

ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТУ

План викладу матеріалу

- 7.1. Реалізація плану експерименту
- 7.2. Помилка паралельних дослідів і перевірка однорідності дисперсій
- 7.3. Перевірка значущості коефіцієнтів
- 7.4. Круте сходження по поверхні відгуку

7.1. Реалізація плану експерименту

Перш ніж проводити експерименти, необхідно ретельно підготуватися: зібрати дослідну установку, перевірити прилади, підготувати сировину, скласти спеціальний журнал і т.д. У журналі першу сторінку можна присвятити вибору мети дослідження і параметрам оптимізації із зазначенням їх розмірності. Бажано перелічити усі параметри, які можуть бути характеристиками процесу, і зазначити, яка між ними існує кореляція. Якщо ж відомості про кореляцію відсутні, доцільно підрахувати коефіцієнти парної кореляції, перевірити їх значущість і виділити групу некорельованих параметрів. На другій сторінці перелічити фактори і помістити таблицю рівнів факторів та інтервалів варіювання. Матрицю планування зручно розмістити на розвороті журналу. У ній доцільно проставляти не тільки кодові значення факторів, але й натуральні.

При складанні робочої матриці планування необхідно залишити місце для стовпчиків, у яких зазначаються дати поставлення дослідів. Окремі сторінки потрібно відвести для розрахунків, які необхідні для визначення кількості усіх компонентів і т.д., а також для аналізу результатів експерименту.

Перш ніж проводити експерименти, необхідно:

- стисло описати процеси, об'єкти;
- дати формулювання мети дослідження;
- зробити вибір параметрів оптимізації;
- визначитися з бажаним результатом, числом і точністю вимірювань;
- встановити, який результат вважатиметься відмінним, добрим, задовільним або незадовільним.

При виборі факторів потрібно:

- скласти список усіх «підозрюваних» факторів, які можуть впливати на процес;
- скласти список факторів, що включаються в реальний експеримент;
- встановити, чи існують можливості встановлення значення фактора на будь-якому заданому рівні;
- визначити, чи зберігаються задані значення рівнів протягом дослідів;
- передбачити, чи можуть деякі комбінації рівнів факторів призвести до зупинення процесу (вибух, нетехнологічність і т.д.).

При визначенні числа дослідів необхідно:

- визначитися з бажаним числом дослідів, обмеженнями на число дослідів;
- встановити бажаний термін проведення дослідження;
- встановити тривалість проведення одного дослідів;

- розрахувати вартість і витрати праці при проведенні одного досліджу;
- визначити число рівнів для одного фактора;
- визначити можливість проведення паралельних дослідів;
- встановити стратегію проведення дослідів (по одному за день і т.д.).

При проведенні експериментальної частини повинна враховуватися апріорна інформація.

З неї необхідно врахувати таке:

- умови і результати, досягнуті при вивченні аналогічних процесів;
- результати попереднього експерименту і дані (літературні і природні) про величину помилки експерименту;
- взаємодію факторів.

7.2 Помилка паралельних дослідів і перевірка однорідності дисперсій

Поставлення паралельних (повторних) дослідів не дає повністю збіжних результатів, тому що завжди існує помилка досліджу. Помилку досліджу визначають за паралельними дослідями. Для цього дослід проводиться по можливості в однакових умовах кілька разів і потім береться середнє арифметичне всіх результатів. Середнє арифметичне \bar{y} дорівнює сумі усіх n окремих результатів, поділених на кількість паралельних дослідів n :

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n} = \frac{\sum_1^n y_q}{n} \quad (4.19)$$

Відхилення результату досліджу від середнього арифметичного можна подати як різницю $y_q - \bar{y}_1$, де y_q – результат окремого досліджу. Наявність відхилення свідчить про мінливість, варіацію значень повторних дослідів. Для вимірювання цієї мінливості використовують дисперсію. **Дисперсією називається середнє значення квадрата відхилень величини від її середнього значення.** Дисперсія позначається S^2 і виражається формулою

$$S^2 = \frac{\sum_1^n (y_q - \bar{y})^2}{n-1}, \quad (4.20)$$

де $n-1$ – число ступенів вільності, що дорівнює кількості дослідів, мінус одиниця.

Перевірка однорідності дисперсій проводиться за допомогою різних статистичних критеріїв. Простим з них є критерій Фішера (F-критерій). Він є відношенням більшої дисперсії до меншої. Отримана величина порівнюється з табличною величиною F-критерію (табл.4.9).

Якщо набуте значення дисперсійного відношення більше наведеного у таблиці для відповідних ступенів вільності і вибраного рівня значущості, це означає, що дисперсії значущо відрізняються одна від одної, тобто що вони неоднорідні.

7.3 Перевірка значущості коефіцієнтів

Вона здійснюється двома рівноцінними способами: перевіркою за t-критерієм Стьюдента або побудовою довірчого інтервалу. При використуванні повного експерименту фактора або регулярних дробових реплік довірчі інтервали для всіх коефіцієнтів дорівнюють один одному.

Спочатку визначаємо дисперсію коефіцієнта регресії $S^2_{\{g\}}$ за формулою

$$S^2_{\{g\}} = \frac{S^2_{\{y\}}}{N},$$

якщо паралельні досліді відсутні (4.21).

З формули бачимо, що дисперсії всіх коефіцієнтів дорівнюють одна одній, оскільки вони залежать тільки від помилки досліді та їх числа.

Тому формула довірчого інтервалу $\Delta\beta_j$ матиме вигляд $\Delta\beta_j = \pm t \cdot S_{\{ej\}}$, де t – табличне значення критерію Стюдента при числі ступенів вільності, з якими визначалася $S^2_{\{y\}}$, і вибраному рівні значущості (як правило, 0,05); $S_{\{ej\}}$ - квадратична помилка коефіцієнта регресії,

$$S_{\{ej\}} = +\sqrt{S^2_{\{ej\}}} . \quad (4.22)$$

Формула для довірчого інтервалу має вигляд

$$\Delta\beta_j = \pm \frac{t \cdot S_{\{y\}}}{\sqrt{N}} . \quad (4.23)$$

Коефіцієнт $\Delta\beta_j$ визначимо, якщо його абсолютна величина більше довірчого інтервалу. Довірчий інтервал задається верхньою і нижньою межами $\beta_j + \Delta\beta_j$ і $\beta_j - \Delta\beta_j$.

Для пошуку значень t-критерію необхідно скористатися таблицею 4.10.

Таблиця 4.9

Значення F-критерію Фішера при 5% рівні значущості

Число ступенів вільності		2	3	4	5	6	12	24	∞
f_1	f_2								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	164,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	244,9	249,0	254,3
2	18,5	19,2	19,2	19,3	19,3	19,3	19,4	19,4	19,5
3	10,1	9,6	9,3	9,1	9,0	8,9	8,7	8,6	8,5
4	7,7	6,9	6,6	6,4	6,3	6,2	5,9	5,8	5,6
5	6,6	5,8	5,4	5,2	5,1	5,6	4,7	4,5	4,4
6	6,0	5,1	4,8	4,5	4,4	4,3	4,0	3,8	3,7
7	5,5	4,7	4,4	4,1	4,0	3,9	3,6	3,4	3,2
8	5,3	4,5	4,1	3,8	3,7	3,6	3,3	3,1	2,9
9	5,1	4,3	3,9	3,6	3,5	3,4	3,1	2,9	2,7
10	5,0	4,1	3,7	3,5	3,3	3,2	2,9	2,7	2,5
11	4,8	4,0	3,6	3,4	3,2	3,1	2,8	2,6	2,4
12	4,8	3,9	3,5	3,3	3,1	3,0	2,7	2,5	2,3
13	4,7	3,8	3,4	3,2	3,0	2,9	2,6	2,4	2,2
14	4,6	3,7	3,3	3,1	3,0	2,9	2,5	2,3	2,1
15	4,5	3,7	3,3	3,1	2,9	2,8	2,5	2,3	2,1
16	4,5	3,6	3,2	3,0	2,9	2,7	2,4	2,2	2,0
17	4,5	3,6	3,2	3,0	2,8	2,7	2,4	2,2	2,0
18	4,4	3,6	3,2	2,9	2,8	2,7	2,3	2,1	1,9
19	4,4	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,3	2,1	1,9
20	4,4	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,3	2,1	1,9
22	4,3	3,4	3,1	2,8	2,7	2,6	2,2	2,0	1,8
24	4,3	3,4	3,0	2,8	2,6	2,5	2,2	2,0	1,7
26	4,2	3,4	3,0	2,7	2,6	2,5	2,2	2,0	1,7
28	4,2	3,3	3,0	2,7	2,6	2,4	2,1	1,9	1,7
30	4,2	3,3	2,9	2,7	2,5	2,4	2,1	1,9	1,6
40	4,1	3,2	2,9	2,6	2,5	2,3	2,0	1,8	1,5
60	4,0	3,2	2,8	2,5	2,4	2,3	1,9	1,7	1,4
120	3,9	3,1	2,7	2,5	2,3	2,2	1,8	1,6	1,3

Значення t-критерію Стьюдента при 5% рівні значущості

Число ступенів вільності	Значення t-критерію	Число ступенів вільності	Значення t-критерію	Число ступенів вільності	Значення t-критерію
1	12,71	11	2,201	21	2,080
2	4,303	12	2,179	22	2,074
3	3,182	13	2,160	23	2,069
4	2,776	14	2,145	24	2,064
5	2,571	15	2,131	25	2,060
6	2,447	16	2,120	26	2,056
7	2,365	17	2,110	27	2,052
8	2,306	18	2,101	28	2,048
9	2,262	19	2,093	29	2,045
10	2,228	20	2,086	30	2,042
				?	1,960

7.4. Круте сходження по поверхні відгуку

Щоб знайти оптимальну точку пошуку (рис. 4.8), необхідно здійснити рух по градієнту.

На рисунку зображені криві рівного виходу поверхні відгуку для двох незалежних змінних x_1 і x_2 . Поверхня відгуку має вид горба з вершиною у точці «0». Щоб потрапити в окіл цієї точки з точки А, проводимо напрям градієнта функції відгуку. Це напрям АВ, перпендикулярний до ліній рівня. Градієнт безперервної однозначної функції Φ є вектором

$$\Delta\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x_1}i + \frac{\partial\varphi}{\partial x_2}j + \dots + \frac{\partial\varphi}{\partial x_k}k, \quad (4.24)$$

де $\Delta\varphi$ – позначення градієнта; $\partial\varphi/\partial x_i$ – частинна похідна функції за і-м фактором; i, j, k – одиничні вектори у напрямку координатних осей. Отже, складові градієнта – це частинні похідні функції відгуку, оцінками яких є коефіцієнти регресії.

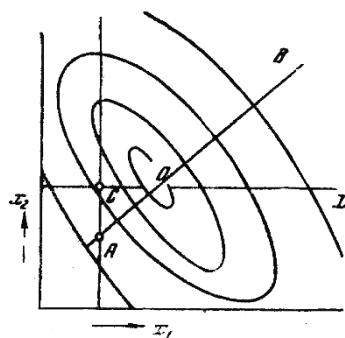


Рисунок 4.8 – Рух по поверхні відгуку методами експерименту одночинника і градієнта

Змінюючи незалежні змінні пропорційно величині коефіцієнтів регресії, рухатимемося у напрямі градієнта функції відгуку по найкрутішому шляху. Процедура руху до майже стаціонарної області називається **крутим сходженням**.

Техніку розрахунку крутого сходження розглянемо на прикладі одного фактора (рис.4.9).

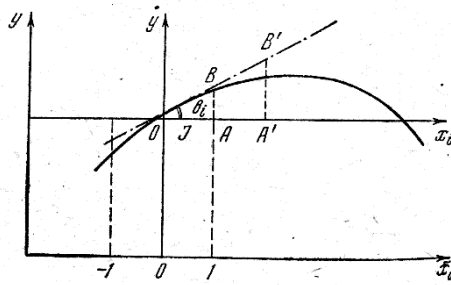


Рисунок 4.9 – Розрахунок координат точок у напрямі градієнта

Значення коефіцієнта регресії дорівнює тангенсу кута між лінією регресії і віссю даного фактора. Якщо його помножити на інтервал варіювання, який є прилеглим катетом у прямокутному трикутнику OAB, то отримаємо протилежний катет AB, який і дає координатні точки, що лежать на градієнті.

Узагальнення на випадок K факторів робиться механічно, оскільки всі ефекти незалежні один від одного. Істотне тільки співвідношення добутків коефіцієнтів на відповідні інтервали. Їх абсолютні величини можуть усі одночасно множитися або ділитися на будь-яке позитивне число. При цьому отримаємо точки, що лежать на тому ж градієнті, але з іншим кроком. Ця процедура полягає в тому, щоб до нульового рівня послідовно алгебраїчно додавати величини, пропорційні складовим градієнта. Якщо буде невеликий крок, то він потребуватиме значного числа дослідів, а великий крок збільшує вірогідність проскакування області оптимуму.

Для якісних факторів на двох рівнях або фіксується кращий рівень, або градієнт реалізується двічі для кожного рівня окремо. Незначущі фактори стабілізуються на будь-якому рівні в інтервалі ± 1 . Якщо немає спеціальних міркувань, а за економічними міркуваннями вигідно підтримувати нижній рівень, то вибирають його. У русі по градієнту ці фактори не беруть участі. Розрахунок крутого сходження зводиться до того, щоб вибрати крок руху по одному з факторів і пропорційно добуткам коефіцієнтів регресії на інтервали варіювання розрахувати кроки за іншими факторами.

Розрахувавши складові градієнта, одержимо умови уявних дослідів. Число уявних дослідів залежить від задачі. Обмеженням зверху служить межа області визначення хоча б по одному з факторів. Іноді за технологічними міркуваннями немає сенсу визначати умови багатьох дослідів. Як правило, розраховується близько п'яти уявних дослідів.

Умови уявних дослідів слід ретельно обдумати і переконатися, що немає ускладнень в їх реалізації. Якщо щось не вдається, можна змінити крок і розрахувати уявні дослідів заново.

Круте сходження можна вважати ефективним, якщо хоча б один з реалізованих дослідів дасть кращий результат порівняно з найкращим дослідом серії. Коли круте сходження неефективне, ухвалення рішення залежить від певної ситуації (далеко від оптимуму, близько, невизначено) і від адекватності лінійної моделі. Якщо область оптимуму близька при реалізації матриці планування і вдалося досягти достатньо високого значення параметра оптимізації, і при крутому сходженні поліпшити його не вдалося, то найтипівішими є такі рішення: 1) закінчити дослідження (вибирається кращий дослід); 2) побудувати план другого порядку для опису області оптимуму.

Якщо область оптимуму далека і лінійна модель адекватна, то у цьому випадку доцільно переміститися в іншу область простору фактора.

У разі, коли область оптимуму далеко, а лінійна модель не адекватна, необхідно з'ясувати причини неадекватності лінійної моделі. Ними можуть бути:

- інтервал варіювання, вибраний невдало;
- початкова модель будувалася за напівреплікою. Потрібно побудувати напіврепліку до повного факторного експерименту, одержати роздільні оцінки для всіх коефіцієнтів регресії і зробити нове круте сходження; з реалізованих дослідів один дасть кращий результат в порівнянні з найкращим дослідом серії.

Після завершення крутого сходження ситуації розрізняються за ознакою: виявилось круте сходження ефективним чи ні. Про ефективність руху по градієнту роблять висновок за величиною параметра оптимізації. Рух по градієнту вважається ефективним, якщо реалізація уявних дослідів, розрахованих на стадії крутого сходження, приводить до поліпшення значення параметра оптимізації в порівнянні з найкращим результатом у матриці.

При ефективному крутому сходженні можливі два результати:

- область оптимуму досягнута або область оптимуму не досягнута. У разі, коли область оптимуму досягнута, експериментатор може закінчити дослідження, якщо задача полягала в досягненні області оптимуму, або продовжити дослідження, якщо задача полягала в детальному її вивченні. У разі, коли область оптимуму не досягнута, то необхідно ставити лінійний план наступного циклу і продовжувати дослідження;
- початкова модель будувалася за дробовою реплікою 2^{k-p} , де $p > 1$. У цьому випадку доцільно побудувати матрицю другої серії дослідів, змінивши всі знаки на зворотні. У разі нелінійності початкової моделі можна спробувати перетворити параметр оптимізації.

Якщо круте сходження неефективне, а положення оптимуму невизначене, то рекомендується поставити досліди в центрі експерименту з тим, щоб оцінити внесок квадратичних членів. При значущій сумі можна побудувати лінійний план до плану другого порядку, оскільки наявність квадратичних членів свідчить про близькість до майже стаціонарної області.

Головною ознакою, за якою роблять висновок про закінчення дослідження, – це значення параметра оптимізації. Якщо параметр оптимізації досяг можливої межі, тобто досяг мети, у цьому випадку необхідно провести інтерпретацію результату. Коли одержаний результат відповідає початковим теоретичним уявленням про процес, то одержаний результат підтверджує правильність теорії.