Лабораторна робота № 5

Тема заняття: ***Основні поняття теорії графів***

Мета: забезпечити засвоєння студентами поняття графа, його основних елементів, навчитися визначати різні типи графів, знаходити степені вершин графа, застосовувати теорію графів для розв'язку прикладних задач.

Література

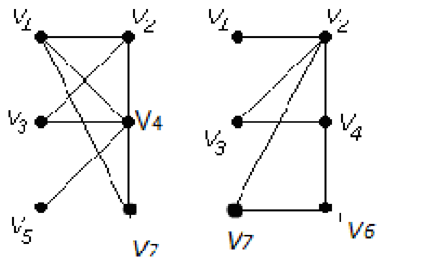
Бондаренко М.Ф., Білоус Н.В., Руткас Ф.Г. Комп'ютерна дискретна математика. – Харків: «Компанія СМІТ», 2004. – ст.

Зміст роботи

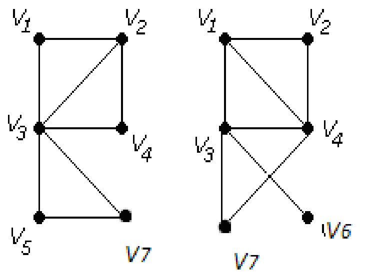
Завдання 1. Розв'язати на графах наступні задачі:

1. знайти доповнення до першого графу;
2. знайти об'єднання графів;
3. кільцеву суму G1 та G2 (G1+G2);
4. розщепити вершину у другому графі;
5. виділити підграф А, що складається з 3-х вершин в G1 і знайти стягнення А в G1 (G1\ А);
6. знайти добуток графів.

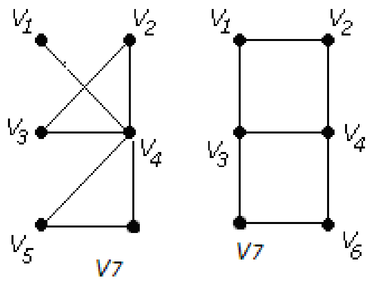
1



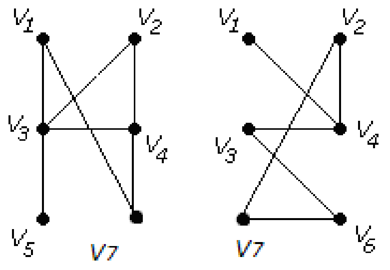
2



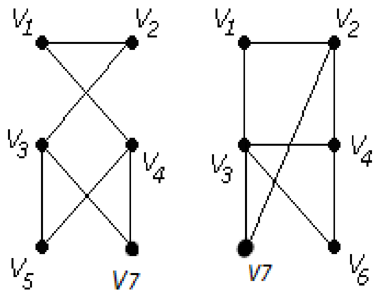
3



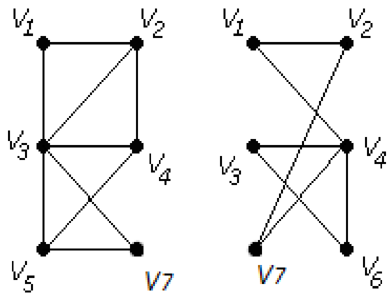
4



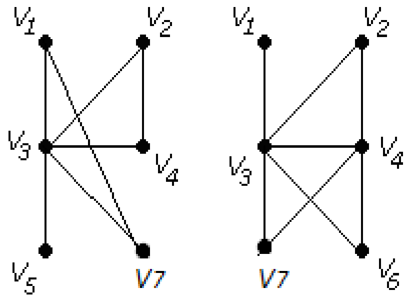
5



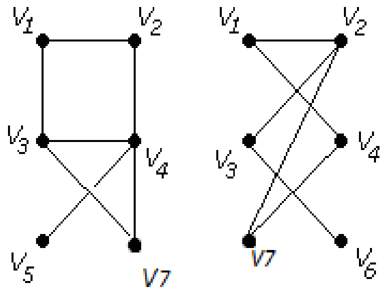
6



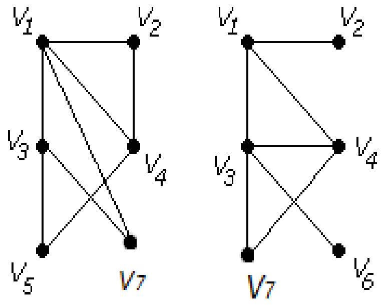
7



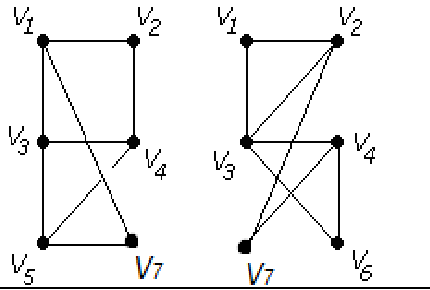
8



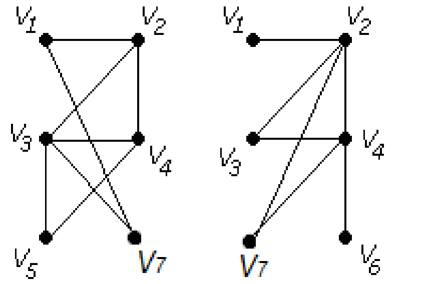
9



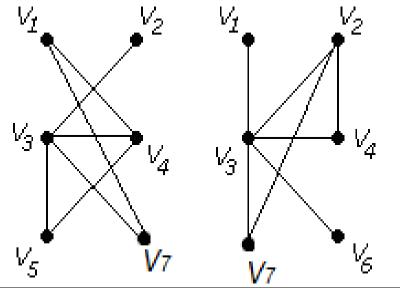
10



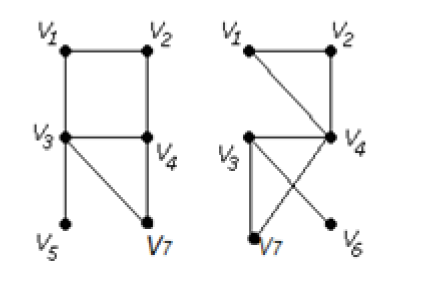
11



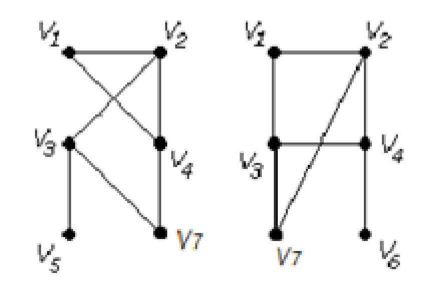
12



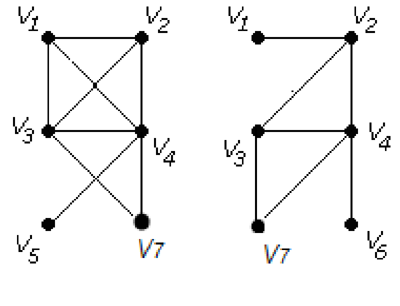
13



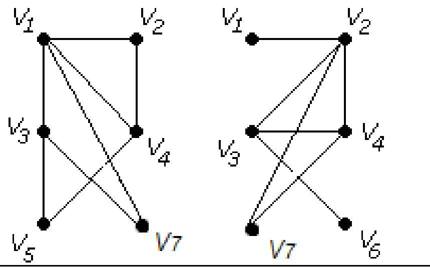
14



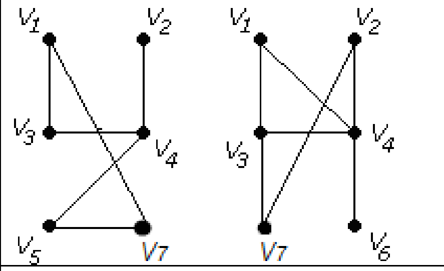
15



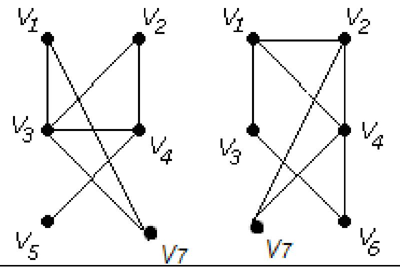
16



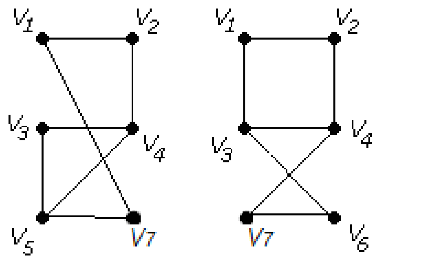
17



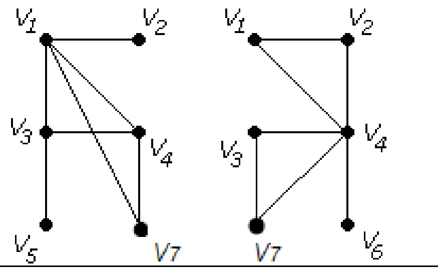
18



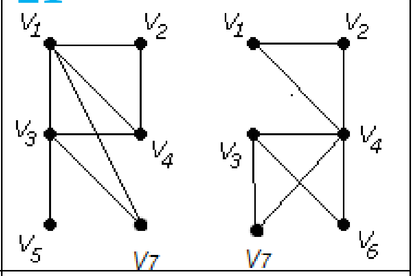
19



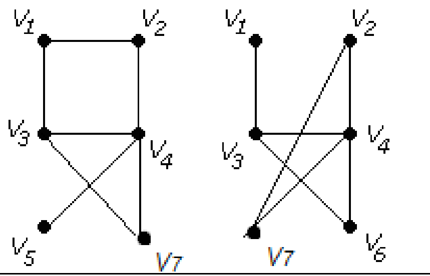
20



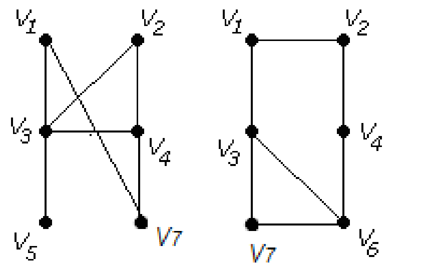
21



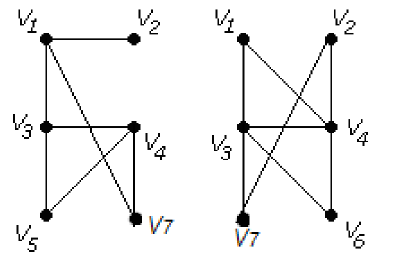
22



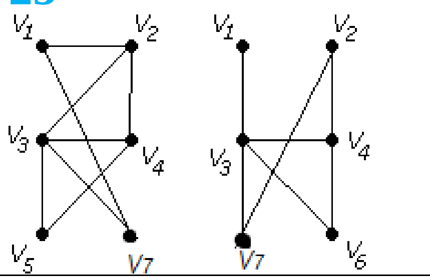
23



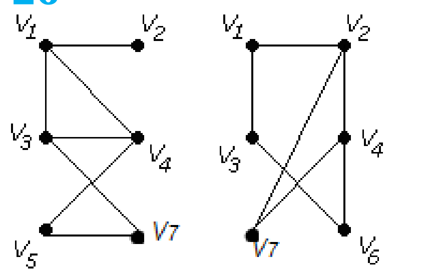
24



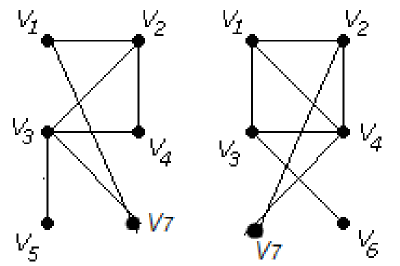
25

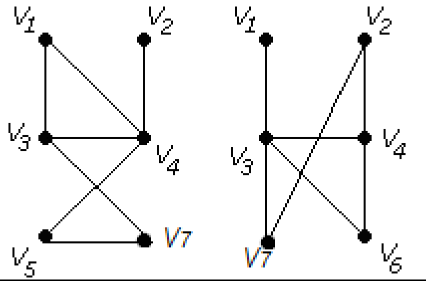
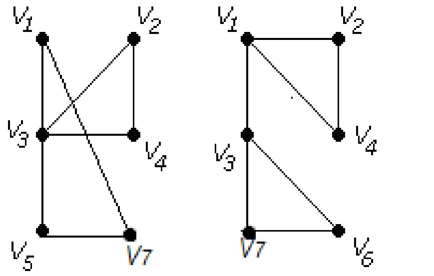
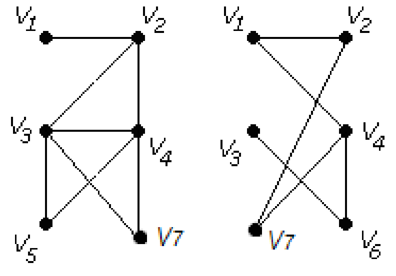


26

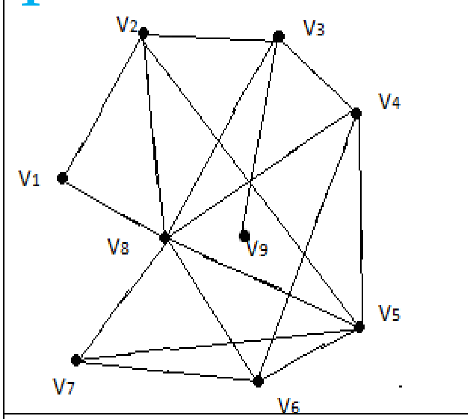
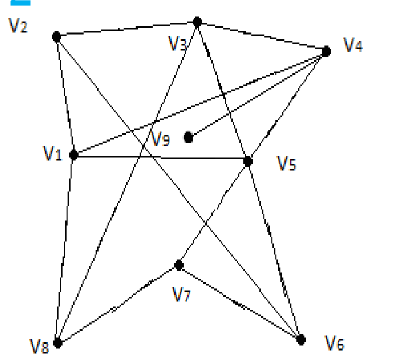
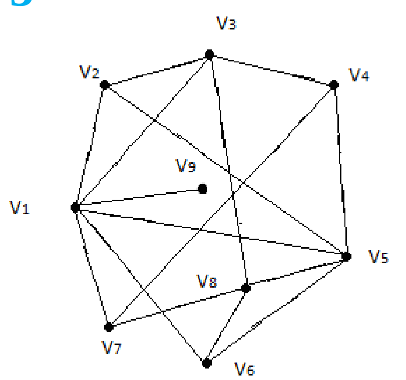


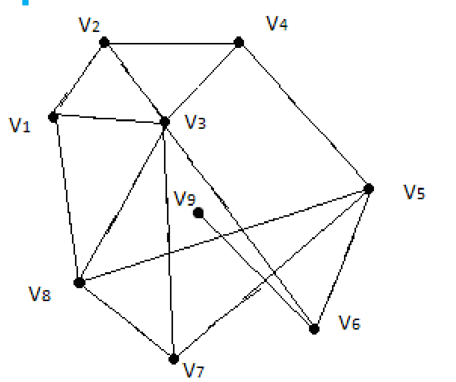
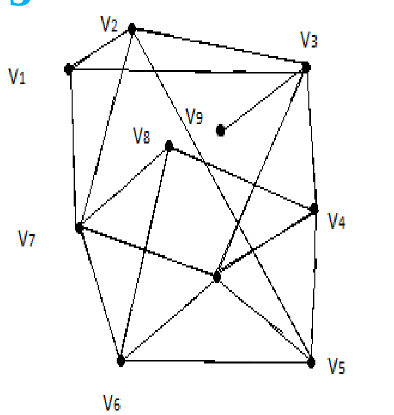
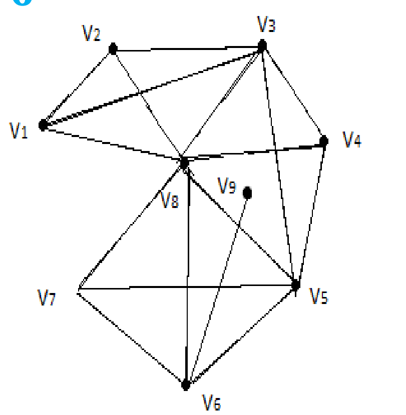
27

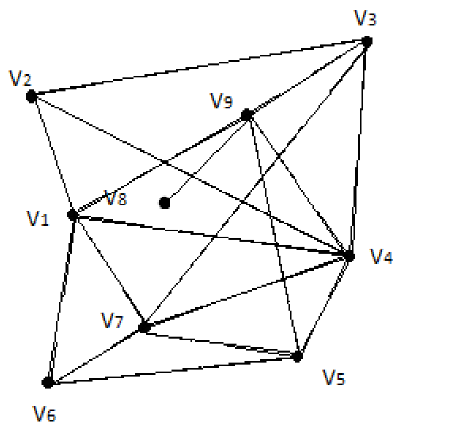
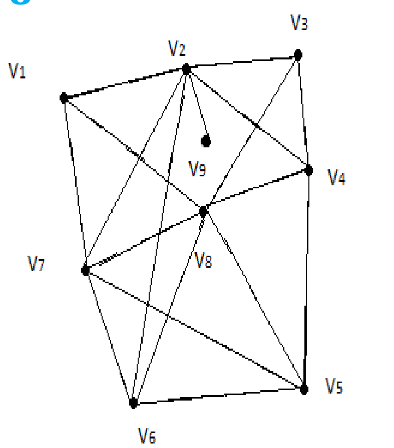
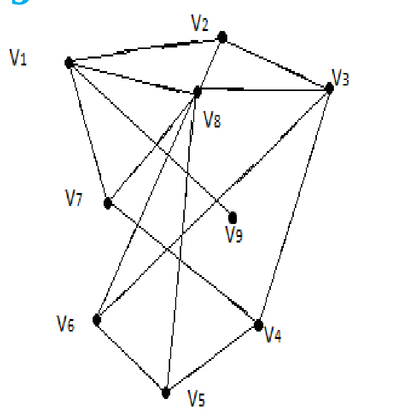


28	29	30
		

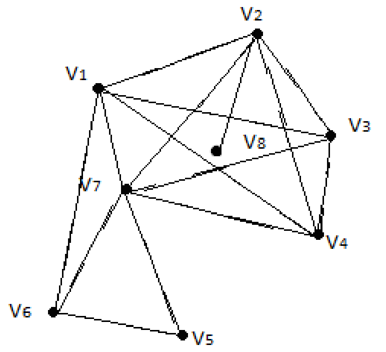
Завдання 2. Знайти таблицю суміжності та діаметр графа.

1	2	3
		

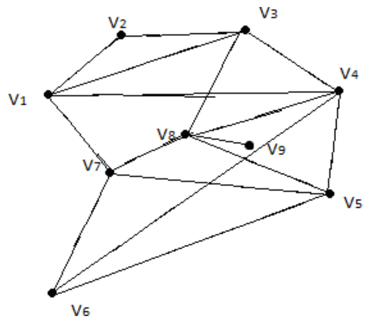
4	5	6
		

7	8	9
		

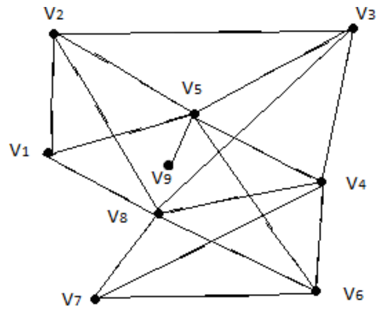
10



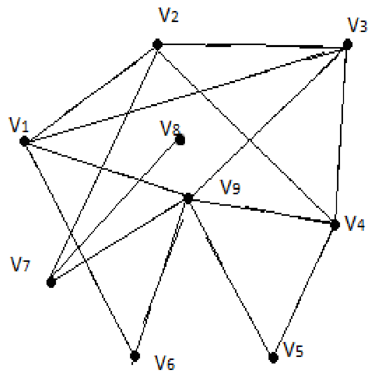
11



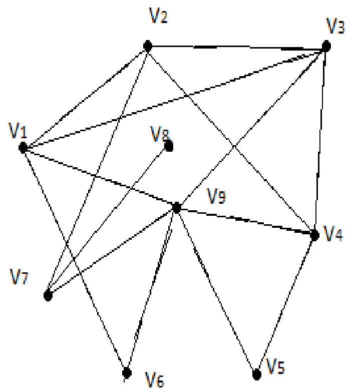
12



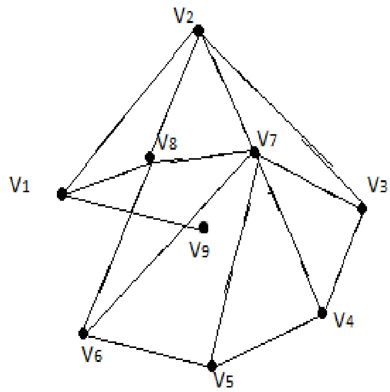
13



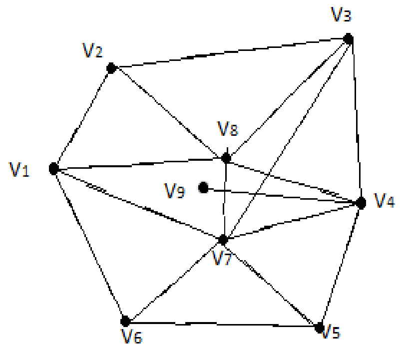
14



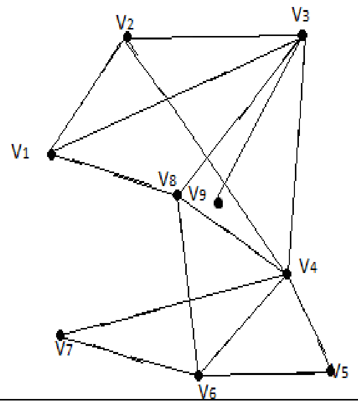
15



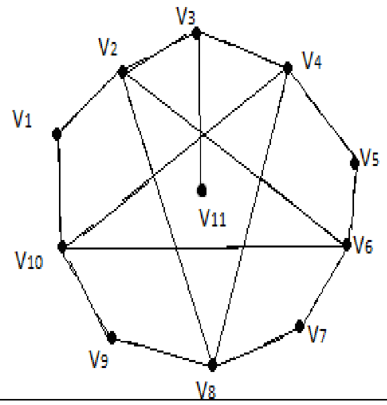
16



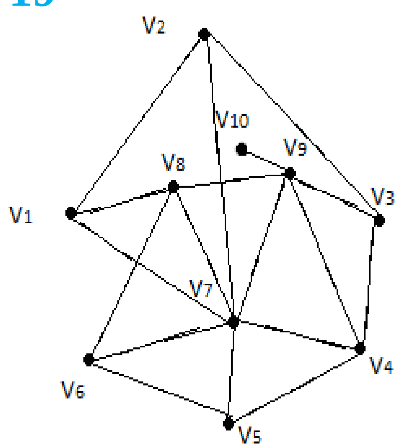
17



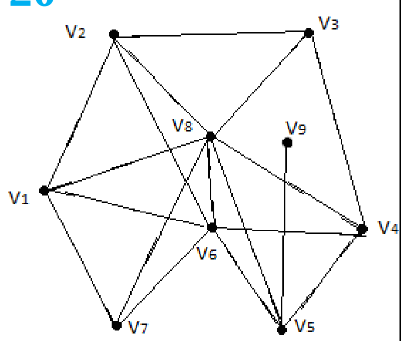
18



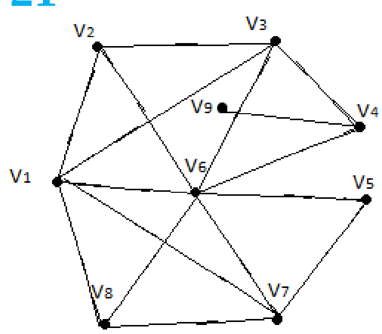
19

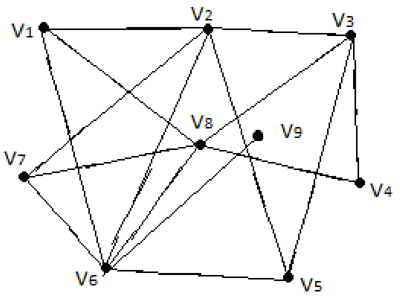
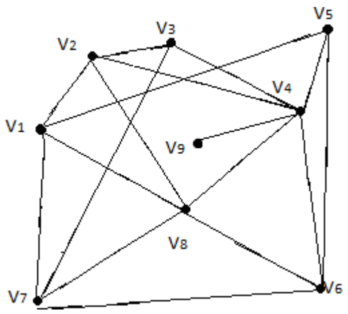
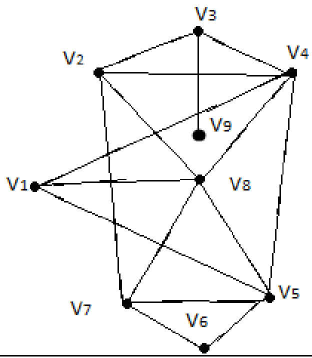
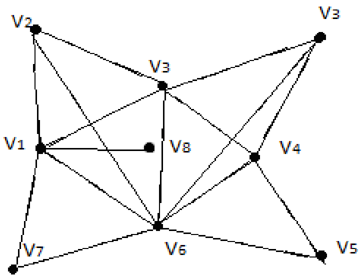
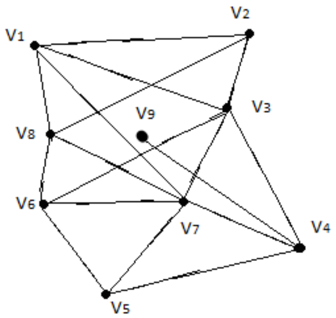
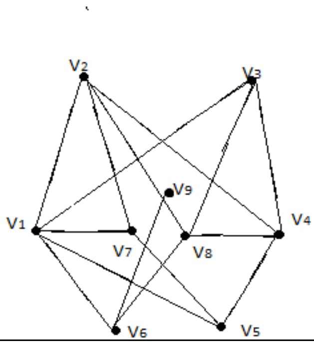
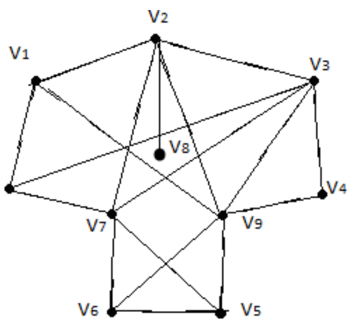
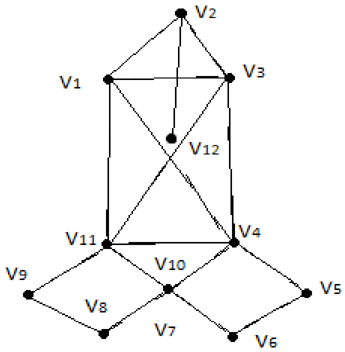
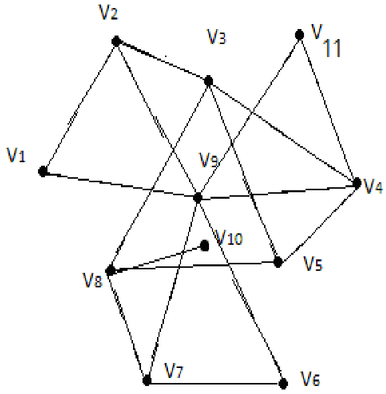


20

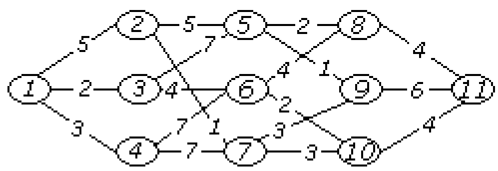
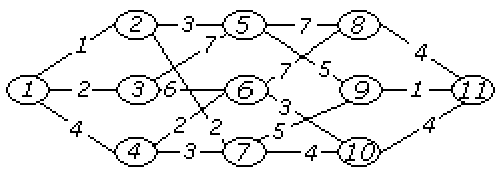
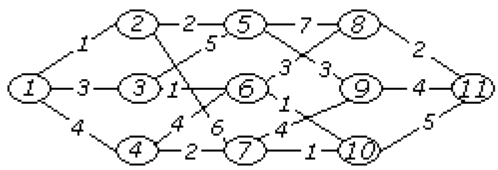
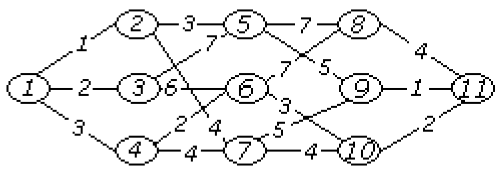


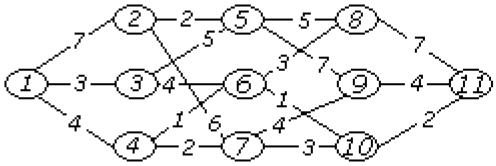
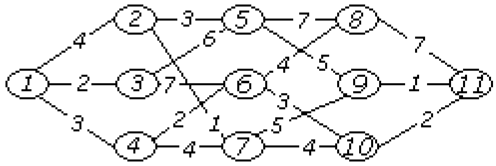
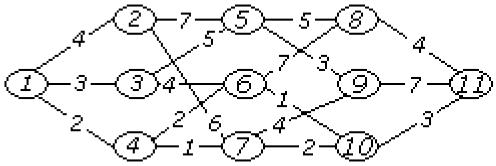
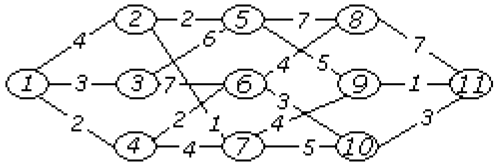
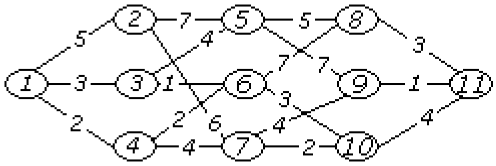
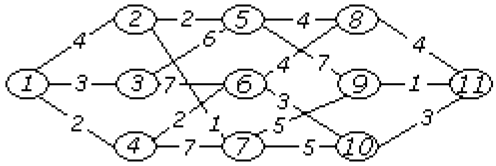
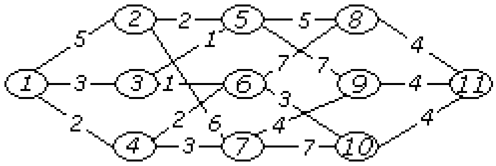
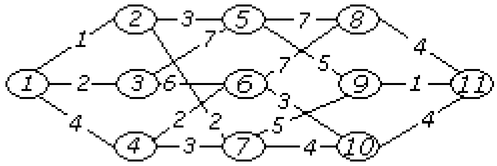
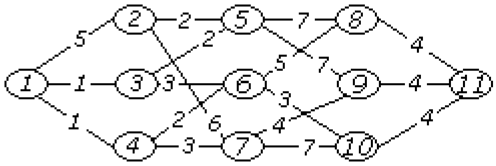
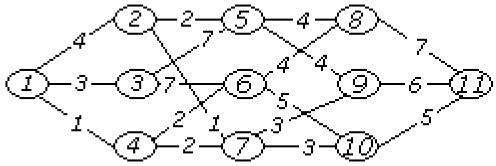
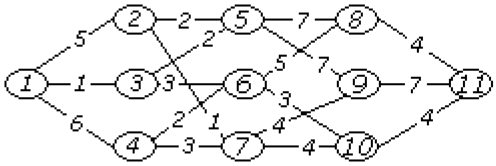
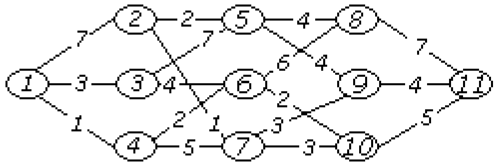
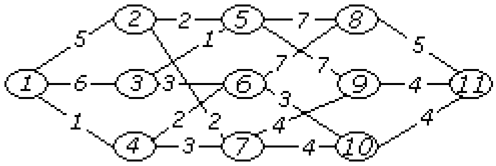
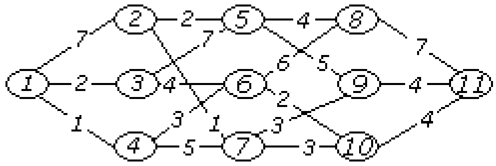
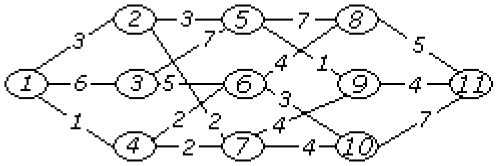
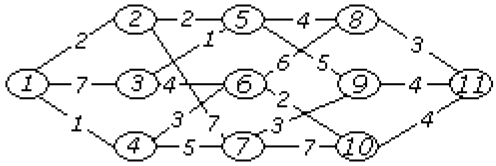
21

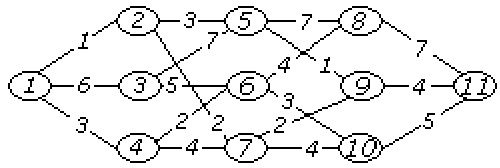
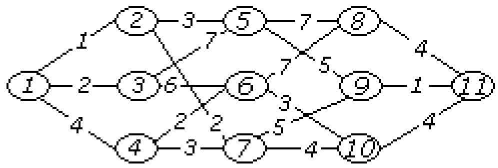
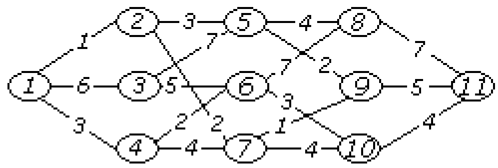
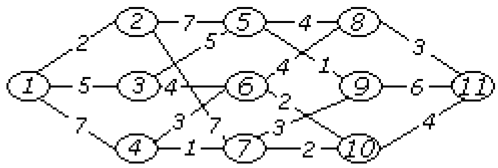
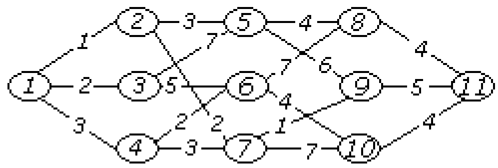
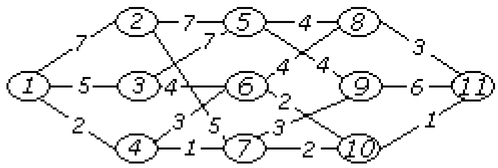
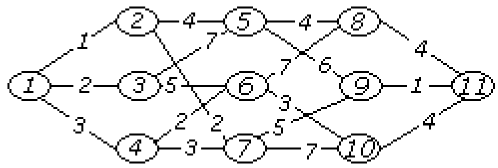
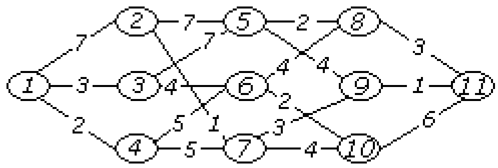
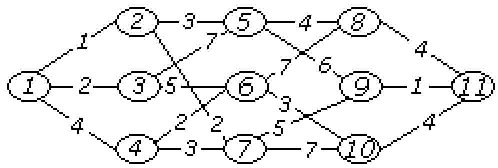
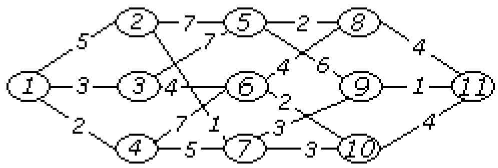


22 	**23** 	**24** 
25 	**26** 	**27** 
28 	**29** 	**30** 

Завдання 3. Знайти двома методами (Краскала і Прима) мінімальне остоведерево графа.

1		**16**	
2		**17**	

3		18	
4		19	
5		20	
6		21	
7		22	
8		23	
9		24	
10		25	

11		**26**	
12		**27**	
13		**28**	
14		**29**	
15		**30**	

Завдання 4. Написати програму, яка реалізує алгоритм знаходження остового дерева мінімальної ваги за алгоритмом Прима чи Краскала. Етапи розв'язання задачі виводити на екран. Протестувати розроблену програму на задачі 3 із завдання № 1.

Методичні рекомендації

Матриця інцидентності $\|\varepsilon_{ij}\|$– це матриця розміром mxn, де вертикально вказуються вершини, а горизонтально – ребра. На перетині i-го рядка та j-го стовпця число ε_{ij} визначається:

1. <u>Для неорієнтованого графу:</u>

$$\varepsilon_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ якщо ребро } e_i \text{ інциденто вершині } v_i; \\ 0, \text{ якщо ребро } e_i \text{ не інциденто вершині } v_i; \\ \alpha, \text{ якщо ребро } e_i - \text{ петля } (\alpha \neq 0,\ \alpha \neq 1). \end{cases}$$

2. <u>Для орієнтованого графу:</u>

$$\varepsilon_{ij} = \begin{cases} -1, \text{ якщо } v_i, \text{ початок ребра } \mathrm{e_i}; \\ 1, \text{якщо } v_i, \text{ кінець ребра } \mathrm{e_i}; \\ 0, \text{ якщо вони не інциденті}; \\ \alpha, \text{ якщо ребро } \mathrm{e_i} - \text{ петля}. \end{cases}$$

Відношення інцидентості можна задати ще списком ребер графа. Список ребер графа – це таблиця, що складається із трьох рядків. У першому перераховані всі ребра; у другому і третьому – інцидентні їм вершини:

- у випадку неорієнтованого графа порядок вершин у рядку довільний;

- у випадку орієнтованого графа першою записується вершина, де починається ребро (другий рядок), вершина, де закінчується ребро, записується у третій рядок.

Матриця суміжності графа $\|\delta_{ij}\|$- це квадратна матриця розміром nxn, де вертикально і горизонтально вказуються вершини графа. На перетинанні i -того і j -того рядків число δ_{ij} дорівнює:

- числу ребер, що з'єднують ці вершини у випадку неорієнтованого графа;

- числу ребер з початком в i -тій вершині і кінцем в j -тій вершині у випадку орієнтованого графа.

Таким чином, матриця суміжності неорієнтованого графа є симетричною, а орієнтованого – необов'язково.

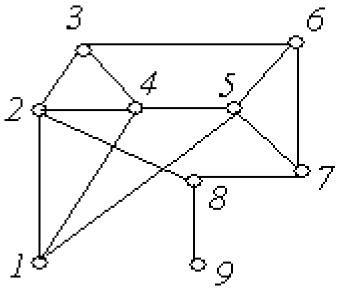
Як відзначалося вище, всі розглянуті способи завдання графів однозначно визначають граф. Виникає питання: чи можливо відновити граф по заданих матрицях інцидентності, суміжності або списку ребер? Очевидна позитивна відповідь.

По матриці суміжності число вершин визначається з розмірності матриці. Як було відзначено, матриця суміжності н-графа симетрична щодо головної діагоналі, і кількість ребер визначається верхнім правим трикутником матриці, розташованим над головною діагоналлю, включаючи останню.

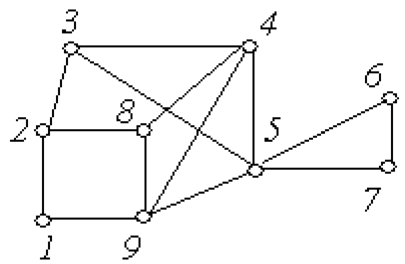
Тобто, число ребер н-графа дорівнює сумі елементів, розташованих на головній діагоналі і у верхньому правому трикутнику. У матриці суміжності орграфа симетрія відсутня, а число ребер дорівнює сумі всіх елементів матриці суміжності.

Контрольні питання

1. Дати визначення графу. З яких елементів він складається? Які вершини та ребра називаються суміжними та інцидентними?
2. Дати визначення неорієнтованому (н-графу) та орієнтованому (ор-графу) графам та їх елементам.
3. Дати визначення мультиграфу та простому графу.
4. Дати визначення пустому (нуль-графу) та повному графам.
5. Що називається доповненням графа?
6. Дати визначення степеню вершини графа. Сформулювати теореми про суму степенів вершин графу та кількість вершин непарного степеня.
7. Дати визначення степеню вершини орієнтованого графа.
8. Чим відрізняються орієнтовані та неорієнтовані графи?
9. Яким чином задається матриця суміжності для неорієнтованого графа.
10. Яким чином задається матриця суміжності для орієнтованого графа.
11. Чим відрізняється матриця суміжності від матриці інцидентності?
12. Як відбувається операція вилучення вершини в графі?
13. Як відбувається операція вилучення ребра в графі?
14. Визначити центр, периферійні точки, радіус, діаметр графа G, зображеного:



а)



б)

15. Побудувати доповнення графа G, зображеного на рис.1. Вказати, який з графів є зв'язаним.