

Л. №4
МАТЕМАТИЧНИЙ МЕТОД ПЛАНУВАННЯ
ЕКСПЕРИМЕНТУ

План викладу матеріалу

- 4.1. Основні визначення
- 4.2. Параметр оптимізації
- 4.3. Фактори

4.1 Основні визначення

Планування експерименту – це процедура вибору числа і умов проведення дослідів, необхідних і достатніх для вирішення поставленого завдання з необхідною точністю. При цьому важливе таке:

- прагнення до мінімізації загальної кількості дослідів;
- одночасне варіювання всіма змінними, що визначають процес, за спеціальними правилами – алгоритмами;
- використання математичного апарату, що формалізує багато дій експериментатора;
- вибір чіткої стратегії, що дозволяє ухвалювати обґрунтоване рішення після кожної серії експериментів.

Планування експерименту застосовується при пошуку оптимальних умов, інтерполяційних формул, виборі істотних чинників, оцінці і уточненні констант теоретичних моделей, виборі найсприятливіших з деякої множини гіпотез про механізм явищ, дослідження діаграм склад – властивість і т.д.

Для проведення експерименту перш за все необхідно визначитися з «об'єктом дослідження». Для опису об'єкта дослідження користуються схемою (рис.4.1).

Дію на «чорний ящик» стрілками зліва позначаємо буквою X і називаємо **факторами**. Стрілки справа зображають чисельні характеристики цілей дослідження, позначаємо їх буквою Y і називаємо **параметрами оптимізації**. Кожен фактор може набувати в досліді одне з декількох значень. Такі значення називаються **рівнями**.

При розв'язанні задачі дослідження використовується **математична модель**.

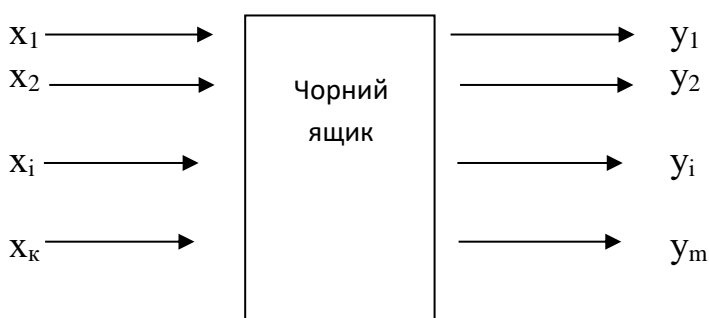


Рисунок 4.1 – Схема «чорного ящика»

Математична модель є рівнянням, що зв'язує параметр оптимізації з факторами. Це рівняння в загальному вигляді записується так:

$$y = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_k). \quad (4.1)$$

Така функція є функцією відгуку.

Планування експерименту припускає активне втручання у процес і можливість вибору в кожному досліді тих рівнів чинників, які становлять інтерес. Тому такий експеримент називається **активним**. Об'єкт, на якому можливий активний експеримент, називається **керованим**.

Планування **екстремального експерименту** – це метод вибору кількості і умов проведення дослідів, мінімально необхідних для пошуку оптимальних умов, тобто для вирішення поставленого завдання.

При плануванні екстремального експерименту дуже важливо визначити параметр, який потрібно оптимізувати. Мета дослідження повинна бути сформульована дуже чітко і допускати кількісну оцінку.

4.2 Параметр оптимізації

Параметр оптимізації – це характеристика мети, задана кількісно. Параметр оптимізації є **реакцією** (відгуком) на дію факторів, які визначають поведінку вибраної системи. Вибір параметра оптимізації при плануванні екстремального експерименту, як правило, складний. Для цього іноді потрібен одночасний облік декількох параметрів. Якщо вибраний один параметр оптимізації, то можливий рух до оптимуму. У цьому випадку інші характеристики вже не виступатимуть як параметри оптимізації, а служитимуть обмеженнями.

Параметр оптимізації повинен бути кількісним, задаватися числом. Його необхідно вміти вимірювати при будь-якій можливій комбінації вибраних рівнів факторів. **Безліч значень, яких може набувати параметр оптимізації, називається областю його визначення**. Области визначення можуть бути безперервними і дискретними, обмеженими і необмеженими. Наприклад, вихід реакції – це параметр оптимізації з безперервною обмеженою областю визначення. Він може змінюватися в інтервалі від 0 до 100%. Число бракованих виробів, число зерен на шліфі сплаву, число кров'яних тілець у пробі крові – це параметри з дискретною областю визначення, обмеженою знизу.

Вміти вимірювати параметр оптимізації – це означає мати у своєму розпорядженні відповідний прилад. Якщо немає способу кількісного вимірювання результату, то використовується прийом ранжирування (ранговий підхід). При цьому параметрам оптимізації привласнюються оцінки – ранги за задалегідь виробленою шкалою: двобальної, трибальної, п'ятибальної і т.д. Ранговий параметр має дискретну обмежену область визначення.

Параметр оптимізації повинен виражатися одним числом і бути однозначним у статичному значенні. Заданому набору значень факторів повинне відповідати одне з точністю до помилки експерименту значення параметра оптимізації.

Для успішного досягнення мети дослідження необхідно, щоб параметр оптимізації дійсно оцінював ефективність функціонування системи задалегідь вибраному значенні.

Параметр оптимізації повинен відповідати вимогам універсальності або повноти. Бажано, щоб він мав фізичний сенс, був простим і легко обчислюваним. При виборі параметра оптимізації потрібно мати на увазі, що він деякою мірою впливає на вигляд математичної моделі досліджуваного об'єкта.

4.3 Фактори

Після того як вибрані об'єкт дослідження і параметр оптимізації, потрібно включити в розгляд всі існуючі фактори, які можуть впливати на процес.

Кожен фактор може набувати в досліді одне з декількох значень. Такі значення називаються **рівнями**. Тому кожний фактор має певне число дискретних рівнів. Фіксований набір рівнів факторів визначає один з можливих станів «чорного ящика». Це і є умови проведення одного з можливих дослідів. Якщо перебрати всі можливі набори станів, то ми отримаємо повну безліч різних станів даного «ящика». Це і буде число можливих різних дослідів. Число різних станів визначається шляхом піднесення числа рівнів p до степеня числа факторів k : p^k . **Фактором** називається вимірювана змінна величина, що набуває в деякий момент часу певного значення.

Фактори відповідають способам дії на об'єкт дослідження. Фактор вважається заданим, якщо разом з його назвою вказана **область його визначення**. Під областю визначення розуміють сукупність усіх значень, яких, у принципі, може набувати даний фактор. Сукупність значень чинника є підмножиною з безлічі значень, що створюють область визначення. Область визначення може бути безперервною і дискретною. У матеріалознавчих задачах планування експерименту використовуватимемо дискретні області визначення. У практичних задачах області визначення факторів обмежені. Обмеження можуть мати принциповий або технічний характер. Чинники (фактори) поділяються на кількісні і якісні. У ряді випадків межа між поняттям якісного і кількісного фактора дуже умовна.

Час технологічного процесу, температура, концентрація реагуючих речовин, швидкість подачі речовин, величина рН – це приклади кількісних факторів, що найчастіше трапляються. Різні реагенти, адсорбенти, вулканізуючі агенти, кислоти, метали, неметали є прикладом рівнів якісних факторів.

При плануванні експерименту фактори повинні бути керованими, тобто експериментатор повинен управляти фактором. У цьому полягає особливість «активного» експерименту. Щоб точно визначити фактор, потрібно вказати послідовність дій (операцій), за допомогою яких встановлюється його конкретне значення (рівні). Таке визначення фактора називається **операційним**. Операційне визначення забезпечує однозначне пониження фактора. З операційним визначенням пов'язані вибір розмірності фактора і точність його фіксації. Точність виміру факторів повинна бути, можливо, вищою. Фактори повинні бути однозначні.

При плануванні експерименту звичайно одночасно змінюються декілька факторів. Тому до них висуваються вимоги **сумісності**. Сумісність факторів означає, що всі їх комбінації досяжні і безпечні. Дуже важлива також при плануванні експерименту **незалежність** факторів на будь-якому рівні незалежно від рівнів інших факторів. Якщо це умова нездійсненна, то неможливо планувати експеримент. Згідно з вимогами повинна бути відсутня кореляція між факторами. Вимога некорельованості не означає, що між значеннями факторів немає ніякого зв'язку. Вибір факторів - дуже відповідальний етап при підготовці до планування експерименту.