

Л. № 5 (т. 4) ОБГРУНТУВАННЯ ДОСЛІДЖУВАНОВОГО ПРОЦЕСУ

План викладу матеріалу

- 5.1. Вибір моделі досліджуваного процесу
- 5.2. Вибір експериментальної області чинника (фактора) простору
- 5.3. Вибір основного рівня
- 5.4. Вибір інтервалів варіювання

5.1. Вибір моделі досліджуваного процесу

Вибрати модель – означає з'ясувати вид функції відгуку, записати її рівняння. Спочатку побудуємо геометричний аналог функції відгуку – **поверхню відгуку**. Для наочності розглянемо випадок з двома факторами, оскільки у разі багатьох факторів геометрична наочність втрачається. Щоб зобразити геометрично можливі стани «чорного ящика» з двома входами, для цього достатньо мати у своєму розпорядженні площину із звичною декартовою системою координат. По одній осі координат відкладатимемо в деякому масштабі значення (рівні) одного фактора, а по іншій осі – іншого. Тоді кожному стану «ящика» відповідатиме точка на площині, оскільки у кожного фактора є мінімальне і максимальне можливі значення, між якими він може змінюватися безперервно або дискретно. Якщо фактори сумісні, то межі утворюють на площині деякий прямокутник, усередині якого лежать точки, що відповідають станам «чорного ящика». На рис. 4.2 штриховими лініями позначені межі областей визначення кожного з факторів, а суцільними - межі їх сумісної області визначення.

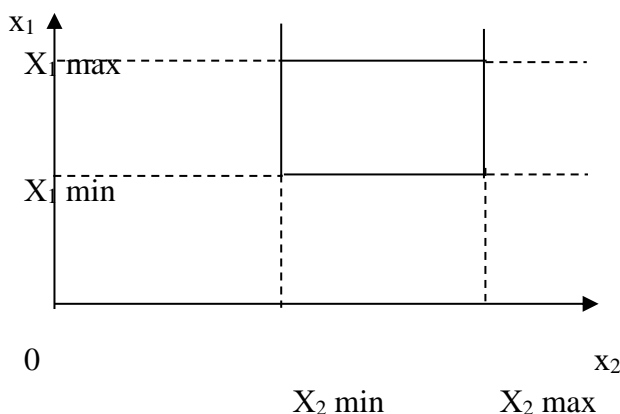


Рисунок 4.2 – Область визначення факторів

Якщо побудувати ще одну вісь (y), то можна вказати параметр оптимізації. У цьому випадку поверхня відгуку матиме такий вигляд (рис. 4.3).

Простір, в якому будується поверхня відгуку, називається **простором фактора**. Він задається координатними осями для знаходження параметра оптимізації. При цьому для двох факторів можна обмежитися площею перерізу. Якщо виробити перетин поверхні відгуку (рис.4.3) площинами, паралельними площині $x_1 O x_2$, і спроектувати на цю площину, то на осі координат одержимо лінії, що відповідають параметру оптимізації. Такі лінії називаються лініями рівного відгуку (рис.4.4).

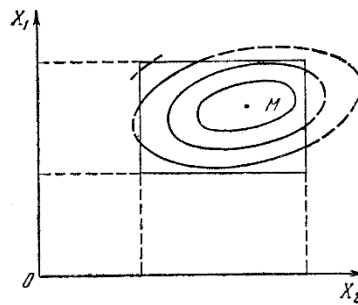


Рисунок 4.3 – Поверхня відгуку

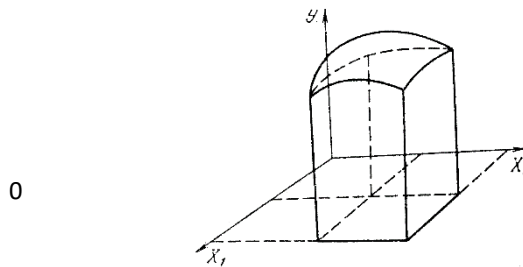


Рисунок 4.4 – Поверхня перетину, спроектована на площину x_1Ox_2

Точка М на рисунку є оптимальною точкою пошуку. Кожна лінія перетину відповідає постійному значенню параметра оптимізації. Ці лінії називаються лініями рівного відгуку. Існує відповідність між станом «ящика» і значенням параметра оптимізації: кожному можливому стану «ящика» відповідає одне значення параметра оптимізації. Зворотнє правильне.

Щоб передбачити значення відгуків у тих станах, які не вивчалися експериментально, необхідно будувати **математичну модель**.

Моделей буває багато і різних. Щоб вибрати одну з них, треба зрозуміти, що ми хочемо від моделі і які вимоги до неї ставляться. Головна вимога до моделі – це здатність передбачати напрям подальших дослідів з необхідною точністю. Передбачені за допомогою моделі значення відгуку не повинні відрізнятись від фактичного більш ніж на деяку наперед задану величину. Модель, яка задовольняє таку або якусь аналогічну вимогу, називається **адекватною**. Перевірка здійсненності цієї вимоги називається **перевіркою адекватності моделі**. Якщо декілька різних моделей відповідають потрібним вимогам, то слід віддати перевагу тій з них, яка є найпростішою.

Встановлено [1], що за інших рівних умов моделей краще всього віддавати перевагу відріzkам статичних рядів – поліномам алгебри. Побудова полінома можлива в околах будь-якої точки простору фактора.

Поліномами для двох факторів є:

$$\text{поліном нульового степеня } y = v_0; \quad (4.2)$$

$$\text{поліном першого степеня } y = v_0 + v_1x_1 + v_2x_2; \quad (4.3)$$

поліном другого степеня

$$y = v_0 + v_1x_1 + v_2x_2 + v_{12}x_1x_2 + v_{11}x_1^2 + v_{22}x_2^2; \quad (4.4)$$

поліном третього степеня

$$y = v_0 + v_1x_1 + v_2x_2 + v_{12}x_1x_2 + v_{11}x_1^2 + v_{22}x_2^2 + v_{112}x_1^2x_2 + v_{112}x_1x_2^2 + v_{111}x_1^3 + v_{222}x_2^3 \quad (4.5)$$

Отже, невідома функція відгуку представлена поліномом. Заміна однієї функції еквівалентною називається **апроксимацією**. Тобто невідома функція у нашому випадку апроксимована поліномом.

Експерименти потрібні тільки для того, щоб знайти чисельне значення коефіцієнтів полінома. Тому чим більше у вибраному поліномі коефіцієнтів, тим більше дослідів виявляться необхідними. А оскільки ми прагнемо скоротити число експериментів (дослідів), то треба знайти такий поліном, який би містив найменше коефіцієнтів, але задовольняв би вимоги, що ставляться до моделі. З рівнянь (4.2) – (4.5) бачимо, що чим нижчий ступінь поліномів, тим менше у ньому коефіцієнтів.

Вибрана модель повинна добре передбачати напрям найшвидшого поліпшення параметра оптимізації. Такий напрям називається **напрямом градієнта**.

У зв'язку з тим, що поліном першого ступеня містить інформацію про напрям градієнта і має мінімально можливе число коефіцієнтів, краще узяти на «озброєння» цю модель. При цьому не зрозуміло, чи буде ця лінійна модель завжди адекватною. Адекватність лінійної моделі гарантується умовами аналітичності функції відгуку. Завжди існує такий окіл будь-якої точки, в якій лінійна модель адекватна. Адекватність моделі можна перевірити за результатами експерименту. Після вибору довільної підобласті знаходимо її необхідні розміри, а потім рухатимемося по градієнту.

На наступному етапі шукатимемо лінійну модель вже в іншій підобласті. Цикл повторюється до того часу, поки рух по градієнту не перестане давати ефект. Це означає, що ми потрапили в область, близьку до оптимуму. Така область називається «майже стаціонарною». Тут лінійна модель вже не потрібна. Або ми потрапляємо в майже стаціонарну область, і задача розв'язана, або треба переходити до поліномів вищих степенів.

5.2. Вибір експериментальної області чинника (фактора) простору

При виборі області експерименту перш за все треба оцінити межі областей визначення факторів. При цьому повинні враховуватися обмеження декількох типів.

Перший тип - принципові обмеження для значень факторів, які не можуть бути порушені ні за яких обставин. Наприклад, якщо фактор – температура, то нижньою межею буде абсолютний нуль.

Другий тип – обмеження, пов'язані з техніко-економічними міркуваннями, наприклад, з вартістю сировини, дефіцитністю окремих компонентів, часом ведення процесу.

Третій тип обмежень, з яким найчастіше доводиться мати справу, визначається конкретними умовами проведення процесу. Наприклад, існуючою апаратурою, технологією, організацією.

Оптимізація звичайно починається в умовах, коли об'єкт вже піддавався деяким дослідженням. Інформація, яка міститься в результатах попередніх досліджень, називається апріорною. Апріорну інформацію можна використовувати для отримання уявлення про параметр оптимізації, про фактори, про найкращі умови ведення процесу і характер поверхні відгуку, тобто про те, як сильно змінюється параметр оптимізації при невеликих змінах значень факторів, а також про кривину поверхні.

Таким чином, вибір експериментальної області простору фактора пов'язаний з ретельним аналізом апріорної інформації.

Після вибору області визначення треба знайти локальну підобласть для планування експерименту. Для цього необхідно вибрати основний рівень та інтервал варіювання.

4.6 Вибір основного рівня

Комбінація рівнів факторів є якнайкращою умовою, визначеною з аналізу апріорної інформації. Кожна комбінація є багатовимірною точкою в просторі фактора. Її можна розглядати як початкову точку для побудови плану експерименту. Ця точка називається **основним (нульовим) рівнем**. Побудова плану експерименту зводиться до вибору експериментальних точок, симетричних щодо нульового рівня. Якщо є дані про координати однієї найкращої точки і немає інформації про межі визначення факторів, то залишається розглядати цю точку як основний рівень. Аналогічне рішення ухвалюється, якщо межі відомі і якнайкращі умови лежать усередині області. Основний рівень вибирають з деяким зрушенням від найкращих умов.

За умови, що координати найкращої точки невідомі, але є відомості про деяку підобласть, в якій процес йде добре, тоді основний рівень вибирають або в центрі, або у випадковій точці цієї підобласті.

Можливий випадок також з деякими еквівалентними точками, координати яких різні. За відсутності додаткових даних (технологічних, економічних і т.д.) можна вибір робити довільно. Якщо експеримент недорогий і не вимагає багато часу, можна приступити до побудови планів експериментів навколо декількох точок.

Ухвалення рішень при виборі основного рівня зображене на рис. 4.5 у вигляді блок-схеми. Після вибору основного (нульового) рівня вибираємо інтервал варіювання.

5.3. Вибір інтервалів варіювання

Інтервалом варіювання факторів називається деяке число, надбавка якого до основного рівня дає верхній, а віднімання – нижній рівні факторів. Відстань на координатній осі між основним і верхнім (або нижнім) рівнем і є інтервалом варіювання. Тому, щоб вибрати рівні, необхідно спочатку вибрати інтервал варіювання.

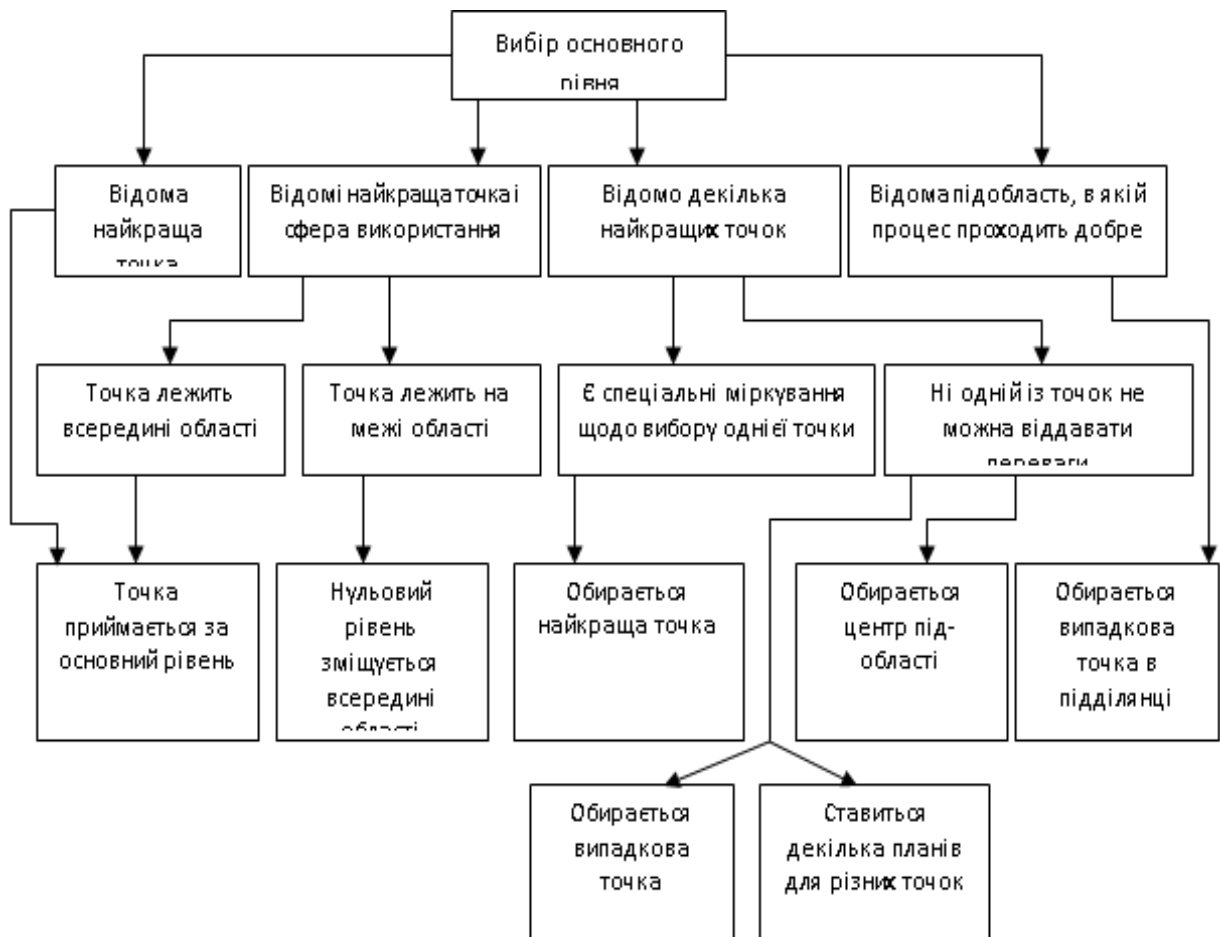
Для спрощення запису умов експерименту і обробки експериментальних даних масштаби по осях вибираються так, щоб верхній рівень відповідав +1, нижній – 1, а основний 0.

На вибір інтервалу варіювання накладаються природні обмеження зверху і знизу: інтервал варіювання не може бути менше тієї помилки, з якою експериментатор фіксує рівень фактора, інакше верхній і нижній рівні факторів виявляться невиразні. Інтервал варіювання не може бути також дуже великим, інакше верхній і нижній рівні виявляться за межами області визначення.

Вибір інтервалів варіювання пов'язаний з неформалізованим етапом планування експерименту.

Для інтервалів варіювання вводиться градація: широкий, середній і вузький. Розмір інтервалу варіювання становить деяку частку від області визначення фактора. Визначено, що, якщо інтервал варіювання становить не більше 10% від області визначення, потрібно вважати його вузьким, не більше 30% - середнім і в решті випадків – широким.

Точність фіксації факторів визначається точністю приладів і стабільністю рівня у ході дослідження. Для спрощення цієї схеми прийнято наближену класифікацію: низьку, середню і високу.



Уявленнями про кривизну поверхні відгуку можуть служити графіки залежностей (рис.4.3, 4.4), а також теоретичні міркування. З графіків зведення про кривизну можна отримати візуально. Про кривизну поверхні можна також робити висновок з аналізу табличних даних, оскільки наявності кривизни відповідає непропорційна зміна параметра оптимізації при рівномірній зміні фактора. Встановлено розрізняти три випадки: функція відгуку лінійна, функція відгуку істотно нелінійна та інформація про кривизну відсутня. Якщо є результати деякої безлічі дослідів, то визначають найбільше і найменше значення параметра оптимізації. Різницю між цими значеннями називають діапазоном зміни параметра оптимізації для даної безлічі дослідів. Розрізняють широкий і вузький діапазони. Діапазон буде вузьким, якщо він неістотно відрізняється від розкиду значень параметра оптимізації в повторних дослідах. Інакше діапазон вважається широким. Отже, щоб ухвалити рішення, необхідно використовувати апріорну інформацію про точність фіксації факторів, кривизну поверхні відгуку і діапазон зміни параметра оптимізації.