

**Практична робота 2**  
**РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ "ПРО РАНЕЦЬ"**  
**(РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ**  
**УПРАВЛІННЯ ТОВАРНО-МАТЕРІАЛЬНИМИ ЗАПАСАМИ)**

**2.1. Вихідні дані**

Класична назва задач управління товарно-матеріальними запасами підприємства – це так звані "задачі про ранець", які формулюються наступним чином:

*загальна вага ранця попередньо обмежена. Необхідно визначити, які предмети покласти в ранець, щоб загальна корисність відібраних предметів була максимальною? Вага кожного предмету відома.*

При цьому задачі "про ранець" бувають двох типів.

В задачах **I типу** розв'язуються питання щодо визначення кількості одиниць кожного предмету, які передбачається покласти до ранця.

В задачах **II типу** розв'язуються питання щодо визначення необхідності класти предмет у ранець взагалі.

З точки зору планування, моделювання та верифікації процесів у ГВС при організації виробництва актуальною є наступна *інтерпретація задачі "про ранець"*:

- в якості "предметів, що потрібно покласти до ранця", розглядаються замовлення (або варіанти виготовлення партій тих або інших товарів, деталей тощо);
- в якості "корисності" – прибуток від виконання того або іншого замовлення;
- в якості "ваги" – собівартість замовлення.

**2. 2. Короткі теоретичні відомості та математичне моделювання задач "про ранець"**

Передбачається, що *відоме* наступне:

- $n$  предметів, які необхідно розмістити в ранці;
- максимально можлива "місткість" ранця  $B$ ;
- для кожного  $i$ -го предмета відомі його:
  - = "вага"  $A_i, i = 1, 2, \dots, n$ ;
  - = "корисність"  $C_i, i = 1, 2, \dots, n$ .

Для задачі **I типу** необхідно визначити кількість одиниць кожного предмету  $X_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , які передбачається покласти в ранець.

Цільовою функцією задач I типу є загальна корисність від розміщення предметів в ранці, яку необхідно максимізувати:

$$f(x) = \left( \sum_{i=1}^n C_i X_i \right) \rightarrow \max, \quad (2.1)$$

де  $C_i$  – "корисність"  $i$ -го предмету;

$X_i$  – кількість одиниць  $i$ -го предмету, що передбачається покласти в ранець.

Функціональні обмеження задач I типу полягають в обмеженні місткості ранця  $B$ . Крім того, значення змінних  $X_i$  є цілими:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n A_i X_i \leq B, \\ X_i \geq 0, \\ X_i \in Z_0, \end{cases} \quad (2.2)$$

де  $A_i$  – "вага"  $i$ -го предмету, який передбачається розмістити у ранці;

$B$  – максимально можлива "місткість" ранця;

$Z_0$  – множина всіх невід'ємних цілих чисел.

Для задач **II типу** необхідно вирішити питання, чи класти предмет в ранець, тобто, наприклад, запускати у виробництво певний виріб, чи ні.

Для опису рішення вводять булеві змінні  $X_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , що приймають два значення Булевих перемінних, тобто 0 або 1. При цьому, якщо:

-  $X_i = 1$ , то  $i$ -ий предмет розміщують у ранці;

-  $X_i = 0$ , якщо  $i$ -ий предмет не розміщують у ранці

Цільовою функцією задач II типу в цьому випадку також є загальна корисність від розміщення предметів у ранці, яку необхідно максимізувати (див. вираз (2.1)), а обмеження мають вид:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n A_i X_i \leq B; \\ X_i = \{0; 1\}, \end{cases} \quad (2.3)$$

де  $A_i$  – "вага"  $i$ -го предмету, який передбачається розмістити у ранці;  
 $B$  – максимально можлива "місткість" ранця;  
 $X_i$  – може приймати значення булевих змінних, тобто 0 або 1.

### 2. 3. Приклад розв'язування задачі "про ранець"



Вихідні дані для розв'язування задачі "про ранець" зручно представити у вигляді табл. 2. 1.

Таблиця 2. 1

#### Вихідні дані для розв'язування задачі "про ранець"

Умовне позначення $i$ -го предмету	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
Вага предмету $A_i$	0,5	1	1,5	2	2,5	3
Корисність предмету $C_i$	1	1	2	2	1	1
Загальна місткість	3	X	X	X	X	X

Формальна постановка задачі про ранець має наступний вигляд.

Цільова функція для кількості предметів , що дорівнює 6, визначається за виразом (2.1):

$$C_1 X_1 + C_2 X_2 + C_3 X_3 + C_4 X_4 + C_5 X_5 + C_6 X_6 \rightarrow \max.$$

З врахуванням даних табл. 2.1 маємо:

$$X_1 + X_2 + 2X_3 + 2X_4 + X_5 + X_6 \rightarrow \max.$$

Обмеження за виразом (2.2) є наступними:

$$0,5X_1 + X_2 + 1,5X_3 + 2X_4 + 2,5X_5 + 3X_6 \leq 3;$$

$$X_k = \{0; 1\}, k = 1, 2, \dots, 6.$$

## Розв'язування задачі “про ранець” за умовами прикладу п. 2.3

### 1. Математичне моделювання задачі

Виходячи із умови задачі, можна зробити висновок, що вирішувана задача є задачею II типу, тому що її формальна постановка відповідає математичній моделі за виразами (2.1) та (2.3). Для таких задач розв'язком є відповідь щодо наявності предметів в ранці.

**1.1.** Цільова функція задачі – максимізація загальної корисності предметів, що розміщуються в ранці:

$$f(x) = \left( \sum_{i=1}^6 C_i X_i = (x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 + x_6) \right) \rightarrow \max.$$

**1.2.** Формування функціональних обмежень здійснюється за виразом (2.3).

**1.2.1.** Функціональні обмеження на сумарну вагу предметів, що розмістяться у ранці:

$$\sum_{i=1}^6 A_i X_i \leq B,$$
$$0,5 X_1 + X_2 + 1,5 X_3 + 2X_4 + 2,5X_5 + 3X_6 \leq 3.$$

**1.2.2.** Функціональні обмеження на значення змінних:

$$X_i = \{0; 1\},$$

або

$$0 \leq X_i \leq 1.$$

### 2. Автоматизоване розв'язування задачі “про ранець” за допомогою надбудови "Пошук рішення"

**2. 1.** Створення форми для введення умов задачі та виведення рішення задачі.

Форма для введення умов задачі створена в MS Excel наведена на рис. 2.1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1			X1	X2	X3	X4	X5	X6						
2		Змінювані комірки							"1" - предмет має бути в ранці					
3									"0" - предмет не потрібно класти в ранець					
4			предмету Ai	0,5	1	1,5	2	2,5	3	Обмеження				
5		Загальна	0						<=	3	Максимальна місткість			
6		предмету Ci	1	1	2	2	1	1						
7		Загальна	0	max										
8		Цільова комірка												

Рис. 2. 1. Форма для введення вихідних даних

## 2.2. Введення залежностей із математичної моделі та призначення цільової функції

Форма для виведення рішення задачі із введеними залежностями, визначеними в п. 1 даного прикладу розв'язування задачі, наведена на рис. 2.2.

- В комірку "Цільова функція", що відображає загальну корисність всіх предметів і яка в перспективі має бути максимізована (рядок 7 рис. 2.2), вводиться вираз для розрахунку загальної корисності, зокрема сума добутків корисності кожного предмету  $C_i$  на одиницю предмету, що передбачається покласти у ранець  $X_i$ , наприклад, наступним чином:

$$=СУММПРОИЗВ(C6:H6;C2:H2)$$

- В комірку, що відображає загальну вагу всіх предметів (рядок 5 рис. 2.2), вводиться формула для розрахунку суми добутків ваги предмету  $A_i$  на одиницю предмету, що передбачається покласти у ранець  $X_i$ , наприклад, наступним чином:

$$=СУММПРОИЗВ(C4:H4;C2:H2)$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	
1			X1	X2	X3	X4	X5	X6					
2		Змінювані комірки							"1" - пре.				
3									"0" - пре.				
4			предмету Ai	0,5	1	1,5	2	2,5	3	Обмеження			
5		Загальна	=СУММПРОИЗВ(C4:H4;C2:H2)							<=	3	Максимальна місткість	
6		предмету Ci	1	1	2	2	1	1					
7		Загальна	=СУММПРОИЗВ(C6:H6;C2:H2)										
8		Цільова комірка											

Рис. 2.2. Екранна форма з введеними залежностями із математичної моделі за виразами (2.1) та (2.2)

2.3. Запуск надбудови "Пошук рішення" та отримання розв'язку.  
 Результати наведені на рис. 2.3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1			X1	X2	X3	X4	X5	X6						
2		Змінювані	1	1	1	0	0	0	"1" - предмет має бути в ранці					
3		комірки							"0" - предмет не потрібно класти в ранець					
4	Вага	предмету							Обмеження					
		Ді	0,5	1	1,5	2	2,5	3						
5		Загальна	3						<=	3	Максимальна місткість			
6	Корисність	предмету												
		Сі	1	1	2	2	1	1						
7		Загальна	4	max										
8		Цільова комірка												

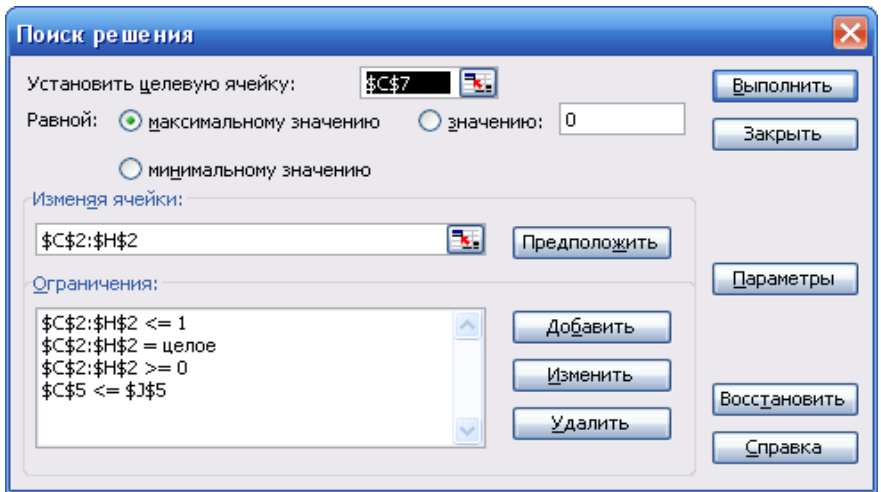


Рис. 2.3. Вікно надбудови "Пошук рішення" та отримане рішення прикладу задачі "про ранець" за п. 2.3

В результаті розв'язування задачі отримане наступне оптимальне рішення, що наведене в табл. 2.2.

Таблиця 2.2

## Оптимальне рішення

Умовне позначення предмету	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
Рішення щодо наявності предмету в ранці	1	1	1	0	0	0
Загальна корисність	4					

## Відповідь.

Відповідно до отриманого рішення задачі (табл. 2.2) максимальна корисність від наявності предметів у ранці в розмірі 4 одиниці буде отримана, якщо в ранець покласти тільки предмети з умовним позначенням  $X_1, X_2, X_3$ .

#### 2.4. Варіанти індивідуальних завдань розв'язування задачі "про ранець"

(задачі управління товарно-матеріальними запасами)

Є  $n$  предметів, кожен з яких характеризується вагою і ціною. Потрібно вибрати з них такі предмети, щоб їх загальна вага не перевищував  $m$  кг, а сумарна ціна була максимальною.

В стовпчику "Наявність предмету" фіксувати наявність (1) або відсутність (0) предмета в наборі.

Дані для розв'язання задачі приведені в табл. 2.4.

Таблиця 2.4

Дані для розв'язування задачі управління товарно-матеріальними запасами (задача "про ранець")

<b>Варіант №</b>	<b>1 / <math>m \leq 12</math></b>	<b>2 / <math>m \leq 17</math></b>	<b>3 / <math>m \leq 14</math></b>	<b>4 / <math>m \leq 20</math></b>	<b>5 / <math>m \leq 13</math></b>	<b>6 / <math>m \leq 11</math></b>
Предмет	$X_1, X_2, X_3, X_4$	$X_5, X_6, X_7, X_8$	$X_9, X_{10}, X_1, X_2$	$X_3, X_4, X_5, X_6$	$X_7, X_8, X_9, X_{10}$	$X_1, X_3, X_5, X_7$
<b>Варіант №</b>	<b>7 / <math>m \leq 21</math></b>	<b>8 / <math>m \leq 19</math></b>	<b>9 / <math>m \leq 16</math></b>	<b>10 / <math>m \leq 7</math></b>	<b>11 / <math>m \leq 12</math></b>	<b>12 / <math>m \leq 9</math></b>
Предмет	$X_9, X_1, X_3, X_5$	$X_2, X_4, X_6, X_8$	$X_{10}, X_2, X_4, X_6$	$X_1, X_2, X_3$	$X_5, X_6, X_7$	$X_9, X_{10}, X_1$
<b>Варіант №</b>	<b>13 / <math>m \leq 23</math></b>	<b>14 / <math>m \leq 14</math></b>	<b>15 / <math>m \leq 10</math></b>	<b>16 / <math>m \leq 16</math></b>	<b>17 / <math>m \leq 18</math></b>	<b>18 / <math>m \leq 10</math></b>
Предмет	$X_3, X_4, X_5, X_8$	$X_7, X_8, X_9, X_1$	$X_1, X_3, X_5$	$X_4, X_5, X_6$	$X_2, X_3, X_4$	$X_6, X_7, X_8$
<b>Варіант №</b>	<b>19 / <math>m \leq 7</math></b>	<b>20 / <math>m \leq 19</math></b>	<b>21 / <math>m \leq 14</math></b>	<b>22 / <math>m \leq 19</math></b>	<b>23 / <math>m \leq 13</math></b>	<b>24 / <math>m \leq 21</math></b>

