 10^2, \%$
1	150	20	1	150	12	1	147	20
2	127	13	2	127	11	2	114	13
3	155	14	3	155	14	3	157	14
4	60	12	4	60	9	4	73	12
5	65	6	5	65	5	5	77	6
6	85	7	6	85	7	6	102	7
7	220	16	7	220	18	7	198	16
8	46	1	8	46	5	8	44	1
9	34	5	9	34	4	9	45	5
10	228	22	10	228	15	10	217	22
11	196	2	11	196	16	11	189	20
12	105	7	12	105	11	12	88	7
13	212	19	13	212	18	13	194	19
14	108	10	14	108	10	14	98	10
15	313	20	15	313	26	15	305	20
16	105	11	16	105	13	16	84	11
17	107	8	17	107	12	17	101	8
18	111	10	18	111	12	18	107	10
19	250	24	19	250	23	19	251	24
20	60	8	20	60	8	20	56	8
21	120	11	21	120	12	21	117	11
22	210	25	22	210	22	22	206	25
23	215	22	23	215	18	23	228	22
24	350	27	24	350	29	24	349	27
25	160	17	25	160	12	25	158	17
26	315	22	26	315	16	26	310	22

27	120	10	27	120	15	27	140	10
28	155	0,1	28	155	8	28	164	10
29	90	0,11	29	90	10	29	114	11
30	85	0,06	30	85	3	30	78	6
31	?*	0,08	31	?	18	31	176	?
32	?	0,32	32	?	13	32	295	?

* Примітка. Знаком ? позначені вхідні (вихідні) параметри, які необхідно спрогнозувати за допомогою отриманої регресійної моделі на підставі відомих вихідних (вхідних) параметрів.

Варіант 13-15

Для забезпечення в подальшому раціональної витрати електричної енергії по ходу нагріву розплаву на установці електропід-ківш фіксувалися такі параметри, як кількість витраченої активної енергії МВт $E_{акт}$, МВт·год і зміна температури розплаву ΔT . Виконати пункти роботи 1-7.

Варіант 13			Варіант 14			Варіант 15		
№	$E_{акт}$ (x), МВт·год	ΔT (y)	№	$E_{акт}$ (x), МВт·год	ΔT (y)	№	$E_{акт}$ (x), МВт·год	ΔT (y)
1	2,44	43	1	2,52	43	1	2,41	43
2	4,96	67	2	5,03	66	2	5,32	67
3	4,9	114	3	4,87	116	3	4,85	114
4	3,79	64	4	4	66	4	3,81	64
5	5,37	103	5	5,29	105	5	5,03	103
6	5,57	97	6	5,65	97	6	5,59	97
7	5,82	99	7	6,08	98	7	5,71	99
8	7,3	145	8	7,38	146	8	7,48	145
9	5	102	9	4,98	105	9	5,34	102
10	6,44	143	10	6,53	143	10	6,64	143
11	5,53	95	11	5,39	96	11	5,42	95
12	3,51	51	12	3,34	50	12	3,26	51
13	3,29	62	13	3,07	61	13	3,19	62
14	4,95	108	14	5,02	111	14	4,77	108
15	7,08	131	15	7,2	130	15	7,39	131
16	6,63	134	16	7,05	133	16	6,74	134
17	8,5	137	17	8,75	137	17	8,42	137
18	8,38	145	18	8,44	147	18	9,04	145
19	4,99	70	19	4,43	73	19	5,07	70
20	4,97	93	20	5,5	94	20	4,84	93
21	7,16	112	21	7,29	113	21	6,87	112
22	4,31	59	22	4,11	59	22	4,24	59
23	5,56	122	23	5,92	121	23	5,73	122
24	4,61	103	24	4,86	106	24	4,55	103
25	4,74	75	25	4,26	75	25	4,93	75
26	5,99	89	26	5,98	89	26	6,15	89
27	6,07	97	27	6,11	97	27	5,85	97
28	4,4	75	28	4,3	78	28	4,46	75
29	5,55	110	29	5,76	116	29	5,75	110
30	4,99	103	30	5,05	102	30	5,22	103
31	?*	100	31	?	100	31	5,50	?
32	?	150	32	?	150	32	6,50	?

* Примітка. Знаком ? позначені вхідні (вихідні) параметри, які необхідно спрогнозувати за допомогою отриманої регресійної моделі на підставі відомих вихідних (вхідних) параметрів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Проектирование и оборудование электросталеплавильных цехов: Учебник [для студентов высших учебных заведений] / В. А. Гладких, М. И. Гасик, А. Н. Овчарук, Ю. С. Пройдак. – Днепропетровск: Системные технологии, 2004. - 736 с.
2. Гасик М.И., Лякишев Н.П. Теория и технология электрометаллургии ферросплавов. Учебник. – М.: СПИнтернет-Инжиниринг. 1999. – 764 с.
3. Поляков О.І., Гасик М.І. Електрометалургія феросплавів, спеціальних сталей і сплавів. Навчальний посібник для вищих навчальних закладів. – Дніпропетровськ.: Журфонд. 2009. – 116 с.
4. Кукушкин О.Н., Бейцун С.В., Жаданос А.В. Статистика в Excel: Учебное пособие. Днепропетровск: НМетАУ, 2002.–64с.
5. А.И. Панченко, А.С. Сальников, Л.Н. Скрипка, А.В. Жаданос, М.И. Гасик. Математическая модель управления корректировкой химического состава подшипниковой электростали на установке ковш-печь // *Металлургическая и горнорудная промышленность* – 2010, №6 – с. 31-36.
6. Жаданос А.В., Кукушкин О.Н., Гасик М.И. Разработка автоматизированной информационной системы агрегата ковш-печь для прогнозирования содержания легирующих элементов в конструкционной стали // *Системные технологии* – 2010, №1 – с. 12-20.
7. Жаданос А.В., Кукушкин О.Н. Оптимизация энергетического режима внепечной обработки колесной стали на основе математического моделирования // *Теория и практика металлургии* – 2010, №3-4 – с. 37-43.
8. Моделирование и оптимизация электротермических процессов: Учебное пособие // А.Г. Кучер, В.М. Шифрин. – Днепропетровск: НМетАУ, Системные технологии. – 2000. – 110 с.
9. Кучер А.Г. Оптимизация электрометаллургических процессов. Учебное пособие. Дн-ск: НМетАУ, 1993. – 40 с.
10. Цымбал В.П. Математическое моделирование металлургических процессов. – М.: Металлургия, 1986. – 256 с.
11. Математическое моделирование металлургических процессов. Максимов Ю.А., Рожков И.М., Саакян М.А. М.: – Металлургия, 1976. – 288 с.
12. Пинчук С.И. Организация эксперимента при моделировании и оптимизации технических систем: Учебное пособие. Дн-ск.: ООО Независимая издательская организация “Дива”, 2008. – 248 с.
13. Математическая статистика: Учебник/ Иванова В.М., Калинина В.Н., Нешумова Л.А. и др.– 2-е изд., перераб. и доп. М.: Высшая школа, 1981.–371 с., ил.
14. Игнатъев В.С., Горобец А.П. Методические указания и контрольные задания по дисциплине «Организация эксперимента» для студентов специальности 0401 – металлургия черных металлов, специализации электрометаллургия стали и ферросплавов - Днепропетровск: ДМетИ, 1988. - 56 с.
15. Вильям Орвис. Excel для ученых, инженеров и студентов. Перевод с англ. – К.: Юниор, 1999. – 528 с.