

ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

КАФЕДРА МЕХАНІЧНОЇ ІНЖЕНЕРІЇ

Виговський Г.М., Глембоцька Л.Є., Райковська Г.О.

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

З ДИСЦИПЛІНИ

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ МЕТОДИ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

ЖИТОМИР – 2024

ЗМІСТ

	Вступ	3
1	Основні відомості щодо організації і проведення науково-дослідних робіт	4
	1.1. Види науково-технічного дослідження та їхня сутність	4
	1.2. Методи емпіричного і теоретичного дослідження	7
	1.2.1. Методи емпіричного дослідження	7
	1.2.2. Методи теоретичного дослідження	8
	1.2.3. Загальнонаукові методи дослідження	11
	1.3. Методологічні підходи в науковому дослідженні	16
	1.3.1. Системно-структурний підхід	16
	1.3.2. Синергетичний підхід	18
2	Експериментальні дослідження	22
	2.1. Експеримент як спосіб створення бази даних	22
	2.2. Основні питання методології експериментальних досліджень	23
	2.3. Розробка план-програми експерименту	25
3	Статистичні методи оцінки вимірювань	29
	3.1. Виміри, їх види і класифікація	29
	3.2. Інтервальна оцінка за допомогою довірчої вірогідності	32
	3.3. Встановлення мінімальної кількості вимірів	34
	3.4. Методи графічного зображення результатів вимірів	36
	3.5. Проведення експерименту	38
4	Математичний метод планування експерименту	41
	4.1. Основні визначення	41
	4.2. Параметр оптимізації	42
	4.3. Фактори	42
5	Обґрунтування досліджуваного процесу	44
	5.1. Вибір моделі досліджуваного процесу	44
	5.2. Вибір експериментальної області чинника (фактора) простору	46
	5.3. Вибір основного рівня	47
	5.4. Вибір інтервалів варіювання	47
6	Факторний експеримент	49
	6.1. Повний факторний експеримент типу 2 ^к	49
	6.2.1 Властивості повного факторного експерименту	50
	6.2.2 Математична модель повного факторного експерименту	51
	6.3. Дробовий факторний експеримент	55
7	Обробка результатів експерименту	58
	7.1. Реалізація плану експерименту	58
	7.2. Помилка паралельних дослідів і перевірка однорідності дисперсій	59
	7.3. Перевірка значущості коефіцієнтів	59
	7.4. Круте сходження по поверхні відгуку	61
8	Приклади розв'язання задач оптимізації	64
	Питання до тест-контролю	79
	Література	81

ВСТУП

Сучасне виробництво вимагає від фахівця умінь приймати кваліфіковані інженерні рішення при проектуванні, виготовленні і експлуатації технологічного обладнання. Уміння здійснювати наукові дослідження стає необхідністю, так як часто тільки за допомогою їх можна врахувати особливості конкретних умов виробництва і з'ясувати резерви підвищення її ефективності.

Одним із головних недоліків у підготовці більшості випускників інженерних спеціальностей є невміння самостійно ставити нові задачі, невміння вирішувати задачі пошуку нових конструкторсько-технологічних рішень, що забезпечують у підсумку підвищення якості технічного виробу, досягнення конкурентного рівня, всебічну інтенсифікацію й економію ресурсів. Навчальний процес в основному побудований на вирішенні таких теоретичних і практичних задач, для яких уже є готова її постановка, дається спосіб її вирішення, є приклади вирішення по цьому способу, а викладачам (як правило і студентам) відома відповідь. При цьому вирішення задачі часто перетворюється в рутинну роботу, що не вимагає творчих ідей. На додаток до придбання навичок вирішення таких завдань майбутній фахівець зобов'язаний оволодіти знаннями й навичками вирішення творчих технічних задач у яких немає готової постановки, невідомий спосіб вирішення, немає близьких прикладів вирішення аналогічних задач, а викладачеві – невідома відповідь, що за звичай має декілька варіантів.

У зв'язку з цим підготовка майбутніх фахівців повинна включати не тільки вивчення основ техніки і технології, але і методології науково-дослідних і дослідно-конструкторських робіт. Знання фізики процесу в сукупності з науково обґрунтованим і грамотною поставленим експериментом дозволяє досліднику мати чітке уявлення про сутність перебігу в системі, що розглядається процесу, з'ясувати фактори і умови, що впливають на їх хід, визначати напрямлення руху до оптимальної структури, конструктивним і режимним параметрам технологічних процесів і обладнання.

Складність задач, що розв'язуються при проведенні наукових досліджень, обумовлює використання комп'ютерних технологій. Тому для сучасного дослідника важливо уміти використовувати різні пакети прикладних програм, які дозволяють проводити обробку експериментальних даних і моделювання процесів.

Висновки, отримані в наслідок проведення дослідження, повинні мати практичне використання в організації технологічного процесу або в конструкції обладнання. Такі висновки можуть бути як організаційно-технічного характеру, так і мати відношення до винахідницької діяльності. Останні обставини вказують на те, що фахівець повинен володіти основами патентного ведення і прийомами рішення винахідницьких задач.

Л. № 1
ОСНОВНІ ВІДОМОСТІ ЩОДО ОРГАНІЗАЦІЇ І ПРОВЕДЕННЯ
НАУКОВО-ДОСЛІДНОЇ РОБОТИ

План викладу матеріалу

- 1.1. Види науково-технічного дослідження та їхня сутність
- 1.2. Методи емпіричного і теоретичного дослідження
 - 1.2.1. Методи емпіричного дослідження
 - 1.2.2. Методи теоретичного дослідження
 - 1.2.3. Загальнонаукові методи дослідження
- 1.3. Методологічні підходи в науковому дослідженні
 - 1.3.1. Системно-структурний підхід
 - 1.3.2. Синергетичний підхід

1.1. Види науково-технічного дослідження та їхня сутність

Для розвитку наукового пізнання характерно не тільки розширення кола розв'язуваних теоретичних і практичних завдань, але й посилення уваги до способів і методів науково-технічної діяльності. Одержання необхідного результату безпосередньо залежить від вихідної теоретичної позиції, від принципового підходу до постановки проблеми й визначення шляху дослідницького пошуку.

У науково-технічному дослідженні розрізняють дві основні стадії пізнання: *теоретичну* й *емпіричну*.

Для теоретичного характерно широке використання абстрагування, ідеалізації, утворення понять, побудова гіпотез, моделей, теорій.

Емпіричне дослідження засноване на спостереженнях, експериментах й опирається на дані досвіду.

Іноді теорію протиставляють емпірії. Але таке протиставлення не є правомірним, тому що теоретичні передбачення мають такий же імовірнісний, а не достовірний характер, як і передбачення, що опираються на емпіричні узагальнення. При цьому, кінцевою метою пізнання є утворення не окремих понять, гіпотез, або навіть не відкриття відособлених законів, а побудова єдиної, концептуальної системи, за допомогою якої досягається більш адекватне й цілісне відображення певної області дійсності.

Розвиток будь-якої науки багато в чому залежить не тільки від застосування досконалих методів дослідження, але й від різноманіття видів дослідження.

Але на сьогодні не існує чітко встановленої класифікації видів і методів наукового дослідження. Тому дамо загальне уявлення щодо їхньої класифікації.

Спочатку розглянемо види наукових досліджень.

За масштабом розв'язуваних проблем і цілей дослідження розрізняють *фундаментальні* й *прикладні* дослідження.

Під **фундаментальними дослідженнями** розуміють такі, що ставлять за мету розкрити й описати нові, невідомі явища й процеси в природі і суспільстві, дослідити їхній механізм і закони, що керують ними, розкрити глибинні зв'язки між ними. Фундаментальні дослідження

виявляють закони й закономірності процесів, явищ, вибудовують загальнотеоретичні концепції, методологію вони створюють теоретичну базу для прикладних досліджень.

Деякі автори виділяють два види фундаментальних досліджень: *пошукові* й *тематичні*. *Пошукові* або вільні – це ті фундаментальні дослідження великої, але ще мало дослідженої проблеми. До *тематичних* фундаментальних (або цільових) відносяться такі дослідження, у яких метою є рішення конкретної, більш вузької проблеми.

Прикладні дослідження – це оригінальні дослідження, які здійснюються для отримання нових знань, але призначені головним чином для здійснення конкретної практичної мети чи завдання. Прикладні дослідження визначають можливі шляхи використання результатів фундаментальних досліджень, нові методи розв'язання проблем, сформульованих раніше.

Отже, *прикладні дослідження* – це такі дослідження, призначення яких – реалізувати результати фундаментальних досліджень у практичній діяльності. Прикладні дослідження вирішують вузькоспеціальні теоретичні й практичні завдання. Предмет прикладних досліджень окреслений вузькими рамками і спрямований на практичний результат.

Прикладні дослідницькі роботи також підрозділяються на два види: *телеологічні* (від гр. *telos* – кінець, ціль), тобто, *цільові* й *тематичні*, або суб'єктивні. Як приклад телеологічного дослідження, можна привести дослідження, пов'язані із запуском космічних апаратів, що вимагають використання фундаментальних наук: астрономії, математики, електроніки, механіки, хімії, біології, психології й т. п.

Тематичні прикладні дослідження – це ті, які присвячені більш вузькій, конкретній темі, наприклад, науково-дослідна робота кафедри, дисертаційне дослідження окремого науковця тощо.

Розподіл наук і наукових методів досліджень на фундаментальні і прикладні носить умовний характер.

У методології наукового дослідження виділяють і інші види дослідження. Так, за рівнем наукового пізнання розрізняють: *емпіричне* (від гр. *empeiria* - досвід); *експериментальне* (або емпірично-експериментальне); *теоретичне*; *комплексне* (дослідження, що включає всі види досліджень).

Розглянемо сутність емпіричного й експериментального дослідження, але відзначимо, що не всі дослідники усвідомлюють різницю між досвідом й експериментом, особливо різницю між досвідом як філософським поняттям і досвідом – близьким до експерименту.

У вузькому розумінні – досвід близький, але не тотожний експерименту.

Досвід у його вузькому розумінні – це активне, можливо творче освоєння й реалізація в практиці вже розроблених законів, принципів, теорій, способів, форм і т. д.

Експеримент – це загальнонауковий метод дослідження, що полягає в активній теоретико-практичній діяльності експериментатора, який створює сприятливу ситуацію для планомірного вивчення об'єкта в процесі запланованого, цілеспрямованого, спеціально організованого його розвитку й функціонування. Експеримент здійснює верифікацію (перевірку) тобто точне, експериментально підтвержене визначення ефективності пропонованих нових способів, методів, умов розвитку об'єкта та теорій, концепцій, пропонованих самим автором дослідження й здійснюваних шляхом зіставлення їх зі спостережуваними об'єктами, чуттєвими даними, тобто даними досвіду.

Для осмислення сутності теоретичного дослідження необхідно зрозуміти, що наука не є простою сумою достовірних наукових фактів, простим описом спостережень, досвіду, явищ, спостережуваних об'єктів.

Факти в будь-якій науці необхідні, але для того щоб факти (явища) тобто результати спостережень досліджуваної дійсності (показання дослідів, приладів, дані експериментів, протоколи й т. і.) увійшли в наукову теорію як докази її положень, необхідно їхнє теоретичне осмислення, теоретична обробка. Для цього необхідно піддати їх: відбору, класифікації, аналізу, порівнянню, узагальненню й поясненню. Тільки так можна встановити причинно-наслідкові зв'язки явищ, тобто усвідомити закономірності, об'єктивні, стійкі залежності між всіма компонентами досліджуваного явища.

Для теоретичного осмислення досліджуваного явища (об'єкту) вводять абстрактні поняття, висувають гіпотези, відкривають закони й будують наукові теорії, що розкривають внутрішні механізми протікання явищ.

Теорії, які описують і систематизують накопичений емпіричний матеріал, а також установлюють логічні зв'язки між окремими його елементами, називають феноменологічними або дескриптивними, тобто описовими. Такі теорії переважають на ранній стадії розвитку будь-якої науки. На відміну від них, не феноменологічні теорії пояснюють спостережувані явища, і тому їх називають пояснювальними, а також інтерпретованими (від лат. *interpretari* – тлумачити, пояснювати) теоріями.

Виділяють ще пролонговане дослідження (від лат. *pro* - уперед, *longis* - довгий, далекий). Це дослідження, що припускає тривале й систематичне вивчення об'єкта, особистості, явища й на основі цього прогнозування подальшого розвитку досліджуваного предмету дослідження.

Таким чином, *наукове дослідження* – це вивчення закономірностей розвитку явищ реального світу та їх пояснення.

За *формою організації* дослідження поділяють на *лабораторні, польові, лабораторно-польові, напів виробничі, виробничі*.

Науковими дослідженнями займаються науково-дослідні, проектно-конструкторські, технологічні інститути. У вищих навчальних закладах ведуться науково-дослідні роботи (НДР):

- *держбюджетні* – за рахунок державних коштів, які надаються університету на конкурсній основі (гранти, різні науково-технічні програми тощо);
- *госпдоговорні* – виконуються на основі двосторонніх господарських договорів між вузом і підприємством за рахунок коштів підприємства.

Наукові дослідження складаються з власних наукових досліджень і допоміжних організаційних заходів, направлених на технічне забезпечення таких досліджень.

В залежності від поставленої задачі змістом наукових досліджень може бути:

- 1) пошукові дослідження і розробка науково-технічних передумов рішення поставленої задачі;
- 2) розробка експериментально-теоретичних основ удосконалення існуючих або створення нових процесів чи технічних об'єктів (машин, обладнання тощо);
- 3) виконання дослідно-конструкторських розробок об'єктів;
- 4) доведення і дослідження розроблених об'єктів чи процесів;

Перший і другий етапи виконуються зазвичай науково-дослідними інститутами, а третій і четвертий – проектно-конструкторськими організаціями по експериментальному дослідженню машин за участю вищевказаних науково-дослідних організацій.

Дослідно-конструкторські розробки передбачають доведення результатів НДР до рівня серійного виробництва об'єктів, що розроблюються на заводах та інших підприємствах і включають виконання проектно-технічної документації, дослідну перевірку розроблених технічних, технологічних або виробничих рішень. Оптимальний термін фундаментальних досліджень 6-7 років; пошукових, основна мета, яких з'ясувати найкращі варіанти наукового і технічного рішення поставленої задачі становить 1-2 роки; прикладних досліджень – 2-3 роки; дослідно-конструкторських розробок – 1-2 роки.

Загальна схема постановки і послідовного рішення науково-технічної задачі наведена на рис.1.

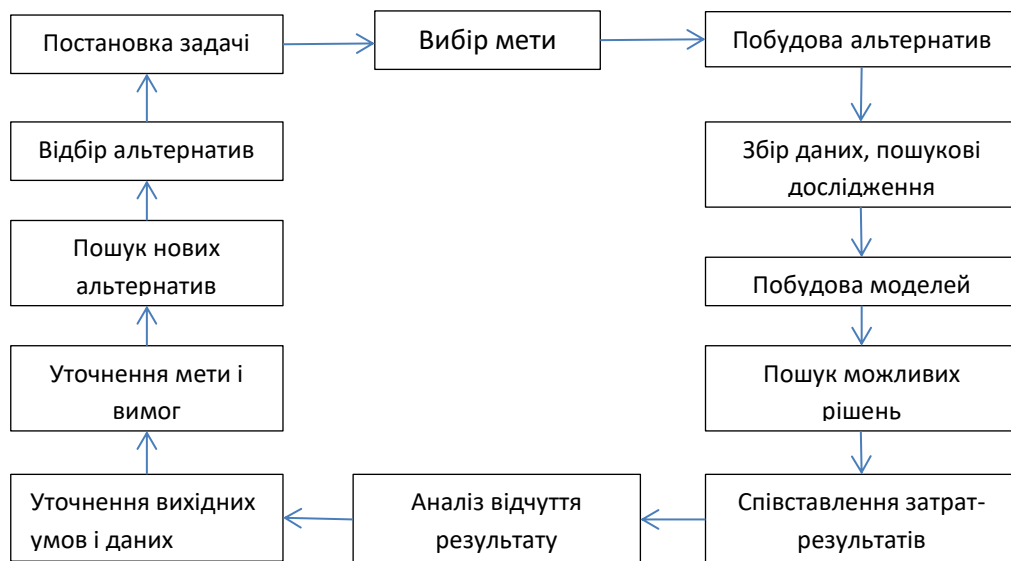


Рис. 1. Схема покрокового метода постановки і рішення науково-технічної задачі

1.2. Методи емпіричного і теоретичного дослідження

1.2.1. Методи емпіричного дослідження

Методи *емпіричного дослідження*: спостереження, порівняння, експеримент, вимірювання, моніторинг.

Спостереження, по визначенню у філософських словниках, – це навмисне й цілеспрямоване сприйняття зовнішнього світу з метою вивчення і відшукування смислу в явищах.

Спостереження вважається найбільш елементарним методом, що виступає, як правило, у якості одного зі складових у комплексі інших емпіричних методів.

Можливості метода спостереження обмежені. Він дозволяє виявити лише зовнішні ознаки, зовнішні прояви фактів. Внутрішні процеси залишаються для спостереження недоступними.

Порівняння. До найпоширеніших методів пізнання, наукового дослідження належить і порівняння. Не випадково існує відома сентенція "усе пізнається в порівнянні". Порівняння

дозволяє визначити подібність і відмінність предметів і явищ, теорій, точок зору, виявити те спільне, що властиво двом або декільком об'єктам, а виявлення спільного є шаблоном на шляху до пізнання закономірностей і законів.

До порівняння, як методу пізнання, висуваються певні вимоги: порівнюватися повинні лише такі об'єкти і явища, між якими може існувати певна об'єктивна спільність; порівняння повинне здійснюватися за найбільш важливими, істотними ознаками.

Для порівняння можна використовувати наступний алгоритм:

- розглянути кожен досліджуваний об'єкт або явище окремо;
- виокремити ознаки, за якими можна їх порівняти;
- порівняти об'єкти або явища по всіх ознаках відносно одного об'єкта або явища;
- визначити спільне;
- визначити відмінності.

Експеримент (від лат. *experimentum* – проба, досвід) визначається в деяких словниках як планомірне проведення спостереження; планомірна ізоляція, комбінація і варіювання умов з метою вивчення залежних від них явищ. Тим самим людина створює можливість спостережень, на основі яких складаються його знання про закономірності в спостережуваному явищі.

Експеримент відрізняється від спостереження активною взаємодією з досліджуваним об'єктом. Звичайно, експеримент проводиться в рамках наукового дослідження і слугує для перевірки гіпотези, встановлення причинно-наслідкових зв'язків між явищами. Експеримент є базою емпіричного підходу до знань. Критерій Поппера висуває можливість постановки експерименту в якості головної відмінності наукової теорії від псевдонаукової. Експеримент – це науковий метод дослідження, який повторюється в описаних умовах необмежену кількість раз і дає ідентичні результати.

Науково поставлений експеримент може бути здійснений лише при наявності теорії або теоретичної основи, що обумовлює завдання експерименту, дає узагальнення й пояснення його результатів.

Організація експерименту має звичайно ряд стадій:

- висунення гіпотези;
- постановка конкретного завдання й вибір об'єкту дослідження;
- підготовка матеріальної бази для виконання експерименту;
- розробка й підготовка необхідного матеріалу;
- вибір оптимального шляху експерименту;
- спостереження явищ під час експерименту, їхня фіксація й опис;
- аналіз й узагальнення отриманих результатів.

У науково-технічному дослідженні експеримент і теорія тісно пов'язані. Усіляке розгортання експериментальних досліджень являє собою один з найбільш важливих шляхів розвитку сучасної науки.

1.2.2. Методи теоретичного дослідження

До **методів теоретичного дослідження** відносять метод сходження від абстрактного до конкретного, формалізацію, ідеалізацію, аксіоматичний метод.

Для теоретичного дослідження використовуються, звичайно ж, і інші методи, що є загальними і для емпіричного, і для теоретичного дослідження. У цьому підрозділі розглянемо методи теоретичного рівня дослідження.

Метод *сходження від абстрактного до конкретного*.

Термін "абстрактне" вживають для характеристики людського знання. Змістом абстрактного є окремі сторони, окремі властивості й зв'язки між речами. Тому під абстрактним розуміється одностороннє, неповне знання, що не розкриває сутності предмета в цілому. У зв'язку із цим абстрагування – це визначення, відділення та виокремлення однієї якої-небудь істотної сторони, властивості, ознаки явища або предмета й відволікання від всіх інших сторін, властивостей.

Результат абстрагування називається *абстракцією*. Абстракція вважається вищим щаблем у процесі розвитку людського знання.

Абстракція може виступати у формі чуттєво-наочного образу (наприклад, модель атома), ідеалізованого об'єкта (наприклад, "абсолютно чорне тіло"), судження ("цей предмет білий"), абстрактного поняття, категорії (найбільш широкого поняття тієї або іншої науки або філософії, наприклад, "матерія", "якість", "кількість", "міра" і т.д.), у формі закону (закон виключеного третього, закон тотожності) і т.п.

Термін "конкретне", як правило, використовується у двох основних значеннях: по-перше, під конкретним розуміється сама дійсність, різні об'єкти, узяті у всьому розмаїтті їхніх властивостей, зв'язків і відносин; по-друге, термін "конкретне" уживається для позначення всебічного, деталізованого систематичного знання про об'єкт.

Отже, сходження від абстрактного до конкретного являє собою загальну форму руху наукового пізнання, закон відображення дійсності в мисленні. Відповідно до цього методу, процес пізнання як би розбивається на два відносно самостійних етапів:

- на першому етапі сходження від абстрактного до конкретного відбувається перехід від споглядання конкретного в дійсності до його абстрактних визначень (поняттям, судженням, умовиводам).
- другий етап (він же властиво і є сходження від абстрактного до конкретного) складається в русі думки від абстрактних визначень об'єкта, понять, тобто від абстрактного в пізнанні до конкретного в пізнанні, від цілого до частин. На цьому етапі як би відновлюється вихідна цілісність об'єкта, він відтворюється у всій багатогранності, але вже в мисленні.

Цей метод представляє собою процес пізнання, відповідно до якого мислення сходиться спочатку від конкретного в дійсності до абстрактного в мисленні й від абстрактного в мисленні – до конкретного в мисленні.

Метод формалізації. Формалізація – це представлення найрізноманітніших об'єктів шляхом відображення й зображення їхнього змісту і структури в знаковій формі, за допомогою найрізноманітніших "штучних" мов, до числа яких належить мова математики, математичної логіки, хімії й інших наук.

Поняття "формалізація" знаходиться в тісному зв'язку з поняттям «абстрагування».

Явища нескінченно різноманітні, їхня систематизація стає можливою завдяки тому, що мислення виділяє якусь одну ознаку й абстрагується від інших. Одержуване в такий спосіб

абстрактне знання стає емпіричним поняттям. Абстрагування характерно й для емпіричного мислення, з його допомогою виводяться емпіричні поняття.

Формалізація як метод дослідження має ряд достоїнств:

- забезпечує повноту огляду певної області проблем, узагальненість підходу до їхнього вирішення;
- базується на використанні спеціальної символіки, що забезпечує стислість і чіткість фіксації знання;
- пов'язана із приписуванням окремим символам або їхнім системам певних значень, що дозволяє уникнути багатозначності термінів, властивої звичайним мовам;
- дозволяє формувати знакові моделі об'єктів, а вивчення реальних речей і процесів замінити вивченням цих моделей.

Формалізація є невід'ємною частиною формальної логіки. Прикладом реалізації формалізації в евклідовій геометрії може послужити той факт, що тут є невелике число незалежно внесених понять і символів, таких як число, пряма, точка й фундаментальні правила комбінування цих понять. Разом вони утворюють основу для побудови або визначення всіх упорядкованих стверджень й інших понять.

По своїй сутності формалізація близька до ідеалізації.

Ідеалізація як метод теоретичного дослідження. Щоб осмислити, що таке ідеалізація, необхідно усвідомити поняття "ідеальний об'єкт".

Термін "ідеальний" об'єкт був введений І.В. Кузнецовим, автором праць по методології фізики. Він виявив особливий елемент структури теорії, названий ним ідеалізованим об'єктом, тобто абстрактною моделлю, наділеною невеликим числом дуже загальних властивостей і простою структурою.

Наведемо декілька відомих прикладів ідеальних об'єктів: хімічна формула відтворює в знаковій системі молекулярну структуру речовини, тобто предмет дослідження – молекулярна структура відтворюється в хімічній формулі; механіка, досліджуючи рух тіл, відволікається від якісних характеристичних тіл і представляє їх у вигляді матеріальних точок.

Ідеальні об'єкти не існують у дійсності. Наприклад: абсолютно тверде тіло, тверде тіло, абсолютно чорне тіло, чорне тіло, електричний заряд, лінія, точка й т.п.; вони лише подумки конструюються.

Уявне конструювання об'єктів такого роду називається *ідеалізацією*. Ідеалізація містить у собі момент абстрагування, що дозволяє розглядати ідеалізацію як вид діяльності, що абстрагує. Наприклад, говорячи про абсолютно чорне тіло, дослідник абстрагується від того факту, що всі реальні тіла тією чи іншою мірою мають здатність відбивати падаючий на них світ.

Ідеальні об'єкти мають ряд переваг й отримані в результаті складної розумової діяльності, вони дозволяють значно спростити складні системи, і складний процес представляється можливим представити як би в "чистому" вигляді, що значно полегшує виявлення істотних зв'язків, формулювання законів.

Уявний експеримент як метод дослідження. Уявний експеримент із ідеалізованими об'єктами є одним з найважливіших методів теоретичного дослідження. Уявний експеримент - це система послідовних логічних операцій з метою розкриття його змісту, визначення співвідношень між елементами й виявлення закономірностей його руху.

Уявний експеримент як і реальний мають однакову мету - виявлення перетворень досліджуваного об'єкта залежно від якийсь умов.

Аксіоматичний метод є одним з найпоширеніших способів наукового пізнання. Особливо широко він застосовується в математичних науках.

Під аксіоматичним методом побудови наукової теорії розуміється така її організація, коли ряд тверджень приймається без доказів, а все інше знання виводиться з них за певних логічних правил. Прийняті без доказу положення називаються *аксіомами*, а інше, тобто вивідне знання фіксується у вигляді теорем, законів і т.п.

У різних наукових теоріях є група понять, які використовуються для визначення інших понять цієї теорії. Це так називаються фундаментальні або первинні поняття даної теорії, значення яких вважається відомим й у даній теорії не потребують визначення. Наприклад, у механіці Ньютона таким поняттям буде "сила", у геометрії Евкліда - поняття "точка", "пряма", "площина".

При аксіоматичному методі природно визначається залежність одних понять і тверджень від інших понять і тверджень одержує свій розвиток і стає принципом побудови теорії. Аксіоми й первинні поняття утворюють базис теорії.

Аксіоматизація наукових теорій має велику пізнавальну цінність. Вона дозволяє ефективно й на строго логічній основі вирішувати проблему істинності положень теорії як проблему їхньої довідності.

Система аксіом, визначення й правила виводу аксіоматизованої системи повинні забезпечувати наступні методологічні вимоги:

- строгість, однозначність і достатність формулювання;
- несуперечність, тобто неможливо вивести два твердження, одне із яких було б запереченням іншого;
- повноту, тобто при даних правилах прийнятих аксіом досить, щоб на їхній основі довести або спростувати будь-яке вираження, яке можна сформулювати мовою теорії;
- незалежність, тобто аксіоми повинні підбиратися так, щоб жодна з них не була наслідком з якого-небудь числа інших аксіом. У протилежному випадку, така аксіома є теоремою.

1.2.3. Загальнонаукові методи дослідження

До **загальнонаукових методів**, використовуваних і для емпіричного, і для теоретичного дослідження, відносять *абстрагування, аналіз, синтез, аналогію, індукцію, дедукцію, абдукцію, моделювання, історичний і логічний метод, метод графів*. Дамо їм коротку характеристику.

Абстрагування. Сутність цього методу в уявному відволіканні від несуттєвих властивостей, ознак, зв'язків, відносин досліджуваних об'єктів й явищ й в одночасному виділенні, фіксуванні одного або декількох істотних (цікавих для дослідника) сторін, властивостей об'єкта.

Розрізняють процес абстрагування й результат абстрагування, що називається абстракцією. Звичайно під абстракцією розуміється знання про деякі сторони об'єктів, а процес абстрагування – це сукупність розумових операцій, що ведуть до одержання такого результату, тобто абстракції.

Прикладами абстракції можуть служити безліч понять, якими оперує людина не тільки в науці, але й у повсякденному житті: дерево, будинок, дорога, рідина і т.п.

Основна функція абстракцій полягає в тому, що вони:

- дозволяють замінити в пізнанні порівняно складне простим, але простим, що виражає в цьому складному основне;
- допомагають розібратися у всьому нескінченному різноманітті дійсності шляхом їхньої диференціації, шляхом виділення в них всіляких сторін і властивостей, шляхом установлення зв'язків і відносин між цими сторонами й властивостями, фіксації їх у процесі пізнання.

Умовно виділяються чотири *сходинки (щаблі) абстракції*, одержуваної інформації: феноменологічна (описова); аналітико-синтетична; прогностична; аксіоматична.

Щаблі абстракції – це міра науковості інформації.

Процес абстрагування тісно пов'язаний з іншими методами дослідження і перш за все з аналізом і синтезом.

Аналіз і синтез. Аналіз передбачає роздроблення цілого на складові елементи, тобто виділення ознак предмету для вивчення їх окремо як частини єдиного цілого. Строго проведений аналіз є серйозною гарантією логічності викладу матеріалу дослідження (дисертації, монографії).

Гіпотетичний аналіз здійснюється за допомогою дедукції. Дедуктивна посилка дозволяє розробити певну версію причинного ряду, що пояснює наслідки. Це важливо для дисертаційного дослідження. Версія гіпотетичного характеру виправдана, якщо припущення містить реалістичну ідею, виходить із варіантів, один із яких містить істину. Розробка версій необхідна тоді, коли самі по собі факти не дають подання про причини явища. Що часто тими або іншими сторонами не укладається в якісь нормативи, обумовлені теоретично. Тому виникає необхідність спочатку гіпотетично будувати аналіз.

Для дослідників-початківців можна рекомендувати наступний алгоритм аналізу:

- розробити об'єкт, що вивчається, або явище на частини і виявити зв'язки між частинами;
- виявити ознаки, властивості об'єкту;
- виявити схожість і відмінність цих ознак;
- розташувати об'єкти поодиночі або за декількома ознаками в послідовності убування або зростання цих ознак;
- співвідносити загальне із приватним, одиничним, особливим.

Цей алгоритм нагадує алгоритм для порівняння, тому, що аналіз і порівняння тісно пов'язані.

Уточнимо різницю між "ознакою" і "властивістю".

Ознаками називаються риси схожості або відмінності предметів: показник, прикмета, знак, по якому можна взнати, визначити що-небудь.

Властивість – якість, ознака, що становить характерну особливість чого-небудь.

Синтез. Аналіз і синтез виступають як плідні методи пізнання лише тоді, коли вони використовуються в тісній єдності. Для того щоб став можливим аналіз тієї або іншої речі, вона повинна бути зафіксована в нашій свідомості як деяке ціле, тобто попередньою умовою аналізу є цілісне, систематичне її сприйняття. І, навпаки, синтез можливий тоді, коли здійснений аналіз, коли виділені ті або інші сторони й елементи деякого цілого. Отже, синтез являє собою з'єднання отриманих при аналізі частин у єдине ціле.

Методи аналізу й синтезу в науковій творчості можуть приймати різні форми залежно від ступеня пізнання об'єкта, від глибини проникнення в його сутність, звідси розрізняють:

- прямий або емпіричний аналіз і синтез;
- зворотний або елементарно-теоретичний аналіз і синтез;
- структурно-генетичний аналіз і синтез.

Прямий або емпіричний аналіз і синтез застосовуються на стадії поверхневого ознайомлення з об'єктом. При цьому здійснюються виокремлення частин об'єкта, виявлення його властивостей, найпростіші вимірювання, фіксація даних, що лежать на поверхні загального.

Зворотний або елементарно-теоретичний аналіз і синтез використовуються для досягнення моментів сутності явища. Аналіз і синтез тут базуються на деяких теоретичних міркуваннях, у якості яких можуть виступати припущення про причинно-наслідковий зв'язок різних явищ, про дію якої-небудь закономірності.

Структурно-генетичний аналіз і синтез дозволяють найбільш глибоко проникнути в сутність об'єкта. Тут ідуть далі припущення про деякий причинно-наслідковий зв'язок. Цей вид аналізу й синтезу вимагає вичленовування в складному явищі таких елементів, таких ланок, які представляють саме головне, саме центральне в них, їх "клітинки", "ядро", що робить вирішальний вплив на всі інші сторони сутності об'єкта.

Поняття *аналогія* (гр., *analogia* – відповідність), у більш широкому значенні, вживається як подібність, відповідність, подоба предметів й явищ.

Пізнавальне значення аналогії обумовлюється тим, що вона виступає одним з активних методів дослідження переважно на початковому етапі процесу пізнання.

Першим кроком у висновках за аналогією є порівняння. Воно дозволяє при порівнянні предметів виявити характер спільності і розходження між ними.

Науці відомо чимало винаходів, зокрема, технічних дослідження, яких починалося з аналогій. Наприклад, подібність між явищами в електричній машині й блискавкою привели Франкліна до винаходу громовідводу. Тисячі речовин створені хіміками за аналогією їх із природними сполуками.

Аналогія є засобом конкретизації думки. Зміст аналогії полягає в тім, щоб знаходити невідомі ознаки предметів, явищ, що спостерігаються в різних умовах і трапляються за неоднакових обставин, опираючись на раніш придбані знання, для встановлення схожості між ними у деяких відношеннях.

Залежно від характеру перенесення інформації розрізняються типи аналогій:

- каузальна аналогія (від лат. *causalis* з *causa* – причина), у якій аналогічними виявляються явища, породжувані однаковими причинами;
- функціонально-структурна аналогія, у якій структури систем ототожнюються на основі тотожності їхніх функцій;
- структурно-функціональна аналогія, у якій, навпаки, функції ототожнюються на основі тотожності структури.

Висновки, зроблені за аналогією, носять імовірнісний характер. Імовірне знання має численні градації, починаючи від малоімовірних, ненадійних знань і кінчаючи рівнем, що межує із достовірними знаннями.

Підвищення ймовірності висновків за аналогією залежить від кількості розглянутих подібних ознак у порівнюваних явищ і від ступеня істотності цих ознак.

Варто враховувати одну досить істотну обставину. Чим більше подібності між порівнюваними предметами, тим менше евристична цінність аналогії. У теорії моделювання, наприклад, прийнято вважати, що занадто віддалена модель може ввести в оману, а занадто "точна" втрачає своє значення, стає марною.

До методу аналогії близький інший метод – *екстраполяція*. *Екстраполяція* – це поширення висновків, отриманих зі спостереження над однією частиною явища, на іншу його частину.

Індукція й дедукція. У дисертаційних дослідженнях індукція і дедукція не часто позначаються як методи дослідження, мабуть тому, що їх вважають звичайними видами висновку.

Індукція – це спосіб міркування від більш приватних суджень до більш загального судження, установлення загальних правил і законів на підставі вивчення окремих фактів й явищ. Вона починається з нагромадження знань про якнайбільше число в дечому однорідних предметів й явищ. Узагальнюючи подібні факти, людина робить твердження про приналежності даної ознаки всім предметам, що входять у даний клас. Наприклад, узагальнюючи, що мідь, залізо, олово, срібло й інші метали проводять електрику, з'являється висновок про те, що всі метали електропровідні.

Дедукція – це спосіб міркування від загального судження до приватного судження, пізнання окремих фактів й явищ на підставі знання загальних законів і правил.

Приклад *дедуктивного умовиводу*: "Всі метали електропровідні. Залізо – метал. Отже, залізо електропровідне".

Різниця між індукцією й дедукцією в протилежній спрямованості ходу думки. Узагальнюючи емпіричний матеріал, що накоплено, індукція підготовляє ґрунт для висунування припущень про причину досліджуваних явищ, а дедукція, теоретично обґрунтовуючи отримані індуктивним шляхом висновки, зменшує їхній гіпотетичний характер і перетворює в достовірне знання.

Розрізняють *повну* і *неповну* індукцію. Повна індукція полягає в розгляді кожного випадку, кожного предмету, що входить в клас явищ, і оскільки окремих випадків безліч, узагальнення робиться на основі вивчення типових випадків. Неповна індукція має місце, коли висновок про клас предметів робиться виходячи з розгляду лише деяких предметів даного класу. В цьому випадку аналізуються їх суттєві ознаки, зв'язки і тому подібне. Неповна індукція має широке застосування, але вона не дає достовірного висновку.

Дедукція вважається найкоротшим шляхом до пізнання, у цьому її характерна перевага. Її структура складається із трьох суджень:

- загального положення, іменованого великою посилкою;
- пов'язаного з ним судження, що призводить до його застосування і відомого за назвою малої посилки;
- висновку.

Абдукція – спосіб міркування від наявних даних до гіпотези, що пояснює або оцінює їх краще, ніж альтернативні гіпотези. Є інший варіант визначення: *абдукція* – це міркування, що здійснюється на підставі інформації, що описує певні факти або дані й приводить до гіпотези.

На перший погляд може здатися, що абдукція нічим не відрізняється від індукції, у якій висновок робиться на основі узагальнених фактів і тому також має характер гіпотези. Але це чисто формальна подібність. Звичайна індукція просто перераховує факти, що мають деяку загальну ознаку, але не пояснює їх. Абдуктивне міркування широко використовується й у повсякденному мисленні, у всіх випадках, коли доводиться звертатися до гіпотез. Коли лікар ставить діагноз на основі симптомів захворювання він, власне кажучи, робить абдуктивний умовисновок, тобто розглядаючи симптоми як взаємозалежну систему фактів, він намагається знайти їм пояснення за допомогою діагнозу передбачуваної хвороби. Можна сказати й так, що симптоми виступають як безпосередньо спостережувані факти, наслідки, а хвороба – як їхня причина.

Використання абдукції в науці має, на думку вчених, більш складний характер, тому що в ній:

- у якості посилки для висновку можуть виступати як емпіричні факти, так і засновані на них узагальнення й емпіричні гіпотези;
- рівень пояснення фактів зростає в міру переходу від емпіричних гіпотез до теоретичних. Наприклад, гіпотеза Кеплера про рух планет була заснована на ретельних спостереженнях і змінах рухів планети Марс, виконаних Тихо Бразі (датським астрономом). Тому вона змогла пояснити еліптичну орбіту й інші закономірності руху планет Сонячної системи.

Альтернативною вважалася найпоширеніша гіпотеза про рух планет по круговій орбіті, хоча допускалися й інші форми (овал, овоїд).

Абдукція вважається деякими вітчизняними і закордонними авторами універсальною логічною схемою пошуку пояснювальних гіпотез і головна відмінність абдукції від таких традиційних форм умовиводів, як індукція й дедукція, вони бачать у її орієнтації на пояснення досліджуваних фактів. Саме виявлення нових фактів змушує в повсякденному житті робити припущення, а в науці - більш обґрунтовані гіпотези, які пояснюють ці факти.

На відміну від традиційного погляду, що розглядає індукцію як висновок від часткового до загального, Пірс Чарльз (американський філософ, логік, математик і природознавець) його точку зору із сучасною індуктивною (імовірнісною) логікою.

В абдуктивному висновку дедукція й індукція виступають спільно, тобто дедукція служить для виводу наслідків з гіпотези, запропонованої для пояснення нових фактів, а індукція - підтверджує або спростовує цю гіпотезу й тим самим коректує її. Звідси стає очевидним, що абдукція являє собою процес, у ході якого відбувається модифікація й корекція гіпотез.

Моделювання – особливий і досить універсальний метод наукового пізнання, що припускає вивчення об'єкта (оригіналу) шляхом створення й дослідження його копії (моделі), що заміщає оригінал з певних сторін, що цікавлять дослідника. Моделювання – це метод створення й дослідження моделі.

Визначення "модель" має декілька значень.

Модель (ф. *modffle*, і. *modello*): 1) зразок; 2) відтворення предмета в зменшеному або збільшеному вигляді; 3) предмет винаходу в мистецтві, натурщик, натурниця, що позують перед художником; 4) у ливарній справі - зразок того предмета, який потрібно відлити; 5) геометричне креслення, що дає наочне уявлення про який-небудь фізичний об'єкт або процес.

У процесі пізнання модель виступає, насамперед, як джерело інформації про оригінал і служить засобом її фіксації. Однак не слід бачити сутність моделі у її подібності з оригіналом. Моделі – це такі аналоги, що суттєво подібні оригіналу, а відмінності не суттєві відповідно умов конкретної пізнавальної задачі.

Наукова модель – це подумки представлена або матеріально реалізована система, що адекватно відображає предмет дослідження і здатна заміщати його настільки, що вивчення моделі дозволяє одержувати нову інформацію про об'єкт.

Модельне дослідження має наступну структуру: постановка задачі; створення або вибір моделі; дослідження моделі; перенесення знання з моделі на оригінал.

За допомогою моделей можуть досліджуватися будь-які об'єкти. Але принципова неповнота, фрагментарність моделей не дозволяє одержувати цілковитого знання про оригінал. Тільки в сполученні з іншими методами пізнання й у сполученні з безпосереднім дослідженням оригіналу метод моделювання може Головна перевага моделювання – цілісність подання інформації.

Власне кажучи моделювання служить трьома цілям:

- *евристичній* – для класифікації, позначення, знаходження нових законів, побудови нових теорій й інтерпретації отриманих даних;
- *обчислювальній* – для вирішення обчислювальних проблем за допомогою моделей;
- *експериментальній* – для вирішення проблеми емпіричної перевірки (верифікації) гіпотези за допомогою оперування з тими або іншими моделями.

В останні роки розширився спектр форм, що відносяться до моделювання: схеми, креслення, короткі описи (схема-конспект), математичні формули, матриці, символи, графи і т.д.

Історичний і логічний методи наукового пізнання використовуються тільки там, де так чи інакше предметом дослідження стає історія об'єкта.

Логічний метод дослідження тісно пов'язаний з історичним, і він визначається як метод відтворення, реконструювання в мисленні, свідомості складного об'єкта, що розвивається (або, що розвивалося) у формі історичної теорії. Для цього можуть використовуватися найрізноманітніші пізнавальні операції й методи. На відміну від історичного методу, при логічному дослідженні об'єкта дослідник відволікається, абстрагується від всіх історичних випадків, окремих фактів, зигзагів, і з історії виокремлюється саме головне, визначальне, істотне.

1.3. Методологічні підходи в науковому дослідженні

Розглянемо більш детально два методологічні підходи, як найбільш актуальні для науково-технічних досліджень – це системно-структурний і синергетичний підхід. Ці підходи в останні роки стали предметом теоретичного осмислення вітчизняних і закордонних учених.

1.3.1. Системно-структурний підхід

У сучасних умовах у науці і практиці все частіше використовують системний підхід. Він ґрунтується на дослідженнях із загальної теорії систем, проведених ще на початку ХХ століття А.І. Бергом, Л. Берталанфі, Н. Вінером, К. Боулдінгом області біологічних, соціально-політичних, технічних та інших наук. Крім того завдяки їм термін "системний підхід", що являється в цей час дуже поширеним, увійшов у науковий ужиток.

Системний підхід є одним з важливих механізмів, що забезпечують інтеграцію наукових знань.

Поняття "система" має ряд визначень:

- сукупність (комплекс) елементів, що вступають у взаємодію (Л. Бергаланфі);
- сукупність елементів, між якими є відносини об'єктів і їхніх властивостей (А. Хол та ін.);
- сукупність матеріальних або ідеальних об'єктів, взаємозв'язок і взаємодія яких приводить до виникнення нових інтегрованих властивостей системи, які відсутні в складових її об'єктів (В.Г. Афанасьєв).

Структурою системи називають зв'язок і взаємодію між її елементами, завдяки яким виникають нові інтегровані властивості системи, відсутні у її елементів. Щоб підкреслити відмінність знову виникаючих властивостей від властивостей її елементів, учені називають їх *емерджентними* (*емерджентність* – це якість, властивості системи, кожна з яких не властива її елементам, а виникають вони завдяки об'єднанню цих елементів в єдину, цілісну систему) властивостями.

Кожна система в реальному світі взаємодіє з навколишнім середовищем – тілами, явищами, подіями, які певним чином впливають на процеси, що протікають у ній.

Системою і структурою володіють і окремі концепції, і теорії в будь-якій науці. Як структурні елементи теорії виступають поняття, закони, узагальнення, гіпотези, факти.

Структурою теорії є логічний взаємозв'язок, що існує між її поняттями й судженнями.

Природу, структуру і властивості систем можна представити наступним чином:

– *природа і сутність систем*

природні або штучні, закриті або відкриті, абстрактні (наприклад, поняття) або конкретні (хоча б два їхні елементи – об'єкти), статичні (незмінність властивостей у часі) або динамічні, без оруді (керівництво, керування, управління) або централізовані, сумативні (упорядкованість, послідовність чого-небудь) або активні (взаємодія як мінімум двох компонентів);

– *призначення систем*

мета і доцільність (до чого прагне), завдання які потрібно розв'язувати (що переборює, усуває), функції (для чого призначена), функціонування, розвиток і саморозвиток (як повинна діяти і змінюватися);

– *структура (організація) систем*

об'єкти (суб'єкти), частини або компоненти, атрибути (властивості складових її об'єктів), відносини або взаємодії (поєднують систему в ціле), наявність двох і більше видів зв'язку (прямий і зворотний зв'язок), наявність рівнів ієрархії і ієрархія рівнів;

– *властивості (якості, основні характеристики) систем*

цілісність (сумативність плюс взаємозумовленість), сумісність або несумісність із іншими системами, стабільність (стійкість зворотного зв'язку), адаптація (пристосування до навколишнього середовища, реакція на навколишнє середовище і її вплив), навчання, здатність до вдосконалювання, еволюція (мінливість у часі).

Сучасне природознавство розрізняє прості й складні системи. Приміром, теорія відносності, що вивчає універсальні фізичні закономірності, властиві для всього Всесвіту, і квантова механіка, що вивчає закони мікросвіту – і та й інші, хоча й нелегкі для розуміння аматорам, все ж таки вважаються простими системами. Простими в тому розумінні, що в них

входить невелике число змінних (елементів), і тому взаємини між ними піддаються математичній обробці і встановленню універсальних законів.

Складні системи складаються з великого числа змінних (елементів) і, відповідно з великої кількості зв'язків між ними. Чим більша кількість зв'язків, тим суужніше піддається предмет дослідження досягненню кінцевого результату – встановленню закономірностей функціонування даного об'єкту.

Труднощі вивчення складних систем пов'язані і з тим, що, чим складнішою є система, тим більше вона має емерджентних властивостей, тобто, як відзначалося вище, властивостей, яких не мають її частини і які є проявом ефекту цілісності системи.

Такі складні системи вивчаються, наприклад, метеорологією – наукою про кліматичні процеси.

Поділ систем на прості і складні вважається фундаментальним у природознавстві. Серед всіх складних систем найбільший інтерес представляють системи зі зворотним зв'язком.

Деякі вчені вважають за необхідне розрізняти сумативну систему і активну (В.П. Сімонов). Під сумативною системою розуміється впорядковане розташування чого-небудь у певній послідовності. У таких системах при доповненні або вилученні окремих елементів ні сама система в цілому, ні її компоненти не зазнають серйозних змін, наприклад, систематичний книжковий каталог, словники, довідники і т.д.

Під активною системою розуміється така система, сутність якої характеризується в такому визначенні - сукупність об'єктів, взаємодія яких сприяє появі нових інтегральних якостей, не властивих окремим компонентам, що утворюють систему.

Система вважається відкритою, якщо вона обмінюється з навколишнім середовищем речовиною, енергією або інформацією, і навпаки, закритою, якщо до неї не надходить і з неї не виділяється енергія в будь-якій формі: у формі інформації, тепла, фізичних матеріалів і т.д., і, отже, компоненти її не змінюються.

Всі природні системи вважаються закритими. Вони підлягають тільки природним об'єктивним законам, а штучні – відкритими, тобто в них діють і суб'єктивні закони, принципи, правила, установлені самою людиною.

Таким чином, *основними принципами системного підходу* до дослідження є:

- підхід до досліджуваної проблеми як до цілого і уявлення, що впливають звідси, про середовище системи і її елементів;
- поняття системи конкретизується через поняття "зв'язки"; серед різних типів зв'язків особливе місце займають системоутворювальні зв'язки;
- стійкі зв'язки утворюють структуру системи, тобто забезпечують її впорядкованість; спрямованість цієї впорядкованості характеризує організацію системи;
- структура, у свою чергу, може характеризуватися як по горизонталі (зв'язки між однотипними компонентами системи), так і по вертикалі; вертикальна структура припускає виділення різних рівнів системи і наявність ієрархії цих рівнів;
- зв'язок між різними рівнями реалізується за допомогою керування.

1.3.2. Синергетичний підхід

Поняття "синергетика" введене в ужиток науки німецьким фізиком Г. Хакеном, а як самостійна наука синергетика з'явилася в 70-х роках ХХ століття. Значний внесок у розвиток синергетики вніс І. Пригожий – бельгійський учений.

Досліджуючи процеси самоорганізації в неживій і живій природі, І. Пригожий уперше створює і обґрунтовує науковий апарат, що довів можливість протікання даних процесів у фізично неврівноважених системах. Подальші дослідження в області хімії і біології підтвердили правомірність висунутих ученим положень і дозволили сформулювати принципи, завдяки яким процес, що протікає, може мати здатність до самоорганізації.

Синергетика за останні роки вийшла за рамки однієї науки і стала надбанням міждисциплінарних досліджень. Вона спрямована на розкриття універсальних механізмів самоорганізації складних систем, у тому числі *когнітивних* (*когнітивні* – це пов'язані зі свідомістю, з мисленням). Концепція синергетичного бачення світу приваблює сьогодні вчених з різних областей знань: філософії, фізики, хімії, біології, психології і т.д.

Розглянемо особливості синергетичного підходу.

У стислому визначенні синергетику трактують як теорію самоорганізації. У більш розгорнутому визначенні – це наука, що досліджує процеси мимовільного переходу складних систем з менш упорядкованого, не рівноважного стану в більш впорядкований, що розкриває такі зв'язки між елементами цієї системи, при яких їхня сумарна дія в рамках системи перевищує по своєму ефекту просте додавання ефектів дій кожного елемента окремо.

Щоб краще зрозуміти генезис синергетики, зробимо невеликий екскурс у класичну термодинаміку, що вивчала в XIX столітті механічну дію теплоти, розглядаючи закриті системи, що прагнуть до стану рівноваги, упорядкованості. В XX столітті термодинаміка стала вивчати відкриті системи в нерівноважних, неупорядкованих станах. Цей напрямок у термодинаміці одержав назву "синергетика" (від греч. *sinergia* – співробітництво, спільна дія).

Синергетика намагається відповісти на запитання, як утворилися всі ті макросистеми, у яких ми живемо. Вона змінила уявлення про світ, про народження матерії, походження і еволюцію Всесвіту, Землі, життя на землі, про природу і еволюцію людини.

З погляду синергетики, багато варіативність, розмаїтість шляхів, випадковість, навіть хаотичність (безладдя), альтернативи є конструктивними складовими механізмів самоорганізації складних систем. Концепція самоорганізації виділяє універсальні закономірності для всіх явищ, де превалюють неврівноваженість, нелінійність (багатоваріантність), флуктуації (випадкові зміни, відхилення) і біфуркації (від лат. *furcatus* - розділений; переломна точка в розвитку системи). Область синергетики, таким чином, охоплює всі явища, у яких яким-небудь образом присутні асиметрія, антиномії.

Об'єктами вивчення синергетики є: складність і дисипація (упорядковані структури), хаос і упорядкованість, стійкість і неврівноваженість, флуктуація і аттрактори (власна тенденція розвитку системи), біфуркація і керуючі параметри.

Синергетика підтверджує висновок теорії відносності про те, що енергія творить більш високі й тонкі рівні організації. Вона сформулювала принцип саморуху в неживій природі. Механізм, що нею пропонується – це спонтанна флуктуація, подія в точці біфуркації, експонентний процес до певного моменту.

Для кращого осмислення, уточнимо поняття флуктуації.

Флуктуація (від лат. *fluctuatio* – коливання) – випадкове відхилення від рівномірного розподілу, наприклад, молекул у газі або рідині, що виникає в результаті теплового руху.

Із сучасної наукової точки зору, народження Всесвіту відбувалося через флуктуацію у вакуумі. Сучасна квантова механіка припускає, що вакуум може приходити в "збуджений стан",

внаслідок чого в ньому може утворитися поле, а з нього – речовина (останнє підтверджується сучасними фізичними експериментами).

Відповідно до новітньої концепції фізичного вакууму, останній має особливу творчу функцію – споконвічну здатність, породжувати із себе всесвіт, невичерпне різноманіття яких утворить Надвсесвіт. Первісний фізичний вакуум, що поклав початок Всесвіту, має, відповідно до уявлень квантової теорії поля, досить складну будову: у ньому є кілька поверхів, кожний з яких має свій енергетичний потенціал. Елементарні частки, з яких складається речовина і антиречовина, є збудженими станами вакууму.

Завдяки флуктуаціям вакуум набуває особливої властивості – конкуренції між нестійкістю через флуктуацію і колишньою стійкістю. Перевершивши поріг стійкості завдяки флуктуації, вакуум (вона ж система) попадає в критичний стан, що називається точкою біфуркації. Ще якась невелика флуктуація в цій точці біфуркації могла б послужити початком правибуху або Великого вибуху про атома, початком еволюції в зовсім новому напрямку. Це і є подія в точці біфуркації, початок творчих актів.

У переломний момент, тобто в точці біфуркації, неможливо пророчити, у якому напрямку буде відбуватися подальший розвиток: чи стане стан системи більш хаотичним і припинить своє існування або вона перейде на більш високий рівень упорядкованості (організації), що називають дисипативною структурою.

Значне місце в синергетиці приділяється хаосу. З погляду синергетики, хаос необхідний, щоб система вийшла на аттрактор (аттрактор – це точка притягання), щоб ініціювати самобудування системи. Хаос необхідний для існування порядку.

Для пояснення переходу від хаосу до порядку в процесі самоорганізації існує поняття "детермінований хаос". Саме стан детермінованого хаосу вважається фізично нормальним для всіх систем. Але і повний хаос, і над порядок вважаються небажаними, а іноді і небезпечними.

Відмінності неврівноваженої структури від рівноважної полягає в наступному:

- система реагує на зовнішні умови;
- поведінка системи випадкова і не залежить від початкових умов, але залежить від передісторії;
- приплив енергії створює в системі порядок, і стало бути ентропія її зменшується;
- наявність біфуркації – переломної точки в розвитку системи
- когерентність: система поводить себе як єдине ціле і так, якби вона мала далекодіючі сили.

З позиції синергетики всі системи містять підсистеми, які постійно змінюються, флуктують. Іноді окрема флуктуація або її комбінація може стати настільки сильною, що існуюча колись організація не витримує й руйнується.

Отже, основні ідеї синергетики:

- порядок народжується з хаосу, існує глибинний взаємозв'язок хаосу і порядку;
- флуктуація являється творцем організації, випадковість грає в еволюційних процесах конструктивну роль;
- розмаїтість лежить в основі стійкого і дисциплінованого розвитку систем;
- еволюція нелінійна (багатоваріантна);
- розвиток систем як в історичній ретроспективі, так й у перспективі нелінійний, тобто має альтернативи;

- світ і наукове знання про нього системні, цілісні;
- розвиток об'єктів всіх рівнів матеріальної і духовної організації протікає за загальними закономірностями.

Основними вихідними принципами синергетики, тобто самоорганізації, являються наступні:

- для самоорганізації система має бути відкритою, тобто такою, що обмінюється зі своїм оточенням речовиною, енергією, інформацією;
- самоорганізація завжди пов'язана з кооперативним процесом, колективним погодженим поведженням частин системи. Саме завдяки такому поведженню виникають нові структури;
- випадковість, реальна ситуація є конструктивним початком, основою для процесу розвитку. Процес самоорганізації відбувається в результаті взаємодії випадковості і необхідності й завжди пов'язаний з переходом від нестійкості до стійкості;
- навколишній світ еволюціонує за нелінійними законами, тобто різноманітним шляхом вибору з альтернатив.

Л. № 2

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ

План викладу матеріалу

- 2.1. Експеримент як спосіб створення бази даних
- 2.2. Основні питання методології експериментальних досліджень
- 2.3. Розробка план-програми експерименту

2.1. Експеримент як спосіб створення бази даних

Більшість досліджень проводять з метою встановлення за допомогою експерименту функціональних або статистичних зв'язків між декількома величинами або для розв'язання експериментальних задач. Класичний метод постановки експерименту передбачає фіксацію на прийнятих рівнях всіх перемінних факторів, окрім одного, значення якого певним чином змінюють в області його існування. Цей метод становить основу *однофакторного експерименту*. При однофакторному експерименті змінюючи один фактор і стабілізуючи усі інші на вибраних рівнях, знаходять залежність величини, що досліджується тільки від одного фактору. Проводячи велике число однофакторних експериментів при вивченні багатофакторної системи, отримують окремі залежності, які представляються багатьма графіками, що мають ілюстративний характер. Знайдені таким чином окремі залежності неможливо об'єднати в одну спільну. Таким чином, виникає потреба у *багатофакторному експерименті*.

Використання однофакторного експерименту для всебічного дослідження багатофакторного процесу вимагає проведення дуже великої кількості експериментів. Для їх виконання вимагається значний час, на протязі якого вплив факторів, що не контролюються на результати дослідження може суттєво змінитись. У наслідок цієї причини велику кількість експериментів неможливо співставити. Отже, результати отримані при однофакторному експерименті багатофакторних систем, часто малопридатні для практичного використання. Зокрема, при розв'язанні екстремальних задач дані значної кількості досліджень стають непотрібними, так як отримані для області, далекої від оптимуму. Для вивчення багатофакторних систем найбільш доцільним є використання статистичних методів планування експерименту. Під плануванням експерименту розуміють процес визначення числа і умов проведення досліджень, необхідних і достатніх для розв'язування поставленої задачі з точністю, яка вимагається. Планування експерименту – це новий розділ математичної статистики.

Ефективність використання статистичних методів планування експерименту при дослідженні технологічних процесів пояснюється тим, що багато важливих характеристик цих процесів є випадковими величинами, розподіл яких близько відповідає нормальному закону.

Характерними особливостями процесу планування експерименту є прагнення мінізувати число досліджень; одночасне варіювання всіма факторами, що досліджуються за спеціальними правилами – алгоритмам; використання математичного апарату, формалізуючого більшість дій дослідника; вибір стратегії, яка дозволяє приймати обґрунтовані рішення після кожної серії експериментів.

У процесі синтезу математичних моделей об'єктів дослідження на стадії їх ідентифікації виникає необхідність у поточній інформації про чисельні значення вхідного і вихідного

сигналів цих об'єктів, яку можна отримати або заміряти і зафіксувати фізичні носії цих сигналів протягом якогось відрізка часу, не втручаючись у процес функціонування об'єкта, або подаючи на об'єкт вхідні сигнали певної, заздалегідь обумовленої форми, а також, заміряючи і фіксуючи реакцію об'єкта на ці «рукотворні» сигнали.

У першому випадку прийнято говорити, що на об'єкті дослідження було поставлено *пасивний експеримент*, а у другому випадку говорять про *активний експеримент*.

Очевидно, що пасивний експеримент є більш дешевим у порівнянні з активним і об'єкт дослідження не впливає на випуск готової продукції, але інформація, яка добувається з його допомогою, має звужений діапазон і не дає впевненості, що математичні моделі, отримані з її використанням, залишаться адекватними процесам в об'єкті і за межами цього діапазону.

Що ж до активного експерименту, то у зв'язку з необхідністю отримання інформації про реакцію об'єкта на вхідний сигнал заданої форми, чого не можна досягти, попередньо не відключивши об'єкт, а також у зв'язку з необхідністю вимірювання і фіксації перехідних процесів від пуску об'єкта до його виходу на заданий режим, такий експеримент буде коштувати дорожче у порівнянні з пасивним експериментом, а частина продукції об'єкта, отриманої під час активного експерименту, не відповідатиме критеріям якості. Однак інформація, яка отримується в процесі активного експерименту, має набагато ширший, а часто і максимально допустимий діапазон значень, на якому ґрунтується впевненість у тому, що математичні моделі, отримані з її використанням, залишаться адекватними процесам в об'єкті в усьому діапазоні функціонування цього об'єкта, починаючи від його включення в роботу і завершуючи режимами над номінальним у допустимих з позицій безпеки межах.

Що ж до *етапів постановки експерименту* для створення бази даних, то, вони є такими:

1 етап – це визначення цілеспрямованості експерименту та необхідності формування спеціальних зовнішніх впливів на об'єкт дослідження, тобто чи достатньо лише пасивно спостерігати за процесами, які нас цікавлять, чи потрібно активно впливати на ці процеси;

2 етап – це розробка плану проведення експерименту;

3 етап – це формування вимог до засобів вимірювання параметрів об'єктів і процесів при експериментальному дослідженні та вибір цих засобів;

4 етап – це безпосереднє проведення експерименту на об'єкті дослідження і фіксація його результатів;

5 етап – це обробка результатів експерименту.

На перших двох та четвертому етапах їх зміст визначається лише після конкретизації об'єкта дослідження і визначення мети, а тому кожному досліднику зміст цих етапів для експериментального створення бази даних доводиться визначати самотійно, виходячи з того, яка база даних потрібна і для чого.

2.2. Основні питання методології експериментальних досліджень

Розрізняють експерименти *природні* і *штучні*. **Природні** експерименти характерні для соціальних явищ (соціальний експеримент) в умовах, наприклад, виробництва, побуту і т.п. **Штучний** експеримент широко застосовується у багатьох галузях, і в першу чергу у технічних науках. У цьому випадку вивчають явище, ізольоване до необхідного ступеня, щоб оцінити його в кількісних і якісних відносинах. Іноді виникає необхідність провести *пошукові експериментальні дослідження*. Вони необхідні у тому випадку, якщо важко класифікувати всі

фактори, що впливають на явище, яке вивчається, внаслідок відсутності достатніх попередніх даних. На основі попереднього експерименту будується програма досліджень у повному обсязі.

Експериментальні дослідження поділяють на *лабораторні* і *виробничі*.

Лабораторні досліди проводять із застосуванням типових приладів, спеціальних моделюючих установок, стендів, устаткування і т.д. Ці дослідження дозволяють найбільш повно і доброякісно з необхідною повторюваністю вивчити вплив одних характеристик при варіюванні інших. Лабораторні досліди при достатньо повному науковому обґрунтуванні експерименту (математичне планування) дозволяють одержати гарну наукову інформацію з мінімальними витратами. Проте такі експерименти не завжди повністю моделюють реальний хід процесу, що вивчається, тому виникає потреба у проведенні виробничого експерименту.

Виробничі експериментальні дослідження мають на меті вивчити процес в реальних умовах з урахуванням дії різних випадкових чинників виробничого середовища.

Такі експерименти проводять на об'єктах, що будуються, заводах, експлуатованих дорогах, будівлях і спорудах. Внаслідок, як правило, громіздкості досліду потрібне особливо ретельне продумане планування експерименту. Важливу роль виконує обґрунтування мінімальної потрібної кількості вимірювань.

Одним з різновидів виробничих експериментів є збирання матеріалів в організаціях, які накопичують за стандартними формами ті або інші дані. Цінність цих матеріалів полягає у тому, що вони систематизовані впродовж багатьох років єдиною методикою. Такі дані добре піддаються обробці методами статистики і теорії вірогідності.

У ряді випадків виробничий експеримент ефективно проводити методом анкетування. Для процесу, що вивчається, складають ретельно продуману методику. Основні дані збирають методом досліду виробничих організацій за задалегідь складеною анкетною. Цей метод дозволяє зібрати дуже велику кількість даних спостережень або вимірювань щодо питання, яке вивчається. До результатів анкетних даних потрібно відноситися з особливою ретельністю, оскільки вони не завжди містять достатньо надійні дані. Особливу роль тут відіграє метод статистичного чищення вимірювань.

Виробничі експериментальні дослідження можуть бути замінені дослідженнями на спеціальних стендах: стендові випробування дозволяють виконувати дослідження без порушення технологічного виробничого ритму, що підвищує ефективність використання вживаного в експерименті обладнання, машин і приладів.

Залежно від теми наукового дослідження обсяг експериментів може бути різним. У кращому випадку для підтвердження робочої гіпотези досить лабораторного експерименту, в гіршому – доводиться проводити серію експериментальних досліджень: попередні (пошукові), лабораторні, стендові на експлуатованому об'єкті.

У ряді випадків на експеримент витрачається багато засобів, науковець проводить величезну кількість спостережень і вимірювань, отримує безліч діаграм, графіків, виконує невиправдано велику кількість випробувань. На обробку і аналіз такого експерименту витрачається багато часу. Іноді виявляється, що виконано багато зайвого, непотрібного. Все це можливо, коли експериментатор чітко не обґрунтував мету і завдання експерименту. У інших випадках результати тривалого великого експерименту неповністю підтверджують робочу гіпотезу наукового дослідження. Як правило, це також властиво для експерименту, чітко не обґрунтованого метою і завданнями. Тому, перш ніж розпочати експериментальні дослідження, необхідно розробити методологію експерименту.

Методологія експерименту – це загальні принципи, структура експерименту, його поставлення і послідовність виконання експериментальних досліджень. Методологія експерименту передбачає такі основні етапи:

- розроблення плану-програми експерименту;
- оцінку вимірювань і вибір засобів для проведення експерименту;
- проведення експерименту;
- обробку і аналіз експериментальних даних, встановлення адекватності.

Наведена кількість етапів справедлива для традиційного експерименту. Разом з цим широко застосовують математичну теорію експерименту, що дозволяє різко підвищити точність і зменшити обсяг експериментальних досліджень. У цьому випадку методологія експерименту включає такі етапи:

- розроблення плану-програми експерименту, оцінку вимірювань і вибір засобів для проведення експерименту, математичне планування експерименту з одночасним проведенням експериментального дослідження, обробкою і аналізом отриманих даних.

Таким чином, дослідження об'єкту складається з циклів, що повторюються, при цьому від циклу до циклу росте об'єм знань про об'єкт, а гіпотези, що висуваються все більше наближаються до реальності.

Формулювання мети експерименту (поставка задачі) – важливий і часто найбільш творчий етап в діяльності експериментатора або розробника нової техніки і технології. Саме мета визначає план проведення експерименту і спосіб обробки отриманих результатів, а також їх використання для прийняття рішення.

Головна мета, яка ставиться перед експериментальними дослідженнями, включає побудову математичної моделі об'єктів, інакше ідентифікацію цих об'єктів.

Унаслідок розвитку методів систем на основі побудови їх математичної моделі в останні роки здійснюється все більш тісний зв'язок теоретичних досліджень з експериментальними, інакше *розвиваються комбіновані експериментально-теоретичні методи дослідження*. Математична модель у цьому випадку виступає ланкою, яка поєднує теоретичні і експериментальні дослідження.

До числа спеціальних експериментальних методів відносяться також методи, які проводяться за допомогою ЕОМ, так зване імітаційне моделювання (обчислювальний експеримент), інакше моделювання, яке відтворює за спеціальною програмою близьку до реальності картину роботи об'єкта.

2.3. Розробка план-програми експерименту

Задача планування експерименту полягає в установленні мінімально необхідної кількості досліджень і умов їх проведення, у виборі методів математичної обробки результатів експерименту і прийнятті рішення. Планування експерименту значно скорочує число досліджень, необхідних для того, щоб отримати модель процесу. Окремим випадком планування експерименту є планування самого експериментального дослідження, інакше процесу з вибору числа мінімально необхідних експериментів та умов для їх проведення за допомогою методи Бокса-Уілсона, який має назву «метод крутого сходження».

Метод Бокса-Уілсона передбачає проведення досліджень невеликими серіями. У кожній серії одночасно варіюють усі фактори за визначеними правилами. Дослідження проводять так, щоб після математичної обробки результатів попередньої серії можна було б спланувати наступну серію досліджень.

План-програма включає:

- найменування теми дослідження;
- робочу гіпотезу;
- методику експерименту;
- перелік необхідних матеріалів, приладів, установок;
- список виконавців експерименту;
- календарний план робіт;
- мету на виконання експерименту.

У ряді випадків включають роботи з конструювання і виготовлення приладів, апаратів, пристосувань, методичне їх обстеження, а також програми досвідчених робіт на заводах і т.п.

Основу плану-програми складає **методика експерименту**. *Методика* є системою прийомів або способів для послідовного, найефективнішого експериментального дослідження і містить:

- мету і завдання експерименту;
- вибір варіюючих чинників;
- обґрунтування засобів і потрібної кількості вимірювань;
- опис проведення експерименту, обґрунтування способів обробки і аналізу результатів експерименту.

Визначення мети і завдань експерименту – один з найважливіших етапів. На основі аналізу інформації, гіпотези і теоретичних розробок обґрунтовують мету і завдання експерименту. Вся наукова інформація дозволяє у тому або іншому ступені робити висновок про очікувані закономірності процесу, що вивчається, а отже, і визначити завдання експерименту. Чітко, конкретно обґрунтовані завдання – це великий внесок в їх рішення. Кількість завдань не повинна бути дуже великою (3-4 завдання), у великому дослідженні їх може бути 8-10.

Вибір варіюючих факторів – це встановлення основних і другорядних характеристик, що впливають на досліджуваний процес. Спочатку аналізують розрахункові (теоретичні) схеми процесу. На основі цього класифікують всі фактори і складають з них убуваючий по важливості для даного експерименту ряд. Правильний вибір основних і другорядних факторів виконує важливу роль в ефективності експерименту, оскільки експеримент зводиться до знаходження залежностей між цими факторами. В окремих випадках відразу складно виявити роль основних і другорядних факторів. При цьому необхідно виконати невеликий за обсягом попередній пошуковий дослід.

Основним принципом встановлення ступеня важливості характеристики є її роль у досліджуваному процесі. Для цього вивчають процес залежно від якоїсь однієї змінної при решті постійних. Такий принцип проведення експерименту виправдовує себе тільки у тих випадках, коли змінних характеристик мало (1-3). Якщо ж змінних величин багато, доцільний принцип аналізу **багаточинника** (багатофакторний аналіз)

Обґрунтування засобів вимірювань – це вибір необхідних для спостережень і вимірювань приладів, устаткування, машин, апаратів та ін. Експериментатор повинен бути добре ознайомлений з вимірювальною апаратурою, що випускається. Щорічно видаються каталоги на засоби вимірювання, за якими можна замовити ті, що випускаються приладобудуванням, або інші засоби вимірювань. У першу чергу використовують стандартні. Серійно випускаються машини і прилади, робота на яких регламентується інструкціями, державними стандартами та іншими офіційними документами.

В окремих випадках виникає потреба у створенні унікальних приладів, апаратів, установок, стендів, машин для розроблення теми. При цьому розроблення і конструювання приладів інших засобів повинні бути ретельно обґрунтовані теоретичними розрахунками і практичними міркуваннями про можливість виготовлення устаткування. Створюючи нові прилади, необхідно використовувати готові вузли або реконструювати існуючі прилади.

Дуже відповідальною частиною є *встановлення точності вимірювань і похибок*. Методи вимірювань повинні базуватися на законах спеціальної науки – метрології, що вивчає засоби і методи вимірювань.

При експериментальному дослідженні одного і того ж процесу (спостереження і вимірювання) повторні показники на приладах, як правило, не однакові. Відхилення пояснюються різними причинами – неоднорідністю властивостей тіла (метал, полімер, композит тощо), що вивчається, недосконалістю приладів і класом їх точності, суб'єктивними особливостями експериментатора та ін. Чим більше випадкових факторів, що впливають на дослід, тим більше відхилення окремих вимірювань від середнього значення, що вимагає повторних вимірювань, отже, необхідно дати їх потрібну мінімальну кількість. *Під потрібною мінімальною кількістю вимірювань* розуміють таку їх кількість, яка в даному досліді забезпечує стійке середнє значення вимірюваної величини, що задовольняє заданий ступінь точності. Встановлення потрібної мінімальної кількості вимірювань має велике значення, оскільки забезпечує отримання найоб'єктивніших результатів при мінімальних витратах часу засобів.

У методиці детально проектують процес проведення експерименту. Спочатку складають послідовність (черговість) проведення операцій вимірювань і спостережень. Потім ретельно описують кожну операцію окремо з урахуванням вибраних засобів для проведення експерименту. Велику увагу надають методам контролю якості операцій, що забезпечують при мінімальній (раніше встановленій) кількості вимірювань високу надійність і задану точність. Розробляють форми журналів для запису результатів спостережень і вимірювань.

Важливим розділом методики є вибір методів обробки і аналізу експериментальних даних. Обробка даних зводиться до систематизації всіх цифр, класифікації, аналізу. Результати експериментів повинні бути зведені в легкі для читання форми запису – таблиці, графіки, формули, номограми, що дозволяють швидко зіставляти одержані результати.

Особлива увага в методиці повинна бути надана математичним методам обробки і аналізу досліджуваних даних – встановленню емпіричних залежностей, апроксимації зв'язків між варійованими характеристиками, знаходженню критеріїв і довірчих інтервалів та ін. Далі визначають обсяг і трудомісткість експериментальних досліджень, які залежать від глибини теоретичних розробок, ступеня точності прийнятих засобів вимірювань. Чим чіткіше сформульована теоретична частина дослідження, тим менше обсяг експерименту.

Можливі три випадки результатів проведення експерименту:

1 – *Теоретично одержана аналітична залежність, яка однозначно визначає досліджуваний процес.*

Наприклад, $y = 3e^{-2x}$.

У цьому випадку обсяг експерименту для підтвердження даної залежності мінімальний, оскільки функція однозначно визначається експериментальними даними.

2 – *Теоретичним шляхом встановлений тільки характер залежності.*

Наприклад, $y = ae^{-bx}$.

У цьому випадку задана сім'я кривих. Експериментальним шляхом необхідно визначити a і b . При цьому обсяг експерименту зростає.

3 – *Теоретично не вдалося одержати яких-небудь залежностей.* Розроблені тільки припущення про якісні закономірності процесу.

У багатьох випадках доцільний пошуковий експеримент. Обсяг експериментальних робіт зростає. Тут доречний *метод математичного планування експерименту*. На обсяг і трудомісткість істотно впливає вид експерименту. Після встановлення обсягу експериментальних робіт складають перелік необхідних засобів вимірювань, обсяг матеріалів, список виконавців, календарний план і кошторис витрат. План-програму розглядає науковий керівник, а також обговорюють у науковому колективі і затверджують в установленому порядку.

Л. №3 СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ ОЦІНКИ ВИМІРЮВАНЬ

План викладу матеріалу

- 3.1. Виміри, їх види і класифікація
- 3.2. Інтервальна оцінка за допомогою довірчої вірогідності
- 3.3. Встановлення мінімальної кількості вимірів
- 3.4. Проведення експерименту
- 3.5. Методи графічного зображення результатів вимірів

3.1. Виміри, їх види і класифікація

Вимірювання є основною складовою частиною будь-якого експерименту. Від ретельності вимірювань і подальших обчислень залежать результати експерименту. Тому кожен експериментатор повинен знати закономірності вимірювальних процесів: уміти правильно виміряти величини, що вивчаються; оцінити похибки при вимірюваннях; правильно, з необхідною точністю обчислити значення величин та їх мінімальну кількість; визначити найкращі умови вимірювань, при яких помилки будуть найменшими, і виробити загальний аналіз результатів вимірювань.

Вимірювання – це процес знаходження якої-небудь фізичної величини дослідним шляхом за допомогою спеціальних технічних засобів, це пізнавальний процес порівняння величини чого-небудь з відомою величиною, прийнятою за одиницю (еталон).

Теорією і практикою вимірювань займається спеціальна наука – **метрологія**.

Вимірювання бувають статичними, коли вимірювана величина не змінюється, і динамічними, коли вимірювана величина змінюється. Крім того, вимірювання поділяються на прямі і непрямі.

При прямих вимірюваннях шукану величину встановлюють безпосередньо з досліду, при непрямих – функціонально від інших величин, визначених прямими вимірюваннями $b = f(a)$, де b знайдене за допомогою непрямих вимірювань, а – за допомогою прямих вимірювань.

Розрізняють три класи вимірювань.

Особливо точні – еталонні вимірювання з максимально можливою точністю. Цей клас рідко застосовується в експериментальних дослідженнях машинобудівного виробництва. **Високоточні** – вимірювання, похибка яких не повинна перевищувати заданих значень. Цей клас вимірювань використовують при деяких найвідповідальніших експериментах, а також для контрольно-перевірних вимірювань приладів. **Технічні** це вимірювання, в яких похибка визначається особливостями засобів вимірювання.

Розрізняють також абсолютні вимірювання і відносні. **Абсолютні** – це прямі вимірювання в одиницях вимірюваної величини, наприклад, абсолютна вологість зразка w у відсотках.

Відносні – вимірювання, представлені відношенням вимірюваної величини до однойменної величини, що приймається за порівнянну. Наприклад, відносна вологість зразка w/w_t , де w_t - абсолютна вологість зразка межі текучості. Результати вимірювань оцінюють різними показниками.

Похибка вимірювання – це алгебраїчна різниця між дійсним значенням вимірюваної величини x_q і одержаним при вимірюванні x_i . Вимірювання x_q - це таке значення вимірюваної

величини, яке явно точніше, ніж одержуване при вимірюванні. З деяким допущенням x_q можна вважати істинним або точним значенням величини

$$\varepsilon = x_q - x_i.$$

Значення ε називають **абсолютною похибкою вимірювання**. **Відносна похибка** вимірювання, %:

$$\delta = \pm \frac{\varepsilon}{x_q} \cdot 100 \quad (3.1)$$

Точність вимірювання – це ступінь наближення вимірювання до дійсного значення величини.

Достовірність вимірювання показує ступінь довіри до результатів вимірювання, тобто вірогідність відхилень вимірювання від дійсних значень.

Щоб підвищити точність і достовірність вимірювань, необхідно зменшити похибку. Похибки при вимірюваннях виникають внаслідок ряду причин:

- недосконалості методів і засобів вимірювань;
- недостатньо ретельного проведення досліду;
- впливів різних зовнішніх факторів у процесі досліду;
- суб'єктивних особливостей експериментатора та ін. Ці причини є результатом дії багатьох факторів.

Похибки класифікують на систематичні і випадкові.

Систематичні - це такі похибки вимірювань, які при повторних експериментах залишаються постійними (або змінюються за відомим законом). Якщо чисельні значення цих похибок відомі, їх можна врахувати під час повторних вимірювань.

Випадковими називають похибки, що виникають випадково при повторному вимірюванні. Ці вимірювання не можуть бути виключені як систематичні. Проте за наявності багатократних повторів за допомогою статистичних методів можна виключити випадкові вимірювання, що відхиляються.

Різновидом випадкових похибок є **грубі похибки або промахи**, що істотно перевищують систематичні або випадкові похибки. Промахи і грубі похибки спричиненні, як правило, помилками експериментатора. Їх легко знайти. У розрахунок ці похибки не беруться і при обчисленні x_q ними нехтують. Таким чином, можна записати

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2, \quad (3.2)$$

де $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ - систематичні і випадкові похибки вимірювань.

У процесі експерименту важко відділити систематичні похибки від випадкових. Проте при ретельному і багатократному експерименті все ж таки можна виключити систематичні похибки (помилки). Основна задача вимірювань полягає у тому, щоб одержати по можливості результати вимірювань з меншими похибками. Нижче розглянуті основні принципи і методи усунення систематичних і випадкових помилок.

Систематичні похибки можна поділити на п'ять груп.

Перша – інструментальні похибки, що виникають внаслідок порушень засобів вимірювань додаткових люфтів або тертя, неточності градуйованої шкали, зносу і старіння вузлів і деталей засобів вимірювання і т.п.

Друга – похибки, які виникають через неправильну установку засобів вимірювань.

Третя – похибки, що виникають в результаті дії зовнішнього середовища: високих температур повітря, магнітних і електричних полів, атмосферного тиску і вологості повітря, вібрації і коливань від рухомих частин та ін.

Четверта – суб'єктивні похибки, виникають внаслідок індивідуальних фізіологічних, психофізіологічних, антропологічних властивостей людини.

П'ята – похибки методу. Вони з'являються в результаті необґрунтованого методу вимірювань (при різних спрощеннях схем або функціональних залежностей, відсутності теоретичних обґрунтувань методу вимірювання, малій кількості повторюваностей та ін.).

Систематичні похибки можуть бути постійними або змінними, збільшуються або зменшуються у процесі експерименту. Їх обов'язково потрібно виключати. Відомі випадки, коли через наявність систематичних похибок робилися неправильні наукові висновки з експерименту. Систематичні помилки (похибки) можуть бути усунені наступними методами.

Часто від систематичних похибок всіх груп можна позбавитися до початку експерименту шляхом регулювання або ремонту засобів вимірювання, ретельної перевірки установки засобів вимірювань, усунення небажаних дій зовнішнього середовища. Особлива увага повинна бути надана обґрунтуванню теорії і методики вимірювань. Одним з ефективних методів усунення систематичних помилок 1-3 груп є виключення їх у процесі експерименту. Основним принципом цього виключення є повторне вимірювання величин.

Застосовують також метод заміщення. При вимірюванні x замість досліджуваного об'єкта встановлюють той, що еталонує, наперед заміряний з високою точністю. Різниця у вимірюваннях дозволить знайти похибку вимірювального засобу.

Якщо все ж таки не можна встановити значення систематичних похибок, то обмежуються оцінкою їх меж.

Випадкові похибки. При проведенні з однаковою ретельністю тих або інших експериментів результати вимірювань однієї і тієї ж величини (навіть з урахуванням відомого закону систематичних похибок), як правило, відрізняються між собою. Як наголошувалося вище, це свідчить про наявність випадкових похибок. Кожен експериментатор, аналізуючи результати вимірювань, повинен уміти правильно оцінити випадкові похибки, що неминуче виникають. До випадкових помилок відносять також, як вже відомо, промахи і грубі похибки.

Найтипівішими причинами промахів є помилки при спостереженнях: неправильний відлік за шкалою вимірювальних приладів, описки (помилки) при записі результатів вимірювань, різні маніпуляції з приладами або їх окремими вузлами (перестановка, заміна блоків, перевірка та ін.). Грубі похибки виникають внаслідок несправності приладів, а також умов експерименту, що раптово змінилися.

Аналіз випадкових похибок ґрунтується на **теорії випадкових помилок**. Ця теорія дає можливість з певною гарантією обчислити дійсне значення і оцінити можливі помилки, за якими роблять висновок про дійсне значення шуканої величини.

В основу теорії випадкових помилок покладені припущення про те, що при великому числі вимірювань випадкові похибки однакової величини, але різного знаку трапляються однаково часто; великі похибки трапляються рідше, ніж малі, або вірогідність появи похибки зменшується із зростанням її величини, при нескінченно великому числі вимірювань істинне значення вимірюваної величини дорівнює середньоарифметичному значенню всіх результатів вимірювань: поява того або іншого результату вимірювання як випадкової події описується нормальним законом розподілу.

Розрізняють генеральну і вибірку сукупність вимірювань. Під генеральною сукупністю мають на увазі всю безліч можливих значень вимірювань x_i або можливих значень похибок Δx_i . Для вибіркової сукупності вимірювань n обмежено і у кожному конкретному випадку строго визначається. Звичайно вважають, що якщо $n > 30$, то середнє значення даної сукупності вимірювань \bar{x} достатньо наближається до його істинного значення.

Теорія випадкових помилок дозволяє розв'язати дві основні задачі: оцінити точність і надійність вимірювання при даній кількості вимірів; визначити мінімальну кількість вимірів, що гарантує необхідну (задану) точність і надійність вимірювання. Разом з цим виникає необхідність виключити грубі помилки ряду, визначити достовірність одержаних даних та ін. Розглянемо основні задачі.

3.2. Інтервальна оцінка за допомогою довірчої вірогідності

Для великої вибірки і нормального закону розподілу загальними оцінними характеристиками вимірювання є дисперсія σ і коефіцієнт варіації K_v :

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}, \quad K_v = \frac{\sigma}{\bar{x}}. \quad (3.3)$$

Дисперсія характеризує однорідність вимірювання. Чим вище σ , тим більше розкид вимірювань. Коефіцієнт варіації характеризує мінливість. Чим вище K_v , тим більше мінливість вимірювань щодо середніх значень. K_v оцінює також розкид при оцінці декількох вибірок.

Довірчим називається інтервал значень x_i , в який потрапляє істинне значення x_D вимірюваної величини із заданою вірогідністю. Довірчою вірогідністю (достовірністю) вимірювання називається вірогідність P_d того, що істинне значення x_D вимірюваної величини потрапляє в даний довірчий інтервал. Ця величина визначається в частках одиниці або у відсотках. Необхідно встановити вірогідність того, що x_D потрапить в зону $a \leq x_D \leq b$, де a і b – крайні точки встановлення довірчої вірогідності. Довірча вірогідність P_d описується виразом

$$P_d = P(a < m(x) < b) = \frac{1}{2} \left[\Phi\left(\frac{b - \bar{x}}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a - \bar{x}}{\sigma}\right) \right], \quad (3.4)$$

де $\Phi(t)$ - функція Лапласа, аргументом якої є відношення μ до середньоквадратичного σ , тобто

$$t = \mu/\sigma, \quad (3.5)$$

$\mu = b - \bar{x}$, $\mu = -(a - \bar{x})$, t - гарантійний коефіцієнт;

$m(x)$ – істинне значення вимірюваної величини.

Функція $\Phi(t)$ - це інтегральна функція Лапласа:

$$\Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \quad (3.6)$$

Чисельні значення $\Phi(t)$ наведені в табл. 3.1.

У цій задачі можливий інший варіант. На основі певних даних встановлена довірча вірогідність P_d . Дуже часто її беруть такою, що дорівнює 0,9011; 0,9545; 0,9973. Необхідно встановити точність вимірювань, тобто довірчий інтервал 2μ .

Оскільки $P_d = \Phi\left(\frac{\mu}{\sigma}\right)$, то за табл. 2.1 зворотною інтерполяцією можна визначити

половину довірчого інтервалу

$$\mu = \sigma \operatorname{arg} T(P_d) = \sigma t, \quad (3.7)$$

де $\operatorname{arg} \Phi(P_d)$ - аргумент функції Лапласа або при $n < 10$ - Стюдента (табл. 2.2). Довірчий інтервал характеризує точність вимірювання даної вибірки, а довірна вірогідність - достовірність вимірювання.

Таблиця 3.1

Чисельні значення інтегральної функції Лапласа

t	Φ(t)	t	Φ(t)	t	Φ(t)
0,00	0,0000	0,75	0,5467	1,50	0,8664
0,05	0,0399	0,80	0,5763	1,55	0,8789
0,10	0,0797	0,85	0,6047	1,60	0,8904
0,15	0,1192	0,90	0,6319	1,65	0,9011
0,20	0,1585	0,95	0,6579	1,70	0,9109
0,25	0,1974	1,00	0,6827	1,75	0,9199
0,30	0,2357	1,05	0,7063	1,80	0,9281
0,30	0,2357	1,05	0,7063	1,80	0,9281
0,35	0,2737	1,10	0,7287	1,85	0,9357
0,40	0,3108	1,15	0,7419	1,90	0,9426
0,45	0,3473	1,20	0,7699	1,95	0,9488
0,50	0,3829	1,25	0,7887	2,00	0,9545
0,55	0,4177	1,30	0,8064	2,25	0,9756
0,60	0,4515	1,35	0,8230	2,50	0,9876
0,65	0,4843	1,40	0,8385	3,00	0,9973
0,70	0,5161	1,45	0,8529	4,00	0,9999

Приклад.

Виконано 30 вимірювань міцності покриття труб хімічної апаратури.

При цьому середній модуль пружності покриття $E_c = 170$ МПа. Обчислене значення середньоквадратичного відхилення виявилось $\sigma = 3,1$ МПа. Визначити точність і достовірність експерименту.

Необхідну точність вимірювань визначимо для різних рівнів довірчої вірогідності, взявши відповідно значення $\operatorname{arg} \Phi(t)$ за табл. 2.1: $P_d = 0,9011; 0,9545; 0,9973$;

$$\mu = \pm 3,1 \cdot 1,65 = 5,1; \pm 3,1 \cdot 2,0 = 6,2; \pm 3,1 \cdot 3 = 9,3 \text{ МПа.}$$

Отже, для даного засобу і методу довірчий інтервал зростає приблизно у два рази, якщо P_d збільшити тільки на 10%. Необхідно визначити достовірність вимірювань для встановленого

довірчого інтервалу, наприклад, $\mu = \pm 7$ МПа. За формулою (2.5) $t = \frac{\mu}{\sigma} = 7/3,1 = 2,26$. За табл.

3.1 для $t = 2,26$ визначаємо $P_d = 0,9876$. Це означає, що в заданий довірчий інтервал із 100 вимірювань не потрапляють тільки три.

Значення $1-\Phi(t)$ називають рівнем значущості. З нього випливає, що при нормальному законі розподілу похибка, що перевищує довірчий інтервал, траплятиметься один раз з n вимірювань:

$$n_n = \frac{P_d}{1 - P_d} \quad (3.8)$$

або інакше доводиться нехтувати одним з n_n вимірювань.

Приклад. Використовуючи дані наведеного вище прикладу, обчислити кількість вимірювань, з яких одне вимірювання перевищує довірчий інтервал.

За формулою (3.8) маємо для $P_d = 0,9$; $n = 0,9/(1 - 0,9) = 9$ вимірювань. Для P_d , що дорівнює 0,95 і 0,9973, відповідно 19 і 367 вимірювань.

3.3. Встановлення мінімальної кількості вимірювань

Усі експериментальні дослідження в техніці, як вже наголошувалося, базуються на вимірюваннях. Для проведення дослідів з необхідною точністю і достовірністю необхідно знати ту кількість вимірювань, при яких експериментатор упевнений в позитивному результаті. Проте надмірно велика кількість вимірювань вимагає значних витрат часу і ресурсів. У зв'язку з цим однією з першочергових задач при статистичних методах оцінки є встановлення мінімального, але достатнього для даних умов числа вимірювань.

Задача зводиться до встановлення мінімального об'єму вибірки (числа вимірювань) N_{min} при заданих значеннях, довірчого інтервалу 2μ і довірчої вірогідності. При виконанні вимірювань необхідно знати їх точність Δ , яку звичайно характеризують σ_0 – середньоарифметичне значення середньоквадратичного відхилення σ :

$$\sigma_0 = \sigma / \sqrt{n}; \quad \Delta = \sigma_0 / \bar{x}. \quad (3.9)$$

Значення σ_0 часто називають середньою помилкою. Довірчий інтервал помилки вимірювання Δ визначається аналогічно, як і для вимірювань $\mu = t\sigma_0$. За допомогою t легко визначити довірчу вірогідність помилки вимірювання з табл. 3.1.

У дослідженнях часто за заданою точністю Δ і довірчою вірогідністю вимірювання визначають мінімальну кількість вимірювань, що гарантують необхідні значення Δ і $\Phi(t)$.

Аналогічно до рівняння (3.7) з урахуванням (3.9) запишемо

$$\mu = \sigma_{\text{arg}} \Phi(P_d) = \sigma_0 / \sqrt{nt}. \quad (3.10)$$

Звідси, вважаючи $N_{min} = n$, маємо

$$N_{\min} = \frac{\sigma^2 t^2}{\sigma_0^2} = \frac{K_v^2 t^2}{\Delta^2}. \quad (3.11)$$

Тут K_v — коефіцієнт варіації (мінливості), %; Δ - точність вимірювань, %. Для обчислення N_{min} може бути взята наступна послідовність.

1. Проводять попередній експеримент з кількістю вимірювань n , яка складає залежно від трудомісткості дослідів від 20 до 50.

2. Обчислюють середньоквадратичне відхилення σ за рівнянням (3.3).

3. Відповідно до поставлених завдань експерименту встановлюють необхідну точність вимірювань μ , Δ , яка повинна бути не меншою, ніж точність приладу.

4. Встановлюють нормоване відхилення t , значення якого звичайно задають; воно залежить також від точності методу. Наприклад, при великій точності вимірювань можна взяти $t = 3,0$, при малій – $t = 2,0$. Так, вимірюючи зносостійкість матеріалів, можна взяти $t = 2$, густину, міцність, розміри тіл – $t = 2,5-3,0$.

5. 3 (3.10) визначають N_{min} . Надалі у процесі експерименту число вимірювань не повинне бути менше N_{min} .

Приклад.

При прийманні споруд термічного цеху комісія як один з параметрів заміряє їх ширину. Згідно з тимчасовою інструкцією вимагається виконувати 25 вимірювань; відхилення параметра, що допускається, + 0,1 м. Необхідно визначити, з якою достовірністю комісія оцінює даний параметр. Заздалегідь обчислене значення $\sigma = 0,4$ м.

Згідно з інструкцією $\Delta = 0,1$ м. З рівняння (3.11) можна записати $t = \sqrt{n} \cdot \frac{\Delta}{\sigma} = \sqrt{25} \cdot \frac{0,1}{0,4} = 1,25$. Відповідно до табл. 3.1 довірча вірогідність для $t = 1,25$ Р_д = 0,79.

Це низька вірогідність. Похибка, що перевищує довірчий інтервал $2\sigma = 0,8$ м, згідно з виразом (3.8) траплятиметься один раз з $0,79/(1 - 0,79) = 3,76$, тобто з 4 вимірювань. Це неприпустимо. Обчислимо мінімальну кількість вимірювань з довірчою вірогідністю Р_д, що дорівнює 0,9 і 0,95. За формулою (3.11) маємо $N_{min} = 0,42 \cdot 1,652/0,12 = 43$ вимірювання при Р_д = 0,90 і 64 вимірювання при Р_д = 0,95.

Оцінки вимірювань з допомогою σ і σ_0 за наведеними методами справедливі при $n > 30$. Для знаходження меж довірчого інтервалу при малих значеннях застосовують метод, запропонований у 1908 р. англійським математиком В.С.Госсетом (псевдонім Стьюдент). Криві розподілу Стьюдента у разі $n \rightarrow \infty$ (практично при $n > 20$) переходять у криві нормального розподілу (рис. 3.1).

Для малої вибірки довірчий інтервал

$$\mu_{ст} = \sigma_0 \alpha_{ст}, \quad (3.12)$$

де $\alpha_{ст}$ – коефіцієнт Стьюдента, що береться за табл. 3.2 залежно від значення довірчої вірогідності Ф_{ст}.

Знаючи $\mu_{ст}$, можна обчислити дійсне значення величини, що вивчається, для малої вибірки

$$x_{д} = \bar{x} \pm \mu_{ст} \quad (3.13)$$

Можливе інше поставлення задачі. За n відомими вимірюваннями малої вибірки необхідно визначити довірчу вірогідність Р_д за умови, що похибка середнього значення не вийде за межі $\pm \mu_{ст}$. Задачу вирішують у такій послідовності. Обчислюють середнє значення \bar{x} , σ_0 і $\alpha_{ст} = \frac{\mu_{ст}}{\sigma_0}$. За допомогою величини $\alpha_{ст}$, відомого n і табл. 3.2 визначають довірчу

вірогідність.

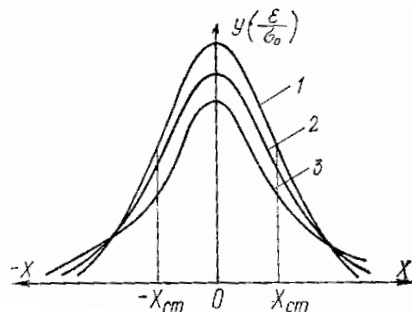


Рис. 3.1 – Криві розподілу Стьюдента для різних значень n : 1 – $n \rightarrow \infty$; 2 – $n = 10$; 3 – $n = 2$

Коефіцієнт Стюдента [2]

n	Значення $\sigma_{ст}$ при P_d					
	0,80	0,90	0,95	0,99	0,995	0,999
2	3,080	6,31	12,71	63,70	127,30	637,20
3	1,886	2,92	4,30	9,92	14,10	31,60
4	1,638	2,35	3,18	5,84	7,50	12,94
5	1,533	2,13	2,77	4,60	5,60	8,61
6	1,476	2,02	2,57	4,03	4,77	6,86
7	1,440	1,94	2,45	3,71	4,32	5,96
8	1,415	1,90	2,36	2,50	4,03	5,40
9	1,397	1,86	2,31	3,36	3,83	5,04
10	1,383	1,83	2,26	3,25	3,69	4,78
12	1,363	1,80	2,20	3,11	3,50	4,49
14	1,350	1,77	2,16	3,01	3,37	4,22
16	1,341	1,75	2,13	2,95	3,29	4,07
18	1,333	1,74	2,11	2,90	3,22	3,96
20	1,328	1,73	2,09	2,86	3,17	3,88
30	1,316	1,70	2,04	2,75	3,20	3,65
40	1,306	1,68	2,02	2,70	3,12	3,55
50	1,298	1,68	2,01	2,68	3,09	3,50
60	1,290	1,67	2,00	2,66	3,06	3,46
∞	1,282	1,64	1,96	2,58	2,81	3,29

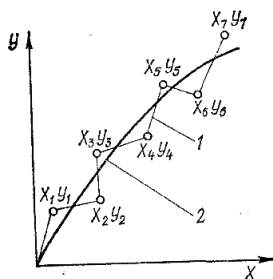
3.4. Методи графічного зображення результатів вимірювань

При обробці результатів вимірювань і спостережень широко використовують методи графічного зображення. Результати вимірювань, подані у табличній формі, не дозволяють достатньо наочно характеризувати закономірності процесів, що вивчаються. Графічне зображення дає найнаочніше уявлення про результати експериментів, дозволяє краще зрозуміти фізичну суть досліджуваного процесу, виявити загальний характер функціональної залежності змінних величин, що вивчаються, встановити наявність максимуму і мінімуму функції.

Після обробки результатів вимірювань і оцінки ступеня точності необхідно їх звести у таблиці для аналізу. Дані таких таблиць обробляють графічними методами.

Для графічного зображення результатів вимірювань (спостережень), як правило, застосовують систему прямокутних координат. Якщо аналізується графічним методом функція $y = f(x)$, то наносять у системі прямокутних координат значення $x_1y_1, x_2y_2, \dots, x_ny_n$ (рис.3.2).

Перш ніж будувати графік, необхідно знати хід (течію) досліджуваного явища. Як правило, якісні закономірності і форма графіка експериментатору орієнтовно відомі з теоретичних досліджень.

Рисунок 3.2 – Графічне зображення функції $y = f(x)$:

1 – крива за наслідками безпосередніх вимірювань; 2 – плавна крива

Точки на графіку необхідно сполучати плавною лінією так, щоб вона, по можливості, ближче проходила до всіх експериментальних точок. Якщо з'єднати точки прямими відрізками, то одержимо ламану криву. Вона характеризує зміну функції за даними експерименту. Як правило, функції мають плавний характер. Тому при графічному зображенні результатів вимірювань слід проводити між точками плавні криві. Різке викривлення графіка пояснюється похибками вимірювань. Якби експеримент повторили із застосуванням засобів вимірювань вищої точності, то одержали б менше похибок, а ламана крива більше б відповідала плавній кривій.

Проте можуть бути винятки. Так, іноді досліджуються явища, для яких в певних інтервалах спостерігається швидка стрибкоподібна зміна однієї з координат (рис. 3.3). У таких випадках необхідно особливо ретельно сполучати точки кривої. Загальне «усереднювання» всіх точок плавної кривої може призвести до того, що стрибок функції підміняється похибками вимірювань.

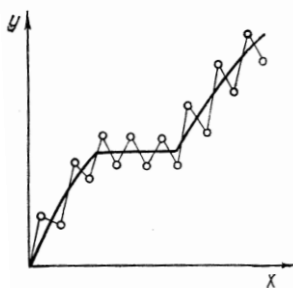


Рисунок 3.3 – Графічне зображення функції $y = f(x)$ за наявності стрибка

Іноді при побудові графіка одна – дві точки різко віддаляються від кривої. Спочатку потрібно проаналізувати фізичну суть явища і якщо немає підстави вважати наявність стрибка функції, то таке різке відхилення можна пояснити грубою помилкою або промахом. Це може виникнути тоді, коли дані вимірювань заздалегідь не досліджувалися на наявність грубих помилок вимірювань. У таких випадках необхідно повторити вимірювання в діапазоні різкого відхилення точки. Якщо колишнє вимірювання виявилось помилковим, то на графік наносять нову точку. Якщо ж повторні вимірювання дадуть колишнє значення, необхідно до цього інтервалу кривої віднестися дуже уважно і особливо ретельно проаналізувати фізичну суть явища. Часто при графічному зображенні результатів експериментів доводиться мати справу з трьома змінними: $b = f(x, y, z)$.

У цьому випадку застосовують метод розділення змінних. Одній з величин z в межах інтервалу вимірювань $z_1 - z_n$ задають декілька послідовних значень. Для двох змінних x і y (при $z_i = \text{const}$) будують графіки $y = f_i(x)$. У результаті на одному графіку отримують сім'ю кривих $y = f_i(x)$ для різних значень z (рис. 3.4).

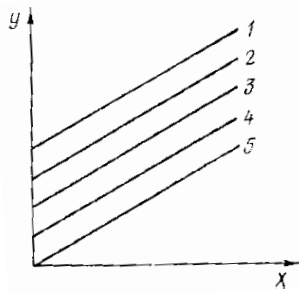


Рисунок 3.4 - Графічне зображення функції $b = f(x, y, z)$:

1 - z_5 ; 2 - z_4 ; 3 - z_3 ; 4 - z_2 ; 5 - z_1

Якщо необхідно графічно зобразити функцію з чотирма і більше змінними $a = f(b, x, y, z)$, то будують серію графіків типу попередніх (рис. 3.4), але кожний з них при $b_1, \dots, b_n = \text{const}$, або приймають з N змінних $N - 1$ постійними і будують графіки: спочатку $N - 1 = f_1(x)$, далі $N - 2 = f_2(x)$, $N - 3 = f_3(x)$ і т.д. Таким чином, можна простежити зміну будь-якої змінної величини у функції від інших при постійних значеннях інших. Цей метод графічного аналізу вимагає ретельності, великої уваги до результатів вимірювань. Проте він у більшості випадків є найпростішим і наочнішим.

3.5. Проведення експерименту

Проведення експерименту є найважливішим і найбільш трудомістким етапом. Експериментальні роботи необхідно проводити відповідно до затвердженого плану-програми, і особливо методики експерименту. Розпочинаючи експеримент, остаточно уточнюють методику його проведення, послідовність випробувань. Іноді при цьому використовують метод рандомізації, який полягає у тому, що досліди проводять у випадковій послідовності, визначуваній за допомогою переліку випадкових чисел (табл.3.3). Цим способом виключають систематичні помилки, які можуть виникнути при суб'єктивному призначенні послідовності випробувань.

Таблиця 3.3

Перелік випадкових чисел

56	66	25	32	38	64	70	26	27	67	77	40	04	34	63	98
88	40	52	92	29	82	69	34	50	21	74	00	91	27	52	98
87	63	88	23	62	51	07	69	59	02	89	49	14	98	53	41
32	25	21	15	08	82	34	57	57	35	22	03	33	48	84	37
44	61	88	23	13	01	59	47	64	04	99	59	96	20	30	87
94	44	08	67	79	41	61	41	15	60	1	88	83	24	82	24
13	24	40	09	00	65	46	38	61	12	90	62	41	У	59	85
78	27	84	05	99	85	75	67	80	05	57	05	71	70	21	31
42	39	30	02	34	99	46	68	45	15	19	74	15	50	17	44
04	52	43	96	38	13	83	80	72	34	20	84	56	19	49	59
82	85	77	30	16	69	32	46	46	30	84	20	68	72	98	54
38	48	84	88	24	55	46	48	60	06	90	08	83	83	98	40
91	19	05	68	22	58	04	63	21	16	23	38	25	43	32	98
54	81	87	21	31	40	46	17	62	63	99	71	14	12	64	51
65	43	75	12	91	20	36	25	57	92	33	65	95	48	75	00
49	98	71	31	80	59	57	32	43	07	85	06	64	75	27	29
03	98	68	89	39	71	87	32	14	99	42	10	25	37	30	08
56	04	21	34	92	89	81	52	15	12	84	11	12	66	87	47
48	09	36	95	36	20	82	53	32	89	92	68	50	88	17	37
23	97	10	96	57	74	07	95	26	44	93	08	43	30	41	86
43	97	55	45	98	35	69	45	96	80	46	26	39	96	33	60
40	05	08	50	79	89	58	19	86	48	27	98	99	24	08	94
66	97	10	69	02	25	36	43	71	76	00	67	56	12	69	07
15	62	38	72	92	03	76	09	30	75	77	80	04	24	59	67

Припустимо, необхідно визначити послідовність проведення п'яти дослідів. Пронумеруємо їх: 1, 2, 3, 4, 5. Поставимо їм у відповідність будь-які п'ять послідовних чисел, узятих в будь-якому рядку або стовпці випадкових чисел, наприклад, другий рядок: 88, 40 52, 92, 29, тобто 1-88; 2-40; 3-52; 4-92; 5-29. Розмістивши випадкові цифри у порядку зростання (убування), одержимо послідовність проведення дослідів: 5, 2, 3, 1, 4 або 4, 1, 3, 2, 5.

При експериментальному дослідженні складних процесів часто виникають випадки, коли очікуваний результат одержують пізніше, ніж передбачається планом. Тому, проводячи науковий експеримент, необхідно проявити терпіння, витримку, наполегливість і довести експеримент до отримання результатів.

Особливе значення має сумлінність при проведенні експериментальних робіт. Експериментатор повинен фіксувати всі характеристики досліджуваного процесу, не допускаючи суб'єктивного впливу на результати вимірювань. Іноді дослідники, прагнучи швидше одержати потрібний результат, що підтверджує гіпотезу, вибирають тільки ті експериментальні дані, які добре узгоджуються з теоретичними припущеннями. У цьому випадку іноді упускаються цінні дані про досліджуваний процес, які згодом з труднощами можуть бути відновлені.

У процесі проведення експериментальних робіт недопустима недбалість, яка призводить до великих спотворень, помилок. У зв'язку з цим експерименти повторюють, що збільшує тривалість дослідження.

Обов'язковою вимогою проведення експерименту є ведення журналу. Форма журналу може бути довільною, але повинна найкращим чином відповідати досліджуваному процесу з максимальною фіксацією усіх факторів. У журналі записують тему НДР і тему експерименту, прізвище виконавця, час і місце проведення експерименту, характеристику навколишнього середовища, дані про об'єкт експерименту і засобу вимірювання, результати спостережень, а також інші дані для оцінки одержуваних результатів.

Журнал потрібно заповнювати акуратно, без будь-яких виправлень. При отриманні в одному статистичному ряду результатів, різко відмінних від сусідніх вимірювань, виконавець повинен записати всі дані без спотворень і вказати обставини, супутні вказаному вимірюванню. Це дозволить встановити причини спотворень і кваліфікувати вимірювання як відповідні реальному ходу процесу або як грубий промах. Якщо у процесі вимірювання необхідні прості розрахунки, то вони повинні бути виконані бездоганно.

При проведенні експерименту виконавець повинен безперервно стежити за засобами вимірювань: стійкістю апарата і установок, правильністю їх показань, характеристиками навколишнього середовища, не допускати сторонніх осіб в робочу зону. Виконавець зобов'язаний систематично проводити робочу перевірку засобів вимірювань. У разі, якщо робоча перевірка не забезпечує необхідної точності приладів, експеримент необхідно припинити, а засоби вимірювання передати на капітальну перевірку. Головну увагу експериментатор повинен надавати контролю якості експериментальних робіт, тобто забезпечувати надійність роботи засобів вимірювань, відтворюваність вимірювань, дотримуватися необхідної точності і достовірності одержуваних результатів.

Одночасно з виконанням вимірювань експериментатор повинен проводити попередню обробку результатів та їх аналіз. Тут особливо повинні виявлятися його творчі здібності. Такий аналіз дозволяє контролювати досліджуваний процес, коректувати експеримент, покращувати методику і підвищувати ефективність експерименту.

Важливі при цьому консультації з колегами по роботі і особливо з науковим керівником. У процесі експериментальних робіт необхідно дотримуватися вимог інструкцій з екології, техніки безпеки, пожежної профілактики. Виконавець повинен уміти організувати робоче місце, керуючись принципами наукової організації праці.

Особливо ретельно необхідно дотримуватися вказаних вимог при виконанні виробничих експериментів. Внаслідок великих обсягів робіт і значної їх трудомісткості помилки, допущені у процесі експерименту, можуть істотно збільшити тривалість досліджень і зменшити їх точність.

Спочатку результати вимірювань зводять у таблиці за варійованими характеристиками для різних питань, що вивчаються. Дуже ретельно вивчають сумнівні цифри, різко відмінні від статистичного ряду спостережень, від середніх значень. При аналізі цифр необхідно встановити точність, з якою потрібно проводити обробку досліджуваних даних. Точність обробки не повинна бути вищою від точності вимірювань.

Особливе місце належить аналізу експерименту. Це завершальна частина, на основі якої роблять висновок про підтвердження гіпотези наукового дослідження. Аналіз експерименту – це творча частина дослідження. Іноді за цифрами складно чітко уявити фізичну суть процесу. Тому потрібне особливо ретельне зіставлення фактів, причин, що обумовлюють хід того або іншого процесу і встановлення адекватності гіпотези та експерименту.

Л. №4
МАТЕМАТИЧНИЙ МЕТОД ПЛАНУВАННЯ
ЕКСПЕРИМЕНТУ

План викладу матеріалу

- 4.1. Основні визначення
- 4.2. Параметр оптимізації
- 4.3. Фактори

4.1 Основні визначення

Планування експерименту – це процедура вибору числа і умов проведення дослідів, необхідних і достатніх для вирішення поставленого завдання з необхідною точністю. При цьому важливе таке:

- прагнення до мінімізації загальної кількості дослідів;
- одночасне варіювання всіма змінними, що визначають процес, за спеціальними правилами – алгоритмами;
- використання математичного апарату, що формалізує багато дій експериментатора;
- вибір чіткої стратегії, що дозволяє ухвалювати обґрунтоване рішення після кожної серії експериментів.

Планування експерименту застосовується при пошуку оптимальних умов, інтерполяційних формул, виборі істотних чинників, оцінці і уточненні констант теоретичних моделей, виборі найсприятливіших з деякої множини гіпотез про механізм явищ, дослідження діаграм склад – властивість і т.д.

Для проведення експерименту перш за все необхідно визначитися з «об'єктом дослідження». Для опису об'єкта дослідження користуються схемою (рис.4.1).

Дію на «чорний ящик» стрілками зліва позначаємо буквою **X** і називаємо **факторами**. Стрілки справа зображають чисельні характеристики цілей дослідження, позначаємо їх буквою **у** і називаємо **параметрами оптимізації**. Кожен фактор може набувати в досліді одне з декількох значень. Такі значення називаються **рівнями**.

При розв'язанні задачі дослідження використовується **математична модель**.

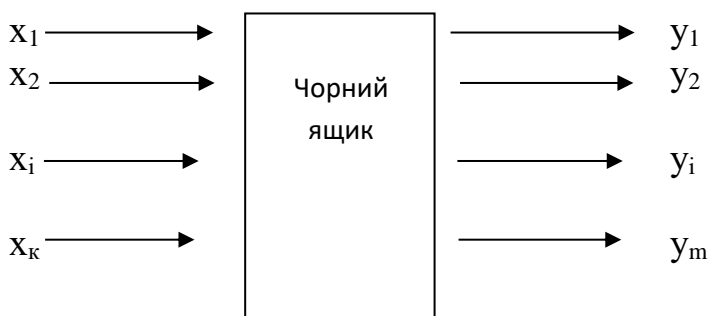


Рисунок 4.1 – Схема «чорного ящика»

Математична модель є рівнянням, що зв'язує параметр оптимізації з факторами. Це рівняння в загальному вигляді записується так:

$$y = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_k). \quad (4.1)$$

Така функція є функцією відгуку.

Планування експерименту припускає активне втручання у процес і можливість вибору в кожному досліді тих рівнів чинників, які становлять інтерес. Тому такий експеримент називається **активним**. Об'єкт, на якому можливий активний експеримент, називається **керованим**.

Планування **екстремального експерименту** – це метод вибору кількості і умов проведення дослідів, мінімально необхідних для пошуку оптимальних умов, тобто для вирішення поставленого завдання.

При плануванні екстремального експерименту дуже важливо визначити параметр, який потрібно оптимізувати. Мета дослідження повинна бути сформульована дуже чітко і допускати кількісну оцінку.

4.2 Параметр оптимізації

Параметр оптимізації – це характеристика мети, задана кількісно. Параметр оптимізації є **реакцією** (відгуком) на дію факторів, які визначають поведінку вибраної системи. Вибір параметра оптимізації при плануванні екстремального експерименту, як правило, складний. Для цього іноді потрібен одночасний облік декількох параметрів. Якщо вибраний один параметр оптимізації, то можливий рух до оптимуму. У цьому випадку інші характеристики вже не виступатимуть як параметри оптимізації, а служитимуть обмеженнями.

Параметр оптимізації повинен бути кількісним, задаватися числом. Його необхідно вміти вимірювати при будь-якій можливій комбінації вибраних рівнів факторів. **Безліч значень, яких може набувати параметр оптимізації, називається областю його визначення**. Області визначення можуть бути безперервними і дискретними, обмеженими і необмеженими. Наприклад, вихід реакції – це параметр оптимізації з безперервною обмеженою областю визначення. Він може змінюватися в інтервалі від 0 до 100%. Число бракованих виробів, число зерен на шліфі сплаву, число кров'яних тілець у пробі крові – це параметри з дискретною областю визначення, обмеженою знизу.

Вміти вимірювати параметр оптимізації – це означає мати у своєму розпорядженні відповідний прилад. Якщо немає способу кількісного вимірювання результату, то використовується прийом ранжирування (ранговий підхід). При цьому параметрам оптимізації привласнюються оцінки – ранги за задалегідь виробленою шкалою: двобальної, трибальної, п'ятибальної і т.д. Ранговий параметр має дискретну обмежену область визначення.

Параметр оптимізації повинен виражатися одним числом і бути однозначним у статичному значенні. Заданому набору значень факторів повинне відповідати одне з точністю до помилки експерименту значення параметра оптимізації.

Для успішного досягнення мети дослідження необхідно, щоб параметр оптимізації дійсно оцінював ефективність функціонування системи задалегідь вибраному значенні.

Параметр оптимізації повинен відповідати вимогам універсальності або повноти. Бажано, щоб він мав фізичний сенс, був простим і легко обчислюваним. При виборі параметра оптимізації потрібно мати на увазі, що він деякою мірою впливає на вигляд математичної моделі досліджуваного об'єкта.

4.3 Фактори

Після того як вибрані об'єкт дослідження і параметр оптимізації, потрібно включити в розгляд всі існуючі фактори, які можуть впливати на процес.

Кожен фактор може набувати в досліді одне з декількох значень. Такі значення називаються **рівнями**. Тому кожний фактор має певне число дискретних рівнів. Фіксований набір рівнів факторів визначає один з можливих станів «чорного ящика». Це і є умови проведення одного з можливих дослідів. Якщо перебрати всі можливі набори станів, то ми отримаємо повну безліч різних станів даного «ящика». Це і буде число можливих різних дослідів. Число різних станів визначається шляхом піднесення числа рівнів p до степеня числа факторів k : p^k . **Фактором** називається вимірювана змінна величина, що набуває в деякий момент часу певного значення.

Фактори відповідають способам дії на об'єкт дослідження. Фактор вважається заданим, якщо разом з його назвою вказана **область його визначення**. Під областю визначення розуміють сукупність усіх значень, яких, у принципі, може набувати даний фактор. Сукупність значень чинника є підмножиною з безлічі значень, що створюють область визначення. Область визначення може бути безперервною і дискретною. У матеріалознавчих задачах планування експерименту використовуватимемо дискретні області визначення. У практичних задачах області визначення факторів обмежені. Обмеження можуть мати принциповий або технічний характер. Чинники (фактори) поділяються на кількісні і якісні. У ряді випадків межа між поняттям якісного і кількісного фактора дуже умовна.

Час технологічного процесу, температура, концентрація реагуючих речовин, швидкість подачі речовин, величина рН – це приклади кількісних факторів, що найчастіше трапляються. Різні реагенти, адсорбенти, вулканізуючі агенти, кислоти, метали, неметали є прикладом рівнів якісних факторів.

При плануванні експерименту фактори повинні бути керованими, тобто експериментатор повинен управляти фактором. У цьому полягає особливість «активного» експерименту. Щоб точно визначити фактор, потрібно вказати послідовність дій (операцій), за допомогою яких встановлюється його конкретне значення (рівні). Таке визначення фактора називається **операційним**. Операційне визначення забезпечує однозначне пониження фактора. З операційним визначенням пов'язані вибір розмірності фактора і точність його фіксації. Точність виміру факторів повинна бути, можливо, вищою. Фактори повинні бути однозначні.

При плануванні експерименту звичайно одночасно змінюються декілька факторів. Тому до них висуваються вимоги **сумісності**. Сумісність факторів означає, що всі їх комбінації досяжні і безпечні. Дуже важлива також при плануванні експерименту **незалежність** факторів на будь-якому рівні незалежно від рівнів інших факторів. Якщо це умова нездійсненна, то неможливо планувати експеримент. Згідно з вимогами повинна бути відсутня кореляція між факторами. Вимога некорельованості не означає, що між значеннями факторів немає ніякого зв'язку. Вибір факторів - дуже відповідальний етап при підготовці до планування експерименту.

Л. № 5 (т. 4) ОБГРУНТУВАННЯ ДОСЛІДЖУВАНОВОГО ПРОЦЕСУ

План викладу матеріалу

- 5.1. Вибір моделі досліджуваного процесу
- 5.2. Вибір експериментальної області чинника (фактора) простору
- 5.3. Вибір основного рівня
- 5.4. Вибір інтервалів варіювання

5.1. Вибір моделі досліджуваного процесу

Вибрати модель – означає з'ясувати вид функції відгуку, записати її рівняння. Спочатку побудуємо геометричний аналог функції відгуку – **поверхню відгуку**. Для наочності розглянемо випадок з двома факторами, оскільки у разі багатьох факторів геометрична наочність втрачається. Щоб зобразити геометрично можливі стани «чорного ящика» з двома входами, для цього достатньо мати у своєму розпорядженні площину із звичною декартовою системою координат. По одній осі координат відкладатимемо в деякому масштабі значення (рівні) одного фактора, а по іншій осі – іншого. Тоді кожному стану «ящика» відповідатиме точка на площині, оскільки у кожного фактора є мінімальне і максимальне можливі значення, між якими він може змінюватися безперервно або дискретно. Якщо фактори сумісні, то межі утворюють на площині деякий прямокутник, усередині якого лежать точки, що відповідають станам «чорного ящика». На рис. 4.2 штриховими лініями позначені межі областей визначення кожного з факторів, а суцільними - межі їх сумісної області визначення.

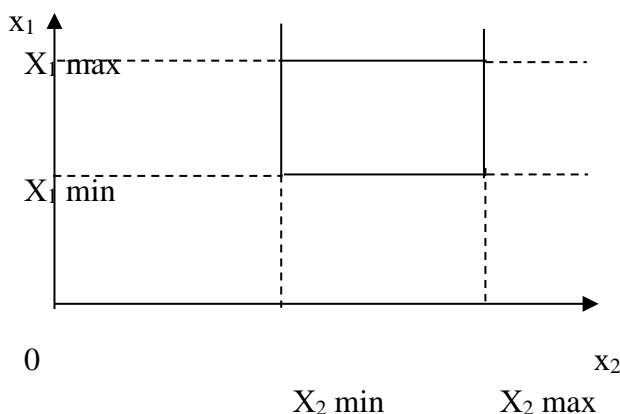


Рисунок 4.2 – Область визначення факторів

Якщо побудувати ще одну вісь (y), то можна вказати параметр оптимізації. У цьому випадку поверхня відгуку матиме такий вигляд (рис. 4.3).

Простір, в якому будується поверхня відгуку, називається **простором фактора**. Він задається координатними осями для знаходження параметра оптимізації. При цьому для двох факторів можна обмежитися площею перерізу. Якщо виробити перетин поверхні відгуку (рис.4.3) площинами, паралельними площині x_1Ox_2 , і спроектувати на цю площину, то на осі координат одержимо лінії, що відповідають параметру оптимізації. Такі лінії називаються лініями рівного відгуку (рис.4.4).

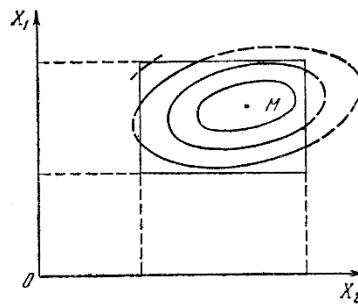


Рисунок 4.3 – Поверхня відгуку

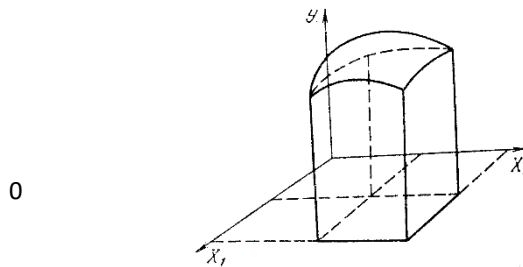


Рисунок 4.4 – Поверхня перетину, спроектована на площину x_1Ox_2

Точка М на рисунку є оптимальною точкою пошуку. Кожна лінія перетину відповідає постійному значенню параметра оптимізації. Ці лінії називаються лініями рівного відгуку. Існує відповідність між станом «ящика» і значенням параметра оптимізації: кожному можливому стану «ящика» відповідає одне значення параметра оптимізації. Зворотнє правильне.

Щоб передбачити значення відгуків у тих станах, які не вивчалися експериментально, необхідно будувати **математичну модель**.

Моделей буває багато і різних. Щоб вибрати одну з них, треба зрозуміти, що ми хочемо від моделі і які вимоги до неї ставляться. Головна вимога до моделі – це здатність передбачати напрям подальших дослідів з необхідною точністю. Передбачені за допомогою моделі значення відгуку не повинні відрізнятись від фактичного більш ніж на деяку наперед задану величину. Модель, яка задовольняє таку або якусь аналогічну вимогу, називається **адекватною**. Перевірка здійсненності цієї вимоги називається **перевіркою адекватності моделі**. Якщо декілька різних моделей відповідають потрібним вимогам, то слід віддати перевагу тій з них, яка є найпростішою.

Встановлено [1], що за інших рівних умов моделей краще всього віддавати перевагу відріzkам статичних рядів – поліномам алгебри. Побудова полінома можлива в околах будь-якої точки простору фактора.

Поліномами для двох факторів є:

$$\text{поліном нульового степеня } y = v_0; \quad (4.2)$$

$$\text{поліном першого степеня } y = v_0 + v_1x_1 + v_2x_2; \quad (4.3)$$

поліном другого степеня

$$y = v_0 + v_1x_1 + v_2x_2 + v_{12}x_1x_2 + v_{11}x_1^2 + v_{22}x_2^2; \quad (4.4)$$

поліном третього степеня

$$y = v_0 + v_1x_1 + v_2x_2 + v_{12}x_1x_2 + v_{11}x_1^2 + v_{22}x_2^2 + v_{112}x_1^2x_2 + v_{112}x_1x_2^2 + v_{111}x_1^3 + v_{222}x_2^3 \quad (4.5)$$

Отже, невідома функція відгуку представлена поліномом. Заміна однієї функції еквівалентною називається **апроксимацією**. Тобто невідома функція у нашому випадку апроксимована поліномом.

Експерименти потрібні тільки для того, щоб знайти чисельне значення коефіцієнтів полінома. Тому чим більше у вибраному поліномі коефіцієнтів, тим більше дослідів виявляться необхідними. А оскільки ми прагнемо скоротити число експериментів (дослідів), то треба знайти такий поліном, який би містив найменше коефіцієнтів, але задовольняв би вимоги, що ставляться до моделі. З рівнянь (4.2) – (4.5) бачимо, що чим нижчий ступінь поліномів, тим менше у ньому коефіцієнтів.

Вибрана модель повинна добре передбачати напрям найшвидшого поліпшення параметра оптимізації. Такий напрям називається **напрямом градієнта**.

У зв'язку з тим, що поліном першого ступеня містить інформацію про напрям градієнта і має мінімально можливе число коефіцієнтів, краще взяти на «озброєння» цю модель. При цьому не зрозуміло, чи буде ця лінійна модель завжди адекватною. Адекватність лінійної моделі гарантується умовами аналітичності функції відгуку. Завжди існує такий окіл будь-якої точки, в якій лінійна модель адекватна. Адекватність моделі можна перевірити за результатами експерименту. Після вибору довільної підобласті знаходимо її необхідні розміри, а потім рухатимемося по градієнту.

На наступному етапі шукатимемо лінійну модель вже в іншій підобласті. Цикл повторюється до того часу, поки рух по градієнту не перестане давати ефект. Це означає, що ми потрапили в область, близьку до оптимуму. Така область називається «майже стаціонарною». Тут лінійна модель вже не потрібна. Або ми потрапляємо в майже стаціонарну область, і задача розв'язана, або треба переходити до поліномів вищих степенів.

5.2. Вибір експериментальної області чинника (фактора) простору

При виборі області експерименту перш за все треба оцінити межі областей визначення факторів. При цьому повинні враховуватися обмеження декількох типів.

Перший тип - принципові обмеження для значень факторів, які не можуть бути порушені ні за яких обставин. Наприклад, якщо фактор – температура, то нижньою межею буде абсолютний нуль.

Другий тип – обмеження, пов'язані з техніко-економічними міркуваннями, наприклад, з вартістю сировини, дефіцитністю окремих компонентів, часом ведення процесу.

Третій тип обмежень, з яким найчастіше доводиться мати справу, визначається конкретними умовами проведення процесу. Наприклад, існуючою апаратурою, технологією, організацією.

Оптимізація звичайно починається в умовах, коли об'єкт вже піддавався деяким дослідженням. Інформація, яка міститься в результатах попередніх досліджень, називається апріорною. Апріорну інформацію можна використовувати для отримання уявлення про параметр оптимізації, про фактори, про найкращі умови ведення процесу і характер поверхні відгуку, тобто про те, як сильно змінюється параметр оптимізації при невеликих змінах значень факторів, а також про кривину поверхні.

Таким чином, вибір експериментальної області простору фактора пов'язаний з ретельним аналізом апріорної інформації.

Після вибору області визначення треба знайти локальну підобласть для планування експерименту. Для цього необхідно вибрати основний рівень та інтервал варіювання.

4.6 Вибір основного рівня

Комбінація рівнів факторів є якнайкращою умовою, визначеною з аналізу апріорної інформації. Кожна комбінація є багатовимірною точкою в просторі фактора. Її можна розглядати як початкову точку для побудови плану експерименту. Ця точка називається **основним (нульовим) рівнем**. Побудова плану експерименту зводиться до вибору експериментальних точок, симетричних щодо нульового рівня. Якщо є дані про координати однієї найкращої точки і немає інформації про межі визначення факторів, то залишається розглядати цю точку як основний рівень. Аналогічне рішення ухвалюється, якщо межі відомі і якнайкращі умови лежать усередині області. Основний рівень вибирають з деяким зрушенням від найкращих умов.

За умови, що координати найкращої точки невідомі, але є відомості про деяку підобласть, в якій процес йде добре, тоді основний рівень вибирають або в центрі, або у випадковій точці цієї підобласті.

Можливий випадок також з деякими еквівалентними точками, координати яких різні. За відсутності додаткових даних (технологічних, економічних і т.д.) можна вибір робити довільно. Якщо експеримент недорогий і не вимагає багато часу, можна приступити до побудови планів експериментів навколо декількох точок.

Ухвалення рішень при виборі основного рівня зображене на рис. 4.5 у вигляді блок-схеми. Після вибору основного (нульового) рівня вибираємо інтервал варіювання.

5.3. Вибір інтервалів варіювання

Інтервалом варіювання факторів називається деяке число, надбавка якого до основного рівня дає верхній, а віднімання – нижній рівні факторів. Відстань на координатній осі між основним і верхнім (або нижнім) рівнем і є інтервалом варіювання. Тому, щоб вибрати рівні, необхідно спочатку вибрати інтервал варіювання.

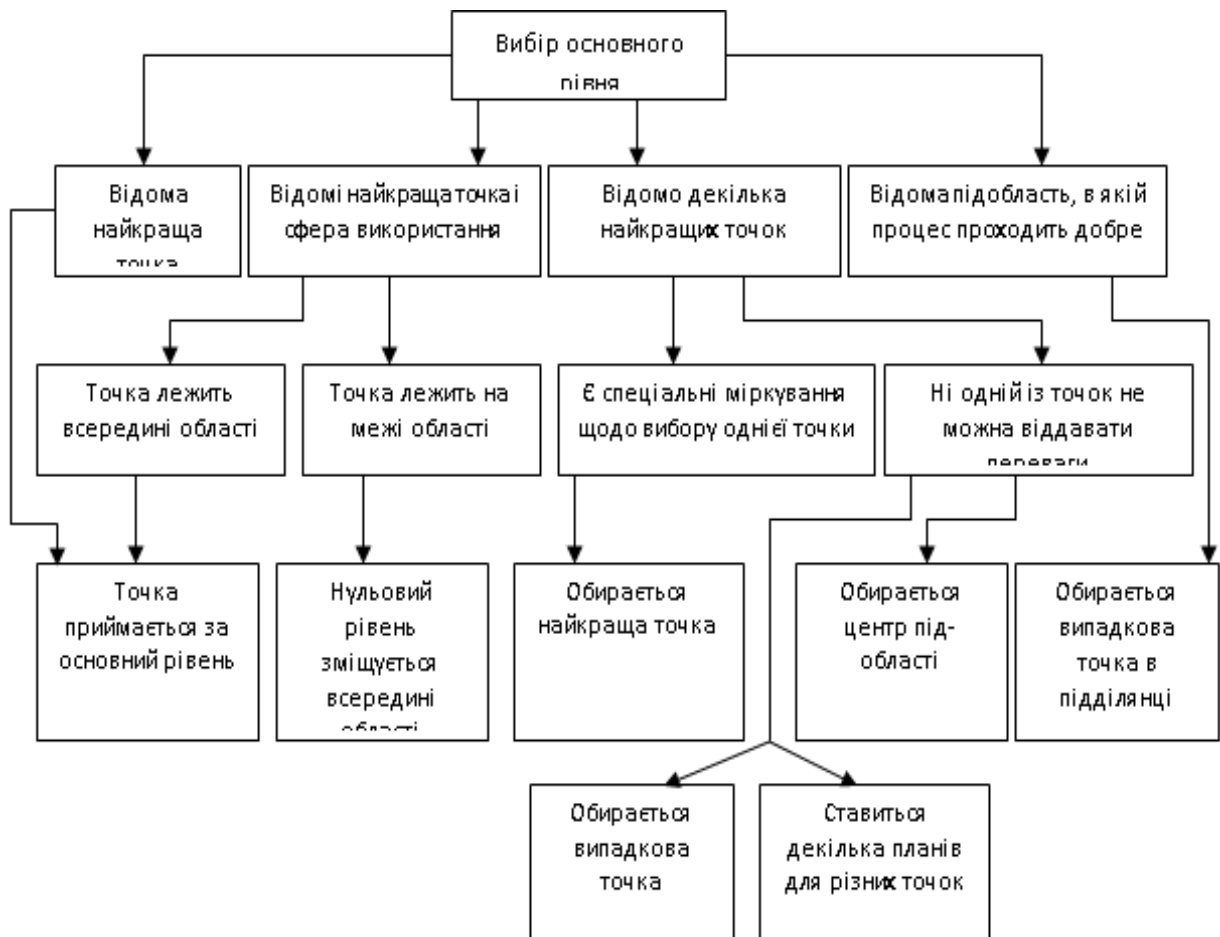
Для спрощення запису умов експерименту і обробки експериментальних даних масштаби по осях вибираються так, щоб верхній рівень відповідав +1, нижній – 1, а основний 0.

На вибір інтервалу варіювання накладаються природні обмеження зверху і знизу: інтервал варіювання не може бути менше тієї помилки, з якою експериментатор фіксує рівень фактора, інакше верхній і нижній рівні факторів виявляться невиразні. Інтервал варіювання не може бути також дуже великим, інакше верхній і нижній рівні виявляться за межами області визначення.

Вибір інтервалів варіювання пов'язаний з неформалізованим етапом планування експерименту.

Для інтервалів варіювання вводиться градація: широкий, середній і вузький. Розмір інтервалу варіювання становить деяку частку від області визначення фактора. Визначено, що, якщо інтервал варіювання становить не більше 10% від області визначення, потрібно вважати його вузьким, не більше 30% - середнім і в решті випадків – широким.

Точність фіксації факторів визначається точністю приладів і стабільністю рівня у ході дослідження. Для спрощення цієї схеми прийнято наближену класифікацію: низьку, середню і високу.



Уявленнями про кривизну поверхні відгуку можуть служити графіки залежностей (рис.4.3, 4.4), а також теоретичні міркування. З графіків зведення про кривизну можна отримати візуально. Про кривизну поверхні можна також робити висновок з аналізу табличних даних, оскільки наявності кривизни відповідає непропорційна зміна параметра оптимізації при рівномірній зміні фактора. Встановлено розрізняти три випадки: функція відгуку лінійна, функція відгуку істотно нелінійна та інформація про кривизну відсутня. Якщо є результати деякої безлічі дослідів, то визначають найбільше і найменше значення параметра оптимізації. Різницю між цими значеннями називають діапазоном зміни параметра оптимізації для даної безлічі дослідів. Розрізняють широкий і вузький діапазони. Діапазон буде вузьким, якщо він неістотно відрізняється від розкиду значень параметра оптимізації в повторних дослідах. Інакше діапазон вважається широким. Отже, щоб ухвалити рішення, необхідно використовувати апріорну інформацію про точність фіксації факторів, кривизну поверхні відгуку і діапазон зміни параметра оптимізації.

ФАКТОРНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ

План викладу матеріалу

- 6.1. Повний факторний експеримент типу 2^K
- 6.2. Дробовий факторний експеримент
 - 6.2.1. Влактивості повного факторного експерименту
 - 6.2.2. Математична модель повного факторного експерименту
- 6.3. Дробовий факторний експеримент

6.1. Повний факторний експеримент типу 2^K

Повним факторним експериментом називається експеримент, в якому реалізують всі можливі поєднання рівнів факторів. Повний факторний експеримент ґрунтується на варіюванні факторів на двох рівнях. Якщо число факторів відоме, то можна відразу знайти число дослідів, необхідних для реалізації всіх можливих поєднань рівнів чинників, за формулою

$$N = 2^K, \quad (4.6)$$

де N – число дослідів; 2 – число рівнів; K – число факторів.

Якщо число рівнів кожного фактора дорівнює двом, а число факторів дорівнює також двом, то матимемо повний факторний експеримент типу 2^K , тобто 2^2 .

Знаючи кількість рівнів – 2 і число факторів – 2 , складаємо матрицю планування експерименту 2^2 (табл. 4.1).

Таблиця 4.1

Матриця планування експерименту 2^2

Номер дослідів	Кодування числа факторів		Параметр оптимізації y
	X_1	X_2	
1	-1	-1	y_1
2	+1	-1	y_2
3	-1	+1	y_3
4	+1	+1	y_4

Рядки в цій таблиці відповідають різним дослідом, а стовпчики – значенням факторів. Кожен стовпчик в матриці планування називається вектором-стовпчиком, а кожен рядок – вектором-рядком.

Таким чином, у табл. 4.1 ми маємо два вектори-стовпчики незалежних змінних і один вектор-стовпчик параметра оптимізації.

Матрицю планування експерименту $N = 2^2$ можна зобразити графічно. Для цього знайдемо в області визначення факторів точку, що відповідає основному рівню, і проведемо через неї нові осі координат, паралельні осям натуральних значень факторів. Після цього виберемо масштаби по нових осях так, щоб інтервал варіювання для кожного фактора дорівнював одиниці. Тоді умови проведення дослідів відповідатимуть вершинам квадрата,

центром якого є основний рівень, а кожна сторона паралельна одній з осей координат і дорівнює двом інтервалам (рис. 4.6).

Номери вершин квадрата відповідають номерам дослідів у матриці планування. **Площа, обмежена квадратом, називається областю експерименту.**

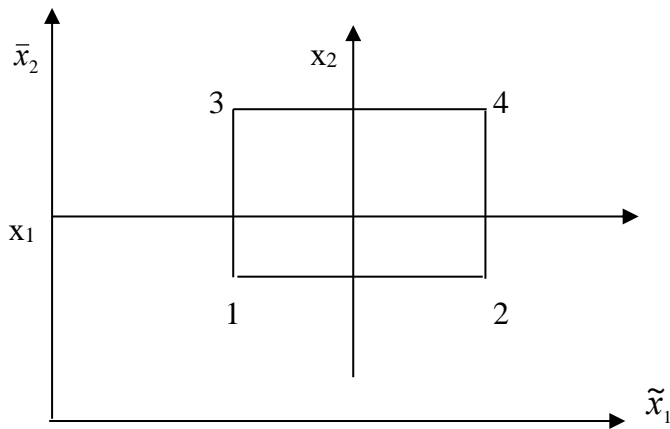


Рисунок 4.6 – Геометрична інтерпретація повного факторного експерименту 2^2

Якщо для двох факторів усі можливі комбінації рівнів легко знайти прямим перебором, то із зростанням числа факторів виникає необхідність в деякому прийомі побудови матриць. З багатьох можливих прийомів використовуватимемо тільки один, що базується на правилі чергування знаків. При цьому методі у першому стовпчику знаки змінюються по черзі, у другому стовпчику вони чергуються через два, у третьому – через 4, а в четвертому – через 8 і т.д. по степенях двійки.

За аналогією до повного факторного експерименту 2^2 можна дати геометричну інтерпретацію повного факторного експерименту 2^3 - це куб, координати вершин якого задають умови дослідів.

Якщо помістити центр куба в точку основного рівня факторів, а масштаби по осях вибрати так, щоб інтервал варіювання дорівнював одиниці, то отримаємо куб (рис.4.7). Куб задає область експерименту, а центр куба є його центром.

6.2.1. Властивості повного факторного експерименту

Експеримент планується для того, щоб одержати модель, яка має оптимальні властивості. Це означає, що оцінки коефіцієнтів моделі повинні бути якнайкращими і що точність прогнозу параметра оптимізації не повинна залежати від напрямку у просторі чинника, бо наперед невідомо, куди належить рухатися у пошуках оптимуму.

З побудови матриці впливає чотири властивості.

Перша – **симетричність** щодо центра експерименту. Ця властивість формулюється таким чином: сума алгебри елементів вектора-стовпчика кожного фактора дорівнює нулю, або

$\sum_{i=1}^N x_{ji} = 0$, де j – номер фактора, який дорівнює 1,2, ..., K ; i – номер стовпчика; N – число дослідів.

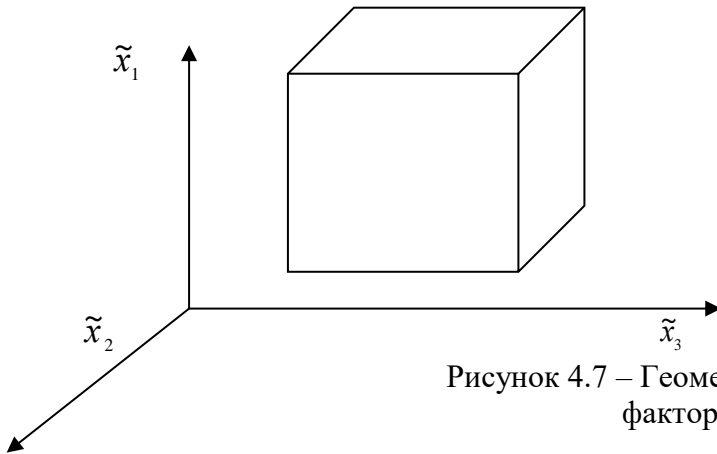


Рисунок 4.7 – Геометрична інтерпретація повного факторного експерименту 2^3

Друга – умова **нормування**. Воно формується таким чином: сума квадратів елементів кожного стовпчика дорівнює числу дослідів, або
$$\sum_{i=1}^N x_{ji}^2 = N.$$

Третя – сума почленних добутків будь-яких двох векторів-стовпчиків матриці дорівнює нулю, або
$$\sum_{i=1}^N x_{ji}x_{ui} = 0, \quad j, u, i, u = 0, 1, 2, \dots, K.$$
 Ця властивість називається **ортогональністю** матриці планування.

Четверта – точки у матриці планування підбираються так, що точність прогнозу значень параметра оптимізації однакова на різних відстанях від центра експерименту і не залежить від напрямку. Ця властивість називається **рототабельністю**.

6.2.2. Математична модель повного факторного експерименту

Для руху до точки оптимуму при $N = 22$ (табл. 4.1) нам потрібна лінійна модель $y = y_0 + v_1x_1 + v_2x_2$. Необхідно за результатами експерименту знайти значення невідомих коефіцієнтів моделі. Коефіцієнти моделі обчислюються за формулою

$$v_j = \frac{\sum_{i=1}^N x_{ji} \cdot y_i}{N}, \quad (4.7)$$

де $j = 0, 1, 2, \dots, n$.

Скористаємося цією формулою для підрахунку коефіцієнтів v_1 і v_2 :

$$v_1 = \frac{(-1)y_1 + (+1)y_2 + (-1)y_3 + (+1)y_4}{4}, \quad (4.8)$$

$$v_2 = \frac{(-1)y_1 + (-1)y_2 + (+1)y_3 + (+1)y_4}{4}. \quad (4.9)$$

Для підрахунку коефіцієнтів v_1 використовується вектор-стовпчик x_1 , а для v_2 – вектор-стовпчик x_2 (див. табл. 4.1). Коефіцієнт v_0 визначається з умови, що $y = v_0 + v_1x_1 + v_2x_2$

справедливе, отже, воно справедливе і для середніх арифметичних значень змінних $\bar{y} = \epsilon_0 + \epsilon_1 \bar{x}_1 + \epsilon_2 \bar{x}_2$. Через властивість симетрії $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = 0$.

Отже, $\bar{y} = \epsilon_0$, тобто ϵ_0 є середньоарифметичне значення параметра оптимізації. Щоб його одержати, необхідно скласти всі U і розділити на число дослідів. Щоб привести цю процедуру у відповідність з формулою для обчислення коефіцієнтів, ми в матрицю планування введемо вектор-стовпчик фіктивної змінної x_0 , яка набуває у всіх випадках значення +1. Тому лінійну модель $y = \epsilon_0 + \epsilon_1 x_1 + \epsilon_2 x_2$ запишемо у вигляді

$$y = \epsilon_0 x_0 + \epsilon_1 x_1 + \epsilon_2 x_2. \quad (4.10)$$

Коефіцієнти при незалежних змінних вказують на силу впливу факторів: чим більша чисельна величина коефіцієнтів, тим більший вплив надає фактор. Якщо коефіцієнт має знак плюс, то із збільшенням значення фактора параметр оптимізації збільшується, а якщо мінус - зменшується.

Величина коефіцієнта відповідає внеску даного чинника у величину параметра оптимізації під час переходу чинника з нульового рівня на верхній або нижній.

На першому етапі планування експерименту ми прагнемо одержати лінійну модель. Проте у нас немає гарантії, що у вибраних інтервалах варіювання процес описується лінійною моделлю. Один з видів нелінійності, що часто трапляється, пов'язаний з тим, що ефект одного фактора залежить від рівня, на якому знаходиться інший фактор. У цьому випадку має місце ефект взаємодії двох факторів.

Повний факторний експеримент дозволяє кількісно оцінювати ефекти взаємодії. Для цього треба, користуючись правилом перемножування стовпчиків, одержати стовпчик добутку двох факторів. Для повного факторного експерименту 2^2 матрицю планування з урахуванням ефекту взаємодії подано у табл. 4.2.

Тепер модель виглядатиме так:

$$y = \epsilon_0 x_0 + \epsilon_1 x_1 + \epsilon_2 x_2 + \epsilon_{12} x_1 x_2 \quad (4.11)$$

Коефіцієнт ϵ_{12} обчислюється звичайно, як і вся решта коефіцієнтів. Стовпчики x_1 і x_2 задають планування – за ними визначають умови дослідів, а стовпчики x_0 і $x_1 x_2$ служать тільки для розрахунку.

Таблиця 4.2

Матриця планування експерименту 2^2 з ефектом взаємодії

Номер досліду	x_0	x_1	x_2	$x_1 x_2$	y
1	+1	-1	-1	+1	y_1
2	+1	+1	-1	-1	y_2
3	+1	-1	+1	-1	y_3
4	+1	+1	+1	+1	y_4

Із збільшенням числа факторів число можливих взаємодій швидко зростає.

Матриця планування 2^3 з урахуванням всіх можливих взаємодій наведена у табл. 4.3.

Ефект взаємодії $x_1 x_2 x_3$ одержують перемножуванням всіх трьох стовпчиків і називають ефектом взаємодії другого порядку, а ефект взаємодії двох факторів називають ефектом взаємодії першого порядку.

Таблиця 4.3

Повний факторний експеримент 2^3

Номер досліджу	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	y
1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	y_1
2	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	-1	y_2
3	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	y_3
4	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	y_4
5	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	y_5
6	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	y_6
7	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	y_7
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	y_8

Матриця планування експерименту 2^3 матиме вигляд (табл. 4.4).

Після обчислення коефіцієнтів моделі виконуємо перевірку її придатності, тобто перевірку адекватності моделі. Функція відгуку, що цікавить нас, тобто рівняння регресії, має вигляд

$$y = b_0 + b_1x_1. \quad (4.12)$$

Це рівняння прямої лінії. У ньому два невідомі коефіцієнти. Коли ми ставимо експеримент, то прагнемо провести більше дослідів, ніж число невідомих коефіцієнтів. Тому система лінійних рівнянь

$$\xi_i = y_i - b_0 - b_1x_{1i}$$

виявляється приреченою і часто суперечливою. Приреченість виникає, коли число рівнянь більше від числа невідомого; суперечність – коли деякі з рівнянь не сумісні один з одним. Якщо всі експериментальні точки лежать на прямій, то система має єдиний розв'язок.

Таблиця 4.4

Матриця планування експерименту 2^3

Найменування	Вільний член	\tilde{x}_1	\tilde{x}_2	\tilde{x}_3	$\tilde{x}_1\tilde{x}_2$	$\tilde{x}_1\tilde{x}_3$	$\tilde{x}_2\tilde{x}_3$	$\tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3$	\tilde{y}
Основний рівень									
Інтервал варіювання									
Верхній рівень (+1)									
Нижній рівень (-1)									
Код досліджу	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	y
1	+	-	-	-	+	+	+	-	y_1
2	+	+	-	-	-	-	+	+	y_2
3	+	-	+	-	-	+	-	+	y_3
4	+	+	+	-	+	-	-	-	y_4
5	+	-	-	+	+	-	-	+	y_5
6	+	+	-	+	-	+	-	-	y_6
7	+	-	+	+	-	-	+	-	y_7
8	+	+	+	+	+	+	+	+	y_8

Застосовуючи метод найменших квадратів (МНК), можна зробити визначеною будь-яку довільну систему рівнянь. Цей метод робить число рівнянь таким, що дорівнює числу невідомих коефіцієнтів. У рівнянні (4.12) два невідомі коефіцієнти. Застосовуючи МНК, одержимо два рівняння:

$$I = \sum_{i=1}^N \xi_i^2 = \sum_{i=1}^N \Delta y_i^2 = \min, \quad (4.13)$$

або

$$I = \sum_{i=1}^N \xi_i^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - \epsilon_{oi} - \epsilon_1 x_{1i})^2 = \min. \quad (4.14)$$

Величина $\sum_{i=1}^N \Delta y_i^2$ і є залишкова сума квадратів. МНК гарантує, що ця величина мінімально можлива. Залишкова сума найменших квадратів цілком підходить для характеристики середнього відхилення щодо лінії регресії і залежить від числа коефіцієнтів у рівнянні. Ввівши стільки коефіцієнтів, скільки проведено незалежних дослідів, одержимо залишкову суму, що дорівнює нулю. Тому її відносять на один «вільний» дослід. Число таких дослідів називається числом ступенів вільності (f); числом ступенів вільності у статистиці називають різницю між числом дослідів і числом коефіцієнтів (констант), які вже обчислені за результатами дослідів незалежно один від одного.

Якщо проведений повний експеримент фактора 2^3 і знайдено лінійне рівняння регресії, то число ступенів вільності обчислюється за формулою

$$f = N - (K_0 + 1) = 8 - (3 + 1) = 4. \quad (4.15)$$

Залишкова сума квадратів, ділена на число ступенів вільності, називається залишковою дисперсією, або дисперсією адекватності (S_{ad}^2):

$$S_{ad}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \Delta y_i^2}{f}. \quad (4.16)$$

У плануванні експерименту число ступенів вільності для дисперсії адекватності дорівнює числу різних дослідів, результати яких використовуються при підрахунку коефіцієнтів регресії, мінус число визначуваних коефіцієнтів.

Для перевірки гіпотези про адекватність можна використовувати критерій Фішера – F-критерій:

$$F = \frac{S_{ad}^2}{S_{\{y\}}^2}, \quad (4.17)$$

де $S_{\{y\}}^2$ - дисперсія відтворюваності зі своїм числом ступенів вільності.

Значущість коефіцієнтів за t-критерієм визначається за формулою

$$t = \frac{|\epsilon_j|}{S_{\{\epsilon_j\}}}, \quad (4.18)$$

де ϵ_j – коефіцієнт моделі; $S_{\{\epsilon_j\}}$ – квадратична помилка коефіцієнта регресії.

Обчислене значення t – критерію порівнюється з табличним при заданому α і у відповідному числі ступенів вільності. Чим вужчий довірчий інтервал (при заданому α), тим більша вірогідність значущості коефіцієнта.

Якщо абсолютна величина коефіцієнта більша, ніж довірчий інтервал, то коефіцієнт значущий.

6.3. Дробовий факторний експеримент

При проведенні повного факторного експерименту встановлено, що кількість дослідів у повному факторному експерименті значно перевершує число визначуваних коефіцієнтів лінійної моделі. Нашим завданням є скорочення числа дослідів за рахунок тієї інформації, яка не дуже істотна при побудові лінійних моделей. При цьому матриця планування не повинна позбутися своїх оптимальних властивостей.

У табл. 4.2 представлений повний експеримент фактора 2^2 . Результати цього експерименту наведені у вигляді неповного квадратного рівняння у формулі (4.11). Якщо у вибраних інтервалах варіювання процес може бути описаний лінійною моделлю, то достатньо визначити три коефіцієнти: β_0 , β_1 і β_2 . Залишається один ступінь вільності. При лінійному наближенні (табл. 4.2) $\beta_{12} > 0$ і вектор-стовпчик x_1x_2 можна використовувати для нового фактора x_3 . Складемо таблицю і визначимо оцінки коефіцієнтів (табл. 4.5). У цій таблиці не буде трьох роздільних оцінок як у повному експерименті фактора 2^k , оскільки оцінки змішуються:

$$\beta_1 > \beta_1 + \beta_{23}; \beta_2 > \beta_2 + \beta_{13}; \beta_3 > \beta_3 + \beta_{12}.$$

Таблиця 4.5

Дробовий експеримент фактора 2^3

Номер дослідів	x_0	x_1	x_2	x_3	У
1	+	-	-	+	y_1
2	+	+	-	-	y_2
3	+	-	+	-	y_3
4	+	+	+	+	y_4

Оскільки у нас лінійна модель, то всі парні взаємодії незначущі. Таким чином, ми мінімізували число дослідів: замість восьми дослідів для вивчення трьох факторів поставимо чотири. При цьому матриця планування не втрачає своїх оптимальних властивостей (ортогональність, рототабельність і т.д.). Правило побудови дробового факторного експерименту формулюється так: **щоб скоротити число дослідів, потрібно новому фактору привласнити вектор-стовпчик матриці, що належить взаємодії, якою можна знехтувати. Тоді значення нового фактора в умовах дослідів визначається знаками цього стовпчика.**

Поставивши чотири дослідів для оцінки трьох факторів, ми скористалися половиною повного експерименту фактора 2^3 , або «напівреплікою».

Якщо x_3 прирівняти до x_1x_2 , то одержимо другу половину матриці 2^3 . При реалізації обох напівреплік одержимо роздільні оцінки для лінійних ефектів і ефектів взаємодії, як в повному експерименті фактора 2^3 . Об'єднання цих двох напівреплік і є повний експеримент фактора 2^3 .

Матриця з восьми дослідів для планування чотиричинника буде напівреплікою від повного експерименту фактора 2^4 , а для планування п'ятичинника – чвертьреплікою 2^5 . У останньому випадку два лінійні ефекти прирівнюються до ефектів взаємодії. Для позначення

дробових реплік, в яких p лінійних ефектів прирівняні до ефектів взаємодії, зручно користуватися умовним позначенням 2^{k-p} . Так, напіврепліка від 2^6 запишеться у вигляді 2^{6-1} , а чвертьрепліка від 2^5 – у вигляді 2^{5-2} .

Умовне позначення дробових реплік і число дослідів наведені у табл. 4.6.

При побудові напіврепліки 2^{3-1} існує всього дві можливості: прирівняти x_3 до $+x_1x_2$ або $K_0 -x_1x_2$. Тому є тільки дві напіврепліки 2^{3-1} (табл. 4.7).

Для добутку трьох стовпчиків матриці I виконується співвідношення: $+1 = x_1x_2x_3$, а в матриці II – $(-1) = x_1x_2x_3$. Усі знаки стовпчиків добутків однакові: у першому випадку дорівнюють плюс одиниці, а в другому – мінус одиниці. Символічне позначення добутків стовпчиків, що дорівнює $+1$ або -1 , називається визначальним **контрастом**.

Таблиця 4.6

Умовне позначення дробових реплік і число дослідів

Число факторів	Дробова репліка	Умовне позначення	Число дослідів	
			для дробової репліки	для повного факторного експерименту
1	2	3	4	5
3	1/2 - репліка від 23	23-1	4	8
4	1/2 - репліка від 24	24-1	8	16
5	1/4 - репліка від 25	25-2	8	32
6	1/8 - репліка від 26	26-3	8	64
7	1/16 - репліка від 27	27-4	8	128
5	1/2 - репліка від 25	25-1	16	32
6	1/4 - репліка від 26	26-2	16	64
7	1/8 - репліка від 27	27-3	16	128
8	1/16 - репліка від 28	28-4	16	256
9	1/32 - репліка від 29	29-5	16	512
10	1/64 - репліка від 210	210-6	16	1024
11	1/128 - репліка від 211	211-4	16	2048
12	1/256 - репліка від 212	212-8	16	4096
13	1/512 - репліка від 213	213-9	16	8192
14	1/1024 - репліка від 214	214-10	16	16884
15	1/2048 - репліка від 215	215-11	4	8

Таблиця 4.7

Дві напіврепліки 2^{3-1}

Номер дослідів	I $x_3 = +x_1x_2$				Номер дослідів	II $x_3 = -x_1x_2$			
	x_1	x_2	x_3	$x_1x_2x_3$		x_1	x_2	x_3	$x_1x_2x_3$
1	-	-	+	+	1	-	-	-	-
2	+	-	-	+	2	+	-	+	-
3	-	+	-	+	3	-	+	+	-
4	+	+	+	+	4	+	+	-	-

Контраст допомагає визначити змішані ефекти. Для того щоб визначити, який ефект змішаний з даним, потрібно помножити обидві частини визначального контрасту на стовпчик, що відповідає даному ефекту. Так, якщо $1 = x_1x_2x_3$, то для x_1 маємо $x_1 = x_1^2x_2x_3 = x_2x_3$. Оскільки завжди $x_1^2 = 1$, то для x^2 знаходимо $x_2 = x_1x_2x_2^2 = x_1x_2$, для $x_3 = x_1x_2x_3^2 = x_1x_2$.

Це означає, що коефіцієнти лінійного рівняння будуть оцінками $v_1 > \beta_1 + \beta_{23}$, $v_2 > \beta_2 + \beta_{13}$, $v_3 > \beta_3 + \beta_{12}$.

Співвідношення, що показує, з яким з ефектів змішаний даний ефект, називається **генеруючим співвідношенням**. Матриця планування для $N = 2^{4-1}$ наведена у табл. 4.8.

Таблиця 4.8

Матриця планування для 2^{4-1}

Номер досліджу	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	$X_1X_2=X_2X_4$	$X_1X_3=X_2X_4$	$X_2X_3=X_1X_4$
1	+	+	+	-	-	+	-	-
2	+	-	-	-	-	+	+	+
3	+	+	-	-	+	-	-	+
4	+	-	+	-	+	-	+	-
5	+	+	+	+	+	+	+	+
6	+	-	-	+	+	+	-	-
7	+	+	-	+	-	-	+	-
8	+	-	+	+	-	-	-	+

ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТУ

План викладу матеріалу

- 7.1. Реалізація плану експерименту
- 7.2. Помилка паралельних дослідів і перевірка однорідності дисперсій
- 7.3. Перевірка значущості коефіцієнтів
- 7.4. Круте сходження по поверхні відгуку

7.1. Реалізація плану експерименту

Перш ніж проводити експерименти, необхідно ретельно підготуватися: зібрати дослідну установку, перевірити прилади, підготувати сировину, скласти спеціальний журнал і т.д. У журналі першу сторінку можна присвятити вибору мети дослідження і параметрам оптимізації із зазначенням їх розмірності. Бажано перелічити усі параметри, які можуть бути характеристиками процесу, і зазначити, яка між ними існує кореляція. Якщо ж відомості про кореляцію відсутні, доцільно підрахувати коефіцієнти парної кореляції, перевірити їх значущість і виділити групу некорельованих параметрів. На другій сторінці перелічити фактори і помістити таблицю рівнів факторів та інтервалів варіювання. Матрицю планування зручно розмістити на розвороті журналу. У ній доцільно проставляти не тільки кодові значення факторів, але й натуральні.

При складанні робочої матриці планування необхідно залишити місце для стовпчиків, у яких зазначаються дати поставлення дослідів. Окремі сторінки потрібно відвести для розрахунків, які необхідні для визначення кількості усіх компонентів і т.д., а також для аналізу результатів експерименту.

Перш ніж проводити експерименти, необхідно:

- стисло описати процеси, об'єкти;
- дати формулювання мети дослідження;
- зробити вибір параметрів оптимізації;
- визначитися з бажаним результатом, числом і точністю вимірювань;
- встановити, який результат вважатиметься відмінним, добрим, задовільним або незадовільним.

При виборі факторів потрібно:

- скласти список усіх «підозрюваних» факторів, які можуть впливати на процес;
- скласти список факторів, що включаються в реальний експеримент;
- встановити, чи існують можливості встановлення значення фактора на будь-якому заданому рівні;
- визначити, чи зберігаються задані значення рівнів протягом дослідів;
- передбачити, чи можуть деякі комбінації рівнів факторів призвести до зупинення процесу (вибух, нетехнологічність і т.д.).

При визначенні числа дослідів необхідно:

- визначитися з бажаним числом дослідів, обмеженнями на число дослідів;
- встановити бажаний термін проведення дослідження;
- встановити тривалість проведення одного дослідів;

- розрахувати вартість і витрати праці при проведенні одного досліджу;
- визначити число рівнів для одного фактора;
- визначити можливість проведення паралельних дослідів;
- встановити стратегію проведення дослідів (по одному за день і т.д.).

При проведенні експериментальної частини повинна враховуватися апріорна інформація.

З неї необхідно врахувати таке:

- умови і результати, досягнуті при вивченні аналогічних процесів;
- результати попереднього експерименту і дані (літературні і природні) про величину помилки експерименту;
- взаємодію факторів.

7.2 Помилка паралельних дослідів і перевірка однорідності дисперсій

Поставлення паралельних (повторних) дослідів не дає повністю збіжних результатів, тому що завжди існує помилка досліджу. Помилку досліджу визначають за паралельними дослідями. Для цього дослід проводиться по можливості в однакових умовах кілька разів і потім береться середнє арифметичне всіх результатів. Середнє арифметичне \bar{y} дорівнює сумі усіх n окремих результатів, поділених на кількість паралельних дослідів n :

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n} = \frac{\sum_1^n y_q}{n} \quad (4.19)$$

Відхилення результату досліджу від середнього арифметичного можна подати як різницю $y_q - \bar{y}_1$, де y_q – результат окремого досліджу. Наявність відхилення свідчить про мінливість, варіацію значень повторних дослідів. Для вимірювання цієї мінливості використовують дисперсію. **Дисперсією називається середнє значення квадрата відхилень величини від її середнього значення.** Дисперсія позначається S^2 і виражається формулою

$$S^2 = \frac{\sum_1^n (y_q - \bar{y})^2}{n-1}, \quad (4.20)$$

де $n-1$ – число ступенів вільності, що дорівнює кількості дослідів, мінус одиниця.

Перевірка однорідності дисперсій проводиться за допомогою різних статистичних критеріїв. Простим з них є критерій Фішера (F-критерій). Він є відношенням більшої дисперсії до меншої. Отримана величина порівнюється з табличною величиною F-критерію (табл.4.9).

Якщо набуте значення дисперсійного відношення більше наведеного у таблиці для відповідних ступенів вільності і вибраного рівня значущості, це означає, що дисперсії значущо відрізняються одна від одної, тобто що вони неоднорідні.

7.3 Перевірка значущості коефіцієнтів

Вона здійснюється двома рівноцінними способами: перевіркою за t-критерієм Стьюдента або побудовою довірчого інтервалу. При використуванні повного експерименту фактора або регулярних дробових реплік довірчі інтервали для всіх коефіцієнтів дорівнюють один одному.

Спочатку визначаємо дисперсію коефіцієнта регресії $S^2_{\{g\}}$ за формулою

$$S^2_{\{g\}} = \frac{S^2_{\{y\}}}{N},$$

якщо паралельні досліді відсутні (4.21).

З формули бачимо, що дисперсії всіх коефіцієнтів дорівнюють одна одній, оскільки вони залежать тільки від помилки досліді та їх числа.

Тому формула довірчого інтервалу $\Delta\beta_j$ матиме вигляд $\Delta\beta_j = \pm t \cdot S_{\{ej\}}$, де t – табличне значення критерію Стюдента при числі ступенів вільності, з якими визначалася $S^2_{\{y\}}$, і вибраному рівні значущості (як правило, 0,05); $S_{\{ej\}}$ – квадратична помилка коефіцієнта регресії,

$$S_{\{ej\}} = +\sqrt{S^2_{\{ej\}}} . \quad (4.22)$$

Формула для довірчого інтервалу має вигляд

$$\Delta\beta_j = \pm \frac{t \cdot S_{\{y\}}}{\sqrt{N}} . \quad (4.23)$$

Коефіцієнт $\Delta\beta_j$ визначимо, якщо його абсолютна величина більше довірчого інтервалу. Довірчий інтервал задається верхньою і нижньою межами $\beta_j + \Delta\beta_j$ і $\beta_j - \Delta\beta_j$.

Для пошуку значень t-критерію необхідно скористатися таблицею 4.10.

Таблиця 4.9

Значення F-критерію Фішера при 5% рівні значущості

Число ступенів вільності		2	3	4	5	6	12	24	∞
f_1	f_2								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	164,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	244,9	249,0	254,3
2	18,5	19,2	19,2	19,3	19,3	19,3	19,4	19,4	19,5
3	10,1	9,6	9,3	9,1	9,0	8,9	8,7	8,6	8,5
4	7,7	6,9	6,6	6,4	6,3	6,2	5,9	5,8	5,6
5	6,6	5,8	5,4	5,2	5,1	5,6	4,7	4,5	4,4
6	6,0	5,1	4,8	4,5	4,4	4,3	4,0	3,8	3,7
7	5,5	4,7	4,4	4,1	4,0	3,9	3,6	3,4	3,2
8	5,3	4,5	4,1	3,8	3,7	3,6	3,3	3,1	2,9
9	5,1	4,3	3,9	3,6	3,5	3,4	3,1	2,9	2,7
10	5,0	4,1	3,7	3,5	3,3	3,2	2,9	2,7	2,5
11	4,8	4,0	3,6	3,4	3,2	3,1	2,8	2,6	2,4
12	4,8	3,9	3,5	3,3	3,1	3,0	2,7	2,5	2,3
13	4,7	3,8	3,4	3,2	3,0	2,9	2,6	2,4	2,2
14	4,6	3,7	3,3	3,1	3,0	2,9	2,5	2,3	2,1
15	4,5	3,7	3,3	3,1	2,9	2,8	2,5	2,3	2,1
16	4,5	3,6	3,2	3,0	2,9	2,7	2,4	2,2	2,0
17	4,5	3,6	3,2	3,0	2,8	2,7	2,4	2,2	2,0
18	4,4	3,6	3,2	2,9	2,8	2,7	2,3	2,1	1,9
19	4,4	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,3	2,1	1,9
20	4,4	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,3	2,1	1,9
22	4,3	3,4	3,1	2,8	2,7	2,6	2,2	2,0	1,8
24	4,3	3,4	3,0	2,8	2,6	2,5	2,2	2,0	1,7
26	4,2	3,4	3,0	2,7	2,6	2,5	2,2	2,0	1,7
28	4,2	3,3	3,0	2,7	2,6	2,4	2,1	1,9	1,7
30	4,2	3,3	2,9	2,7	2,5	2,4	2,1	1,9	1,6
40	4,1	3,2	2,9	2,6	2,5	2,3	2,0	1,8	1,5
60	4,0	3,2	2,8	2,5	2,4	2,3	1,9	1,7	1,4
120	3,9	3,1	2,7	2,5	2,3	2,2	1,8	1,6	1,3

Значення t-критерію Стьюдента при 5% рівні значущості

Число ступенів вільності	Значення t-критерію	Число ступенів вільності	Значення t-критерію	Число ступенів вільності	Значення t-критерію
1	12,71	11	2,201	21	2,080
2	4,303	12	2,179	22	2,074
3	3,182	13	2,160	23	2,069
4	2,776	14	2,145	24	2,064
5	2,571	15	2,131	25	2,060
6	2,447	16	2,120	26	2,056
7	2,365	17	2,110	27	2,052
8	2,306	18	2,101	28	2,048
9	2,262	19	2,093	29	2,045
10	2,228	20	2,086	30	2,042
				?	1,960

7.4. Круте сходження по поверхні відгуку

Щоб знайти оптимальну точку пошуку (рис. 4.8), необхідно здійснити рух по градієнту.

На рисунку зображені криві рівного виходу поверхні відгуку для двох незалежних змінних x_1 і x_2 . Поверхня відгуку має вид горба з вершиною у точці «0». Щоб потрапити в окіл цієї точки з точки А, проводимо напрям градієнта функції відгуку. Це напрям АВ, перпендикулярний до ліній рівня. Градієнт безперервної однозначної функції Φ є вектором

$$\Delta\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x_1}i + \frac{\partial\varphi}{\partial x_2}j + \dots + \frac{\partial\varphi}{\partial x_k}k, \quad (4.24)$$

де $\Delta\varphi$ – позначення градієнта; $\partial\varphi/\partial x_i$ – частинна похідна функції за i -м фактором; i, j, k – одиничні вектори у напрямку координатних осей. Отже, складові градієнта – це частинні похідні функції відгуку, оцінками яких є коефіцієнти регресії.

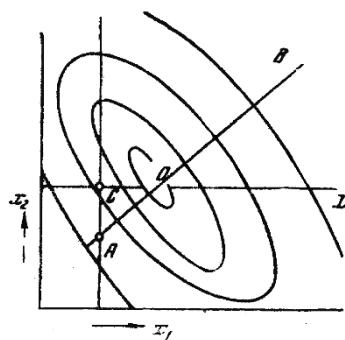


Рисунок 4.8 – Рух по поверхні відгуку методами експерименту одночинника і градієнта

Змінюючи незалежні змінні пропорційно величині коефіцієнтів регресії, рухатимемося у напрямі градієнта функції відгуку по найкрутішому шляху. Процедура руху до майже стаціонарної області називається **крутим сходженням**.

Техніку розрахунку крутого сходження розглянемо на прикладі одного фактора (рис.4.9).

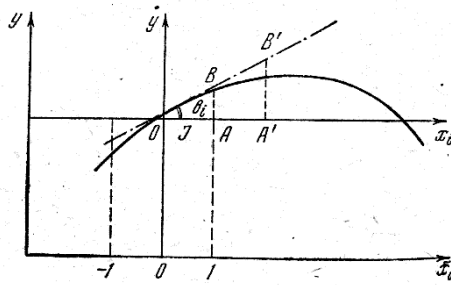


Рисунок 4.9 – Розрахунок координат точок у напрямі градієнта

Значення коефіцієнта регресії дорівнює тангенсу кута між лінією регресії і віссю даного фактора. Якщо його помножити на інтервал варіювання, який є прилеглим катетом у прямокутному трикутнику OAB, то отримаємо протилежний катет AB, який і дає координатні точки, що лежать на градієнті.

Узагальнення на випадок K факторів робиться механічно, оскільки всі ефекти незалежні один від одного. Істотне тільки співвідношення добутків коефіцієнтів на відповідні інтервали. Їх абсолютні величини можуть усі одночасно множитися або ділитися на будь-яке позитивне число. При цьому отримаємо точки, що лежать на тому ж градієнті, але з іншим кроком. Ця процедура полягає в тому, щоб до нульового рівня послідовно алгебраїчно додавати величини, пропорційні складовим градієнта. Якщо буде невеликий крок, то він потребуватиме значного числа дослідів, а великий крок збільшує вірогідність проскакування області оптимуму.

Для якісних факторів на двох рівнях або фіксується кращий рівень, або градієнт реалізується двічі для кожного рівня окремо. Незначущі фактори стабілізуються на будь-якому рівні в інтервалі ± 1 . Якщо немає спеціальних міркувань, а за економічними міркуваннями вигідно підтримувати нижній рівень, то вибирають його. У русі по градієнту ці фактори не беруть участі. Розрахунок крутого сходження зводиться до того, щоб вибрати крок руху по одному з факторів і пропорційно добуткам коефіцієнтів регресії на інтервали варіювання розрахувати кроки за іншими факторами.

Розрахувавши складові градієнта, одержимо умови уявних дослідів. Число уявних дослідів залежить від задачі. Обмеженням зверху служить межа області визначення хоча б по одному з факторів. Іноді за технологічними міркуваннями немає сенсу визначати умови багатьох дослідів. Як правило, розраховується близько п'яти уявних дослідів.

Умови уявних дослідів слід ретельно обдумати і переконатися, що немає ускладнень в їх реалізації. Якщо щось не вдається, можна змінити крок і розрахувати уявні дослідів заново.

Круте сходження можна вважати ефективним, якщо хоча б один з реалізованих дослідів дасть кращий результат порівняно з найкращим дослідом серії. Коли круте сходження неефективне, ухвалення рішення залежить від певної ситуації (далеко від оптимуму, близько, невизначено) і від адекватності лінійної моделі. Якщо область оптимуму близька при реалізації матриці планування і вдалося досягти достатньо високого значення параметра оптимізації, і при крутому сходженні поліпшити його не вдалося, то найтипівішими є такі рішення: 1) закінчити дослідження (вибирається кращий дослід); 2) побудувати план другого порядку для опису області оптимуму.

Якщо область оптимуму далека і лінійна модель адекватна, то у цьому випадку доцільно переміститися в іншу область простору фактора.

У разі, коли область оптимуму далеко, а лінійна модель не адекватна, необхідно з'ясувати причини неадекватності лінійної моделі. Ними можуть бути:

- інтервал варіювання, вибраний невдало;
- початкова модель будувалася за напівреплікою. Потрібно побудувати напіврепліку до повного факторного експерименту, одержати роздільні оцінки для всіх коефіцієнтів регресії і зробити нове круте сходження; з реалізованих дослідів один дасть кращий результат в порівнянні з найкращим дослідом серії.

Після завершення крутого сходження ситуації розрізняються за ознакою: виявилось круте сходження ефективним чи ні. Про ефективність руху по градієнту роблять висновок за величиною параметра оптимізації. Рух по градієнту вважається ефективним, якщо реалізація уявних дослідів, розрахованих на стадії крутого сходження, приводить до поліпшення значення параметра оптимізації в порівнянні з найкращим результатом у матриці.

При ефективному крутому сходженні можливі два результати:

- область оптимуму досягнута або область оптимуму не досягнута. У разі, коли область оптимуму досягнута, експериментатор може закінчити дослідження, якщо задача полягала в досягненні області оптимуму, або продовжити дослідження, якщо задача полягала в детальному її вивченні. У разі, коли область оптимуму не досягнута, то необхідно ставити лінійний план наступного циклу і продовжувати дослідження;
- початкова модель будувалася за дробовою реплікою 2^{k-p} , де $p > 1$. У цьому випадку доцільно побудувати матрицю другої серії дослідів, змінивши всі знаки на зворотні. У разі нелінійності початкової моделі можна спробувати перетворити параметр оптимізації.

Якщо круте сходження неефективне, а положення оптимуму невизначене, то рекомендується поставити досліди в центрі експерименту з тим, щоб оцінити внесок квадратичних членів. При значущій сумі можна побудувати лінійний план до плану другого порядку, оскільки наявність квадратичних членів свідчить про близькість до майже стаціонарної області.

Головною ознакою, за якою роблять висновок про закінчення дослідження, – це значення параметра оптимізації. Якщо параметр оптимізації досяг можливої межі, тобто досяг мети, у цьому випадку необхідно провести інтерпретацію результату. Коли одержаний результат відповідає початковим теоретичним уявленням про процес, то одержаний результат підтверджує правильність теорії.

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ОПТИМІЗАЦІЇ

Приклад 1.

Розробити склад чавунного сплаву, стійкого в умовах абразивного зношування.

Для розв'язання цієї задачі визначаються із системою легування сплаву. Нею може бути С – Ті – Мп – Si. Співвідношення вхідних у систему елементів приймаємо виходячи з апріорної інформації про їх вплив на стійкість металу при роботі виробу в умовах абразивного зношування. При цьому кількість вуглецю визначається з урахуванням його вмісту у зносостійких сплавах. Верхній і нижній рівні за вуглецем визначали з урахуванням літературних і патентних даних. На підставі цих даних кількість вуглецю у сплаві обмежили в межах від 2,5 до 3,5%.

Одним з елементів, що створюють найтвердіші і найстійкіші карбіди, є титан. З вуглецем титан утворює сполуку TiC з широкою областю гомогенності. Мікротвердість карбіду титану становить близько 3200 кгс/см². У чавунах титан робить значний вплив як на графітизацію, так і на металеву матрицю. Наявність його у чавуні сприяє подрібненню структури і рафінуванню металу. З введенням у чавун титану понад 0,1% збільшується відпал. У зносостійких сплавах його зміст коливається у межах від 0,1 до 1,5%. З урахуванням апріорної інформації і теоретичних припущень кількість титану обмежили у межах від 4,0 до 1,0%.

Одним з важливих легуючих елементів є марганець, який сприяє перлітизації металевій матриці і розкислюванню металу. У складі білих чавунів його зміст не перевищує 1,2%. Для попередження гарячих тріщин його вводять до складу у кількості близько 0,6%. Тому кількість марганцю обмежена у межах від 0,6 до 1,2%.

Важливим легуючим елементом є кремній, який разом з вуглецем найбільше впливає на структуру і властивості сплавів. При невеликих концентраціях він стоншує структуру, а при концентрації більше 0,78% помітно впливає на графітизацію. У чавунах з мартенситною основою вміст кремнію не повинен перевищувати 0,6%. При вмісті його у чавуні більше 3,5% в структурі з'являється графіт, при цьому зменшуються властивості міцності. Тому при розробленні зносостійкого сплаву до його складу ввели кремній у кількості близько 0,7%.

При розв'язанні задачі з визначення оптимального складу здійснювали повний експеримент фактора 2³. За чинники x_1 , x_2 , x_3 були взяті вуглець, титан і марганець – елементи, що найефективніше впливають на підвищення зносостійкості сплавів. Як параметр оптимізації вибрали відносну зносостійкість при абразивному зношуванні. Як зразок порівняння використали метал, наплавлений порошковим дротом, який містить ітрій а.с.686214 СРСР. При плануванні експерименту використовували кодоване значення факторів +1 і -1. Для простоти запису одиниці опускаємо. Число дослідів, необхідних для реалізації всіх можливих поєднань рівнів факторів, визначаємо за формулою (4.6):

$$N = 2^K,$$

де число факторів K дорівнює 3; $N = 2^3 = 8$ (дослідів).

Вибір експериментальної області простору фактора виконуємо після аналізу апріорної інформації. У цій області вибирали підобласть для планування експериментів, для чого визначали рівень та інтервал варіювання. На основі огляду літературних і патентних джерел, а

також попередньої апробації одержаного металу встановили верхню і нижню межі вмісту елементів (рівні), що найсильніше впливають на утворення структури металу. У зв'язку з цим основний рівень був установлений:

- для вуглецю $\frac{3,5 + 2,5}{2} = 3,0$;
- для титану $\frac{4,0 + 1,0}{2} = 2,5$;
- для марганцю $\frac{1,2 + 0,6}{2} = 0,9$,

а інтервал варіювання:

- для вуглецю $3,5 - 3,0 = 0,5$;
- для титану $4,0 - 2,5 = 1,5$;
- для марганцю $1,2 - 0,9 = 0,3$.

При розв'язанні задачі дослідження залежності зносостійкості від складу сплаву математичну модель задаємо рівнянням регресії у вигляді лінійного полінома

$$y = \theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \theta_3 x_3 + \theta_{12} x_1 x_2 + \theta_{13} x_1 x_3 + \theta_{23} x_2 x_3 + \theta_{123} x_1 x_2 x_3, \quad (4.25)$$

де y – вихідний параметр; $\theta_0, \dots, \theta_3$ – коефіцієнти регресії; x_1, x_2, x_3 – фактори.

За наслідками проведених досліджень, з урахуванням встановлених верхнього і нижнього рівнів варіювання елементів, складаємо матрицю планування експериментів (табл. 4.11).

Коефіцієнти регресії математичної моделі (лінійного рівняння), що описує поверхню відгуку в локальній ділянці поблизу вибраного основного рівня, розраховували за формулою (7), звідки:

$$\theta_0 = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N}, \quad \theta_j = \frac{\sum_{i=1}^N y_i x_{ji}}{\sum_{i=1}^N x_{ji}^2}, \quad (4.26)$$

де N – кількість дослідів; x_{ji} – значення x_j в i -му досліді;

θ_j – коефіцієнт регресії i – го фактора; y – вільний член;

y_j – параметр оптимізації в i -му досліді. Тоді

Таблиця 4.11

Матриця планування 2^3

Найменування	Вільний член	C	Ti	Mn	CTi	CMn	TiMn	CTiMn	ϵ
Основний рівень		3,0	2,5	0,9					1,3
Інтервал варіювання		0,5	1,5	0,3					
Верхній рівень (+1)		3,5	4,0	1,2					
Нижній рівень (-1)		2,5	1,0	0,6					
Код досліду	X_0	X_1	X_2	X_3	$X_1 X_2$	$X_1 X_3$	$X_2 X_3$	$X_1 X_2 X_3$	y
1	+	-	-	-	+	+	+	-	0,4
2	+	+	-	-	-	-	+	+	0,7
3	+	-	+	-	-	+	-	+	1,7
4	+	+	+	-	+	-	-	-	1,6
5	+	-	-	+	+	-	-	+	0,73
6	+	+	-	+	-	+	-	-	0,75
7	+	-	+	+	-	-	+	-	1,54
8	+	+	+	+	+	+	+	+	1,48
	1,1125	-0,02	0,4675	0,0125	-0,06	-0,02	-	0,04	8,9

							0,0825		
--	--	--	--	--	--	--	--------	--	--

Коефіцієнти регресії математичної моделі (лінійного рівняння), що описує поверхню відгуку в локальній ділянці поблизу вибраного основного рівня, розраховували за формулою (7), звідки:

$$e_o = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N}, \quad e_j = \frac{\sum_{i=1}^N y_i x_{ji}}{N}, \quad (4.26)$$

де N – кількість дослідів; x_{ji} = значення x_j в i -му досліді;
 e_j – коефіцієнт регресії i – го фактора; y – вільний член;
 y_j – параметр оптимізації в i -му досліді. Тоді

$$e_o = \frac{0,4 + 0,7 + 1,7 + 1,6 + 0,73 + 0,75 + 1,54 + 1,48}{8} = 1,1125;$$

$$e_1 = \frac{-0,4 + 0,7 - 1,7 + 1,6 - 0,73 + 0,75 - 1,54 + 1,48}{8} = -0,02;$$

$$e_2 = \frac{-0,4 - 0,7 + 1,7 + 1,6 - 0,73 - 0,75 + 1,54 + 1,48}{8} = 0,4675;$$

$$e_3 = \frac{-0,4 - 0,7 - 1,7 - 1,6 + 0,73 + 0,75 + 1,54 + 1,48}{8} = 0,0125;$$

$$e_4 = \frac{0,4 - 0,7 - 1,7 + 1,6 + 0,73 - 0,75 - 1,54 + 1,48}{8} = -0,06;$$

$$e_5 = \frac{0,4 - 0,7 + 1,7 - 1,6 - 0,73 + 0,75 - 1,54 + 1,48}{8} = -0,03;$$

$$e_6 = \frac{0,4 + 0,7 - 1,7 - 1,6 - 0,73 - 0,75 + 1,54 + 1,48}{8} = -0,0825;$$

$$e_7 = \frac{-0,4 + 0,7 + 1,17 - 1,6 + 0,73 - 0,75 - 1,54 + 1,48}{8} = 0,04.$$

У результаті розрахунку були одержані такі коефіцієнти регресії: $x_o = 1,1125$; $x_1 = -0,02$;
 $x_2 = +0,4675$; $x_3 = +0,0125$; $x_{12} = -0,06$; $x_{13} = -0,03$;
 $x_{23} = -0,0825$; $x_{123} = +0,04$.

Для виключення помилки була вироблена рандомізація дослідів. Порядок проведення дослідів вибираємо за таблицею випадкових чисел. Після розрахунку коефіцієнтів регресії і перевірки їх статистичної значущості одержане рівняння регресії, що відкриває локальну ділянку поверхні відгуку:

$$Y = \varepsilon = 1,1125 - 0,02x_1 + 0,4675x_2 + 0,0125x_3 - 0,06x_{12} - 0,03x_{13} - 0,0825x_{23} + 0,04x_{123}. \quad (4.27)$$

Перевірка статистичної значущості показала, що всі коефіцієнти значущі. Тому рівняння (4.27) можна записати у вигляді

$$Y = 1,1125 - 0,02C + 0,4675Ti + 0,0125Mn - 0,06CTi + \\ + 0,03CMn - 0,825TiMn + 0,04CTiMn. \quad (4.28)$$

Перевірка адекватності за F-критерієм Фішера (табл. 4.12) показала, що рівняння (4.28) є адекватним. Коефіцієнти полінома є частковими похідними функції відгуку за відповідними змінними. За величиною коефіцієнтів регресії встановлюємо ступінь впливу кожного з факторів на параметр оптимізації, а за знаком – характер впливу. При цьому чим більше коефіцієнти, тим сильніше вплив фактора. Знак плюс вказує, що із збільшенням значення фактора величина параметра оптимізації зростає, а знак мінус – спадає. Знаки коефіцієнтів регресії вказують напрям руху по поверхні відгуку. Коефіцієнт v_0 не впливає на розрахунок градієнта. З рівняння випливає, що зносостійкість сплаву при абразивному зношуванні зростає із збільшенням концентрації титану і зменшенням концентрації вуглецю.

Для отримання сплаву з необхідною кількістю властивостей необхідно здійснити круте сходження за невідомою поверхнею відгуку. Для цього коефіцієнти регресії множимо на інтервал варіювання відповідних змінних. За одержаними значеннями плануємо серію дослідів крутого сходження. Як «одиничний крок» вибираємо значення, зручне для шихтування елемента, що найсильніше впливає на структуру, – титану. З урахуванням вибраного «одиничного кроку» для титану визначаємо одиничні кроки для решти елементів. При визначенні напрямку руху значення факторів змінювали пропорційно значенням відповідних коефіцієнтів регресії з урахуванням їх знаків. При реалізації крутого сходження (табл. 4.12) вже на першому кроці визначилося збільшення зносостійкості.

При подальшому русі по лінії крутого сходження (досліди 10, 11, 12) зносостійкість знижується. Це свідчить про те, що досягнута область екстремуму. Оптимальний склад зносостійкого сплаву буде такий (у масових відсотках): вуглець – 2,48; титан – 5,0; марганець – 0,606. Виконане круте сходження виявилось ефективним, оскільки результати дослідів перевищили кращий результат дослідів матриці планування.

Описана методика і наведений приклад складають скорочений варіант планування експерименту в матеріалознавстві методом Бокса-Уїлсона при пошуку оптимальних умов проходження процесів.

Коефіцієнти регресії наведених математичних залежностей можуть бути розраховані за допомогою методу якнайменших квадратів за програмою, що входить у математичне забезпечення для розв'язання задач оптимізації Excel 7.0. Оцінка достовірності рівняння регресії, також виконана у програмі Excel 7.0, дозволяє прийняти гіпотезу про адекватність регресійної моделі.

Стійкість наплавленого металу в умовах абразивного зношування забезпечується утворенням мартенситної структури і карбідів вольфраму, хрому, бору, цирконію, ітрію та ін. Утворення карбідів титану в наплавленому металі є надзвичайно важким процесом через складність введення у нього титану. Розроблений наплавлений метал, що має мартенситну структуру із включеннями до 20,0% карбідів титану, забезпечує високу стійкість до абразивного зношування й відповідає конструкторським вимогам до надійності й довговічності машин і механізмів.

Таблиця 4.12

Розрахунок кругого сходження

Найменування	C	Ti	Mn	ε
Код	x ₁	x ₂	x ₃	y
Дослід 3	2,5	4,0	0,6	1,7
Коефіцієнти v _i	0,02	0,4675	0,0125	
Коефіцієнти j, v _j , I _j	0,5 -0,01	1,5 0,7	0,3 -0,004	
Крок при зміні x ₂ на 1,0	-0,02	1,0		
Реалізований дослід 9	2,48	5,0	0,606	1,8
Нереалізовані: дослід 10	2,40	6,0	0,612	1,58
дослід 11	2,44	7,0	0,618	1,41
дослід 12	2,42	8,0	0,624	1,2

що має мартенситну структуру із включеннями до 20,0% карбідів титану, забезпечує високу стійкість до абразивного зношування й відповідає конструкторським вимогам до надійності й довговічності машин і механізмів.

Установлені закономірності впливу вуглецю, титану й марганцю на стійкість наплавленого металу до абразивного зношування дозволили розробити наплавлений метал, який утримує (мас. %): вуглецю 2,58 - 2,70, марганцю 0,58 - 0,63 і титану 5,16 - 5,24, що перевершує за стійкістю до абразивного зношування метал, наплавлений сплавом «Сормайт - 1» в 1,8 раза.

Приклад 2.

Розробити оптимальний склад полімерного композиційного матеріалу з бінарним наповнювачем і максимальною стійкістю до абразивного зношування.

Пошук оптимальних складів методом планування експерименту і його результати

При плануванні експерименту враховували, що невідома функція відгуку

$$Y = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_k),$$

де x_1, x_2, \dots, x_k – фактори варіювання, апроксимується поліномом

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i,j=1}^k \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \dots, \quad (4.29)$$

де $\beta, \beta_i, \beta_{ij}, \beta_{ii}$ – теоретичні коефіцієнти регресії.

У результаті реалізації плану експерименту знаходили чисельні значення коефіцієнтів регресії β_i . Рівняння (4.29) набирає вигляду

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i,j=1}^k \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \dots, \quad (4.30)$$

де y є оцінкою і розрахунковим значенням функції відгуку. Відповідно вибіркові коефіцієнти регресії є оцінкою генеральних коефіцієнтів:

$$\beta_0 > \beta_0; \quad \beta_i > \beta_i; \quad \beta_{ij} > \beta_{ij}; \quad \beta_{ii} > \beta_{ii}.$$

Рівняння (4.30) інтерпретували як математичний опис деякої геометричної поверхні у K – вимірному просторі – поверхні відгуку.

Як функцію відгуку вибрали:

1 Відносну абразивну зносостійкість I_0/I_k ,

де I_0 , I_k – питома інтенсивність зношування полімерної матриці і композита на її основі відповідно. Вона розраховувалася за формулою

$$I = \frac{\Delta V}{N \cdot L} \left[\frac{\text{мм}^3}{\text{Н} \cdot \text{м}} \right],$$

де ΔV – зношений об'єм композита; N – нормальне навантаження на зразок; L – шлях тертя.

Дослідження абразивного зношування проведені за схемою вал-частковий вкладиш. На сталевому валу діаметром 90 мм і завдовжки 300 мм закріплювався абразивний папір МС 1000х505Ш, 160С16М1300 (ГОСТ 6456-68). Зразок композита діаметром $10 \pm 0,1$ мм і заввишки $15 \pm 0,1$ мм торцем прироблявся, а потім проводили два паралельні досліди за новими слідами для однієї точки плану (швидкість ковзання 0,17 м/с; шлях тертя 10,2 м, час досліду 60 с). Реалізовувалося чотири плани для нормальних навантажень на зразок $P = 20, 50, 105$ і 160 Н. Питому інтенсивність зношування розраховували відповідно до загальноприйнятої методики.

2 Міцність при розриві (руйнівне напруження при розтягуванні) σ_{pp} , МПа.

Дослідження проводили на зразках у вигляді втулки із зовнішнім діаметром $50 \pm 0,05$ мм, внутрішнім діаметром $40 \pm 0,05$ мм і заввишки $10 \pm 0,05$ мм. Машина для випробувань – машина розривна 200IP-05 ГОСТ 7762-74. Проводили п'ять паралельних дослідів.

3 Відносне подовження при розриві ϵ , %.

Дослідження проводили на тих самих зразках, що і при випробуваннях на міцність при розриві.

4 Добуток міцності при розриві на відносне подовження при цьому ($\sigma_{pp} \epsilon$), МПа (ϵ у відносних одиницях).

На першій стадії експерименту розглядалася лінійна модель, оскільки не було відомо, яким ступенем полінома можна описати результати експерименту.

При побудові лінійної моделі знаходили чисельні значення коефіцієнта ϵ_0 і лінійних коефіцієнтів ϵ_i :

$$y = \epsilon_0 + \sum_{i=1}^k \epsilon_i x_i. \quad (4.31)$$

Досліджений композит складався з політетрафтор-етилену (фторопласту-4), низькомодульного вуглецевого волокна УТМ-8 з гідратцелюлози (вміст вуглецю 70%, густина $\eta = 1500$ кг/м³, міцність волокна 0,55 ГПа, модуль пружності 30-40 ГПа, температура кінцевої термообробки 8500С) і карбїду титану з густиною 4800 кг/м³.

Вуглецеві волокна в композиції мали діаметр $10 \pm \pm 0,8$ мкм і широкий об'ємний розподіл Вейбулла по довжинах (з параметрами $a = 226$ мкм, $\Delta = 1,68$):

$$\rho(\ell) = \frac{\Delta}{a} \cdot \frac{1}{\Gamma(1 + \frac{1}{\Delta})} \cdot (\ell/a)^\Delta \exp[-(\ell/a)^\Delta],$$

де $\rho(\ell)$ – густина розподілу, мкм⁻¹;

$\Gamma(x)$ – гамма-функція;

ℓ - довжина волокна, мкм.

Сфероїдальні частинки карбїду титану мали вузький розподіл по діаметру: менше 1 мкм – не більше 32%, основна фракція 1-2 мкм – не менше 60%, 2-3 мкм – не більше 7%, 3-5 мкм – не більше 1%.

Реалізували повний експеримент фактора $N=2^k=2^2=4$, де N – число дослідів плану; $K = 2$ – число факторів. Варійовані фактори і область факторного простору наведені нижче.

	$C_1(x)$, %	$C_2(x)$, %
Інтервал варіювання	5,658	7,779
Рівень варіювання		
- 1,0	6,342	4,221
0	12,0	12,0
+ 1,0	17,658	19,779

Тут C_1 – об'ємна концентрація вуглецевого волокна;

C_2 – концентрація карбїду титану.

Матриця планування і робоча матриця наведені у табл.4.13.

Перехід від натуральних до кодованих величин факторів варіювання здійснювали за формулою

$$x_{in} = \frac{C_{in} - C_{io}}{S_i},$$

де x_{in} – кодоване значення i -го фактора n – рівня;

C_{in} - натуральне значення i -го фактора n – рівня;

C_{io} - кодоване значення i -го фактора нульового рівня;

S_i - інтервал варіювання i -го фактора.

Досліди рандомізовані у часі.

Після реалізації плану (табл. 4.13) розраховали коефіцієнти рівняння

$$y = y_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2.$$

Перевірка лінійного рівняння на адекватність показала, що всі рівняння не адекватні.

Оскільки лінійного наближення недостатньо для опису об'єкта дослідження з потрібною точністю, то виникла необхідність побудови моделі у вигляді полінома другого ступеня:

$$y = \epsilon_0 + \sum_{i=1}^k \epsilon_i x_i + \sum_{i,j=1}^k \epsilon_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k \epsilon_{ii} x_i^2. \quad (4.32)$$

При числі факторів 3 корисними і дуже ефективними є ротатабельні плани другого порядку. Матрицю ПФЕ використовували як «ядро» ротатабельного плану другого порядку, «зоряні» точки будували на осях координат, визначаючи величину зоряного плеча α ; при цьому береться до уваги умова ротатабельності (для «ядра» у вигляді плану ПФЕ):

$$\alpha = 2^{k/4} = 2^{3/4} = 1,414.$$

Таблиця 4.13

Матриця планування і робоча матриця

Номер	x ₁	x ₂	C ₁ , %	C ₂ , %	Концентрація ППФЕ, %	Густина композита, кг/м ³	Рецептура		
							C ₁ *, мас.ч.	C ₂ *, мас.ч.	Концентрація ППФЕ, %
1	+1	+1	17,658	19,779	62,563	2,5907	26,487	94,939	137,639
2	+1	-1	17,658	4,221	78,121	2,1861	26,487	20,261	171,866
3	-1	+1	6,342	19,779	73,879	2,6699	9,513	94,939	162,534
4	-1	-1	6,342	4,221	89,437	2,2654	9,513	20,261	196,761

Загальне число дослідів N при ротатабельному плануванні визначається із співвідношення

$$N = 2^k + 2K + n_0 = n \text{ «ядра»} + n_\alpha + n_0,$$

де n_0 – число дослідів у центрі плану;

n_α – число «зоряних» точок.

Варійовані фактори і область факторного простору наведені нижче:

	C ₁ (x ₁), %	C ₂ (x ₂), %
Інтервал варіювання	5,658	7,779
Рівень варіювання:		
-1,414	1,5	1,0
-1,0	6,342	4,221
0	12,0	12,0
+1,0	17,658	19,779
+1,414	20,0	23,0

Досліди та їх повторення були рандомізовані у часі за допомогою таблиці випадкових чисел (табл. 2.3).

Коефіцієнти рівняння регресії

$$y = v_0 + v_1 x_1 + v_2 x_2 + v_{12} x_1 x_2 + v_{11} x_1^2 + v_{22} x_2^2 \quad (4.33)$$

визначали за такими формулами:

$$v_0 = \frac{2A}{N} \left[(\lambda_4^*)^2 (k+2) \sum_1^N y_n - c^* \lambda_4^* \sum_1^N \sum_1^k x_{in} y_n \right],$$

$$v_i = \frac{\sum_{n=1}^N x_{in} y_n}{N - n_o},$$

$$v_{ij} = \frac{C_2^*}{N \lambda_4^*} \cdot \sum_{n=1}^n x_{in} \cdot x_{jn} \cdot y_n,$$

Таблиця 4.14

Матриця планування і робоча матриця ротатбельного плану другого порядку

Номер	x ₁	x ₂	C ₁ , %	C ₂ , %	Концентрація ПТФЕ, %	Густина композита, кг/м ³	Рецептура			
							C ₁ *, мас.ч.	C ₂ *, мас.ч.	Конце- нтрація ПТФЕ, %	
Ядро	1	+1	+1	17,658	19,779	62,563	2,5907	26,487	94,939	137,539
	2	+1	-1	17,658	4,221	78,121	2,1861	26,487	20,261	171,866
	3	-1	+1	6,342	19,779	73,879	2,6699	9,513	94,939	162,534
	4	-1	-1	6,342	4,221	89,437	2,2654	9,513	20,261	196,761
«Зоряна область»	5	+1	0	20,0	12,0	68,0	2,3720	30,0	57,6	149,6
	6	- 1,414	0	1,5	12,0	84,0	2,4465	6,0	57,6	184,8
	7	0	+1,414	12,0	23,0	65,0	2,7140	18,0	110,4	143,0
	8	0	-1,414	12,0	1,0	87,0	2,1420	18,0	4,8	191,4
Нульова область	9	0	0	12,0	12,0	76,0	2,4280	18,0	57,6	167,2
	10	0	0	12,0	12,0	76,0	2,4280	18,0	57,6	167,2
	11	0	0	12,0	12,0	76,0	2,4280	18,0	57,6	167,2
	12	0	0	12,0	12,0	76,0	2,4280	18,0	57,6	167,2
	13	0	0	12,0	12,0	76,0	2,4280	18,0	57,6	167,2

У результаті реалізації плану одержані дані, наведені у табл. 4.15.

Таблиця 4.15

Результати реалізації плану другого порядку

Номер заходу	Відносна абразивна зносостійкість $l_o/1_\kappa$			σл, МПа	ε, %	(σл · ε), МПа
	P = 50 Н	P = 105 Н	P = 160 Н			
1	1,2390	1,0967	1,0776	15,63	15,32	2,395
2	1,1847	1,0271	1,2087	18,62	98,25	18,294
3	1,8726	1,7412	1,7326	17,84	84,93	15,152
4	1,4635	1,3073	1,4083	19,55	232,77	45,507
5	1,2040	1,0367	1,0595	17,90	49,51	8,862
6	1,8728	1,6184	1,9500	19,98	205,41	41,041
7	1,4520	1,2271	1,2676	16,41	23,18	3,804
8	1,1769	1,0195	1,2263	19,02	200,85	37,157
9	1,5552	1,3261	1,5015	18,50	113,86	21,064
10	1,5959	1,3146	1,4774	18,61	106,80	18,875
11	1/4322	1,3261	1,3804	18,95	118,67	22,488
12	1,6243	1,2853	1,4509	18,85	115,97	21,860
13	1,5794	1,2247	1,4075	18,38	101,39	18,635

$$\sigma_{ii} = \frac{FC^{*2}}{N} \left[(\kappa + 2)\lambda_4^* - \kappa \right] \sum_1^N x_{in}^2 y_n + \frac{AC^{*2}}{N} (1 - \lambda_4^*) \sum_1^N \sum_1^\kappa x_{in}^2 y_n - \frac{2AC}{N} \lambda_4^* \cdot \sum_1^N y_n,$$

$$\text{де } C^* = \frac{N}{N - n_o};$$

$$A = \frac{1}{2\lambda_4^* [(\kappa + 2)\lambda_4^* - \kappa]};$$

$$\lambda_4^* = \frac{\kappa C^*}{\kappa + 2}.$$

У результаті одержані такі рівняння регресії:

N = 20 Н,

$$l_o / 1_\kappa = 1,1760 - 0,2231X_1 + 0,1352X_2 - 0,602X_1X_2 - 0,0056X_1^2 - 0,1698X_2^2;$$

N = 50 Н,

$$l_o / 1_\kappa = 1,5578 - 0,2323X_1 + 0,1065X_2 - 0,887X_1X_2 - 0,0075X_1^2 - 0,1195X_2^2;$$

N = 105 Н,

$$l_o / 1_\kappa = 1,2957 - 0,2184X_1 + 0,0996X_2 - 0,0911X_1X_2 + 0,0317X_1^2 - 0,0704X_2^2;$$

N = 160 Н,

$$l_o / l_k = 1,4439 - 0,2642X_1 + 0,314X_2 - 0,1138X_1X_2 + \\ + 0,0245X_1^2 - 0,0444X_2^2;$$

$$\sigma_{pp} = 18,6625 - 0,7601X_1 - 1,0488X_2 - 0,32X_1X_2 + 0,0184X_1^2 - - 0,5939X_2^2;$$

$$\varepsilon = 111,3667 - 53,0715X_1 - 60,2994X_2 + 16,2275X_1X_2 + \\ + 4,9654X_1^2 - 2,7548X_2^2;$$

$$\sigma_{pp} \cdot \varepsilon = 20,7899 - 10,6839X_1 - 11,6769X_2 + 3,6140X_1X_2 + \\ + 1,4668X_1^2 - 0,768X_2^2.$$

За нульовою областю дисперсія відтворюваності обчислюється за формулою

$$S_{\{y\}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_o} (y_{oi} - \bar{y}_o)^2}{n_o - 1},$$

де y_{oi} - результат окремого дослідження в нульовій точці;

\bar{y}_o - середнє арифметичне дослідів у нульовій точці;

n_o - число дослідів у нульовій точці.

Перевірка значущості коефіцієнтів регресії з 95% довірчою вірогідністю проводилася виходячи з припущення, що величина коефіцієнта більше від довірчого інтервалу, визначуваного співвідношенням:

$$v_i - 2,18S_{\{v_i\}} \leq \beta_i \leq v_i + 2,18S_{\{v_i\}},$$

тут 2,18 – значення t-критерію при довірчій вірогідності 95% і числі дослідів $N = 13$;

$S_{\{v_i\}}^2$ - дисперсія, пов'язана з помилками у визначенні коефіцієнтів регресії, визначувана за такою формулою:

$$S_{\{e_o\}}^2 = \frac{2A\lambda_4^*(\kappa + 2)}{N} S_{\{\bar{y}\}}^2,$$

$$S_{\{e_i\}}^2 = \frac{S_{\{y\}}^2}{N - n_o},$$

$$S_{\{e_{ij}\}}^2 = \frac{AC^2[(\kappa + 1)\lambda_4^* - (\kappa - 1)]}{N} \cdot S_{\{y\}}^2.$$

Після розрахунку довірчих інтервалів і відкидання незначущих коефіцієнтів одержані рівняння перевіряли на адекватність за критерієм Фішера:

$$F = \frac{S_{ад}^2}{S_{\{y\}}^2},$$

де $S_{ад}^2$ - дисперсія адекватності, що визначається за формулою

$$S_{ад}^2 = \frac{\sum_1^N (y_n - \hat{y}_n)^2 - \sum_1^{n_o} (y_{on} - \bar{y}_o)^2}{N - \theta - (n_o - 1)},$$

де y_n – результати окремих дослідів, включаючи і повторення в нульовій точці;

\hat{y}_n - розрахункове значення функції відгуку в n-й точці;

θ - число коефіцієнтів (включаючи і θ_0) рівняння, що перевіряється на адекватність.

Перевірка показала, що одержані результати адекватно $\{F_T(f_{ад} = 4; f_{\bar{y}} = 4; j = 0,05) = 6,39\}$

описуються такими рівняннями:

$N = 20$ Н,

$$I_0 / I_{\kappa} = 1,7560 - 0,2231X_1 + 0,1352X_2 - 0,0602X_1X_2 - 0,1698X_2^2 \quad N = 50 \text{ Н},$$

$$\{F_p = 0,09; S_y^2 = 0,035\};$$

$$I_0 / I_{\kappa} = 1,5578 - 0,2323X_1 + 0,1065X_2 - 0,887X_1X_2 - 0,1195X_2^2 \quad N = 105 \text{ Н}$$

$$\{F_p = 0,07; S_y^2 = 0,0055\};$$

$$I_0 / I_{\kappa} = 1,2957 - 0,2184X_1 + 0,0996X_2 - 0,0911X_1X_2 - 0,0704X_2^2$$

$$\{F_p = 3,97; S_y^2 = 0,0018\};$$

$N = 160$ Н,

$$I_0 / I_{\kappa} = 1,4439 - 0,2642X_1 + 0,0314X_2 - 0,1138X_1X_2 - 0,0444X_2^2$$

$$\{F_p = 3,22; S_y^2 = 0,0025\};$$

$$\sigma_{pp} = 18,6625 - 0,7601X_1 - 1,0488X_2 - 0,32X_1X_2 - 0,5939X_2^2$$

$$\{F_p = 2,21; S_y^2 = 0,125\};$$

$$\varepsilon = 111,3667 - 53,0715X_1 - 60,2994X_2 + 16,2275X_1X_2 + 4,9654X_1^2$$

$$\{F_p = 2,61; S_e^2 = 5,475\};$$

$$\sigma_{pp} \cdot \varepsilon = 20,7899 - 10,6839X_1 - 11,6769X_2 + 3,6140X_1X_2 +$$

$$+ 1,4668X_1^2 - 0,768X_2^2;$$

$$\{F_p = 2,29; S_y^2 = 5,475\};$$

де F_p, F_T – значення критерію Фішера розрахункове і табличне відповідно;

$f_{ад}$, $f_{\bar{y}}$ - число ступенів вільності дисперсії адекватності і відтворюваності;
 j – рівень значущості (рівень ризику) при оцінці адекватності рівняння відповідно до [3].

Приклад 3.

Розробити наплавлений метал, ідентичний високоміцному чавуну.

На підставі літературного огляду, теоретичних досліджень і проведених експериментів встановлено, що для одержання в наплавленому металі високоміцного чавуну з глобулярним графітом необхідно, щоб у ньому засвоїлися вуглець, кремній і кальцій.

Виходячи з термодинамічного аналізу, можна сказати, що застосування чистого кальцію при формоутворенні наплавленого металу практично неможливо. Це пов'язане з більшою спорідненістю кальцію з киснем, у результаті чого відбувається швидке його окислювання. Тому кальцій необхідно застосовувати у вигляді його сполук, які були б стійкими у нормальних умовах повітряного середовища й не були б гідроскопічними або піддавалися впливу вологи.

Проведені експерименти щодо засвоєння у наплавленому металі чистих рідкоземельних металів, їх солей, а також оксидів показали, що використання їх як глобуляризаторів недоцільно або неможливо з різних причин. Тому як глобуляризатор графіту був обраний кальцій у складі феросилікокальцію, одночасно вводиться й кремній, чим обмежується кількість кальцію. Щоб збільшити міцність наплавленого металу й сприяти утворенню глобулярного графіту, додатково включено до складу порошкового дроту кальцій, що входить до складу плавикового шпату. Тому для одержання у наплавленому металі необхідної кількості вуглецю, кремнію й кальцію до складу порошкового дроту включили такі інгредієнти: графіт, феросилікокальцій і плавиковий шпат.

У результаті проведених попередніх досліджень встановлено, що при введенні до складу порошкових дротів графіту, феросилікокальцію й плавикового шпату, що містять у своїй сполуці вуглець, кремній і кальцій, коефіцієнт їх переходу у наплавлений метал буде становити для вуглецю 0,5; кремнію - 0,7 і кальцію - 0,025. Для виготовлення порошкових дротів були обрані такі інгредієнти, що містять вуглець, кальцій і кремній: графіт електродний ГЕІ - 1 (ДЕРЖСТАНДАРТ 17022-81), плавиковий шпат (ДЕРЖСТАНДАРТ 7618-83), феросилікокальцій (ДЕРЖСТАНДАРТ 4762-77Е), стрічка сталева Ст08кп ОМ 2 0,6x15 ДЕРЖСТАНДАРТ 503-81. Введення до складу шихти електродного графіту забезпечує гарне його засвоєння у зварювальній ванні при максимальному переході вуглецю у розплавлений метал. Кількість вуглецю у наплавленому металі обмежували в межах 2,1 - 3,5%. Така кількість вуглецю у наплавленому металі достатня для одержання доєвтектичного чавуну. Кремній у складі наплавленого металу засвоювався з уведеного до складу порошкового дроту феросилікокальцію. Кількість кремнію у наплавленому металі обмежували по нижньому й верхньому рівнях від 2,0 до 3,0%. Вміст у цих межах кремнію у наплавленому металі забезпечує високу міцність високоміцного чавуну. Збільшення або зменшення відсоткового вмісту кремнію у наплавленні спричиняє зниження міцності. Тому доцільно обмежуватися встановленими межами. Для обмеження кремнію по верхній межі й збільшення кількості кальцію до складу порошкового дроту вводять, крім феросилікокальцію, плавиковий шпат. Збільшення кількості феросилікокальцію у складі шихти спричинило б збільшення у

наплавленому металі кальцію, але в той же час підвищився б і відсотковий вміст кремнію. Якщо збільшення кальцію спричиняє корисну дію на глобуляризацію графіту, то підвищення кількості кремнію сприяло б утворенню силікофериту й відповідно зниженню міцності наплавленого металу. Тому введення до складу шихти плавикового шпату дозволило зменшити кількість кремнію при переході його з феросилікокальцію. Введення до складу порошкового дроту кальцію, крім його глобуляризуючої дії, доцільно так само, як і гарного стабілізатора дугового процесу. Кількість кальцію у наплавленому металі обмежили в межах від 0,02 до 0,05%.

Застосовуючи математичний метод планування експерименту $N = 2^3$, визначали оптимальну сполуку наплавленого металу. За фактори X_1, X_2, X_3 обрані вуглець, кальцій і кремній. Як параметр оптимізації Y прийнятий тимчасовий опір при розтяганні (σ_{θ}). Число дослідів, необхідних для реалізації всіх можливих сполучень рівнянь факторів, визначали за формулою 4.6. На основі раніше обґрунтованих верхніх і нижніх меж (рівнів) вуглецю, кальцію й кремнію визначали основний рівень, що становив відповідно 2,8, 0,03, і 2,5. Інтервал варіювання для вуглецю становив 0,7, для кальцію - 0,01, а для кремнію - 0,5. При вирішенні завдання дослідження залежності кількості включень глобулярного графіту в наплавленому металі від сполуки порошкового дроту математичну модель задано рівнянням регресії виду лінійного полінома (4.25).

За результатами проведених досліджень із урахуванням установлених верхньої й нижньої меж рівнів варіювання елементів склали матрицю планування експериментів (табл.4.16).

Коефіцієнти регресії математичної моделі, що описує поверхню відгуку в локальній ділянці поблизу обраного основного рівня, розраховали за формулами (4.26). У результаті розрахунку були отримані такі коефіцієнти регресії:

$$B_0 = 381,25; B_1 = 16,25; B_2 = 51,25; B_3 = 1,25; B_4 = -31,25; B_5 = -8,75; B_6 = -3,75; B_7 = 8,75.$$

Для уникнення помилки була зроблена рандомізація дослідів. Порядок проведення дослідів вибирали за таблицею випадкових чисел (табл.2.3).

Таблиця 4.16

Матриця планування експерименту $N = 2^3$

Найменування	Вільний член	C	Ca		Si	CCa	CSi	CaSi	CCaSi	Часовий опір при розтягуванні σ_{θ}
Основний рівень		2,8	0,035		2,5					400
Інтервал варіювання		0,7	0,015		0,5					
Верхній рівень (+1)		3,5	0,05		3,0					
Нижній рівень (-1)		2,1	0,02		2,0					
Код дослідів	X_0	X_1	X_2		X_3	X_1X_2	X_1X_3	X_2X_3	$X_1X_2X_3$	Y

1	+	-	-		-	+	+	+		320
2	+	+	-		-	-	-	+	+	320
3	+	-	+		-	-	+	-	+	380
4	+	+			-	+	-	-	-	490
5	+	-	-		+	+	-	-	+	360
6	+	+	-		+	-	+	-	-	310
7	+	-	+		+	-	-	+	-	390
8	+	+	+		+	+	+	+	+	470

Після розрахунку коефіцієнтів регресії й перевірки їх статичної значущості отримане рівняння регресії, що описує локальну ділянку поверхні відгуку:

$$Y = \sigma_6 = 381,25 + 16,25C + 51,25Ca + 1,25Si + 31,25CCa - 8,75CSi - 3,75CaSi + 8,75CCaSi. \quad (4.34)$$

Перевірка адекватності за критерієм Фішера F (4.17) показала, що рівняння (4.34) є адекватним. Коефіцієнти полінома є частинними похідними функціями відгуку за відповідними змінними. За величиною коефіцієнтів регресії встановлюємо ступінь впливу кожного з факторів на параметр оптимізації, а за знаком – характер впливу. Знаки коефіцієнтів регресії вказують напрямок руху по поверхні відгуку. Коефіцієнт B_0 не впливає на розрахунок градієнта. Рівняння (4.34) показує, що тимчасовий опір при розтяганні у наплавленому металі зростає зі збільшенням концентрації кальцію. За коефіцієнтами рівняння розраховували напрям руху до області оптимуму за самим коротким шляхом. Для цього виконували круте сходження по невідомій поверхні. За отриманим значенням намічали серію дослідів крутого сходження. За «одиничний крок» вибрали значення, зручне для шихтування найбільше, що сильно впливає на структуру елемента - кальцію. З урахуванням обраного «одиничного кроку» для кальцію визначали одиничні кроки для інших елементів. При визначенні напрямку руху значення факторів змінювали пропорційно значенням відповідних коефіцієнтів регресії з урахуванням їх знаків. При реалізації крутого сходження вже на першому кроці (дослід 9) одержали найбільше значення тимчасового опору при розтяганні, що становило 510 МПа (табл. 4.17). Для порівняння у сплавів 4 і 8, що мають найвищий тимчасовий опір при розтяганні із всіх сплавів матриці планування, воно становить відповідно 470 і 490 МПа. При подальшому просуванні по крутому сходженню (досліди 10 і 11) тимчасовий опір при розтяганні не збільшується. Це свідчить про те, що досягнуто область екстремуму. Оптимальна сполука наплавленого металу така (мас.%): вуглець –3,6; кремній – 2,0055; кальцій – 0,0445. Виконане круте сходження виявилось ефективним, тому що результати дослідів перевищили кращий дослід матриці планування (табл. 4.17).

Таблиця 4.17

Розрахунок крутого сходження

Найменування	C	Ca	Si	σ_6
Код	X_1	X_2	X_3	Y
Дослід 4	3,5	0,05	2,0	490
Коефіцієнти B	16,25	51,25	1,25	
Інтервал варіювання X_1	0,7	0,01	0,5	
$B_i \times X_i$	11,375	0,5125	0,625	
Крок i	0,1	0,0045	0,0055	
Реалізований дослід 9	3,6	0,0545	2,0055	510
Реалізований дослід 10	3,7	0,059	2,011	480
Реалізований дослід 11	3,8	0,0635	2,0165	460

Металографічними дослідженнями визначено, що розроблений наплавлений метал має глобулярну форму графіту ЩГ д45 з кількістю включень до 10,0 % (ЩГ10).

У результаті виконаної роботи встановлено, що одержуваний у цей час наплавлений метал при заварці дефектів на виливках з високоміцного чавуну існуючими порошковими дротами не завжди за структурою й властивостями ідентичний основному, крім того, він має у своїй сполуці дефіцитні й дорогі глобуляризуючі елементи – ітрій, церій, лантан та ін., що значно підвищує його вартість. Виявлені закономірності переходу досліджуваних елементів зі зварювальних матеріалів у наплавлений метал дозволили правильно вибрати необхідні інгредієнти для шихти порошкового дроту графіту, феросилікокальцій і плавиковий шпат, що містять у своїй сполуці недефіцитні й недорогі елементи – вуглець, кремній і кальцій, що сприяють утворенню наплавленого металу, який має тимчасовий опір при розтяганні $\sigma_{\sigma} = 510$ Мпа, і глобулярну форму графіту.

Всі обчислення за наведеними вище формулами проводилися за програмою на ПЕВМ.

ПИТАННЯ ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЮ ДО СРС

1. Перелічіть методи емпіричного і теоретичного пізнання.
2. Види наукових досліджень і їхня класифікація.
3. Сформулюйте визначення поняття метод наукових досліджень.
4. Приведіть класифікацію методів наукового дослідження.
5. Назвіть загальнонаукові методи дослідження.
6. Дайте характеристику методів емпіричного дослідження.
7. Перелічіть і дайте характеристику методів теоретичного дослідження.
8. Опишіть метод аналізу і синтезу.
9. Що таке експеримент в наукових дослідженнях? Дайте його характеристику.
10. Що таке синергетичний підхід у наукових дослідженнях? Для вивчення яких систем цей підхід застосовується?
11. Дайте характеристику методологічним підходам, що використовуються в області технічних наук.
12. На які запитання дає експериментаторові відповіді теорія експерименту?
13. Що є основою теорії експерименту?
14. Як поділяються експерименти за структурою?
15. На які експерименти поділяють наукові дослідження за стадіями?
16. Які експерименти відносять до лабораторних?
17. У яких випадках проводять стендові дослідження?
18. Коли необхідно проводити промисловий експеримент?
19. На які класи поділяють експерименти за знаходженням моделі об'єкта?
20. Яке розходження мають експерименти за способом проведення?
21. На чому базується пасивний експеримент?
22. Яким чином проводиться активний експеримент?
23. Чим характеризується активно-пасивний експеримент?
24. Що є метою експерименту?

25. На які класи поділяють показники якості об'єкта?
26. Що розуміється під одиничним показником якості?
27. До яких показників ставиться комплексний показник якості продукції?
28. За якими даними оцінюють якість складного об'єкта?
29. Що є метою теоретичних досліджень?
30. Який спосіб дослідження називається дедуктивним?
31. Який спосіб дослідження називається індуктивним?
32. Що таке аналіз у науковому дослідженні?
33. У чому полягає синтез у науковому дослідженні?
34. У чому полягає спосіб ранжирування в наукових дослідженнях?
35. З якою метою в наукових дослідженнях застосовують спосіб абстрагування?
36. У чому полягає суть способу формалізації у наукових дослідженнях?
37. Які методи застосовуються в теоретичних дослідженнях?
38. На чому ґрунтується гіпотетичний метод досліджень?
39. На чому ґрунтується аксометричний метод досліджень?
40. Що дозволяє досліджувати історичний метод і з якою метою?
41. Що лежить в основі експериментальних досліджень?
42. Які бувають експерименти?
43. Чим характерні природні експерименти?
44. У яких випадках застосовують штучний експеримент?
45. Як поділяються експериментальні дослідження?
46. Що дозволяють лабораторні досліди?
47. Яку мету мають виробничі експериментальні дослідження?
48. Що містить у собі методологія експерименту?
49. Що становить основу плану-програми експерименту?
50. Що є одним з найбільш важливих етапів експерименту?
51. З якою метою роблять вибір факторів, що варіюють?
52. На яких законах повинні базуватися методи вимірів?
53. У якому документі докладно проектується процес проведення експерименту?
54. Скільки може бути випадків проведення експериментів?
55. Які класи статистичних методів вимірів застосовуються в наукових дослідженнях?
56. Що таке похибка вимірів?
57. Що показує вірогідність вимірів?
58. У ряді яких причин виникають похибки при вимірах?
59. Як класифікуються похибки при експериментах?
60. На які групи поділяються систематичні похибки?
61. На чому ґрунтується аналіз випадкових похибок?
62. Що називається достовірним інтервалом значень при вимірах?
63. Яка послідовність прийнята для обчислення мінімальної кількості вимірів?
64. Які матеріали необхідні для проведення експериментальних робіт?
65. Що є обов'язковою вимогою для проведення експерименту?
66. Що таке планування експерименту?
67. У яких випадках застосовується планування експерименту?
68. Що являє собою математична модель?
69. Чим є параметр оптимізації при математичному методі планування експерименту?
70. Що називають фактором?
71. Що означає сумісність факторів?
72. Що називають факторним простором?
73. Яка математична модель називається адекватною?
74. Який напрямок називається напрямком градієнта?

75. Які типи обмежень ураховуються при виборі області експерименту?
76. Що називають інтервалом варіювання факторів?
77. Що називається повним факторним експериментом?
78. Які властивості повного факторного експерименту?
79. Яким чином визначають верхній і нижній рівні варіювання?
80. Що свідчить про силу впливу факторів?
81. За якою формулою визначаються коефіцієнти лінійної моделі?
82. Яким чином визначають дисперсію адекватності?
83. За якою формулою визначають число ступенів вільності?
84. Що називають залишковою дисперсією?
85. Як формулюється правило побудови дробового факторного експерименту?
86. Яким чином визначають значущість коефіцієнтів лінійного рівняння?
87. Що називається крутим сходженням?
88. Яка головна ознака, за якою роблять висновок про закінчення дослідження?

ЛІТЕРАТУРА

1. Абрамов В. І. Методологія системного підходу та наукових досліджень : навч.-метод. посібн. для самост. вивч. дисц. / В. І. Абрамов, В. Х. Арутюнов. - К. : КНЕУ, 2005. - 178 с.
2. Білуха М. Т. Методологія наукових досліджень : підручник / М. Т. Білуха. - К.: АБУ, 2002. - 480 с.
3. Бондаренко, Я. С., Кравченко С.В. Посібник до вивчення дисципліни «Статистичний аналіз даних»,. – Д: Ліра, 2018. – 40 с.
4. Важинський С.Е., Щербак Т.І. Методика та організація наукових досліджень : Навч. посіб. / С. Е. Важинський, Т. І. Щербак. – Суми: СумДПУ імені А. С. Макаренка, 2016. – 260 с.
5. Герич М.С., Синявська О.О. Математична статистика: навч. Посыб. Ужгород: ДВНЗ «УжНУ» Антонюк В. С., Полонський Л. Г., Аверченков В. І., Малахов Ю. , 2021. 146 с.
6. Грабченко А.І., Федорович В.О., Гаращенко Я.М. Методи наукових досліджень: Навч. посібник. – Х.: НТУ "ХПІ", 2009. – 142 с.
7. Методи наукових досліджень: Конспект лекцій / Д.В. Ломотько, А.Л. Обухова, О.В. Ковальова, Я.В. Запара. – Харків: УкрДАЗТ, 2014. – 79 с.
8. Методи та засоби експериментальних досліджень: навч. посіб./Г.Б. Параска, Д.В. Прибега, П.М. Майдан. – Київ: Кондор-Видавництво, 2017. – 138 с.
9. Методика та організація наукових досліджень : Навч. посіб./ С. Е. Важинський, Т. І. Щербак. – Суми: СумДПУ імені А. С. Макаренка, 2016. – 260 с.
10. Методичні вказівки «Статистична обробка експериментальних даних» до виконання практичних робіт з дисципліни «Методи аналізу та автоматизованої обробки даних» для студентів спеціальностей 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка», 172 «Електронні комунікації та радіотехніка» / уклад. Івашко А.В., Лунін Д.О., Євсін А.В. – Харків : НТУ «ХПІ». –2024. – 69 с.
11. Методичні вказівки до виконання розрахункових завдань «Методи планування експерименту в хімічній технології» за курсами математичного та комп'ютерного моделювання для студентів хімічних спеціальностей усіх форм навчання / уклад. Т. Г. Бабак, О.А. Голубкіна, Є.Д. Пономаренко. – Харків : НТУ «ХПІ», 2017. – 72 с.
12. Методологія наукових досліджень: навч. посіб. / Київ: НТУУ «КПІ», 2015. 276 с.
13. Методологія наукових досліджень: Навч. Посіб./А.П. Ладанюк, Л.О. Власенко, В.Д. Кишенько. – Київ: Видавництво Ліра-К, 2018.– 352 с.
14. Мокін Б. І., Мокін О. Б. Методологія та організація наукових досліджень : навчальний посібник / Вінниця: ВНТУ, 2014. 180 с.
15. Основи наукових досліджень [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: Г. Г. Стрелкова, М. М. Федосенко, А. І. Замулко, О. С. Іщенко. –Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 120 с.
16. Основи наукових досліджень: Навч. посібник/Ю.С. Гришук. – Харків: НТУ «ХПІ», 2008. – 232 с.
17. Планування експерименту. Методичні вказівки до самостійної роботи з курсів «Основи наукових досліджень» та «Сучасні методи наукових досліджень в обробці тиском»: для студентів освітньої програми «Прикладна механіка» денної і заочної форми навчання / уклад. В.І. Кузьменко, А.О. Окунь. – Харків : НТУ «ХПІ», 2021. – 44 с.
18. Смирний М. Ф. Основи наукових досліджень : конспект лекцій для студентів усіх форм навчання за спеціальністю 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка / М. Ф. Смирний ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2018. – 111 с.
19. Холодов А.М., Руднев В.К., Гарнець В.М. Технічні основи створення машин. – Київ: НМКВО. 1992. – 288 с.

Інформаційні ресурси в Інтернеті

1. Academic Plagiarism. [Електрон. ресурс]. Режим доступу: <https://academicplagiarism.com/>
17. Copyscape. [Електрон. ресурс]. Режим доступу: <http://www.copyscape.com/>
2. David Diez, Mine Cetinkaya-Rundel, Leah Dorazio, Christopher Barr Advanced High School Statistics, // <https://www.openintro.org/book/ahss/> (вільний доступ).
3. ELAKPI – Електронний архів наукових та освітніх матеріалів КПІ ім. Ігоря Сікорського. [Електрон. ресурс]. Режим доступу: <http://ela.kpi.ua/>
4. ELibUkr Електронна бібліотека України. Ресурси відкритого доступу. [Електрон. ресурс]. Режим доступу: http://www.elibukr.org/uk/resursi/resursi_vidkritogo-dostupu.html
5. Mine Cetinkaya-Rundel, Johanna Hardin Introduction to Modern Statistics // <https://www.openintro.org/book/ims/> (вільний доступ).
6. SEO аналіз тексту онлайн. [Електрон. ресурс]. Режим доступу: <https://istio.com/>
7. Universal Decimal Classification. Summary. [Електрон. ресурс]. Режим доступу: <http://www.udcsummary.info/php/index.php?lang=uk>
8. Високі технології в машинобудуванні (ISSN 2078-7677) - Режим доступу до ресурсу: http://library.kpi.kharkov.ua/uk/ntu_vis_teh.
9. Державна наукова установа «Книжкова палата України імені Івана Федорова». Індекс УДК. Визначення індексів УДК, авторського знака для документів. [Електрон. ресурс]. Режим доступу: http://www.ukrbook.net/UDC_poslugy.html
10. Закон України «Про авторське право і суміжні права». [Електрон. ресурс]. Режим доступу: <http://zakon3.rada.gov.ua/laws/show/3792-12>
11. Закон України «Про наукову і науково-технічну діяльність». [Електрон. ресурс]. Режим доступу : <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/1977-12>
12. Закон України «Про освіту». [Електрон. ресурс]. Режим доступу: <http://zakon5.rada.gov.ua/laws/show2145-19>
13. Міністерство освіти і науки України. Нормативно-правова база. [Електрон.ресурс]. Режим доступу: <http://old.mon.gov.ua/ua/activity/63/64/normativnopravova-baza/>
14. Наукова електронна бібліотека періодичних видань НАН України. Відділення фізико-технічних проблем енергетики. [Електрон. ресурс]. Режим доступу: <http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/205>
15. Національна бібліотека України імені В. І. Вернадського. Бібліотечні електронні ресурси та технології. [Електрон. ресурс]. Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/e_technology?field_e_technology_tid=444&field_yfpdf_tid=All
16. Національна бібліотека України імені В. І. Вернадського. Наукові ресурси. [Електрон. ресурс]. Режим доступу: <http://nbuv.gov.ua/node/1539>
17. Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Відкритий доступ до наукової інформації. [Електрон. ресурс]. Режим доступу: <http://kpi.ua/1634-2>