

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ОПТИМІЗАЦІЇ

Приклад 1.

Розробити склад чавунного сплаву, стійкого в умовах абразивного зношування.

Для розв'язання цієї задачі визначаються із системою легування сплаву. Нею може бути С – Ті – Мп – Si. Співвідношення вхідних у систему елементів приймаємо виходячи з апріорної інформації про їх вплив на стійкість металу при роботі виробу в умовах абразивного зношування. При цьому кількість вуглецю визначається з урахуванням його вмісту у зносостійких сплавах. Верхній і нижній рівні за вуглецем визначали з урахуванням літературних і патентних даних. На підставі цих даних кількість вуглецю у сплаві обмежили в межах від 2,5 до 3,5%.

Одним з елементів, що створюють найтвердіші і найстійкіші карбіди, є титан. З вуглецем титан утворює сполуку TiC з широкою областю гомогенності. Мікротвердість карбіду титану становить близько 3200 кгс/см². У чавунах титан робить значний вплив як на графітизацію, так і на металеву матрицю. Наявність його у чавуні сприяє подрібненню структури і рафінуванню металу. З введенням у чавун титану понад 0,1% збільшується відпал. У зносостійких сплавах його зміст коливається у межах від 0,1 до 1,5%. З урахуванням апріорної інформації і теоретичних припущень кількість титану обмежили у межах від 4,0 до 1,0%.

Одним з важливих легуючих елементів є марганець, який сприяє перлітизації металевій матриці і розкислюванню металу. У складі білих чавунів його зміст не перевищує 1,2%. Для попередження гарячих тріщин його вводять до складу у кількості близько 0,6%. Тому кількість марганцю обмежена у межах від 0,6 до 1,2%.

Важливим легуючим елементом є кремній, який разом з вуглецем найбільше впливає на структуру і властивості сплавів. При невеликих концентраціях він стоншує структуру, а при концентрації більше 0,78% помітно впливає на графітизацію. У чавунах з мартенситною основою вміст кремнію не повинен перевищувати 0,6%. При вмісті його у чавуні більше 3,5% в структурі з'являється графіт, при цьому зменшуються властивості міцності. Тому при розробленні зносостійкого сплаву до його складу ввели кремній у кількості близько 0,7%.

При розв'язанні задачі з визначення оптимального складу здійснювали повний експеримент фактора 2³. За чинники x_1 , x_2 , x_3 були взяті вуглець, титан і марганець – елементи, що найефективніше впливають на підвищення зносостійкості сплавів. Як параметр оптимізації вибрали відносну зносостійкість при абразивному зношуванні. Як зразок порівняння використали метал, наплавлений порошковим дротом, який містить ітрій а.с.686214 СРСР. При плануванні експерименту використовували кодоване значення факторів +1 і -1. Для простоти запису одиниці опускаємо. Число дослідів, необхідних для реалізації всіх можливих поєднань рівнів факторів, визначаємо за формулою (4.6):

$$N = 2^K,$$

де число факторів K дорівнює 3; $N = 2^3 = 8$ (дослідів).

Вибір експериментальної області простору фактора виконуємо після аналізу апріорної інформації. У цій області вибирали підобласть для планування експериментів, для чого визначали рівень та інтервал варіювання. На основі огляду літературних і патентних джерел, а

також попередньої апробації одержаного металу встановили верхню і нижню межі вмісту елементів (рівні), що найсильніше впливають на утворення структури металу. У зв'язку з цим основний рівень був установлений:

- для вуглецю $\frac{3,5 + 2,5}{2} = 3,0$;
- для титану $\frac{4,0 + 1,0}{2} = 2,5$;
- для марганцю $\frac{1,2 + 0,6}{2} = 0,9$,

а інтервал варіювання:

- для вуглецю $3,5 - 3,0 = 0,5$;
- для титану $4,0 - 2,5 = 1,5$;
- для марганцю $1,2 - 0,9 = 0,3$.

При розв'язанні задачі дослідження залежності зносостійкості від складу сплаву математичну модель задаємо рівнянням регресії у вигляді лінійного полінома

$$y = \theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \theta_3 x_3 + \theta_{12} x_1 x_2 + \theta_{13} x_1 x_3 + \theta_{23} x_2 x_3 + \theta_{123} x_1 x_2 x_3, \quad (4.25)$$

де y – вихідний параметр; $\theta_0, \dots, \theta_3$ – коефіцієнти регресії; x_1, x_2, x_3 – фактори.

За наслідками проведених досліджень, з урахуванням встановлених верхнього і нижнього рівнів варіювання елементів, складаємо матрицю планування експериментів (табл. 4.11).

Коефіцієнти регресії математичної моделі (лінійного рівняння), що описує поверхню відгуку в локальній ділянці поблизу вибраного основного рівня, розраховували за формулою (7), звідки:

$$\theta_0 = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N}, \quad \theta_j = \frac{\sum_{i=1}^N y_i x_{ji}}{\sum_{i=1}^N x_{ji}^2}, \quad (4.26)$$

де N – кількість дослідів; x_{ji} = значення x_j в i -му досліді;

θ_j – коефіцієнт регресії i – го фактора; y – вільний член;

y_j – параметр оптимізації в i -му досліді. Тоді

Таблиця 4.11

Матриця планування 2^3

Найме-нування	Вільний член	C	Ti	Mn	CTi	CMn	TiMn	CTiMn	ϵ
Основний рівень		3,0	2,5	0,9					1,3
Інтервал варіювання		0,5	1,5	0,3					
Верхній рівень (+1)		3,5	4,0	1,2					
Нижній рівень (-1)		2,5	1,0	0,6					
Код досліду	X_0	X_1	X_2	X_3	$X_1 X_2$	$X_1 X_3$	$X_2 X_3$	$X_1 X_2 X_3$	y
1	+	-	-	-	+	+	+	-	0,4
2	+	+	-	-	-	-	+	+	0,7
3	+	-	+	-	-	+	-	+	1,7
4	+	+	+	-	+	-	-	-	1,6
5	+	-	-	+	+	-	-	+	0,73
6	+	+	-	+	-	+	-	-	0,75
7	+	-	+	+	-	-	+	-	1,54
8	+	+	+	+	+	+	+	+	1,48
	1,1125	-0,02	0,4675	0,0125	-0,06	-0,02	-	0,04	8,9

							0,0825		
--	--	--	--	--	--	--	--------	--	--

Коефіцієнти регресії математичної моделі (лінійного рівняння), що описує поверхню відгуку в локальній ділянці поблизу вибраного основного рівня, розраховували за формулою (7), звідки:

$$e_o = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N}, \quad e_j = \frac{\sum_{i=1}^N y_i x_{ji}}{N}, \quad (4.26)$$

де N – кількість дослідів; x_{ji} = значення x_j в i -му досліді;
 e_j – коефіцієнт регресії i – го фактора; y – вільний член;
 y_j – параметр оптимізації в i -му досліді. Тоді

$$e_o = \frac{0,4 + 0,7 + 1,7 + 1,6 + 0,73 + 0,75 + 1,54 + 1,48}{8} = 1,1125;$$

$$e_1 = \frac{-0,4 + 0,7 - 1,7 + 1,6 - 0,73 + 0,75 - 1,54 + 1,48}{8} = -0,02;$$

$$e_2 = \frac{-0,4 - 0,7 + 1,7 + 1,6 - 0,73 - 0,75 + 1,54 + 1,48}{8} = 0,4675;$$

$$e_3 = \frac{-0,4 - 0,7 - 1,7 - 1,6 + 0,73 + 0,75 + 1,54 + 1,48}{8} = 0,0125;$$

$$e_4 = \frac{0,4 - 0,7 - 1,7 + 1,6 + 0,73 - 0,75 - 1,54 + 1,48}{8} = -0,06;$$

$$e_5 = \frac{0,4 - 0,7 + 1,7 - 1,6 - 0,73 + 0,75 - 1,54 + 1,48}{8} = -0,03;$$

$$e_6 = \frac{0,4 + 0,7 - 1,7 - 1,6 - 0,73 - 0,75 + 1,54 + 1,48}{8} = -0,0825;$$

$$e_7 = \frac{-0,4 + 0,7 + 1,17 - 1,6 + 0,73 - 0,75 - 1,54 + 1,48}{8} = 0,04.$$

У результаті розрахунку були одержані такі коефіцієнти регресії: $x_o = 1,1125$; $x_1 = -0,02$;
 $x_2 = +0,4675$; $x_3 = +0,0125$; $x_{12} = -0,06$; $x_{13} = -0,03$;
 $x_{23} = -0,0825$; $x_{123} = +0,04$.

Для виключення помилки була вироблена рандомізація дослідів. Порядок проведення дослідів вибираємо за таблицею випадкових чисел. Після розрахунку коефіцієнтів регресії і перевірки їх статистичної значущості одержане рівняння регресії, що відкриває локальну ділянку поверхні відгуку:

$$Y = \varepsilon = 1,1125 - 0,02x_1 + 0,4675x_2 + 0,0125x_3 - 0,06x_{12} - 0,03x_{13} - 0,0825x_{23} + 0,04x_{123}. \quad (4.27)$$

Перевірка статистичної значущості показала, що всі коефіцієнти значущі. Тому рівняння (4.27) можна записати у вигляді

$$Y = 1,1125 - 0,02C + 0,4675Ti + 0,0125Mn - 0,06CTi + \\ + 0,03CMn - 0,825TiMn + 0,04CTiMn. \quad (4.28)$$

Перевірка адекватності за F-критерієм Фішера (табл. 4.12) показала, що рівняння (4.28) є адекватним. Коефіцієнти полінома є частковими похідними функції відгуку за відповідними змінними. За величиною коефіцієнтів регресії встановлюємо ступінь впливу кожного з факторів на параметр оптимізації, а за знаком – характер впливу. При цьому чим більше коефіцієнти, тим сильніше вплив фактора. Знак плюс вказує, що із збільшенням значення фактора величина параметра оптимізації зростає, а знак мінус – спадає. Знаки коефіцієнтів регресії вказують напрям руху по поверхні відгуку. Коефіцієнт v_0 не впливає на розрахунок градієнта. З рівняння випливає, що зносостійкість сплаву при абразивному зношуванні зростає із збільшенням концентрації титану і зменшенням концентрації вуглецю.

Для отримання сплаву з необхідною кількістю властивостей необхідно здійснити круте сходження за невідомою поверхнею відгуку. Для цього коефіцієнти регресії множимо на інтервал варіювання відповідних змінних. За одержаними значеннями плануємо серію дослідів крутого сходження. Як «одиничний крок» вибираємо значення, зручне для шихтування елемента, що найсильніше впливає на структуру, – титану. З урахуванням вибраного «одиничного кроку» для титану визначаємо одиничні кроки для решти елементів. При визначенні напрямку руху значення факторів змінювали пропорційно значенням відповідних коефіцієнтів регресії з урахуванням їх знаків. При реалізації крутого сходження (табл. 4.12) вже на першому кроці визначилося збільшення зносостійкості.

При подальшому русі по лінії крутого сходження (досліди 10, 11, 12) зносостійкість знижується. Це свідчить про те, що досягнута область екстремуму. Оптимальний склад зносостійкого сплаву буде такий (у масових відсотках): вуглець – 2,48; титан – 5,0; марганець – 0,606. Виконане круте сходження виявилось ефективним, оскільки результати дослідів перевищили кращий результат дослідів матриці планування.

Описана методика і наведений приклад складають скорочений варіант планування експерименту в матеріалознавстві методом Бокса-Уїлсона при пошуку оптимальних умов проходження процесів.

Коефіцієнти регресії наведених математичних залежностей можуть бути розраховані за допомогою методу якнайменших квадратів за програмою, що входить у математичне забезпечення для розв'язання задач оптимізації Excel 7.0. Оцінка достовірності рівняння регресії, також виконана у програмі Excel 7.0, дозволяє прийняти гіпотезу про адекватність регресійної моделі.

Стійкість наплавленого металу в умовах абразивного зношування забезпечується утворенням мартенситної структури і карбідів вольфраму, хрому, бору, цирконію, ітрію та ін. Утворення карбідів титану в наплавленому металі є надзвичайно важким процесом через складність введення у нього титану. Розроблений наплавлений метал, що має мартенситну структуру із включеннями до 20,0% карбідів титану, забезпечує високу стійкість до абразивного зношування й відповідає конструкторським вимогам до надійності й довговічності машин і механізмів.

Таблиця 4.12

Розрахунок кругого сходження

Найменування	С	Ti	Mn	ε
Код	x ₁	x ₂	x ₃	y
Дослід 3	2,5	4,0	0,6	1,7
Коефіцієнти v _i	0,02	0,4675	0,0125	
Коефіцієнти j, v _i , I _j	0,5	1,5	0,3	
	-0,01	0,7	-0,004	
Крок при зміні x ₂ на 1,0	-0,02	1,0		
Реалізований дослід 9	2,48	5,0	0,606	1,8
Нереалізовані:				
дослід 10	2,40	6,0	0,612	1,58
дослід 11	2,44	7,0	0,618	1,41
дослід 12	2,42	8,0	0,624	1,2

що має мартенситну структуру із включеннями до 20,0% карбідів титану, забезпечує високу стійкість до абразивного зношування й відповідає конструкторським вимогам до надійності й довговічності машин і механізмів.

Установлені закономірності впливу вуглецю, титану й марганцю на стійкість наплавленого металу до абразивного зношування дозволили розробити наплавлений метал, який утримує (мас. %): вуглецю 2,58 - 2,70, марганцю 0,58 - 0,63 і титану 5,16 - 5,24, що перевершує за стійкістю до абразивного зношування метал, наплавлений сплавом «Сормайт - 1» в 1,8 раза.

Приклад 2.

Розробити оптимальний склад полімерного композиційного матеріалу з бінарним наповнювачем і максимальною стійкістю до абразивного зношування.

Пошук оптимальних складів методом планування експерименту і його результати

При плануванні експерименту враховували, що невідома функція відгуку

$$Y = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_k),$$

де x_1, x_2, \dots, x_k – фактори варіювання, апроксимується поліномом

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i,j=1}^k \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \dots, \quad (4.29)$$

де $\beta, \beta_i, \beta_{ij}, \beta_{ii}$ – теоретичні коефіцієнти регресії.

У результаті реалізації плану експерименту знаходили чисельні значення коефіцієнтів регресії β_i . Рівняння (4.29) набирає вигляду

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i,j=1}^k \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \dots, \quad (4.30)$$

де y є оцінкою і розрахунковим значенням функції відгуку. Відповідно вибіркові коефіцієнти регресії є оцінкою генеральних коефіцієнтів:

$$\beta_0 > \beta_0; \quad \beta_i > \beta_i; \quad \beta_{ij} > \beta_{ij}; \quad \beta_{ii} > \beta_{ii}.$$

Рівняння (4.30) інтерпретували як математичний опис деякої геометричної поверхні у K – вимірному просторі – поверхні відгуку.

Як функцію відгуку вибрали:

1 Відносну абразивну зносостійкість I_0/I_k ,

де I_0 , I_k – питома інтенсивність зношування полімерної матриці і композита на її основі відповідно. Вона розраховувалася за формулою

$$I = \frac{\Delta V}{N \cdot L} \left[\frac{\text{мм}^3}{\text{Н} \cdot \text{м}} \right],$$

де ΔV – зношений об'єм композита; N – нормальне навантаження на зразок; L – шлях тертя.

Дослідження абразивного зношування проведені за схемою вал-частковий вкладиш. На сталевому валу діаметром 90 мм і завдовжки 300 мм закріплювався абразивний папір МС 1000х505Ш, 160С16М1300 (ГОСТ 6456-68). Зразок композита діаметром $10 \pm 0,1$ мм і заввишки $15 \pm 0,1$ мм торцем прироблявся, а потім проводили два паралельні досліди за новими слідами для однієї точки плану (швидкість ковзання 0,17 м/с; шлях тертя 10,2 м, час досліду 60 с). Реалізовувалося чотири плани для нормальних навантажень на зразок $P = 20, 50, 105$ і 160 Н. Питому інтенсивність зношування розраховували відповідно до загальноприйнятої методики.

2 Міцність при розриві (руйнівне напруження при розтягуванні) σ_{pp} , МПа.

Дослідження проводили на зразках у вигляді втулки із зовнішнім діаметром $50 \pm 0,05$ мм, внутрішнім діаметром $40 \pm 0,05$ мм і заввишки $10 \pm 0,05$ мм. Машина для випробувань – машина розривна 200IP-05 ГОСТ 7762-74. Проводили п'ять паралельних дослідів.

3 Відносне подовження при розриві ϵ , %.

Дослідження проводили на тих самих зразках, що і при випробуваннях на міцність при розриві.

4 Добуток міцності при розриві на відносне подовження при цьому ($\sigma_{pp} \epsilon$), МПа (ϵ у відносних одиницях).

На першій стадії експерименту розглядалася лінійна модель, оскільки не було відомо, яким ступенем полінома можна описати результати експерименту.

При побудові лінійної моделі знаходили чисельні значення коефіцієнта ϵ_0 і лінійних коефіцієнтів ϵ_i :

$$y = \epsilon_0 + \sum_{i=1}^k \epsilon_i x_i. \quad (4.31)$$

Досліджений композит складався з політетрафтор-етилену (фторопласту-4), низькомодульного вуглецевого волокна УТМ-8 з гідратцелюлози (вміст вуглецю 70%, густина $\eta = 1500$ кг/м³, міцність волокна 0,55 ГПа, модуль пружності 30-40 ГПа, температура кінцевої термообробки 8500С) і карбїду титану з густиною 4800 кг/м³.

Вуглецеві волокна в композиції мали діаметр $10 \pm \pm 0,8$ мкм і широкий об'ємний розподіл Вейбулла по довжинах (з параметрами $a = 226$ мкм, $\Delta = 1,68$):

$$\rho(\ell) = \frac{\Delta}{a} \cdot \frac{1}{\Gamma(1 + \frac{1}{\Delta})} \cdot (\ell/a)^\Delta \exp[-(\ell/a)^\Delta],$$

де $\rho(\ell)$ – густина розподілу, мкм⁻¹;

$\Gamma(x)$ – гамма-функція;

ℓ - довжина волокна, мкм.

Сфероїдальні частинки карбїду титану мали вузький розподіл по діаметру: менше 1 мкм – не більше 32%, основна фракція 1-2 мкм – не менше 60%, 2-3 мкм – не більше 7%, 3-5 мкм – не більше 1%.

Реалізували повний експеримент фактора $N=2^k=2^2=4$, де N – число дослідів плану; $K = 2$ – число факторів. Варійовані фактори і область факторного простору наведені нижче.

	$C_1(x)$, %	$C_2(x)$, %
Інтервал варіювання	5,658	7,779
Рівень варіювання		
- 1,0	6,342	4,221
0	12,0	12,0
+ 1,0	17,658	19,779

Тут C_1 – об'ємна концентрація вуглецевого волокна;

C_2 – концентрація карбїду титану.

Матриця планування і робоча матриця наведені у табл.4.13.

Перехід від натуральних до кодованих величин факторів варіювання здійснювали за формулою

$$x_{in} = \frac{C_{in} - C_{io}}{S_i},$$

де x_{in} – кодоване значення i -го фактора n – рівня;

C_{in} - натуральне значення i -го фактора n – рівня;

C_{io} - кодоване значення i -го фактора нульового рівня;

S_i - інтервал варіювання i -го фактора.

Досліди рандомізовані у часі.

Після реалізації плану (табл. 4.13) розраховали коефіцієнти рівняння

$$y = y_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2.$$

Перевірка лінійного рівняння на адекватність показала, що всі рівняння не адекватні.

Оскільки лінійного наближення недостатньо для опису об'єкта дослідження з потрібною точністю, то виникла необхідність побудови моделі у вигляді полінома другого ступеня:

$$y = \epsilon_0 + \sum_{i=1}^k \epsilon_i x_i + \sum_{i,j=1}^k \epsilon_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k \epsilon_{ii} x_i^2. \quad (4.32)$$

При числі факторів 3 корисними і дуже ефективними є ротатабельні плани другого порядку. Матрицю ПФЕ використовували як «ядро» ротатабельного плану другого порядку, «зоряні» точки будували на осях координат, визначаючи величину зоряного плеча α ; при цьому береться до уваги умова ротатабельності (для «ядра» у вигляді плану ПФЕ):

$$\alpha = 2^{k/4} = 2^{3/4} = 1,414.$$

Таблиця 4.13

Матриця планування і робоча матриця

Номер	x ₁	x ₂	C ₁ , %	C ₂ , %	Концентрація ППФЕ, %	Густина композита, кг/м ³	Рецептура		
							C ₁ *, мас.ч.	C ₂ *, мас.ч.	Концентрація ППФЕ, %
1	+1	+1	17,658	19,779	62,563	2,5907	26,487	94,939	137,639
2	+1	-1	17,658	4,221	78,121	2,1861	26,487	20,261	171,866
3	-1	+1	6,342	19,779	73,879	2,6699	9,513	94,939	162,534
4	-1	-1	6,342	4,221	89,437	2,2654	9,513	20,261	196,761

Загальне число дослідів N при ротатабельному плануванні визначається із співвідношення

$$N = 2^k + 2K + n_0 = n \text{ «ядра»} + n_\alpha + n_0,$$

де n_0 – число дослідів у центрі плану;

n_α – число «зоряних» точок.

Варійовані фактори і область факторного простору наведені нижче:

	C ₁ (x ₁), %	C ₂ (x ₂), %
Інтервал варіювання	5,658	7,779
Рівень варіювання:		
-1,414	1,5	1,0
-1,0	6,342	4,221
0	12,0	12,0
+1,0	17,658	19,779
+1,414	20,0	23,0

Досліди та їх повторення були рандомізовані у часі за допомогою таблиці випадкових чисел (табл. 2.3).

Коефіцієнти рівняння регресії

$$y = v_0 + v_1 x_1 + v_2 x_2 + v_{12} x_1 x_2 + v_{11} x_1^2 + v_{22} x_2^2 \quad (4.33)$$

визначали за такими формулами:

$$v_0 = \frac{2A}{N} \left[(\lambda_4^*)^2 (k+2) \sum_1^N y_n - c^* \lambda_4^* \sum_1^N \sum_1^k x_{in} y_n \right],$$

$$v_i = \frac{\sum_{n=1}^N x_{in} y_n}{N - n_o},$$

$$v_{ij} = \frac{C_2^*}{N \lambda_4^*} \cdot \sum_{j=1}^n x_{in} \cdot x_{jn} \cdot y_n,$$

Таблиця 4.14

Матриця планування і робоча матриця ротатбельного плану другого порядку

Номер	x ₁	x ₂	C ₁ , %	C ₂ , %	Концентрація ПТФЕ, %	Густина композига, кг/м ³	Рецептура			
							C ₁ *, мас.ч.	C ₂ *, мас.ч.	Концентрація ПТФЕ, %	
Ядро	1	+1	+1	17,658	19,779	62,563	2,5907	26,487	94,939	137,539
	2	+1	-1	17,658	4,221	78,121	2,1861	26,487	20,261	171,866
	3	-1	+1	6,342	19,779	73,879	2,6699	9,513	94,939	162,534
	4	-1	-1	6,342	4,221	89,437	2,2654	9,513	20,261	196,761
«Зоряна область»	5	+1	0	20,0	12,0	68,0	2,3720	30,0	57,6	149,6
	6	-1,414	0	1,5	12,0	84,0	2,4465	6,0	57,6	184,8
	7	0	+1,414	12,0	23,0	65,0	2,7140	18,0	110,4	143,0
	8	0	-1,414	12,0	1,0	87,0	2,1420	18,0	4,8	191,4
Нульова область	9	0	0	12,0	12,0	76,0	2,4280	18,0	57,6	167,2
	10	0	0	12,0	12,0	76,0	2,4280	18,0	57,6	167,2
	11	0	0	12,0	12,0	76,0	2,4280	18,0	57,6	167,2
	12	0	0	12,0	12,0	76,0	2,4280	18,0	57,6	167,2
	13	0	0	12,0	12,0	76,0	2,4280	18,0	57,6	167,2

У результаті реалізації плану одержані дані, наведені у табл. 4.15.

Таблиця 4.15

Результати реалізації плану другого порядку

Номер заходу	Відносна абразивна зносостійкість $l_o/1_\kappa$			σл, МПа	ε, %	(σл · ε), МПа
	P = 50 Н	P = 105 Н	P = 160 Н			
1	1,2390	1,0967	1,0776	15,63	15,32	2,395
2	1,1847	1,0271	1,2087	18,62	98,25	18,294
3	1,8726	1,7412	1,7326	17,84	84,93	15,152
4	1,4635	1,3073	1,4083	19,55	232,77	45,507
5	1,2040	1,0367	1,0595	17,90	49,51	8,862
6	1,8728	1,6184	1,9500	19,98	205,41	41,041
7	1,4520	1,2271	1,2676	16,41	23,18	3,804
8	1,1769	1,0195	1,2263	19,02	200,85	37,157
9	1,5552	1,3261	1,5015	18,50	113,86	21,064
10	1,5959	1,3146	1,4774	18,61	106,80	18,875
11	1/4322	1,3261	1,3804	18,95	118,67	22,488
12	1,6243	1,2853	1,4509	18,85	115,97	21,860
13	1,5794	1,2247	1,4075	18,38	101,39	18,635

$$\sigma_{ii} = \frac{FC^{*2}}{N} \left[(\kappa + 2)\lambda_4^* - \kappa \right] \sum_1^N x_{in}^2 y_n + \frac{AC^{*2}}{N} (1 - \lambda_4^*) \sum_1^N \sum_1^\kappa x_{in}^2 y_n - \frac{2AC}{N} \lambda_4^* \cdot \sum_1^N y_n,$$

$$\text{де } C^* = \frac{N}{N - n_o};$$

$$A = \frac{1}{2\lambda_4^* [(\kappa + 2)\lambda_4^* - \kappa]};$$

$$\lambda_4^* = \frac{\kappa C^*}{\kappa + 2}.$$

У результаті одержані такі рівняння регресії:

N = 20 Н,

$$l_o/1_\kappa = 1,1760 - 0,2231X_1 + 0,1352X_2 - 0,602X_1X_2 - 0,0056X_1^2 - 0,1698X_2^2;$$

N = 50 Н,

$$l_o/1_\kappa = 1,5578 - 0,2323X_1 + 0,1065X_2 - 0,887X_1X_2 - 0,0075X_1^2 - 0,1195X_2^2;$$

N = 105 Н,

$$l_o/1_\kappa = 1,2957 - 0,2184X_1 + 0,0996X_2 - 0,0911X_1X_2 + 0,0317X_1^2 - 0,0704X_2^2;$$

N = 160 Н,

$$l_o / l_k = 1,4439 - 0,2642X_1 + 0,314X_2 - 0,1138X_1X_2 + \\ + 0,0245X_1^2 - 0,0444X_2^2;$$

$$\sigma_{pp} = 18,6625 - 0,7601X_1 - 1,0488X_2 - 0,32X_1X_2 + 0,0184X_1^2 - - 0,5939X_2^2;$$

$$\varepsilon = 111,3667 - 53,0715X_1 - 60,2994X_2 + 16,2275X_1X_2 + \\ + 4,9654X_1^2 - 2,7548X_2^2;$$

$$\sigma_{pp} \cdot \varepsilon = 20,7899 - 10,6839X_1 - 11,6769X_2 + 3,6140X_1X_2 + \\ + 1,4668X_1^2 - 0,768X_2^2.$$

За нульовою областю дисперсія відтворюваності обчислюється за формулою

$$S_{\{y\}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_o} (y_{oi} - \bar{y}_o)^2}{n_o - 1},$$

де y_{oi} - результат окремого дослідження в нульовій точці;

\bar{y}_o - середнє арифметичне дослідів у нульовій точці;

n_o - число дослідів у нульовій точці.

Перевірка значущості коефіцієнтів регресії з 95% довірчою вірогідністю проводилася виходячи з припущення, що величина коефіцієнта більше від довірчого інтервалу, визначуваного співвідношенням:

$$v_i - 2,18S_{\{v_i\}} \leq \beta_i \leq v_i + 2,18S_{\{v_i\}},$$

тут 2,18 – значення t-критерію при довірчій вірогідності 95% і числі дослідів $N = 13$;

$S_{\{v_i\}}^2$ - дисперсія, пов'язана з помилками у визначенні коефіцієнтів регресії, визначувана за такою формулою:

$$S_{\{e_o\}}^2 = \frac{2A\lambda_4^*(\kappa + 2)}{N} S_{\{y\}}^2,$$

$$S_{\{e_i\}}^2 = \frac{S_{\{y\}}^2}{N - n_o},$$

$$S_{\{e_{ij}\}}^2 = \frac{AC^2[(\kappa + 1)\lambda_4^* - (\kappa - 1)]}{N} \cdot S_{\{y\}}^2.$$

Після розрахунку довірчих інтервалів і відкидання незначущих коефіцієнтів одержані рівняння перевіряли на адекватність за критерієм Фішера:

$$F = \frac{S_{ад}^2}{S_{\{y\}}^2},$$

де $S_{ад}^2$ - дисперсія адекватності, що визначається за формулою

$$S_{ад}^2 = \frac{\sum_1^N (y_n - \hat{y}_n)^2 - \sum_1^{n_o} (y_{on} - \bar{y}_o)^2}{N - \theta - (n_o - 1)},$$

де y_n – результати окремих дослідів, включаючи і повторення в нульовій точці;

\hat{y}_n - розрахункове значення функції відгуку в n-й точці;

θ - число коефіцієнтів (включаючи і θ_0) рівняння, що перевіряється на адекватність.

Перевірка показала, що одержані результати адекватно $\{F_T(f_{ад} = 4; f_{\bar{y}} = 4; j = 0,05) = 6,39\}$

описуються такими рівняннями:

$N = 20$ Н,

$$I_0 / I_{\kappa} = 1,7560 - 0,2231X_1 + 0,1352X_2 - 0,0602X_1X_2 - 0,1698X_2^2 \quad N = 50 \text{ Н},$$

$$\{F_p = 0,09; S_y^2 = 0,035\};$$

$$I_0 / I_{\kappa} = 1,5578 - 0,2323X_1 + 0,1065X_2 - 0,887X_1X_2 - 0,1195X_2^2 \quad N = 105 \text{ Н}$$

$$\{F_p = 0,07; S_y^2 = 0,0055\};$$

$$I_0 / I_{\kappa} = 1,2957 - 0,2184X_1 + 0,0996X_2 - 0,0911X_1X_2 - 0,0704X_2^2$$

$$\{F_p = 3,97; S_y^2 = 0,0018\};$$

$N = 160$ Н,

$$I_0 / I_{\kappa} = 1,4439 - 0,2642X_1 + 0,0314X_2 - 0,1138X_1X_2 - 0,0444X_2^2$$

$$\{F_p = 3,22; S_y^2 = 0,0025\};$$

$$\sigma_{pp} = 18,6625 - 0,7601X_1 - 1,0488X_2 - 0,32X_1X_2 - 0,5939X_2^2$$

$$\{F_p = 2,21; S_y^2 = 0,125\};$$

$$\varepsilon = 111,3667 - 53,0715X_1 - 60,2994X_2 + 16,2275X_1X_2 + 4,9654X_1^2$$

$$\{F_p = 2,61; S_e^2 = 5,475\};$$

$$\sigma_{pp} \cdot \varepsilon = 20,7899 - 10,6839X_1 - 11,6769X_2 + 3,6140X_1X_2 +$$

$$+ 1,4668X_1^2 - 0,768X_2^2;$$

$$\{F_p = 2,29; S_y^2 = 5,475\};$$

де F_p, F_T – значення критерію Фішера розрахункове і табличне відповідно;

$f_{ад}$, $f_{\bar{y}}$ - число ступенів вільності дисперсії адекватності і відтворюваності;
 j – рівень значущості (рівень ризику) при оцінці адекватності рівняння відповідно до [3].

Приклад 3.

Розробити наплавлений метал, ідентичний високоміцному чавуну.

На підставі літературного огляду, теоретичних досліджень і проведених експериментів встановлено, що для одержання в наплавленому металі високоміцного чавуну з глобулярним графітом необхідно, щоб у ньому засвоїлися вуглець, кремній і кальцій.

Виходячи з термодинамічного аналізу, можна сказати, що застосування чистого кальцію при формоутворенні наплавленого металу практично неможливо. Це пов'язане з більшою спорідненістю кальцію з киснем, у результаті чого відбувається швидке його окислювання. Тому кальцій необхідно застосовувати у вигляді його сполук, які були б стійкими у нормальних умовах повітряного середовища й не були б гідроскопічними або піддавалися впливу вологи.

Проведені експерименти щодо засвоєння у наплавленому металі чистих рідкоземельних металів, їх солей, а також оксидів показали, що використання їх як глобуляризаторів недоцільно або неможливо з різних причин. Тому як глобуляризатор графіту був обраний кальцій у складі феросилікокальцію, одночасно вводиться й кремній, чим обмежується кількість кальцію. Щоб збільшити міцність наплавленого металу й сприяти утворенню глобулярного графіту, додатково включено до складу порошкового дроту кальцій, що входить до складу плавикового шпату. Тому для одержання у наплавленому металі необхідної кількості вуглецю, кремнію й кальцію до складу порошкового дроту включили такі інгредієнти: графіт, феросилікокальцій і плавиковий шпат.

У результаті проведених попередніх досліджень встановлено, що при введенні до складу порошкових дротів графіту, феросилікокальцію й плавикового шпату, що містять у своїй сполуці вуглець, кремній і кальцій, коефіцієнт їх переходу у наплавлений метал буде становити для вуглецю 0,5; кремнію - 0,7 і кальцію - 0,025. Для виготовлення порошкових дротів були обрані такі інгредієнти, що містять вуглець, кальцій і кремній: графіт електродний ГЕІ - 1 (ДЕРЖСТАНДАРТ 17022-81), плавиковий шпат (ДЕРЖСТАНДАРТ 7618-83), феросилікокальцій (ДЕРЖСТАНДАРТ 4762-77Е), стрічка сталева Ст08кп ОМ 2 0,6x15 ДЕРЖСТАНДАРТ 503-81. Введення до складу шихти електродного графіту забезпечує гарне його засвоєння у зварювальній ванні при максимальному переході вуглецю у розплавлений метал. Кількість вуглецю у наплавленому металі обмежували в межах 2,1 - 3,5%. Така кількість вуглецю у наплавленому металі достатня для одержання доєвтектичного чавуну. Кремній у складі наплавленого металу засвоювався з уведеного до складу порошкового дроту феросилікокальцію. Кількість кремнію у наплавленому металі обмежували по нижньому й верхньому рівнях від 2,0 до 3,0%. Вміст у цих межах кремнію у наплавленому металі забезпечує високу міцність високоміцного чавуну. Збільшення або зменшення відсоткового вмісту кремнію у наплавленні спричиняє зниження міцності. Тому доцільно обмежуватися встановленими межами. Для обмеження кремнію по верхній межі й збільшення кількості кальцію до складу порошкового дроту вводять, крім феросилікокальцію, плавиковий шпат. Збільшення кількості феросилікокальцію у складі шихти спричинило б збільшення у

наплавленому металі кальцію, але в той же час підвищився б і відсотковий вміст кремнію. Якщо збільшення кальцію спричиняє корисну дію на глобуляризацію графіту, то підвищення кількості кремнію сприяло б утворенню силікофериту й відповідно зниженню міцності наплавленого металу. Тому введення до складу шихти плавикового шпату дозволило зменшити кількість кремнію при переході його з феросилікокальцію. Введення до складу порошкового дроту кальцію, крім його глобуляризуючої дії, доцільно так само, як і гарного стабілізатора дугового процесу. Кількість кальцію у наплавленому металі обмежили в межах від 0,02 до 0,05%.

Застосовуючи математичний метод планування експерименту $N = 2^3$, визначали оптимальну сполуку наплавленого металу. За фактори X_1, X_2, X_3 обрані вуглець, кальцій і кремній. Як параметр оптимізації Y прийнятий тимчасовий опір при розтяганні (σ_{θ}). Число дослідів, необхідних для реалізації всіх можливих сполучень рівнянь факторів, визначали за формулою 4.6. На основі раніше обґрунтованих верхніх і нижніх меж (рівнів) вуглецю, кальцію й кремнію визначали основний рівень, що становив відповідно 2,8, 0,03, і 2,5. Інтервал варіювання для вуглецю становив 0,7, для кальцію - 0,01, а для кремнію - 0,5. При вирішенні завдання дослідження залежності кількості включень глобулярного графіту в наплавленому металі від сполуки порошкового дроту математичну модель задано рівнянням регресії виду лінійного полінома (4.25).

За результатами проведених досліджень із урахуванням установлених верхньої й нижньої меж рівнів варіювання елементів склали матрицю планування експериментів (табл.4.16).

Коефіцієнти регресії математичної моделі, що описує поверхню відгуку в локальній ділянці поблизу обраного основного рівня, розраховали за формулами (4.26). У результаті розрахунку були отримані такі коефіцієнти регресії:

$$B_0 = 381,25; B_1 = 16,25; B_2 = 51,25; B_3 = 1,25; B_4 = -31,25; \\ B_5 = -8,75; B_6 = -3,75; B_7 = 8,75.$$

Для уникнення помилки була зроблена рандомізація дослідів. Порядок проведення дослідів вибирали за таблицею випадкових чисел (табл.2.3).

Таблиця 4.16

Матриця планування експерименту $N = 2^3$

Найменування	Вільний член	C	Ca		Si	CCa	CSi	CaSi	CCaSi	Часовий опір при розтягуванні σ_{θ}
Основний рівень		2,8	0,035		2,5					400
Інтервал варіювання		0,7	0,015		0,5					
Верхній рівень (+1)		3,5	0,05		3,0					
Нижній рівень (-1)		2,1	0,02		2,0					
Код дослідів	X_0	X_1	X_2		X_3	X_1X_2	X_1X_3	X_2 X_3	$X_1X_2X_3$	Y

1	+	-	-		-	+	+	+		320
2	+	+	-		-	-	-	+	+	320
3	+	-	+		-	-	+	-	+	380
4	+	+			-	+	-	-	-	490
5	+	-	-		+	+	-	-	+	360
6	+	+	-		+	-	+	-	-	310
7	+	-	+		+	-	-	+	-	390
8	+	+	+		+	+	+	+	+	470

Після розрахунку коефіцієнтів регресії й перевірки їх статичної значущості отримане рівняння регресії, що описує локальну ділянку поверхні відгуку:

$$Y = \sigma_6 = 381,25 + 16,25C + 51,25Ca + 1,25Si + 31,25CCa - 8,75CSi - 3,75CaSi + 8,75CCaSi. \quad (4.34)$$

Перевірка адекватності за критерієм Фішера F (4.17) показала, що рівняння (4.34) є адекватним. Коефіцієнти полінома є частинними похідними функціями відгуку за відповідними змінними. За величиною коефіцієнтів регресії встановлюємо ступінь впливу кожного з факторів на параметр оптимізації, а за знаком – характер впливу. Знаки коефіцієнтів регресії вказують напрямок руху по поверхні відгуку. Коефіцієнт B_0 не впливає на розрахунок градієнта. Рівняння (4.34) показує, що тимчасовий опір при розтяганні у наплавленому металі зростає зі збільшенням концентрації кальцію. За коефіцієнтами рівняння розраховували напрям руху до області оптимуму за самим коротким шляхом. Для цього виконували круте сходження по невідомій поверхні. За отриманим значенням намічали серію дослідів крутого сходження. За «одиничний крок» вибрали значення, зручне для шихтування найбільше, що сильно впливає на структуру елемента - кальцію. З урахуванням обраного «одиничного кроку» для кальцію визначали одиничні кроки для інших елементів. При визначенні напрямку руху значення факторів змінювали пропорційно значенням відповідних коефіцієнтів регресії з урахуванням їх знаків. При реалізації крутого сходження вже на першому кроці (дослід 9) одержали найбільше значення тимчасового опору при розтяганні, що становило 510 МПа (табл. 4.17). Для порівняння у сплавів 4 і 8, що мають найвищий тимчасовий опір при розтяганні із всіх сплавів матриці планування, воно становить відповідно 470 і 490 МПа. При подальшому просуванні по крутому сходженню (досліди 10 і 11) тимчасовий опір при розтяганні не збільшується. Це свідчить про те, що досягнуто область екстремуму. Оптимальна сполука наплавленого металу така (мас.%): вуглець – 3,6; кремній – 2,0055; кальцій – 0,0445. Виконане круте сходження виявилось ефективним, тому що результати дослідів перевищили кращий дослід матриці планування (табл. 4.17).

Таблиця 4.17

Розрахунок крутого сходження

Найменування	C	Ca	Si	σ_6
Код	X_1	X_2	X_3	Y
Дослід 4	3,5	0,05	2,0	490
Коефіцієнти B	16,25	51,25	1,25	
Інтервал варіювання X_1	0,7	0,01	0,5	
$B_i \times X_i$	11,375	0,5125	0,625	
Крок i	0,1	0,0045	0,0055	
Реалізований дослід 9	3,6	0,0545	2,0055	510
Реалізований дослід 10	3,7	0,059	2,011	480
Реалізований дослід 11	3,8	0,0635	2,0165	460

Металографічними дослідженнями визначено, що розроблений наплавлений метал має глобулярну форму графіту ЩГ д45 з кількістю включень до 10,0 % (ЩГ10).

У результаті виконаної роботи встановлено, що одержуваний у цей час наплавлений метал при заварці дефектів на виливках з високоміцного чавуну існуючими порошковими дротами не завжди за структурою й властивостями ідентичний основному, крім того, він має у своїй сполуці дефіцитні й дорогі глобуляризуючі елементи – ітрій, церій, лантан та ін., що значно підвищує його вартість. Виявлені закономірності переходу досліджуваних елементів зі зварювальних матеріалів у наплавлений метал дозволили правильно вибрати необхідні інгредієнти для шихти порошкового дроту графіту, феросилікокальцій і плавиковий шпат, що містять у своїй сполуці недефіцитні й недорогі елементи – вуглець, кремній і кальцій, що сприяють утворенню наплавленого металу, який має тимчасовий опір при розтяганні $\sigma_{\sigma} = 510$ Мпа, і глобулярну форму графіту.

Всі обчислення за наведеними вище формулами проводилися за програмою на ПЕВМ.

ПИТАННЯ ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЮ ДО СРС

1. Перелічіть методи емпіричного і теоретичного пізнання.
2. Види наукових досліджень і їхня класифікація.
3. Сформулюйте визначення поняття метод наукових досліджень.
4. Приведіть класифікацію методів наукового дослідження.
5. Назвіть загальнонаукові методи дослідження.
6. Дайте характеристику методів емпіричного дослідження.
7. Перелічіть і дайте характеристику методів теоретичного дослідження.
8. Опишіть метод аналізу і синтезу.
9. Що таке експеримент в наукових дослідженнях? Дайте його характеристику.
10. Що таке синергетичний підхід у наукових дослідженнях? Для вивчення яких систем цей підхід застосовується?
11. Дайте характеристику методологічним підходам, що використовуються в області технічних наук.
12. На які запитання дає експериментаторові відповіді теорія експерименту?
13. Що є основою теорії експерименту?
14. Як поділяються експерименти за структурою?
15. На які експерименти поділяють наукові дослідження за стадіями?
16. Які експерименти відносять до лабораторних?
17. У яких випадках проводять стендові дослідження?
18. Коли необхідно проводити промисловий експеримент?
19. На які класи поділяють експерименти за знаходженням моделі об'єкта?
20. Яке розходження мають експерименти за способом проведення?
21. На чому базується пасивний експеримент?
22. Яким чином проводиться активний експеримент?
23. Чим характеризується активно-пасивний експеримент?
24. Що є метою експерименту?