

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/ М /ОК 05-2024
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 1

Затверджено науково-методичною  
радою державного університету  
«Житомирська політехніка»  
протокол від «15» серпня 2024р. № 4

## **МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ**

для виконання практичних робіт з дисципліни

### **“ДИНАМІКА ТА ДОСЛІДЖЕННЯ МАШИН”**

для студентів освітнього рівня «МАГІСТР»

Спеціальність: 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-професійна програма «Прикладна механіка»

Спеціальність: 133 «Галузеве машинобудування»

Освітньо-професійна програма «Галузеве машинобудування»

Факультет комп'ютерно-інтегрованих технологій,

мехатроніки і робототехніки

Кафедра механічної інженерії

Розглянуто і рекомендовано  
на засіданні механічної інженерії  
протокол від «01» травня 2024 р. № 5

Розробник:

доцент кафедри механічної інженерії, к.т.н., доц., СТЕПЧИН  
Ярослав

Житомир  
2024

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/ М/ОК 05-2024
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 2

**Степчин Я.А.**, Методичні рекомендації для виконання практичних робіт з дисципліни «Динаміка та дослідження машин» для студентів освітнього рівня «магістр» спеціальностей 131 «Прикладна механіка» та 133 «Галузеве машинобудування». – Житомир: «Житомирська політехніка», 2021. – 58 с.

Методичні рекомендації розроблено у відповідності до робочих навчальних програм дисципліни «Динаміка та дослідження машин» та враховують сучасні вимоги щодо фахової підготовки магістрів спеціальностей 131 «Прикладна механіка» та 133 «Галузеве машинобудування». Призначені для здобувачів вищої освіти освітнього рівня «магістр» денної та заочної форм навчання, а також викладачів кафедри.

Методичні рекомендації також можуть бути використані студентами при курсовому та дипломному проектуванні.

Розробники:

к.т.н., доц. кафедри  
механічної інженерії

Степчин Ярослав Анатолійович

Рецензенти:

к.т.н., доц., завідувач кафедри  
механічної інженерії

Мельник Олександр Леонідович

доц., доц. кафедри  
механічної інженерії

Яновський Валерій Анатолійович

Розглянуто і рекомендовано на засіданні кафедри механічної інженерії Протокол від «01» травня 2024 р. № 5

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/ М /ОК 05-2024
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 3

## ЗМІСТ

<b>ВСТУП</b> .....	4
<b>Практична робота № 1.</b> Визначення жорсткості токарного верстата при різанні.....	5
<b>Практична робота № 2.</b> Визначення характеристик динамічної системи металорізального верстата .....	14
<b>Практична робота № 3.</b> Визначення динамічних характеристик шпиндельного вузла токарного верстата.....	23
<b>Практична робота № 4.</b> Визначення впливу положення центру крутильної жорсткості токарного верстата на усталеність процесу обробки різанням.....	29
<b>Практична робота № 5.</b> Експериментальне визначення динамічних характеристик вузлів токарного верстата.....	38
<b>Практична робота № 6.</b> Визначення динамічних характеристик верстата за результатами статичних випробувань.....	44
<b>Практична робота № 7.</b> Дослідження частотних характеристик коливальної системи .....	49
<b>Практична робота № 8.</b> Визначення динамічних характеристик коливальної системи.....	53
<b>ЛІТЕРАТУРА</b> .....	57

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/ М/ОК 05-2024
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 4

## ВСТУП

Розвиток промисловості України вимагає раціонального поєднання теоретичних знань спеціалістів з умінням вирішувати практичні питання та розширення і закріплення зв'язку вищих навчальних закладів із відповідними галузями промисловості.

Цикл практичних робіт з курсу «Динаміка та дослідження машин» спрямований на здобуття здобувачами вищої освіти навичок і уміння виконувати динамічний розрахунок та дослідження типових вузлів машин.

**Метою навчальної дисципліни** є надання здобувачеві знань та вмінь в області дослідження, моделювання та цілеспрямованого керування динамічними процесами типових конструкцій машин та механізмів на прикладі металорізальних верстатів з метою досягнення високої точності та продуктивності обробки.

**Завданнями вивчення дисципліни** є:

1. Вивчити особливості функціонування типових конструкцій машин та механізмів в динаміці та особливості дослідження їх динамічних характеристик.

2. Набути навички динамічних розрахунків конструкцій машин та механізмів, їх конструювання, дослідження, цілеспрямованого підбору характеристик.

3. Отримати знання щодо дослідження, моделювання та цілеспрямованого керування динамічними процесами типових конструкцій машин.

Отримані знання з навчальної дисципліни стануть складовими наступних програмних результатів навчання:

ПРН-2. Здатність демонструвати знання з прикладної механіки та окреслювати перспективи її розвитку.

ПРН-4. Здатність ставити та розв'язувати інженерні завдання прикладної механіки з використанням відповідних розрахункових і експериментальних методів.

ПРН-5. Здатність використовувати отримані знання в аналізованні інженерних об'єктів, процесів та методів.

ПРН-10. Здатність поєднувати теорію і практику для розв'язування інженерного завдання.

Звіт з практичної роботи виконується кожним студентом на папері формату А4 і подається викладачеві для перевірки і отримання заліку. При необхідності, додатково подається електронний файл звіту виконаних розрахунків, дослідження або проектування, виконаний з використанням САПР вказуванням прізвища, групи студента та варіанту завдання.

Додатково студенти можуть виконувати науково-дослідні завдання, котрі виконують за індивідуальним графіком.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/ М/ОК 05-20214
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 5

## Практична робота №1

### Визначення жорсткості токарного верстата при різанні

#### Загальні відомості

Точність верстата характеризує його здатність забезпечити вимоги креслення деталі, що оброблюється, за формою, розмірами, взаємному розташуванню окремих поверхонь і шорсткості оброблених поверхонь. Точність верстата характеризують його геометричні, кінематичні і динамічні похибки.

**Геометричні похибки** верстата відображають правильність форми і взаємного розташування частин верстата, що несуть інструмент і деталь, а також траєкторії їхнього взаємного переміщення. До геометричних похибок відносяться: прямолінійність поздовжнього переміщення рухомого вузла по напрямним; радіальне, осьове і торцеве биття центруючої й опорної поверхонь шпинделя; сталість положення ділильних пристроїв і поздовжньо рухомих вузлів і т.д.

**Кінематичні похибки** верстата показують непогодженість переміщення вузлів верстата під час роботи або невідповідність величини дійсного переміщення заданій величині. Кінематичні похибки найбільше виявляються в довгих ланцюгах зубчастих передач.

**Динамічні похибки** верстата виникають при переміщенні вузлів верстата під навантаженням і виявляється в нерівномірності переміщення робочих органів, у виникненні вібрацій, у підвищеному рівні шуму.

Одним з факторів, що найбільш вагомо впливає на точність верстата є його жорсткість.

Жорсткість верстата – це здатність конструкції верстата протидіяти пружній деформації під впливом робочих навантажень. Жорсткість верстата складається з двох складових – жорсткості окремих деталей і жорсткості стиків між деталями. Жорсткість позначається літерою  $c$  або  $j$  і вимірюється в  $H/мкм$  (або в  $H/мм$ )

$$c = j = \frac{Q}{\delta}, \quad (1.1)$$

де  $Q$  – сила, яка прикладається до верстата, що досліджується,  $H$ ;  
 $\delta$  – пружна деформація (переміщення) досліджуваного вузла верстата під впливом сили  $Q$ ,  $мкм$ .

Величина, що зворотна до жорсткості називається податливістю, позначається літерою  $e$  і вимірюється в  $мкм/H$  ( $мм/H$ )

$$e = \frac{1}{j} = \frac{1}{c} = \frac{\delta}{Q}. \quad (1.2)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/ М/ОК 05-2024
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 6

При послідовному з'єднанні елементів системи їхні податливості підсумовуються. Тобто, якщо пружна система ВПД складається із таких складових елементів як верстат, пристосування для закріплення деталі, різального інструмента і деталі, що обробляється, то загальна податливість системи буде становити:

$$e_{\Sigma} = e_{\text{в}} + e_{\text{п}} + e_i + e_{\text{д}} = \frac{\delta_{\Sigma}}{Q_{\Sigma}}, \quad (1.3)$$

де  $e_{\text{в}}$  – податливість всього верстата, *мкм/Н*;  
 $e_{\text{п}}$  – податливість пристосування, *мкм/Н*;  
 $e_i$  – податливість ріжучого інструмента, *мкм/Н*;  
 $e_{\text{д}}$  – податливість деталі, що обробляється, *мкм/Н*;  
 $\delta_{\Sigma}$  – загальна деформація (переміщення), *мкм*;  
 $Q_{\Sigma}$  – сила, що призвела до деформації, *Н*.

Якщо вважати, що пристосування разом з ріжучим інструментом входять до складу верстата, то рівняння (1.3) можна записати в вигляді:

$$e_{\Sigma} = \frac{1}{c_{\Sigma}} = e_{\text{в}} + e_{\text{д}} = \frac{1}{c_{\text{в}}} + \frac{1}{c_{\text{д}}} = \frac{\delta_{\Sigma}}{Q_{\Sigma}}, \quad (1.4)$$

Таким чином, якщо знати загальну податливість (жорсткість) технологічної обробної системи (ВПД) і податливість (жорсткість) деталі, що обробляється, то можна розрахувати податливість (жорсткість) верстата.

На величину деформації деталі впливає тільки жорсткість самої деталі й схема її базування (деталь закріплена консольно в патроні; або закріплена в патроні й підтискається центром; або закріплена в центрах...). Жорсткість деталі нескладної форми при статично визначеній схемі закріплення можна досить просто розрахувати аналітичним методом.

Сумарні переміщення елементів верстата залежать від жорсткості окремих його вузлів і деталей, від величини натягу у рухомих і нерухомих стиках між деталями верстата, від стану підшипників, кількості змащення в рухомих з'єднаннях і інших факторах. Урахувати всі фактори, що впливають на жорсткість верстата в розрахунках практично неможливо. Кілька верстатів однієї моделі можуть мати дещо різну жорсткість. Тому єдиним точним методом визначення жорсткості конкретного верстата є експеримент.

Жорсткість (податливість) верстата аналітичним методом точно розрахувати неможливо, тому що верстат сам є дуже складною системою і складається з багатьох підсистем. Тому її разом з пристосуванням і різальним інструментом найчастіше визначають експериментально безпосереднім виміром деформацій при навантаженні вузлів верстата визначеними навантаженнями в визначених напрямках. Розрахована таким чином жорсткість буде статичною жорсткістю, якщо вимірювання проводились на

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/ М/ОК 05-2024
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 7

непрацюючому верстаті і динамічною жорсткістю, якщо вимірювання проводяться на працюючому.

Для визначення податливості (жорсткості) верстата в загальному випадку потрібні точні вимірювальні прилади для реєстрації дуже малих деформацій вузлів верстата під впливом навантажень; точні навантажувальні прилади для здійснення цих навантажень; пристосування для здійснення просторової орієнтації навантажень.

Під час процесу різання верстат зазнає впливу сил різання і деформується під впливом цих сил. Це дає підставу визначати жорсткість верстата за допомогою навантаження не зовнішніми силами, а силами різання.

Жорсткість при різанні на токарному верстаті можна визначати й без спеціальної апаратури, так званими виробничими методами.

Для визначення жорсткості верстата виробничим методом необхідно обробити із однаковою силою різання дві деталі з різною жорсткістю. Взаємні переміщення інструмента й деталі, що обробляється, обумовлюють жорсткість системи ВПД при різанні й складаються з пружних переміщень (відтиснення) деталі й пружних переміщень елементів металорізального верстата, включаючи переміщення деталей токарного патрона, у якому закріплена деталь. Жорсткість верстата при різанні визначають зняттям з заготовки заданого нерівномірного припуску і безпосереднім виміром змінної сили різання, що виникає при цьому, а відповідні взаємні переміщення інструменту і заготовки знаходять безпосереднім вимірюванням або виміром відхилення розміру обробленої деталі.

Одним з виробничих методів визначення жорсткості верстата є обробка в центрах циліндричної східчастої заготовки. Заготовка закріплюється на спеціальній оправці з різною у двох взаємно перпендикулярних площинах жорсткістю.

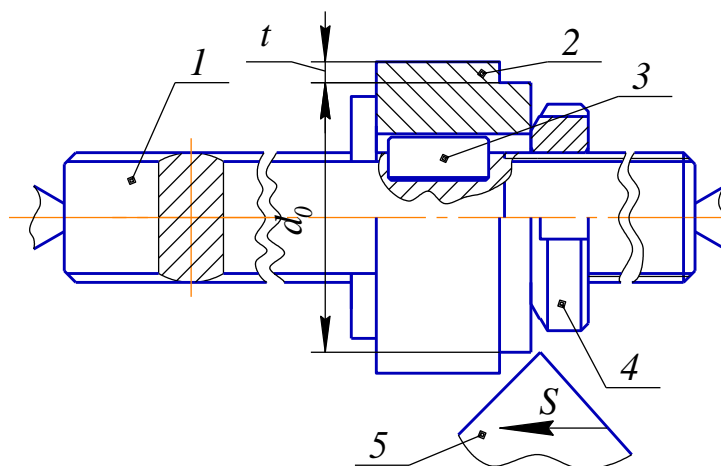


Рис. 1.1. Схема визначення жорсткості верстата за допомогою спеціальної оправки

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/ М/ОК 05-2024
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 8

Заготівка 2 (рис. 1.1), закріплюється за допомогою шпонки 3 і гайки 4 на оправці 1, яка має максимальну  $c_{\max}$  та мінімальну  $c_{\min}$  жорсткість в двох взаємно перпендикулярних напрямках, значення жорсткостей відомі. Після підведення різця 5, до торкання базової циліндричної поверхні меншого діаметру заготовку проточують з глибиною різання  $t$ .

Максимальне  $\delta_{\max}$  і мінімальне  $\delta_{\min}$  відхилення обробленої поверхні заготовки від круглої форми вимірюють відносно базової поверхні  $d_0$

$$\begin{aligned} \delta_{\max} &= 0,5(d_{\max} - d_0); \\ \delta_{\min} &= 0,5(d_{\min} - d_0). \end{aligned} \quad (1.5)$$

Якщо позначити жорсткість верстата  $c_e$ , і нехтуючи можливою відносно невеликою зміною сили різання, можемо записати рівняння сил різання, що відповідає двом миттєвим взаємно перпендикулярним положенням оправки.

$$\frac{\frac{max}{1} + \frac{1}{c_{min}}}{c_B} = \frac{\frac{min}{1} + \frac{1}{c_{max}}}{c_B} = F = \frac{1}{e_{\Sigma}} = c_{\Sigma} \quad (1.6)$$

Виходячи з цього, жорсткість верстата  $c_B$  визначиться за формулою:

$$c_e = \frac{(\delta_{\max} - \delta_{\min}) \cdot c_{\max} \cdot c_{\min}}{\delta_{\min} c_{\max} - \delta_{\max} c_{\min}}, \quad (1.7)$$

При іншому виробничому способі визначення жорсткості верстата деталь оброблюється з однаковою глибиною різання  $t$  і з різною довжиною  $L$  консольного висування з патрона.

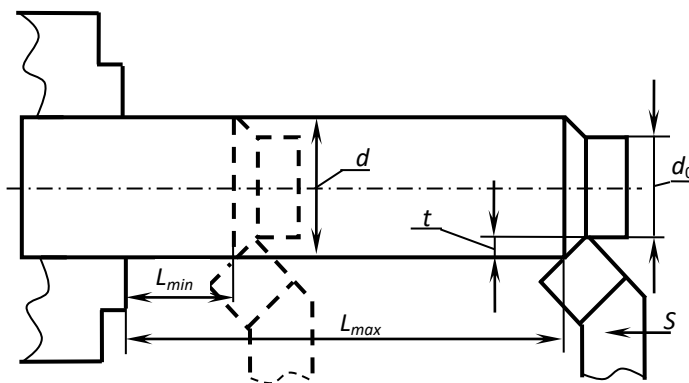


Рис. 1.2. Схема визначення жорсткості верстата за допомогою деталі різної довжини

Мінімальна  $c_{\min}$  і максимальна  $c_{\max}$  жорсткість оброблюваної деталі визначається при максимальній і мінімальній довжині, відповідно, за формулами:



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/ М/ОК 05-2024
	Екземляр № 1	Арк 58 / 9

$$c_{\min} = \frac{3 \cdot E \cdot I}{L_{\max}^3};$$

$$c_{\max} = \frac{3 \cdot E \cdot I}{L_{\min}^3},$$
(1.8)

де  $I = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$  – момент інерції перетину деталі;

$E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$  – модуль пружності сталі.

Так як при обробці деталі різної жорсткості вигін буде різним, ми отримаємо різні значення діаметра обробленої поверхні, та різні значення максимального  $\delta_{\max}$  і мінімального  $\delta_{\min}$  відхилень обробленої поверхні деталі від початкового значення  $d_0$ . Використовуючи формулу (8) можна визначити жорсткість верстата.

### Порядок виконання завдання

1.1. Визначити наближено величини (макс. і міні.) жорсткості заготовки за формулами (1.8) для двох заданих варіантів її вильоту (табл. 1.2.). Момент інерції деталі визначають по необробленому діаметру прутка 42 мм.

1.2. Встановити деталь у патрон з вильотом  $L_{\min}$  і обробити на довжину 5...10 мм, починаючи з торкання різцем ділянки діаметром  $d_0 = 40$  мм. Мікрометром виміряти відхилення  $\delta_{\min}$  обробленого діаметра за рахунок вигину від початкового  $d_0$  при меншому вильоті.

1.3. Висунути деталь з патрона на більший виліт  $L_{\max}$  і обробити на довжину 5...10 мм, починаючи з торкання різцем ділянки діаметром  $d_0 = 40$  мм. Виміряти відхилення  $\delta_{\max}$  обробленого діаметра за рахунок вигину від початкового  $d_0$  при більшому вильоті.

1.4. Визначити за формулами (1.5) мінімальне та максимальне відхилення обробленої поверхні заготовки (викликане деформаціями системи ВПД).

1.5. Визначити за формулою (1.7) жорсткість верстата.

1.6. Оцінити можливий вплив на результати проведеного розрахунку точності вимірювання деформацій мікрометром з ціною поділки  $p$ , мм.

При визначенні мінімального та максимального відхилення значення найбільшого і найменшого діаметрів обробленої поверхні заготовки з врахуванням похибки вимірювання використовуються формули:

$$d'_{\max} = d_{\max} \pm p/2 \text{ мм}; \quad d'_{\min} = d_{\min} \pm p/2 \text{ мм}$$

Найбільше відхилення жорсткості від розрахованого значення відповідатиме одному з двох варіантів:

$$1 \text{ варіант: } d'_{\max} = d_{\max} + p/2 \text{ мм}; \quad d'_{\min} = d_{\min} - p/2 \text{ мм}$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/ М/ОК 05-2024
	Екземляр № 1	Арк 58 / 10

$$2 \text{ варіант: } d_{max} = d_{max} - p/2 \text{ мм; } \quad d_{min} = d_{min} + p/2 \text{ мм}$$

1.7. Заповнити таблицю результатів розрахунку (табл. 1.1.).

### Приклад виконання завдання

1.1. Визначаємо наближено величини (мах. і мін.) жорсткості заготовки за формулами (8) для двох заданих варіантів її вильоту (табл. 1.2.). Момент інерції заготовки визначаємо по необробленому діаметру прутка 42 мм.

$$c_{min} = \frac{3 \cdot E \cdot I}{L_{max}^3}; \quad I_3 = \pi d^4/64 = 3,14 \cdot 42^4 / 64 = 152667 \text{ мм}^4$$

$$c_{max} = \frac{3 \cdot E \cdot I}{L_{min}^3}, \quad \text{Тоді } c_{z,max} = (3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 152667) / 80^3 = 1,79 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}$$

$$c_{z,min} = (3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 152667) / 120^3 = 0,53 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}$$

1.2. Встановлюємо деталь у патрон з вильотом  $L_{min}$  і обробляємо на довжину 5...10 мм, починаючи з торкання різцем ділянки діаметром  $d_0 = 40$  мм.

Мікрометром виміряємо відхилення  $\delta_{min}$  обробленого діаметра за рахунок вигину від початкового  $d_0$  при меншому вильоті.

1.3. Висуваємо деталь з патрона на більший виліт  $L_{max}$  і обробляємо на довжину 5...10 мм, починаючи з торкання різцем ділянки діаметром  $d_0 = 40$  мм.

Виміряємо відхилення  $\delta_{max}$  обробленого діаметра за рахунок вигину від початкового  $d_0$  при більшому вильоті.

1.4. Визначаємо за формулами (1.5) мінімальне та максимальне відхилення обробленої поверхні заготовки (викликане деформаціями системи ВПД).

$$\delta_{max} = 0,5 \cdot (d_{max} - d_0); \quad \delta_{max} = 0,5 \cdot (40,17 - 40) = 0,085 \text{ мм;}$$

$$\delta_{min} = 0,5 \cdot (d_{min} - d_0); \quad \delta_{min} = 0,5 \cdot (40,11 - 40) = 0,055 \text{ мм.}$$

1.5. Визначаємо за формулою (7) жорсткість верстата.

$$c_{\theta} = \frac{(\delta_{max} - \delta_{min}) \cdot c_{max} \cdot c_{min}}{\delta_{min} c_{max} - \delta_{max} c_{min}},$$

$$c_{\theta} = (0,085 - 0,055) \cdot 1,79 \cdot 10^5 \cdot 0,53 \cdot 10^5 / (0,055 \cdot 1,79 \cdot 10^5 - 0,085 \cdot 0,53 \cdot 10^5) = 5,33 \cdot 10^4 \text{ Н/мм}$$

1.6. Оцінюємо можливий вплив на результати проведеного розрахунку точності вимірювання деформацій мікрометром з ціною поділки 0,01 мм.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/ М/ОК 05-2024
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 11

При визначенні мінімального та максимального відхилення значення найбільшого і найменшого діаметрів обробленої поверхні заготовки з врахуванням похибки вимірювання використовуємо формули:

$$d'_{max} = d_{max} \pm p/2 \text{ мм}; \quad d'_{min} = d_{min} \pm p/2 \text{ мм}$$

$$d'_{max} = 40,17 \pm 0,005 \text{ мм}; \quad d'_{min} = 40,1 \pm 0,005 \text{ мм}$$

Тоді найбільше відхилення жорсткості становитиме при:

1 варіант:

$$d'_{max} = 40,17 + 0,005 = 40,175 \text{ мм}; \quad d'_{min} = 40,11 - 0,005 = 40,105 \text{ мм}$$

$$\delta_{max} = 0,5 \cdot (40,175 - 40) = 0,0875 \text{ мм}; \quad \delta_{min} = 0,5 \cdot (40,105 - 40) = 0,0525 \text{ мм.}$$

2 варіант:

$$d'_{max} = 40,17 - 0,005 = 40,165 \text{ мм}; \quad d'_{min} = 40,11 + 0,005 = 40,115 \text{ мм}$$

$$\delta_{max} = 0,5 \cdot (40,165 - 40) = 0,0825 \text{ мм}; \quad \delta_{min} = 0,5 \cdot (40,115 - 40) = 0,0575 \text{ мм.}$$

Тоді жорсткість верстата (з найбільшою похибкою) становитиме:

1 варіант:

$$c'_e = (0,0875 - 0,0525) \cdot 1,79 \cdot 10^5 \cdot 0,53 \cdot 10^5 / (0,0525 \cdot 1,79 \cdot 10^5 - 0,0875 \cdot 0,53 \cdot 10^5) = 6,974 \cdot 10^4 \text{ Н/мм}$$

2 варіант:

$$c'_e = (0,0825 - 0,0575) \cdot 1,79 \cdot 10^5 \cdot 0,53 \cdot 10^5 / (0,0575 \cdot 1,79 \cdot 10^5 - 0,0825 \cdot 0,53 \cdot 10^5) = 4,007 \cdot 10^4 \text{ Н/мм}$$

Визначаємо найбільше (по модулю) абсолютне та відносне відхилення теоретичних розрахунків з врахуванням найбільшої похибки вимірювання за формулою:

$$\Delta''c_e = (c'_e - c_e) 100\% / c_e$$

$$\Delta''c_e = (6,974 - 5,33) 100\% / 5,33 = 30,8\%$$

Отримані відхилення показують на незадовільну точність визначення деформацій системи ВПД за допомогою мікрометра з ціною поділки 0,01 мм ( $\Delta''c_e = 30,8\% > 5\%$ ).

Рекомендовано виконувати вимірювання інструментом з ціною поділки 0,002 або 0,001 мм.

1.7. Заповнюємо таблицю результатів розрахунку (табл. 1.1.).

Вхідні параметри:  $D_{загот} = 42 \text{ мм}$ , оброблений діаметр  $d_0 = 40 \text{ мм}$ .

Табл.1.1.

Дослід	$L_{заг}, \text{мм}$	$\frac{d_{min}}{d_{max}}, \text{мм}$	$I_3, \text{мм}^4$	$c_{з, max}, \text{Н/мм}$	$c_{з, min}, \text{Н/мм}$	$\delta_{max}, \text{мм}$	$\delta_{min}, \text{мм}$	$c_e, \text{Н/мм}$	$c'_e, \text{Н/мм}$	$\Delta c_e, \text{Н/мм}$	$\Delta''c_e, \%$
1	80	40,11	152667	$1,79 \cdot 10^5$	$0,53 \cdot 10^5$	0,085	0,055	$5,33 \cdot 10^4$	$6,974 \cdot 10^4$	$1,644 \cdot 10^4$	30,8
2	120	40,17									

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 12

### Умови завдання до практичного заняття №1

$D_{\text{загот}} = 42 \text{ мм}$ ,  $d_0 = 40 \text{ мм}$ .

Табл.1.2.

Варіант	Заготівка			Ціна поділки мікрометра, $p$ , мкм
	Оброблені діаметри		Довжина	
	$d_{\text{max}}$ , мм	$d_{\text{min}}$ , мм	$L_z$ , мм min/max	
1	40,15	40,12	50/100	10
2	40,155	40,120	60/100	5
3	40,158	40,124	70/120	2
4	40,151	40,114	80/140	1
5	40,15	40,11	100/160	10
6	40,155	40,115	50/100	5
7	40,156	40,114	60/100	2
8	40,152	40,111	70/120	1
9	40,18	40,12	80/140	10
10	40,185	40,125	100/160	5
11	40,188	40,126	50/100	2
12	40,181	40,119	60/100	1
13	40,19	40,12	50/100	10
14	40,195	40,125	60/100	5
15	40,198	40,126	70/120	2
16	40,191	40,117	80/140	1
17	40,18	40,12	50/100	10
18	40,185	40,125	60/100	5
19	40,188	40,127	70/120	2
20	40,181	40,119	80/140	1

### Зміст звіту

1. Тема, мета роботи.
2. Короткі теоретичні відомості.
3. Схеми до досліджень та методик розрахунків.
4. Формули та розрахунки проміжних та кінцевих параметрів.
5. Заповнена таблиця вимірювань та результатів розрахунків (приклад: табл. 1.1).
6. Висновки по роботі.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 13

## Практична робота №2

### Визначення характеристик динамічної системи металорізального верстата

#### Загальні відомості

Будь-яка конструкція механізму, машини має певні власні характеристики, що визначають її динамічні властивості (табл. 2.1) (в залежності від того, який рух виконує система – поступальний чи обертальний):

Табл. 2.1

№ з/п	Характеристики	Система поступальна	Система крутильна
1	Інерційні	Маса $m$ , кг	Момент інерції $J$ ,
2	Дисипативні (демпфування, тертя – розсіювання енергії)	Коефіцієнт демпфування коливань $h$ , коефіцієнт розсіювання енергії затухаючих коливань $\psi$	
3	Жорсткості	Коефіцієнт жорсткості $c = 1/e$ , Н/м ( $e$ – податливість, м/Н)	Коефіцієнт жорсткості $c'$ , Н·м/рад

Якщо маси системи, яка моделюється мають різний вид руху (обертальний і поступальний) приведення поступально рухомої маси до обертальної виконують з умови рівності кінетичної енергії цієї маси  $m$ , що рухається поступально з швидкістю  $V$ , її обертальному руху (з моментом інерції  $J$ ) з кутовою швидкістю  $\omega$ ;

$$E_{к\ об} = E_{к\ пост} \quad \text{або} \quad J\omega^2/2 = mV^2/2, \quad \text{тоді} \quad J = m(V/\omega)^2.$$

Якщо перетворення обертального руху в поступальний виконується

- парою «гвинт-гайка» тоді  $V/\omega = t_{зг}/2\pi$ ;

- «шестерня-зубчаста рейка» тоді  $V/\omega = R$  ( $t_{зг}$  – крок гвинта,  $R$  – радіус початкового кола шестерні).

В залежності від поставлених задач та необхідної точності їх вирішення, реальну конструкцію машини (верстата) замінюють еквівалентною лінійною спрощеною системою, яка включає тільки зосереджені маси та пружні невагомні зв'язки.

Спрощення розрахункової моделі виконується приведенням до еквівалентної, що має ті самі енергетичні показники (рис. 2.1., б – в) за такими правилами:

1. При паралельному з'єднанні пружних елементів (рис. 2.2., а) їх деформації однакові, тому сила, прикладена до системи, дорівнює сумі сил, які передаються окремими елементами, а приведений коефіцієнт жорсткості еквівалентної системи (рис. 2.2., б) дорівнює сумі коефіцієнтів жорсткості елементів вихідної системи:

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 14

$$c_{np} = \sum c_i$$

Приведений коефіцієнт демпфування еквівалентної системи дорівнює сумі коефіцієнтів демпфування вихідної системи:

$$h_{np} = \sum h_i$$

Такий варіант відповідає схемі попереднього натягу системи, як показано на рис. 2.2., в, коли прикладена сила навантажує один елемент і розвантажує інший, деформуючи їх на одну величину, відповідно:  $c_{np} = c_1 + c_2$ .

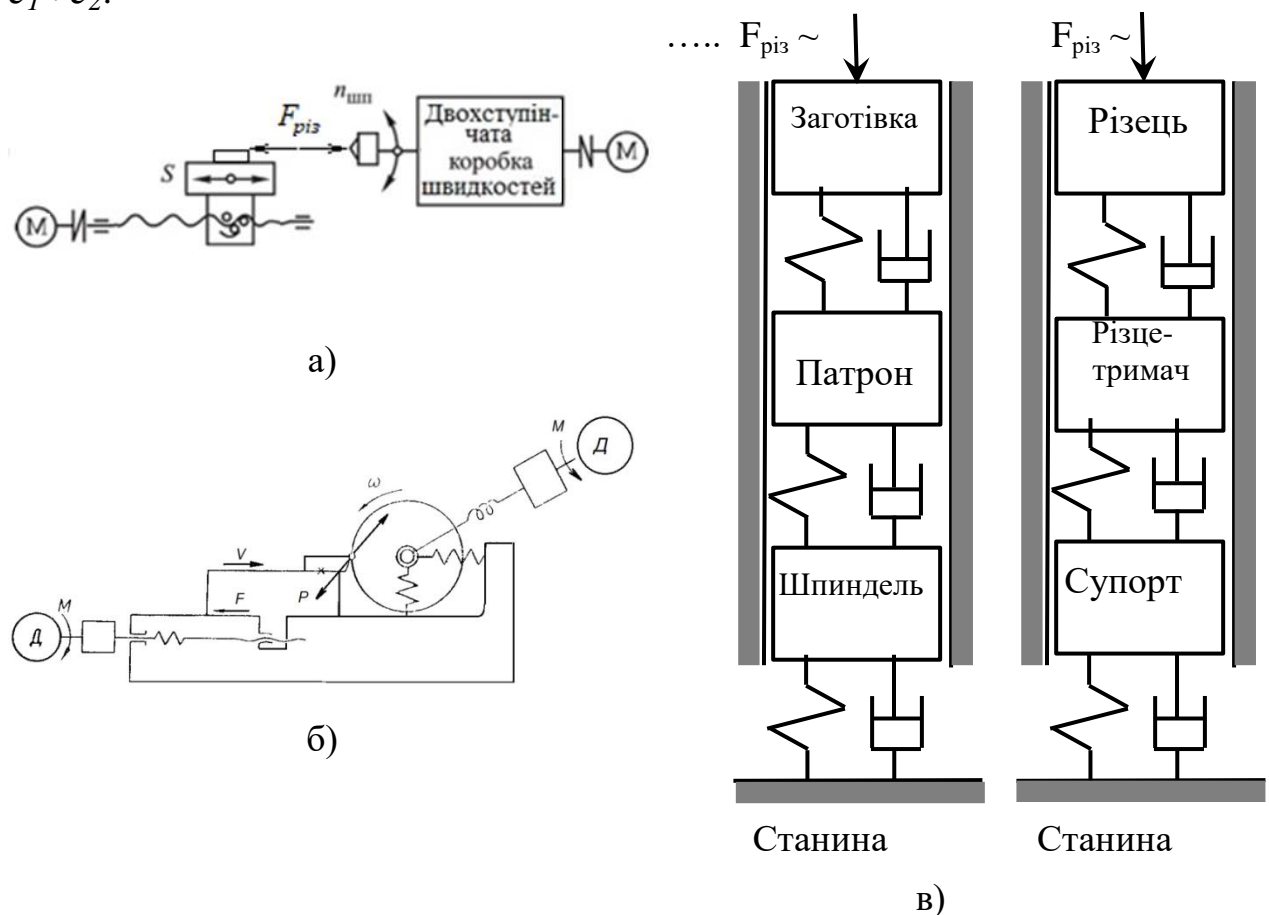


Рис. 2.1. Послідовність приведення пружної системи токарного верстата до спрощеної схеми поступальних коливань: а – схема взаємовпливу приводів верстата під час різання, б – динамічна структурна схема верстата, в – схема взаємодії пружних і демпфуючих елементів двох підсистем ТОС при поступальних коливаннях

2. При послідовному з'єднанні пружних елементів (рис. 2.3.) до них прикладена одна і та ж сила, а приведений коефіцієнт податливості еквівалентної системи (рис. 2.4., б) дорівнює сумі коефіцієнтів податливості елементів вихідної системи.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 15

Для еквівалентної системи (рис. 2.2., б), яка заміняє вихідну (рис. 2.3.) (згідно рівняння визначення втрат енергії на демпфування):

$$e_{\text{пр}} = e_1 + e_2, \text{ або } 1/c_{\text{пр}} = 1/c_1 + 1/c_2$$

Тоді:  $c_{\text{пр}} = 1 / (1/c_1 + 1/c_2)$  або  $c_{\text{пр}} = c_1 c_2 / (c_1 + c_2)$ .

Спираючись на умову балансу енергії систем отримано вираз для коефіцієнту демпфування еквівалентної системи:

$$h_{\text{пр}} = h_1 (c_{\text{пр}}/c_1)^2 + h_2 (c_{\text{пр}}/c_2)^2.$$

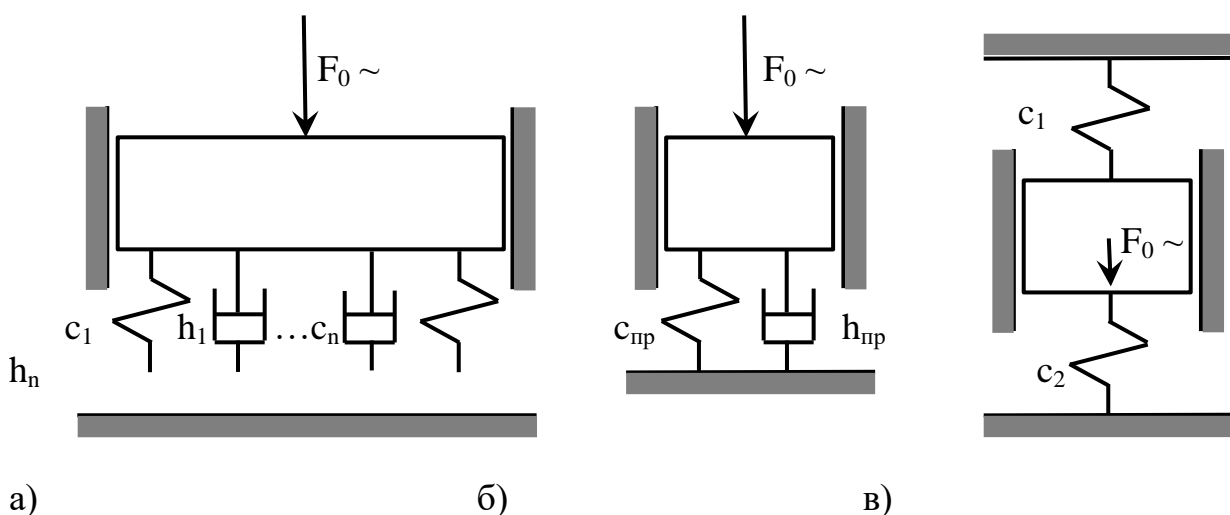


Рис. 2.2. Схеми з'єднання пружних і демпфуючих елементів

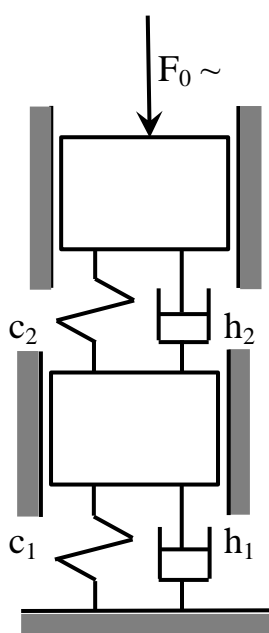


Рис. 2.3.

### 1. Наближене визначення жорсткості пружної системи верстата

Податливість складної системи (пружної системи верстата) з послідовно з'єднаними елементами визначається за формулою:

$$e_{\Sigma} = \sum e_i \quad (2.1)$$

де  $e_i$  – податливості складових частин (підсистеми заготовки: шпиндель, патрон; підсистеми інструмента: супорт, різцетримач, різець, та корпусних деталей: шпиндельної бабки і станини).

Жорсткість державки різця при поздовжньому стисканні та корпусних деталей верстата значно вища, ніж заготовки, підсистем заготовки та інструмента (тому можна вважати у першому

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 16

наближенні, що їх жорсткість  $c \rightarrow \infty$ , а податливість  $e \rightarrow 0$ ).

Тоді:

$$\text{Сумарна податливість верстата: } e_{\Sigma} = e_{n.заг} + e_{n.інс} \quad (2.2)$$

$$\text{Сумарна податливість верстата з заготівкою: } e'_{\Sigma} = e_{n.заг} + e_{n.інс} + e_{заг} \quad (2.3)$$

$$\text{Сумарна податливість верстата з заготівкою та різцем: } e''_{\Sigma} = e_{n.заг} + e_{n.інс} + e_{заг} + e_p \quad (2.4)$$

Податливість заготівки (при згині) для двох випадків її різної довжини визначається за формулою:

$$e = L^3 / (3EI), \quad (2.5)$$

де  $I_3 = \pi d^4 / 64$  – момент інерції перерізу круглої заготівки.

$I_{держ} = bh^3 / 12$  – момент інерції перерізу державки різця, де  $b, h$  – ширина та висота перерізу відповідно.

Податливість консолі державки різця при стисканні:

$$e_p = L_p / ES, \quad (2.6)$$

де  $S$  – площа перерізу державки різця:  $S = bh$ .

## 2. Визначення величини збільшення амплітуди коливань дослідної системи при втраті усталеності відносно статичного зміщення

Статичне зміщення різця під час різання визначається за формулою:

$$y_{ст} = F_y \cdot e_{\Sigma}, \quad (2.7)$$

$$\text{де } F_y \text{ – сила різання: } F_y = B \cdot t^{0,9}, \quad (2.7^*)$$

$e_{\Sigma}$  – податливість складної системи (пружної системи верстата):  $e_{\Sigma} = \sum e_i$

$e_i$  – податливості складових частин.

Податливість підсистеми заготівки (шпиндельна бабка, шпиндель, патрон, без заготівки), як і підсистеми інструмента (супорт, різцетримач без різця) у першому наближенні можна визначити з частоти власних коливань підсистеми – для верстата 16К20 експериментально визначені параметри становлять:

для підсистем

- заготівки:  $f_0 = 212$  Гц ( $m_{прив} = 24$  кг),

- інструмента:  $f_0 = 338$  Гц ( $m_{прив} = 47$  кг):

$$\omega_0 = 1 / (e \cdot m)^{0,5} = 2\pi f_0$$

$$\text{Тоді: } e = 1 / (4\pi^2 f^2 m) \quad (2.8)$$

Податливість консолі різця при згині постійного перерізу з вильотом різця  $L_p$  визначається за формулою:



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземляр № 1	Арк 58 / 17

$$e_{p.зг.} = L_p^3 / (3E_k I_k) \quad (2.9)$$

де  $E_k I_k$  – жорсткість консолі на згин,  $I_k = bh^3/12$ , де  $b$ ,  $h$  – ширина та висота перерізу державки різця відповідно.

Перехідний процес, що виникає після миттєвого впливу на коливальну систему з відносно невеликим демпфуванням сили  $F$  – коливальний і графік його представляє собою затухаючу синусоїду, пікові значення якої зменшуються за законом експоненти. Величина  $\lambda = 2\pi \xi$  – логарифмічний декремент затухання коливань – це фізична величина, зворотна числу коливань, після закінчення яких амплітуда  $A$  зменшується в  $e$  раз – характеризує ступінь згасання, де  $\xi = h/h_{крит}$  – відносний коефіцієнт демпфування.

Табл. 2.2

Експериментально визначені значення логарифмічного декременту затухання

Вузол верстата (деталь)	$\lambda$
Корпус редуктора на амортизаторах	0,006
Корпус редуктора з зубчастою передачею	0,015
Редуктор на амортизаторах у зборі з турбіною	0,2
Система шпindel-опори розточ. верстатів	0,15-0,35
Токарний верстат	0,23

Внаслідок динамічних процесів, що відбуваються при роботі механізмів верстатів, деформація пружних елементів, що викликається динамічним навантаженням, відрізняється від деформації, яка виникла б у разі прикладання статичного навантаження тієї ж величини. Це відношення  $u_{дин}/u_{ст}$  називають коефіцієнтом динамічності.

Для одномасової пружної системи відношення амплітуди  $u_0$  сталих вимушених коливань до переміщення  $u_{ст}$ , викликаного статичним додатком сили  $F_0$  тієї ж величини, називається коефіцієнтом динамічності системи:

$$K_{дин} = \frac{u_{дин}}{u_{стат}} = \frac{A(\omega)}{K_{ПС}} \quad (2.10)$$

$$\text{Під час резонансу: } K_{дин} = 1/(2\xi) = \pi/\lambda \quad (2.11)$$

$$K_{дин} = \frac{u_{дин}}{u_{стат}} \frac{A(\omega)}{K_{ПС}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + 4\xi^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}} \quad (2.12)$$

## Послідовність виконання завдання

### 2. Наближене визначення жорсткості пружної системи верстата

2.1. Визначити наближено величину податливості заготовки за формулою (2.5) для двох заданих варіантів її вильоту (табл. 2.3).

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 18

2.2.3 метою уточнення впливу поздовжньої податливості різця розрахувати її за формулою (6).

2.3. Визначити за формулою (2.8) для заданих  $f_0$  та  $m_{прив}$  (табл. 1.3) підсистем заготовки і інструмента їх податливості та сумарну податливість ТОС за формулою (4) з врахуванням податливості консолі різця і без врахування, та порівняти отримані значення жорсткості верстата  $c_{\Sigma} = 1/e$  (Н/м) з визначеним  $c_e$  у практичній роботі №1 (або заданими у табл. 2.3).

2.4. Оцінити близькість (розбіжність) даних проведеного розрахунку та заданих у табл. 2.3.

2.5. Заповнити таблицю результатів розрахунку: (табл. 2.1.).

## 2. Визначення величини збільшення амплітуди коливань дослідної системи при втраті усталеності відносно статичного зміщення

1.1. Визначити наближено коефіцієнт збільшення статичного зміщення інструмента для двох випадків з використанням формул (2.7) та (2.7\*):

Випадок I	Випадок II
Зміна довжини консолі заготовки (інші умови – const), табл. 1.3.	Зміна глибини різання (інші умови – const)
$\epsilon_{cm} = y_2 / y_1 = e_{\Sigma 2} / e_{\Sigma 1}$	$\epsilon_{cm} = y_2 / y_1 = F_{y2} / F_{y1}$

1.2. Вважаючи, що при гарантованій стійкості (дослід 1) процесу обробки максимальне відхилення різця дорівнює статичному відхиленню  $y_{cm}$ , а при різанні з вібраціями (втраті стійкості) максимальне відхилення різця дорівнює динамічному відхиленню  $y_{дин}$  на першій власній частоті ТОС (дослід 2), розрахувати коефіцієнт динамічності за формулами (11) та (12) для підсистем заготовки та інструмента окремо. Значення  $\lambda$  прийняти з табл. 2.3.

1.3. Визначити максимальний коефіцієнт зростання величини зміщень інструмента і деталі: при переході від обробки з гарантованою стійкістю (дослід 1) до різання з гарантованими вібраціями, на заданій частоті (дослід 2):  $K_{зрос} = \epsilon_{cm} \cdot K_{дин}$

1.4. Заповнити таблицю результатів розрахунку (табл. 2.1.).

### Приклад виконання завдання

#### 1. Наближене визначення жорсткості пружної системи верстата

1.1. Визначаємо наближено величину податливості заготовки за формулою (5) для двох випадків її вильоту:

$$e_3 = L_3^3 / (3EI) \quad \text{де } E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}, \quad I_3 = \pi d^4 / 64 = 3,14 \cdot 40^4 / 64 = 125600 \text{ мм}^4$$

$$\text{Тоді } e_{3,max} = 120^3 / (3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 125600) = 2,3 \cdot 10^{-5} \text{ мм/Н}$$

$$e_{3,min} = 80^3 / (3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 125600) = 0,68 \cdot 10^{-5} \text{ мм/Н}$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 19

1.2. З метою уточнення впливу поздовжньої податливості різця розраховуємо її за формулою (6):  $e_p = L/ES$   $e_p = 80/(20 \cdot 25 \cdot 2 \cdot 10^5) = 0,08 \cdot 10^{-5}$  мм/Н.

1.3. Визначаємо за формулою (8) для заданих  $f_0$  та  $m_{прив}$  (табл. 2.3) підсистем заготовки і інструмента їх податливості та сумарну податливість ТОС за формулою (4) з врахуванням податливості консолі різця і без та порівнюємо отримані значення жорсткості верстата  $c_\Sigma = 1/e$  (Н/мм) з визначеним  $c_e$  у практичній роботі №1 (або заданими у табл. 2.3).

$$e_\Sigma = \sum e_i \qquad e_\Sigma = e_{п.заг} + e_{п.інстр} + e_z + e_p$$

Для підсистеми заготовки:  $f_0 = 200$  Гц ( $m_{прив} = 20$  кг), підсистеми інструмента:  $f_0 = 400$  Гц ( $m_{прив} = 70$  кг):  $\omega_0 = 1/(e \cdot m)^{0,5} = 2\pi f_0$  Тоді  $e = 1/(4\pi^2 f^2 m)$ :

$$e_{п.заг} = 1/(4 \cdot 3,14^2 \cdot 200^2 \cdot 20) = 3,17 \cdot 10^{-5} \text{ мм/Н}$$

$$e_{п.інстр} = 1/(4 \cdot 3,14^2 \cdot 400^2 \cdot 70) = 2,26 \cdot 10^{-6} \text{ мм/Н}$$

$$e_{\Sigma max} = 3,17 \cdot 10^{-5} + 0,226 \cdot 10^{-5} + 2,3 \cdot 10^{-5} + 0,08 \cdot 10^{-5} = 5,8 \cdot 10^{-5} \text{ мм/Н}$$

$$\text{Тоді } c_{\Sigma min} = 1/(5,8 \cdot 10^{-5}) = 1,72 \cdot 10^4 \text{ Н/мм}$$

$$e_{\Sigma min} = 3,17 \cdot 10^{-5} + 0,226 \cdot 10^{-5} + 0,68 \cdot 10^{-5} + 0,08 \cdot 10^{-5} = 4,084 \cdot 10^{-5} \text{ мм/Н}$$

$$\text{Тоді } c_{\Sigma max} = 1/(4,084 \cdot 10^{-5}) = 2,44 \cdot 10^4 \text{ Н/мм}$$

$$e'_\Sigma = e_{п.заг} + e_{п.інстр}$$

$$e'_\Sigma = 3,17 \cdot 10^{-5} + 2,26 \cdot 10^{-6} = 3,396 \cdot 10^{-5} \text{ мм/Н} \quad \text{тоді } c'_\Sigma = 1/(3,396 \cdot 10^{-5}) = 2,94 \cdot 10^4 \text{ Н/мм}$$

1.4. Оцінюємо близькість (розбіжність) даних проведеного розрахунку та відомих результатів.

Визначаємо відносне відхилення теоретичних розрахунків відносно експериментальних даних за формулою:  $\Delta''c = (c'_\Sigma - c_e)100\% / c_e$

$$\Delta''c = (2,94 - 2,56)100\% / 2,56 = 14,8\%$$

Близькість даних проведеного розрахунку та відомих результатів задовільна, враховуючи, що експериментально визначена жорсткість верстата не враховує жорсткості заготовки та різця і дещо занижена відносно теоретичних значень – менше заданої розрахункової  $c'_\Sigma$  на 15 % ( $c_e = 2,56 \cdot 10^4$  Н/мм).

1.5. Заповнюємо таблицю результатів розрахунку (табл. 2.3.):

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземляр № 1	Арк 58 / 20

Вхідні параметри:  $D_{\text{загот}} = 40$  мм, переріз державки різця  $20 \times 25$  мм  
Підсистема заготівки:  $f_0 = 200$  Гц ( $m_{\text{прив}} = 20$  кг),  
Підсистема інструмента:  $f_0 = 400$  Гц ( $m_{\text{прив}} = 70$  кг)

Табл.2.3.

Дослід	$L_{\text{заг}}, \text{мм}$	$L_{\text{пр}}, \text{мм}$	$\omega_{\text{п.заг}}, \text{рад/с}$	$\omega_{\text{п.інс}}, \text{рад/с}$	$e_{\text{р}}, \text{мм/Н}$	$e_{\text{п.заг}}, \text{мм/Н}$	$e_{\text{п.інс}}, \text{мм/Н}$	$e_{\text{заг}}, \text{мм/Н}$	$\frac{e_{\Sigma}, \text{мм/Н}}{e'_{\Sigma}, \text{мм/Н}}$	$\frac{c_{\Sigma}}{c'_{\Sigma}}, \text{Н/мм}$	$c_e, \text{Н/мм}$	$\Delta c_{\Sigma}, \text{Н/мм}$	$\Delta'' c_{\Sigma}, \%$
1	80	80	1256	2512	$0,8 \cdot 10^{-6}$	$3,17 \cdot 10^{-5}$	$2,26 \cdot 10^{-6}$	$0,68 \cdot 10^{-5}$	$\frac{4,084 \cdot 10^{-5}}{3,396 \cdot 10^{-5}}$	$\frac{2,44 \cdot 10^4}{2,94 \cdot 10^4}$	$2,56 \cdot 10^4$	$0,38 \cdot 10^4$	15
2	120							$2,3 \cdot 10^{-5}$	$\frac{5,776 \cdot 10^{-5}}{3,396 \cdot 10^{-5}}$	$\frac{1,72 \cdot 10^4}{2,94 \cdot 10^4}$			

## 2. Визначення величини збільшення амплітуди коливань дослідної системи при втраті усталеності відносно статичного зміщення.

2.1. Визначаємо наближено величину збільшення статичного зміщення інструмента для двох випадків з використанням формул (2.7) та (2.7\*):

Дані попередніх розрахунків:  $e = 1/(4\pi^2 f^2 m)$ :

$$e_{\text{п.заг}} = 1/(4 \cdot 3,14^2 \cdot 200^2 \cdot 20) = 3,17 \cdot 10^{-5} \text{ мм/Н}$$

$$e_{\text{п.інстр}} = 1/(4 \cdot 3,14^2 \cdot 400^2 \cdot 70) = 2,26 \cdot 10^{-6} \text{ мм/Н}$$

Випадок I	Випадок II
Зміна довжини консолі заготівки: Мінімальний виліт заготівки 80 мм, максимальний 160 мм	Зміна глибини різання: Мінімальна глибина різання 0,5 мм, максимальна 4 мм
$\varepsilon_{\text{ст}} = y_2 / y_1 = e_{\Sigma \text{max}} / e_{\Sigma \text{min}}$	$\varepsilon_{\text{ст}} = y_2 / y_1 = F_{y2} / F_{y1}$

Податливість консолі заготівки постійного перерізу (діаметром 40 мм) з її вильотом  $L_z$  (дані попередніх розрахунків):

$$e_{z, \text{max}} = 2,3 \cdot 10^{-5} \text{ мм/Н}$$

$$F_y = B \cdot t^{0,9} \text{ тоді}$$

$$e_{z, \text{min}} = 0,68 \cdot 10^{-5} \text{ мм/Н}$$

$$\varepsilon_{\text{ст}} = y_2 / y_1 = e_{\Sigma \text{max}} / e_{\Sigma \text{min}} = 5,8 / 4,84 = 1,2 \quad \varepsilon_{\text{ст}} = y_2 / y_1 = F_{y2} / F_{y1} = 4^{0,9} / 0,5^{0,9} = 6,5$$

2.2. Вважаючи, що при гарантованій стійкості процесу обробки (дослід 1) максимальне відхилення різця дорівнює статичному відхиленню  $y_{\text{ст}}$ , а при різанні з вібраціями (втраті стійкості) максимальне відхилення різця дорівнює динамічному відхиленню  $y_{\text{дин}}$  на заданій частоті (дослід 2), розраховуємо коефіцієнт динамічності за формулами (2.2) та (2.3). Значення  $\lambda$  приймаємо за табл. 2.3:  $\lambda = 0,02$ .

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 21

$$K_{\text{дин рез}} = 1/(2\xi) = \pi/\lambda = 3,14/0,02 = 157$$

$$K_{\text{дин}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2})^2 + 4\xi^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}} \quad \omega = 2\pi \cdot f \quad \frac{\omega^2}{\omega_0^2} = (2\pi \cdot f)^2 / (2\pi \cdot f_0)^2 = f^2 / f_0^2$$

Для підсистеми заготівки:

$$K_{\text{дин } f=100}^{\text{заг}} = 1/((1 - 100^2/200^2)^2 + 4 \cdot 0,003^2 \cdot 100^2/200^2)^{0,5} = 4/3 = 1,33$$

Для підсистеми інструмента:

$$K_{\text{дин } f=100}^{\text{інс}} = 1/((1 - 100^2/400^2)^2 + 4 \cdot 0,003^2 \cdot 100^2/400^2)^{0,5} = 1,306,$$

$$\text{тоді } K_{\text{дин } f=100}^{\text{сєр}} = (1,33 + 1,306)/2 = 1,32$$

2.3. Визначаємо максимальний коефіцієнт зростання величини зміщень інструмента і деталі: при переході від обробки з гарантованою стійкістю (дослід 1) до різання з гарантованими вібраціями, на заданій частоті (дослід 2):  $K_{\text{зрос}} = \varepsilon \cdot K_{\text{дин}}$ .

Випадок I: Зміна довжини консолі заготівки:

$$K_{\text{зрос}} = 1,2 \cdot 1,32 = 1,58$$

Випадок II: Зміна глибини різання:

$$K_{\text{зрос}} = 6,5 \cdot 1,32 = 8,6$$

2.4. Заповнюємо таблицю результатів розрахунку (табл.2.3).

Табл. 2.3

Зміна $L_z$	$L_z$ , мм	$t$ , мм	$S$ , мм/об	$e_p$ , мм/Н	$e_{\text{сис } z}$	$e_{\text{сис } i}$	$\varepsilon_{\text{стат}}$	$\lambda$	$K_{\text{дин рез}}$	$K_{\text{дин } f=100}^{\Sigma}$	$K_{\text{зрос}}$
Дослід 1	80	1	0,5	$3,28 \cdot 10^{-5}$	$3,17 \cdot 10^{-5}$	$2,26 \cdot 10^{-6}$	4,43	0,02	157	1,32	1,58
Дослід 2	160			$2,62 \cdot 10^{-4}$							
Зміна $t$	$L_z$ , мм	$t$ , мм	$S$ , мм/об	$e_p$ , мм/Н	$e_{\text{сис } z}$	$e_{\text{сис } i}$	$\varepsilon_{\text{стат}}$				8,6
Дослід 1	120	0,5	0,5	$1,07 \cdot 10^{-4}$	$3,17 \cdot 10^{-5}$	$2,26 \cdot 10^{-6}$	6,5				
Дослід 2		4									

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземляр № 1	Арк 58 / 22

## Умови завдання до практичного заняття № 2

$D_{\text{загот}} = 40 \text{ мм}$ ,  $L_p = 50 \text{ мм}$ ,  $n_{\text{шпинд}} = 400 \text{ об/хв.}$ ,  $V = 50 \text{ м/хв}$ ,  $S = 0,5 \text{ мм/об}$

Табл.2.4.

Вариант	Підсистема заготовки		Підсистема інструмента		Частота вібрацій, $f$ , Гц	$\lambda$	$L_3$ , мм min/ max	$t$ , мм min/ max	$c_B$ Н/мм
	$f_0$ , Гц	$m_{\text{прис}}$ кг	$f_0$ , Гц	$m_{\text{прис}}$ кг					
1	100	10	300	50	150	0,2	50/100	0,5/3	$0,4 \cdot 10^4$
2	120	15	320	60	300	0,1	60/100	1/4	$0,56 \cdot 10^4$
3	140	20	340	70	120	0,3	70/120	0,5/4	$0,82 \cdot 10^4$
4	160	25	360	80	200	0,4	80/140	1/5	$1,12 \cdot 10^4$
5	180	30	380	90	200	0,25	100/160	0,5/5	$1,45 \cdot 10^4$
6	200	12	400	100	240	0,35	50/100	1/3	$1,862 \cdot 10^4$
7	220	15	420	60	250	0,15	60/100	0,5/3	$2,58 \cdot 10^4$
8	240	17	440	70	400	0,45	70/120	1/4	$3,62 \cdot 10^4$
9	260	20	460	80	300	0,4	80/140	0,5/4	$5,05 \cdot 10^4$
10	280	22	480	90	300	0,2	100/160	1/5	$6,44 \cdot 10^4$
11	300	25	500	120	360	0,1	50/100	0,5/5	$8,367 \cdot 10^4$
12	320	30	340	100	310	0,3	60/100	1/3	$10,4 \cdot 10^4$
13	340	35	360	110	350	0,4	70/120	0,5/3	$12,92 \cdot 10^4$
14	360	40	380	120	370	0,25	80/140	1/4	$17,56 \cdot 10^4$
15	400	50	400	130	300	0,15	100/160	0,5/4	$23,4 \cdot 10^4$
16	300	20	400	100	240	0,35	50/100	1/3	$1,9 \cdot 10^4$
17	320	15	420	90	250	0,15	60/100	0,5/3	$2,6 \cdot 10^4$
18	340	27	440	80	400	0,45	70/120	1/4	$3,6 \cdot 10^4$
19	360	30	460	70	300	0,4	80/140	0,5/4	$5,1 \cdot 10^4$
20	380	32	480	60	300	0,2	100/160	1/5	$6,4 \cdot 10^4$

### Зміст звіту

1. Тема, мета роботи.
2. Короткі теоретичні відомості.
3. Схеми до досліджень та методик розрахунків.
4. Формули та розрахунки проміжних та кінцевих параметрів.
5. Заповнена таблиця вимірювань та результатів розрахунків.
6. Висновки по роботі.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 23

### Практична робота № 3

#### Визначення динамічних характеристик шпиндельного вузла токарного верстата

##### Загальні відомості

У багатьох випадках пружні системи окремих елементів верстата (наприклад, шпинделя на опорах) можна наближено привести до системи з одним ступенем вільності. Якщо розглянути таку просту систему, що складається з маси  $m$ , пружної ланки з коефіцієнтом жорсткості  $c$  і демпфера в'язкого опору з коефіцієнтом демпфування  $h$  (рис. 3.1), тоді (у найпростішому випадку) вхідною координатою цієї системи є сила  $F$ , що змінюється в часі і прикладена до вільного кінця пружної ланки, а вихідною координатою – переміщення  $y$  маси.

Для спрощення опису руху системи (тіла) диференціальне рівняння руху приймається лінійним зі сталими коефіцієнтами – прискорення, швидкість та переміщення (змінна та її похідні) в рівнянні присутні в першому степені, а сила інерції пропорційна масі тіла, сила опору (тертя) пропорційна швидкості тіла, а сила пружності пропорційна переміщенню (коефіцієнти при змінних постійні – коливальна система є лінійною).

Рівняння руху такої системи матиме вигляд:

$$my'' + hy' + cy = F \quad (3.1)$$

Перший член лівої частини рівняння (2.1) представляє собою силу інерції, другий – силу демпфування, третій – силу пружності.

Якщо розділити обидві частини рівняння (1) на  $c$  та позначити  $m/c = T^2 = T_2^2$ ,  $h/c = 2\xi T = T_1$ ,  $1/c = K_{cm}$ ,

$$\text{де } T = T_2 = 1/\omega_0 = (m/c)^{0,5} \quad (3.2)$$

– інерційна

постійна часу,  $c$ ;

$$\omega_0 = (c/m)^{0,5} = 2\pi f_0$$

– колова власна

частота коливань,

$$c^{-1};$$

$f_0$  – власна частота

коливань системи,

$$\Gamma\zeta;$$

$$T_0 = 1/f_0 = 2\pi/\omega_0$$

– період власних

коливань системи,

$c$ ;

$T_1$  – постійна часу демпфування,  $c$ ;  $\xi = h/h_{\text{крит}}$  – відносний коефіцієнт демпфування;  $\lambda = 2\pi \xi$  – логарифмічний декремент затухання коливань – це

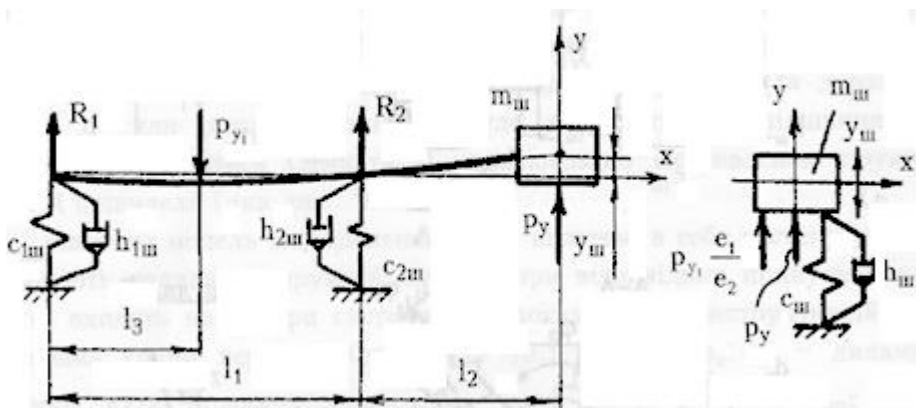


Рис. 3.1.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 24

фізична величина, зворотна числу коливань, після закінчення яких амплітуда  $A$  зменшується в  $e$  раз.

$K_{ст}$  – статична характеристика (податливість) системи, мм/Н;

$$\lambda = \ln \frac{A_n}{A_{n+1}} \approx \frac{1}{k} \ln \frac{A_n}{A_{n+k}} \quad T = T_2 = \frac{1}{\omega} = \frac{1}{2\pi f_0}$$

$$T_1 = 2\xi T = \frac{\lambda}{2\pi^2 f_0} \quad \xi = \frac{\lambda}{2\pi} \quad h = cT_1 \quad (3.4)$$

Тоді після перетворення рівняння (1) матиме вигляд:

$$T^2 y'' + 2\xi T y' + y = K_{ст} F \quad (3.5)$$

Це диференціальне рівняння може бути представлено у операторній формі введенням символів операції диференціювання по часу:  $d/dt \equiv p$ ;  $d^2/dt^2 \equiv p^2$ .

Тоді:  $dy/dt \equiv yp$ ;  $d^2y/dt^2 \equiv yp^2$ . Таке представлення дає можливість винести змінну з похідних:

$$y(T^2 p^2 + 2\xi T p + 1) = K_{ст} F \quad (3.6)$$

Щоб отримати розв'язок рівняння (3.1), (3.5) або (3.6) і визначити динамічні властивості коливальної системи, описаної даним рівнянням (наприклад, шпindelного вузла), необхідно визначити коефіцієнти при змінних експериментально або розрахунком.

Невідомі параметри для системи шпindelного вузла – це приведена маса шпинделя  $m_{прив}$ , його власна частота коливань  $\omega_0$  (або  $f_0$ ) та логарифмічний коефіцієнт демпфування  $\lambda$ .

### Послідовність виконання роботи

1. Визначити наближено масу шпинделя верстата за кресленням (рис. 3.1), приймаючи густину сталі  $\rho = 0,00778$  г/мм<sup>3</sup>.

2. Визначити першу власну кругову частоту коливань шпинделя за наближеною формулою:

$$\omega = \alpha \sqrt{\frac{EI_{сер}}{m(1 + \beta)^3 a^2}} \quad (3.7)$$

де  $m$  – маса шпинделя,  $\beta = l/a$  – відносна відстань між опорами шпинделя,  $a$  – довжина вильоту консолі шпинделя,  $l$  – відстань між серединами опор шпинделя,  $\alpha$  – коефіцієнт, який для  $\beta = 2,5 \dots 3,5$  приймається в межах  $2,3 \dots 2,4$ ,  $E = 2,1 \cdot 10^5$  МПа,  $I_{сер}$  – усереднений момент інерції шпинделя, який визначається як середнє арифметичне його значень по ділянкам (як в п.1) за формулою:

$$I_{сер} = \frac{I_1 \cdot l_1 + I_2 \cdot l_2 + I_3 \cdot l_3 + I_4 \cdot l_{14}}{L}, \quad \text{де } I_i = \pi (D_i^4 - d_i^4) / 64, \quad L = 936 \text{ мм.}$$

3. Прийняти значення логарифмічного декременту коливань за табл. 3.3.



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 25

4. Розрахувати коефіцієнти диференціального рівняння (3.5) за формулами (3.2) та (3.4).

5. Для відомого розв'язку (3.8) рівняння (3.5) розрахувати величину зміщення шпинделя під час перехідного процесу для трьох значень початкового силового впливу та часу (табл. 3) від моменту початку перехідного процесу.

$$y = K_{ст} F \left( 1 - \frac{\omega_0}{\omega_1} e^{-\frac{\xi t}{T}} \sin\left(\omega_1 t + \arctg \frac{\omega_1 T}{\xi}\right) \right) \quad (3.8)$$

6. Побудувати графік перехідного процесу для встановлених вхідних параметрів і визначених коефіцієнтів.

7. Заповнюємо таблицю результатів розрахунків:

Табл. 3.2.

Точка	$\frac{V, \text{мм}^3}{t, \text{к2}}$	$I, \text{мм}^4$	$\frac{\omega_0, \text{рад/с}}{f_0, \text{с}^{-1}}$	$2\xi T, \text{с}$	$T^2, \text{с}^2$	$K_{ст}, \text{мм/Н}$	$\omega_1, \text{рад/с}$	$F, \text{Н}$	$t, \text{с}$	$y, \text{мм}$
1										
2										
3										

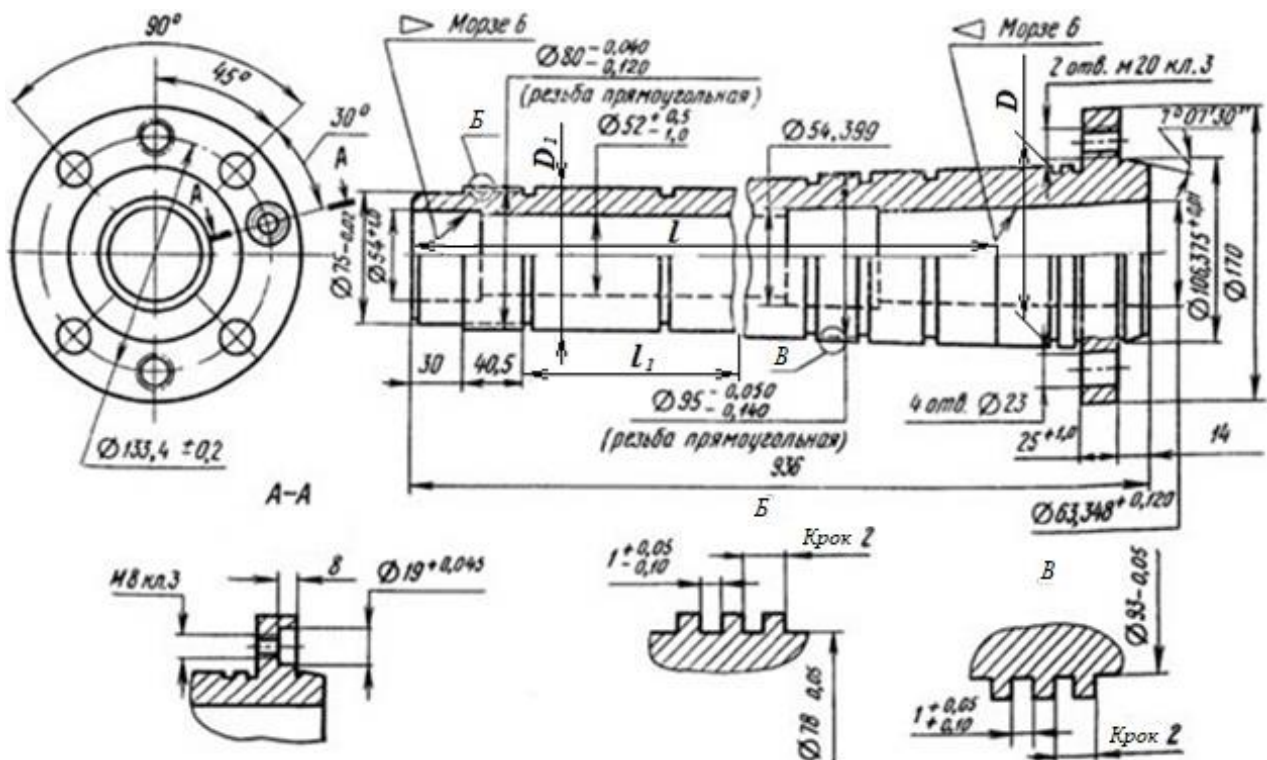


Рис. 3.1. Ескіз шпинделя верстата 16К20

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 26

### Приклад виконання завдання

1. Визначаємо наближено масу шпинделя верстата за кресленням (рис. 3.1), приймаючи густину сталі  $\rho = 0,00778 \text{ г/мм}^3$ .

Масу шпинделя визначаємо за формулою:  $m = \rho \cdot \sum V_i$ , де – об'єми окремих частин шпинделя, які наближено визначаються за формулою  $V_i = L_i \pi (D^2 - d^2) / 4$ ,

де  $L_i$ ,  $D$ ,  $d$  – довжина циліндричної ділянки шпинделя, її зовнішній та внутрішній діаметр відповідно.

Розбиваємо шпиндель на 4 ділянки з умовно однаковими розмірами і визначаємо їх об'єм, а потім масу.

Отримане значення маси (31,5 кг) приймаємо приведеним до точки перетину осі шпинделя з площиною його переднього торця.

2. Визначаємо власну кругову частоту коливань шпинделя за наближеною формулою:

$$\omega = \alpha \sqrt{\frac{EI}{m(1 + \beta)^3 a^2}}$$

де  $m$  – маса шпинделя,  $\beta = l/a$  – відносна відстань між опорами шпинделя,  $a$  – довжина вильоту консолі шпинделя,  $l$  – відстань між серединами опор шпинделя,  $\alpha$  – коефіцієнт, який для  $\beta = 2,5 \dots 3,5$  приймається в межах  $2,3 \dots 2,4$ ,  $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ,  $I$  – усереднений момент інерції шпинделя, який визначається як середнє арифметичне його значень по ділянкам (як в п.1) за формулою  $I_i = \pi (D^4 - d^4) / 64$ .

Тоді: 
$$\omega = 2,35 \sqrt{\frac{2 \cdot 10^5 \cdot 2914300}{31,5(1+3,5)^3 200^2}} = 1040 \text{ рад/с}$$

тоді  $f = \omega / 2\pi = 165,6 \text{ Гц}$ .

3. Приймаємо значення логарифмічного декременту коливань за табл. 3.3.  $\lambda = 0,05$

4. Розраховуємо коефіцієнти диференціального рівняння (3.5) за формулами (3.2) та (3.4).

$$\lambda = 2\pi \xi \rightarrow \xi = 0,05 / 6,28 = 0,008 \quad T = 1/\omega_0 = (m/c)^{0,5} \rightarrow T = 1/1040 = 0,00096$$

$$c = 31,5 / 0,00096^2 = 34,18 \cdot 10^6 \text{ Н/м} = 34,18 \cdot 10^3 \text{ Н/мм} \quad 1/c = K_{cm} \rightarrow K_{cm} = 2,93 \cdot 10^{-5} \text{ мм/Н}$$

$$2\xi T = 0,000015 \text{ с}, \quad T^2 = 9,2 \cdot 10^{-7} \text{ с}^2, \quad \omega_1 = \omega_0(1 - \xi^2) = 1018(1 - 0,008^2)^{0,5} = 1023,4 \text{ рад/с}$$

Тоді рівняння  $T^2 y'' + 2\xi T y' + y = K_{ct} F$  матиме вигляд:

$$9,2 \cdot 10^{-7} y'' + 0,000015 y' + y = 2,93 \cdot 10^{-5} F$$

$$\text{або } m y'' + h y' + c y = F \quad 31,5 y'' + 513 y' + 34,18 \cdot 10^6 y = F$$

5. Для відомого розв'язку (3.8) рівняння (3.5) розраховуємо величину зміщення шпинделя під час перехідного процесу для трьох значень початкового силового впливу та часу від моменту початку перехідного процесу (табл. 3.2).

6. Будуємо графік перехідного процесу для встановлених вхідних параметрів і визначених коефіцієнтів (рис. 3.2). За графіком наближено визначаємо величину статичного зміщення  $y_0 = K_{cm} \cdot F$  та максимальну (початкову) амплітуду коливань  $A_{max}$ .

7. Заповнюємо таблицю результатів розрахунків (табл. 3.2).

Табл. 3.2.

$\frac{V_s}{\text{мм}^3}$ $\frac{t, \text{кг}}$	$I, \text{мм}^4$	$\frac{\omega_0}{f_0, \text{с}^{-1}}$ $\frac{\text{рад/с}}{\text{с}^{-1}}$	$\frac{2\xi T, \text{с}}{h, \text{с}}$	$\frac{T^2, \text{с}^2}{c, \text{Н/мм}}$	$\omega_1, \text{рад/с}$	$\frac{K_{cm}, \text{мм/Н}}{y_0, \text{мм}}$	$\frac{F, \text{Н}}{A_{max}, \text{мм}}$	Точка	$t, \text{с}$	$y, \text{мм}$
$\frac{4048800}{31,5}$	2914300	$\frac{1040}{168}$	$\frac{0,000015}{513}$	$\frac{9,2 \cdot 10^{-7}}{34,2 \cdot 10^3}$	1023,4	$\frac{2,93 \cdot 10^{-5}}{2,9 \cdot 10^{-2}}$	$\frac{1000}{5,8 \cdot 10^{-2}}$	1	0	0
								2	0,01	0,045
								3	0,1	0,041

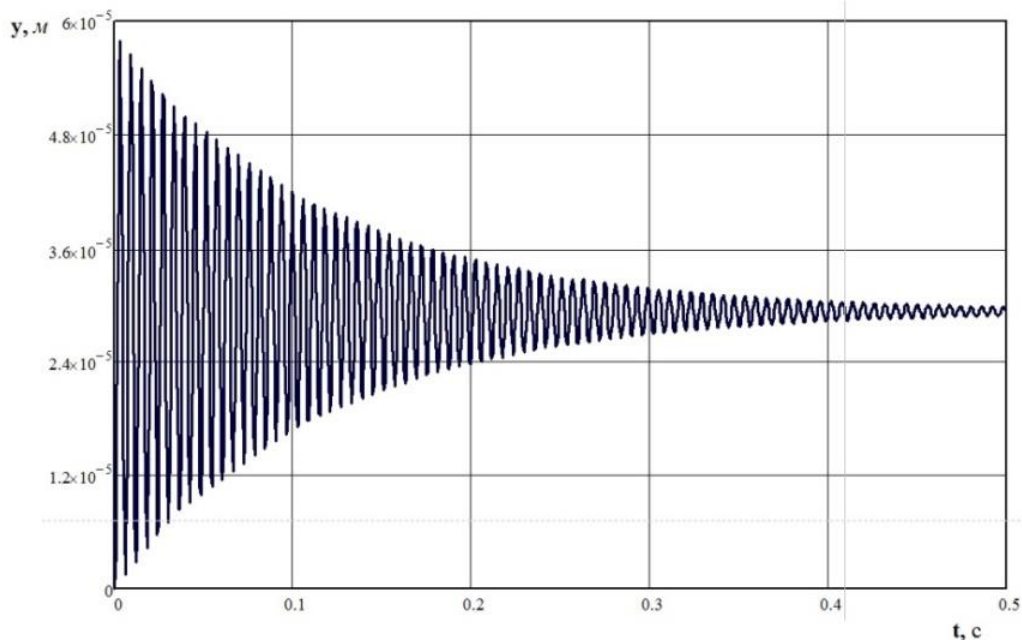


Рис. 3.2. Графік перехідного процесу одномасової системи.  
 $m = 31,5 \text{ кг}$ ,  $\xi = 0,008$  ( $\lambda = 0,05$ ),  $c = 34,18 \cdot 10^3 \text{ Н/мм}$ ,  $K_{cm} = 2,93 \cdot 10^{-5} \text{ мм/Н}$ .

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 28

**Умови завдання до практичного заняття № 3:**

Табл. 3.3.

Варіант	Розміри шпинделя					$\lambda$	F, Н	Відлік часу, t, с		
	a, мм	l, мм	l <sub>1</sub> , мм	D, мм	D <sub>1</sub> , мм			Точка		
								1	2	3
1	150	700	300	95	80	0,2	200	0,001	0,01	0,1
2	160	650	250	100	83	0,25	500	0,002	0,2	1
3	170	600	350	105	85	0,3	1000	0,004	0,04	1
4	180	700	450	110	87	0,35	2000	0,005	0,05	0,7
5	190	650	400	115	90	0,4	5000	0,0001	0,01	0,1
6	200	600	300	120	92	0,2	200	0,0005	0,005	0,5
7	210	700	400	95	80	0,25	500	0,001	0,01	1
8	220	650	340	100	83	0,3	1000	0,002	0,2	0,5
9	230	600	360	105	85	0,35	2000	0,004	0,04	0,5
10	240	700	320	110	87	0,4	5000	0,005	0,05	1
11	250	650	250	115	90	0,2	200	0,0001	0,01	0,1
12	190	670	340	120	92	0,25	500	0,0005	0,005	0,8
13	200	650	300	110	80	0,3	1000	0,001	0,01	1
14	210	630	200	105	83	0,35	2000	0,002	0,02	1
15	220	610	230	100	85	0,4	5000	0,004	0,04	0,8
16	200	600	300	120	92	0,2	200	0,001	0,01	0,1
17	210	700	400	95	80	0,25	500	0,002	0,2	1
18	220	650	340	100	83	0,3	1000	0,004	0,04	1
19	230	600	360	105	85	0,35	2000	0,005	0,05	0,7
20	240	700	320	110	87	0,4	5000	0,0001	0,01	0,1

**Зміст звіту**

1. Тема, мета роботи.
2. Короткі теоретичні відомості.
3. Схеми до досліджень та методик розрахунків.
4. Формули та розрахунки проміжних та кінцевих параметрів.
5. Заповнена таблиця вимірювань та результатів розрахунків.
6. Висновки по роботі.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 29

## Практична робота № 4

### Визначення впливу положення центру крутильної жорсткості токарного верстата на усталеність процесу обробки різанням

#### Загальні відомості

Токарний верстат має так званий центр жорсткості або центр крутіння. Якщо навантаження (напрямок сили різання) проходить через центр жорсткості, то зсув будь-якої точки верхньої частини супорта (різцетримача) визначається деформаціями по двом головним центральним осям жорсткості без повороту різцетримача. Якщо сила не проходить через центр жорсткості, то к цьому переміщенню додається зсув від повороту навколо осі центру жорсткості. Величина цього зсуву визначається моментом сили і крутильною жорсткістю.

На цьому заснована методика експериментального визначення центру жорсткості, який називається методом пеленгації.

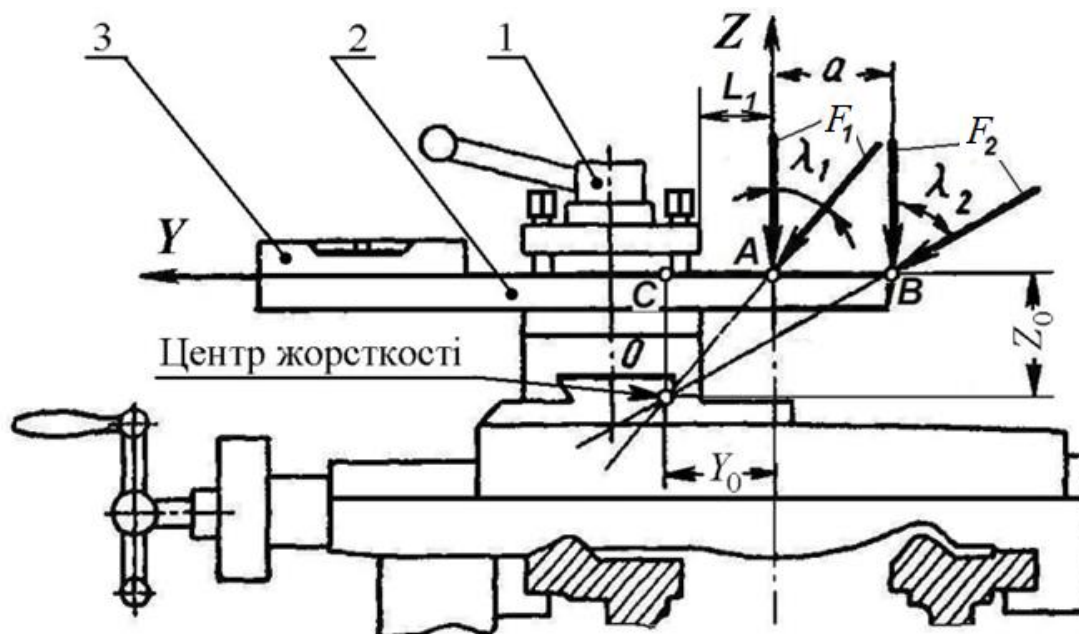


Рис. 4.1. Визначення центра жорсткості методом "пеленгації"

На рис. 4.1. зображена схема експерименту по визначенню координат центру жорсткості. В різцетримачі супорта 1 закріплюють замість різця брус 2 квадратного, чи прямокутного перерізу. На одному кінці брусу закріплюється рівень 3, а до іншого в двох точках A і B послідовно прикладається випробувальне навантаження. Відстань між кожною з точок A і B прикладання навантаженні і різцетримачем вимірюється для того, щоб точно знати відстань «a» між ними. Система координат XYZ розташована таким чином, що вісь X співпадає з напрямком висоти центрів верстата, вісь Y –

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 30

горизонтальна, а вісь  $Z$  – вертикальна. Навантаження прикладається за допомогою спеціального навантажувального пристрою, який може забезпечити прикладання зусилля під різними кутами до осей координат  $Y$  і  $Z$  верстата. Визначається напрям сили, при якому показання рівня не змінюється при навантаженні, тобто відсутній поворот різцетримача. Точка перетину ліній дії сил навантаження, за таких умов, є центром жорсткості.

Переміщення різцетримача при навантаженні можна виміряти по показникам індикатора, закріпленого на станині. Вимірявши величини сил навантаження і переміщення різцетримача по осям  $Y$  і  $Z$  визначають величини головних жорсткостей і їх осей, а також крутильну жорсткість. Спрощено можна представити переміщення різцетримача як деформацію приведеної пружної системи верстата з двома осями жорсткості: вісь максимальної жорсткості проходить через вершину різця і центр жорсткості, а вісь мінімальної жорсткості – перпендикулярно до першої осі. Так як вершина різця віддалена від центра жорсткості, то мінімальна приведена жорсткість буде залежить головним чином від крутильної жорсткості.

Для навантаження випробувальною силою використовується спеціальний пристрій (рис. 4.2).

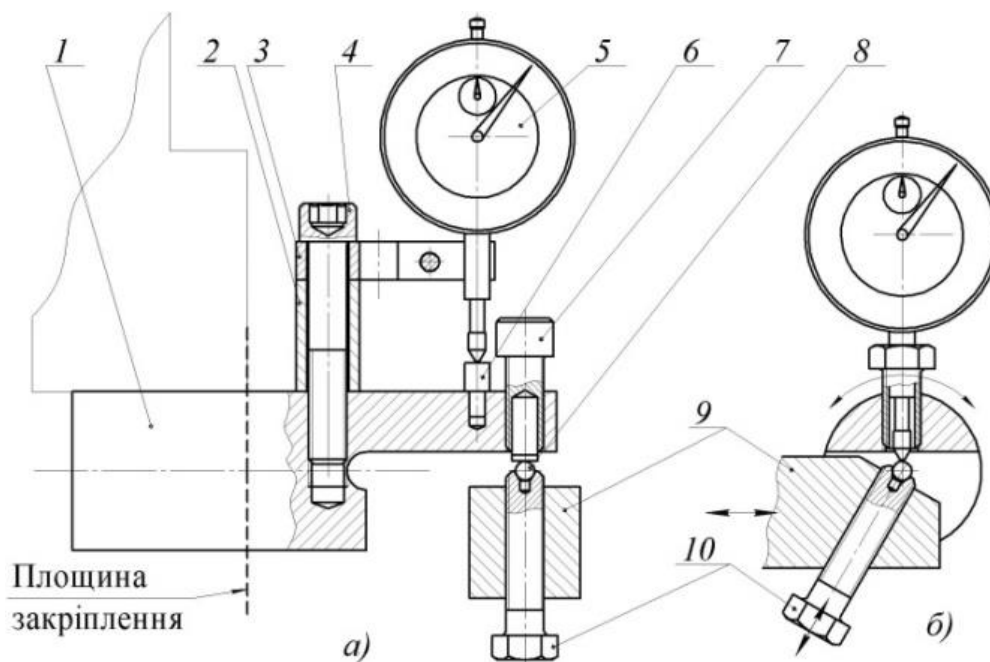


Рис. 4.2. Пристрій для навантаження: а – схема навантаження при визначенні координат центру жорсткості; б – схема встановлення кульки на осі центрів верстата

Пристрій закріплюється в трикулачковому патроні верстата, що дає можливість повертати його разом зі шпинделем і, таким чином, повертати

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 31

силу навантаження навколо осі  $X$ . Складається пристрій з корпусу  $1$  до якого за допомогою ніжки  $2$  і гвинта  $3$  кріпиться клема  $4$  для встановлення індикатора годинникового типу  $5$ . Наконечник індикатора контактує з площиною упора  $6$ . Навантаження здійснюється гвинтом  $7$  (M12) з пласкою робочою поверхнею на кульку  $8$  сталевого бруса  $9$ . Кулька, в свою чергу, базується в конічному отворі допоміжного гвинта  $10$ .

В експериментах по визначенню жорсткості (рис. 4.2., *a*) індикатор розташовано на жорсткій циліндричній частині корпусу пристрою, а упор на послабленій консольній частині. При укочуванні навантажувального гвинта консольна частина корпусу вигинається. Про силу навантаження можна судити по показникам індикатора.

Перед тим як проводити експеримент потрібно встановити кульку поз.  $9$  на осі центрів верстата. Для цього індикатор закріплюється в спеціальному гвинті (поз.  $10$  рис. 3.2., *б*) замість навантажувального гвинта і контактує з кулькою. Якщо при повороті шпинделя верстата разом з патроном і навантажувальним пристроєм стрілка індикатора не ворухиться, це свідчить, що кулька знаходиться на осі центрів. Потрібного положення кульки досягають її горизонтальним переміщенням разом зі сталевим брусом за допомогою маховика поперечної подачі і вертикальним переміщенням за допомогою висування гвинта поз.  $10$ .

Схема для розрахунків координат центру жорсткості наведена на рис. 4.3. Кути  $\lambda_1$  і  $\lambda_2$  визначаються експериментально при навантаженнях відповідними силами  $P_A$  і  $P_B$ . Точка  $A$  навантаження першою силою  $P_A$  віддалена від точки  $B$  навантаження другою силою  $P_B$  на відстань  $a$ . Відстань  $a$  обирається довільно. Точки навантаження  $A$ ,  $B$  і центр жорсткості – точка  $O$  утворюють довільний трикутник  $ABO$ . За теоремою синусів

$$\frac{AB}{\sin \angle AOB} = \frac{AO}{\sin \angle ABO} = \frac{BO}{\sin \angle BAO}, \quad (4.1)$$

де  $AB, AO, BO$  – сторони трикутника  $ABO$ ,  $AB = a$ ;  
кут  $AOB$  дорівнює  $\lambda_2 - \lambda_1$ ;  
кут  $ABO$  дорівнює  $90^\circ - \lambda_2$ ;  
кут  $BAO$  дорівнює  $90^\circ + \lambda_1$ .

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 32

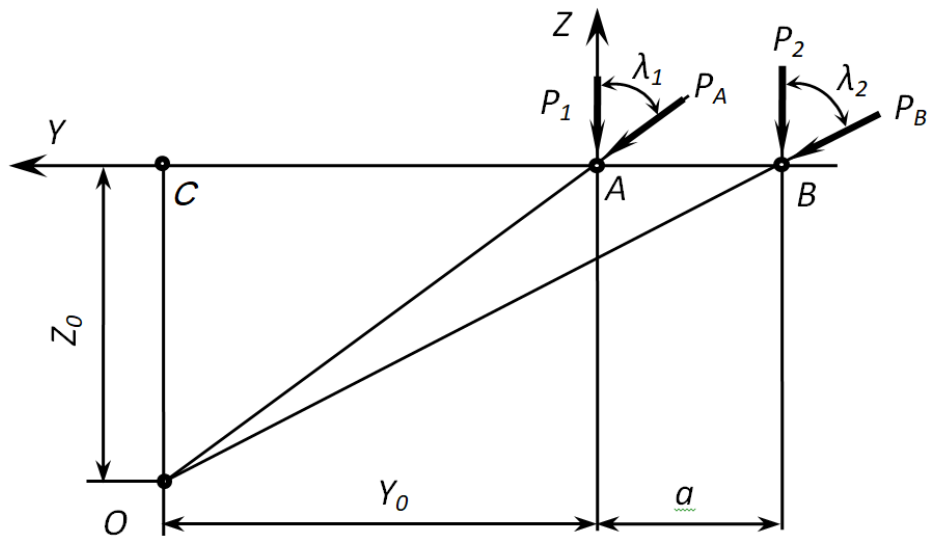


Рис. 4.3. Схема до розрахунків координат центру жорсткості

З рівняння (4.2) можна знайти сторону  $AO$  трикутника  $ABO$

$$AO = \frac{AB \cdot \sin \widehat{ABO}}{\sin \widehat{AOB}} = \frac{a \cdot \sin(90^\circ - \lambda_2)}{\sin(\lambda_2 - \lambda_1)} = \frac{a \cdot \sin \lambda_2}{\sin(\lambda_2 - \lambda_1)} \quad (4.2)$$

З прямокутного трикутника  $ADO$  можна знайти координати центру жорсткості

$$Z_0 = OD = AO \cdot \cos \lambda_1 = \frac{a \cdot \sin \lambda_2}{\sin(\lambda_2 - \lambda_1)} \cdot \cos \lambda_1 \quad (4.3)$$

$$Y_0 = DA = AO \cdot \sin \lambda_1 = \frac{a \cdot \sin \lambda_2}{\sin(\lambda_2 - \lambda_1)} \cdot \sin \lambda_1 \quad (4.4)$$

### Послідовність виконання роботи

1. Визначення координат центру жорсткості токарного верстата виконується у такій послідовності:

1.1. В різцетримачі верстата закріплюється жорсткий сталевий брус, а в патрон шпинделя навантажувальний пристрій з індикатором, який установлений на місці навантажувального гвинта. Переміщенням різцетримача перпендикулярно осі шпинделя за допомогою маховика поперечної подачі і вертикального переміщення кульки за допомогою регулювального гвинта встановлюють кульку на осі центрів верстата. Індикатор установлюють в ніжку на корпусі пристрою, а замість нього встановлюють навантажувальний гвинт. Вимірюється  $L_1$  – виліт між різцетримачем і кулькою для навантаження сталевого бруса. На



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 33

протилежаю кінці бруса встановлюють рівень і налагоджують його на "0". В контакт з кулькою вводиться гвинт навантажувального пристрою, вісь якого розташована вертикально. Відмічають на лімбі шпинделя "0°" – початкове положення навантажувального пристрою.

1.2. Поступово прикладають до бруса випробувальну силу до моменту, коли рівень покаже, що різцетримач (брус) почав обертатись навколо центру жорсткості. Досягнувши певного повороту навантаження припиняють.

1.3. Вручну повільно обертають шпиндель разом з навантажувальним пристроєм під навантаженням за годинниковою стрілкою. Поворот припиняють, коли рівень знову покаже "0". Відмічають на лімбі шпинделя кінцеве положення навантажувального пристрою – кут  $\lambda_1$  та розвантажують пристрій. Повертають шпиндель в положення "0°" – гвинт навантаження займає вертикальне положення і викручується. Навантаження знімається.

1.4. Брус закріплюють в різцетримачі з новим, більшим вильотом  $L_2$  і вимірюють його. Повторюють для нового вильоту встановлення кульки на висоті осі центрів

1.5. Повторюють цикл навантаження і оберт шпинделя для визначення кута  $\lambda_2$ .

1.6. Розраховують відстань  $a = L_2 - L_1$  між точками першого і другого навантаженнями як різницю між вильотами та за формулами (4.3) і (4.4) визначають координати центра жорсткості.

2. За заданими координатами центру жорсткості верстата (відносно кутової точки опорної поверхні різцетримача – рис. 4.4.) визначити співвідношення складових сили різання при точінні для заданого вильоту різця (табл. 4.2.), яке забезпечує відсутність повороту різцетримача відносно центру крутильної жорсткості верстата.

3. Розрахувати для заданих варіантів токарної обробки (табл. 4.2.) значення складових сили різання та визначити величини вильоту різця, що забезпечує відсутність повороту різцетримача відносно центру крутильної жорсткості верстата.

4. Накреслити пояснюючі схеми до п.2 та п.3.

5. Результати розрахунків внести в табл. 4.1.

Табл. 4.1.

Результат розрахунку										
$\frac{F_z}{F_y}$	$\frac{tga}{\alpha, ^\circ}$	1.			2.			3.		
		$\frac{F_z}{F_y}$	$L_1,$ мм	$L^*_1,$ мм	$\frac{F_z}{F_y}$	$L_1,$ мм	$L^*_1,$ мм	$\frac{F_z}{F_y}$	$L_1,$ мм	$L^*_1,$ мм

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 34

### Приклад виконання завдання

1. Визначення координат центру жорсткості токарного верстата виконується у такій послідовності:

1.1. В різцетримачі верстата закріплюється жорсткій сталевий брус, а в патрон шпинделя навантажувальний пристрій з індикатором, який установлений на місці навантажувального гвинта. Переміщенням різцетримача перпендикулярно осі шпинделя за допомогою маховика поперечної подачі і вертикального переміщення кульки за допомогою регульовального гвинта встановлюють кульку на осі центрів верстата. Індикатор установлюють в ніжку на корпусі пристрою, а замість нього встановлюють навантажувальний гвинт. Вимірюється  $L_1$  – виліт між різцетримачем і кулькою для навантаження сталевому брусу. На протилежному кінці брусу встановлюють рівень і налагоджують його на "0". В контакт з кулькою вводиться гвинт навантажувального пристрою, вісь якого розташована вертикально. Відмічають на лімбі шпинделя "0°" – початкове положення навантажувального пристрою.

1.2. Поступово прикладають до брусу випробувальну силу до моменту, коли рівень покаже, що різцетримач (брус) почав обертатись навколо центру жорсткості. Досягнувши певного повороту навантаження припиняють.

1.3. Вручну повільно обертають шпиндель разом з навантажувальним пристроєм під навантаженням за годинниковою стрілкою. Поворот припиняють, коли рівень знову покаже "0". Відмічають на лімбі шпинделя кінцеве положення навантажувального пристрою – кут  $\lambda_1$  та розвантажують пристрій. Повертають шпиндель в положення "0°" – гвинт навантаження займає вертикальне положення і викручується. Навантаження знімається.

1.4. Брус закріплюють в різцетримачі з новим, більшим вильотом  $L_2$  і вимірюють його. Повторюють для нового вильоту встановлення кульки на висоті осі центрів

1.5. Повторюють цикл навантаження і оберт шпинделя для визначення кута  $\lambda_2$ .

1.6. Розраховують відстань  $a = L_2 - L_1$  між точками першого і другого навантаженнями як різницю між вильотами та за формулами (4.3) і (4.4) визначають координати центра жорсткості.

2. За заданими координатами центру жорсткості верстата (відносно кутової точки опорної поверхні різцетримача – рис. 4.4.) визначаємо співвідношення складових сили різання при точінні для заданого вильоту різця (табл. 4.2.), яке забезпечує відсутність повороту різцетримача відносно центру крутильної жорсткості верстата.

Для забезпечення відсутності повороту різцетримача відносно центру крутильної жорсткості верстата необхідно щоб лінія дії сили різання проходила через центр жорсткості супорта верстата. Враховуючи, що ця лінія

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 35

проходить через вершину різця при різанні визначаємо співвідношення складових сили різання  $F_z/F_y$  з геометричних співвідношень (рис. 4.4.):

$$1. F_z = F \cdot \cos \alpha \quad (\alpha = \lambda_1 \text{ зі схеми 4.1. та 4.2}) \quad F_y = F \cdot \sin \alpha$$

Тоді:  $F_z / F_y = 1 / \operatorname{tg} \alpha$ .

$$2. \operatorname{tg} \alpha = Y_0 / Z_0 = (y + L_1) / (z + h),$$

де  $L_1$  – виліт,  $h$  – висота державки різця.

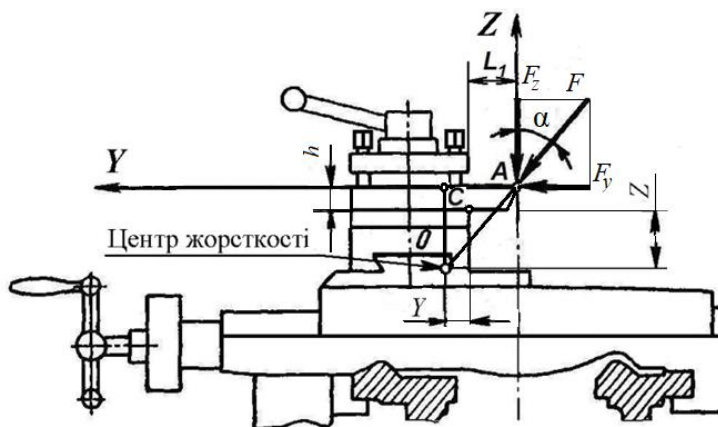


Рис. 4.4. Схема до визначення співвідношення складових сили різання  $F_z/F_y$

Підставивши  $\operatorname{tg} \alpha$  з (2) виразу в (1), отримаємо:

$$F_z / F_y = (z + h) / (y + L_1) = (200 + 25) / (100 + 50) = 1,5$$

$$\operatorname{tg} \alpha = (y + L_1) / (z + h) = 1 / 1,5 = 0,667, \text{ тоді } \alpha = 33^\circ 42'$$

3. Розраховуємо для заданих варіантів токарної обробки (табл. 4.2.) значення складових сили різання та визначити величини вильоту різця, що забезпечує відсутність повороту різцетримача відносно центру крутильної жорсткості верстата.

4. Складові сили різання при точінні визначаються за загальною формулою:

$$F_{x,y,z} = 10 \cdot C_p \cdot t^x \cdot S^y \cdot V^n \cdot K_p$$

4.1. Тоді для зовнішнього поздовжнього точіння:

$$F_z = 10 \cdot 300 \cdot 1^1 \cdot 0,5^{0,75} \cdot 100^{-0,15} = 3000 \cdot 0,594 \cdot 0,502 = 893 \text{ Н}$$

$$F_y = 10 \cdot 243 \cdot 1^{0,9} \cdot 0,5^{0,65} \cdot 100^{-0,3} = 2430 \cdot 0,6372 \cdot 0,2512 = 389 \text{ Н} \quad F_z / F_y = 893 / 389 = 2,29.$$

Для забезпечення такого співвідношення складових сили різання з формули

$F_z / F_y = (z + h) / (y + L_1)$  визначаємо невідоме значення вильоту різця:

$$y + L_1 = F_y (z + h) / F_z \text{ або } L_1 = (F_y (z + h) / F_z) - y$$

$$L_1 = (1/2,29)(200 + 25) - 100 = -1,74 \text{ мм.}$$

З розрахунку слідує, що забезпечити відсутність повороту різцетримача відносно центру крутильної жорсткості верстата за рахунок зміни вильоту різця неможливо ( $L_1 = -1,74$ ). Для наближення умов роботи пружної системи

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 36

верстата до оптимальної необхідно виконувати обробку з найменшим вильотом різця ( $L^*_1 \rightarrow 0$ ).

4.2. Для зовнішнього поздовжнього точіння різцем з додатковим лезом:  
 $F_z = 10 \cdot 384 \cdot 1^{0,9} \cdot 0,5^{0,9} \cdot 100^{-0,15} = 3000 \cdot 0,536 \cdot 0,502 = 807 \text{ Н}$   
 $F_y = 10 \cdot 355 \cdot 1^{0,6} \cdot 0,5^{0,8} \cdot 100^{-0,3} = 2430 \cdot 0,8705 \cdot 0,2512 = 594 \text{ Н}$   $F_z / F_y = 807 / 594 = 1,36$ .

Для забезпечення такого співвідношення складових сили різання з формули  $F_z / F_y = (z+h)/(y+L_1)$  визначаємо невідоме значення вильоту різця:

$$y+L_1 = F_y (z+h) / F_z \text{ або } L_1 = (F_y (z+h) / F_z) - y$$

$$L_1 = (1/1,36)(200+25) - 100 = 65,4 \text{ мм.}$$

З розрахунку слідує, що забезпечення відсутності повороту різцетримача відносно центру крутильної жорсткості верстата при зовнішньому поздовжньому точінні різцем з додатковим лезом відбувається при вильоті різця  $L_1 = 65$  мм. Для забезпечення оптимальних умов роботи пружної системи верстата необхідно виконувати обробку з вильотом різця  $L^*_1 \leq 65$  мм.

4.3. Для відрізання і прорізання:

$$F_z = 10 \cdot 408 \cdot 1^{0,72} \cdot 0,5^{0,8} \cdot 100^0 = 4080 \cdot 0,8705 \cdot 1 = 3556 \text{ Н}$$

$$F_y = 10 \cdot 173 \cdot 1^{0,73} \cdot 0,5^{0,67} \cdot 100^0 = 2430 \cdot 0,628 \cdot 1 = 1652 \text{ Н}$$
  $F_z / F_y = 3559 / 1652 = 2,154$ .

Для забезпечення такого співвідношення складових сили різання з формули  $F_z / F_y = (z+h)/(y+L_1)$  визначаємо невідоме значення вильоту різця:

$$y+L_1 = F_y (z+h) / F_z \text{ або } L_1 = (F_y (z+h) / F_z) - y$$

$$L_1 = (1/2,154)(200+25) - 100 = 4,45 \text{ мм.}$$

З розрахунку слідує, що забезпечення відсутності повороту різцетримача відносно центру крутильної жорсткості верстата під час відрізання відбувається при вильоті різця  $L_1 = 4,5$  мм. Для забезпечення оптимальних умов роботи пружної системи верстата необхідно виконувати обробку з мінімальним вильотом різця

( $L^*_1 \rightarrow 5$  мм).

5. Накреслюємо пояснюючу схему (рис.4.4.) до п.2 та п.3.

6. Результати розрахунків вносимо в табл. 4.1.

Табл. 4.1.

Умови завдання									
Варіант	y, мм	z, мм	l <sub>p</sub> , мм	h, мм	Параметри режиму різання та умов обробки				Матеріал інструмента заготівки
					V, м/хв	S, мм/о б	t, мм	K <sub>p</sub>	
21	100	200	50	25	100	0,5	1	1	Твердий сплав конструкційна сталь

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземляр № 1	Арк 58 / 37

Результат розрахунку										
$\frac{F_z}{F_y}$	$\frac{tga}{a, ^\circ}$	1.			2.			3.		
		$F_z / F_y$	$L_1,$ ММ	$L^*_1,$ ММ	$F_z / F_y$	$L_1,$ ММ	$L^*_1,$ ММ	$F_z / F_y$	$L_1,$ ММ	$L^*_1,$ ММ
1,5	$\frac{0,667}{33^\circ 42'}$	$\frac{893/38}{92,29}$	-1,74	0	$\frac{807/59}{41,36}$	65	65	$\frac{3559/1}{652}$ 2,154	4,5	5

#### Умови завдання до практичного заняття № 4:

1. Зовнішнє поздовжнє точіння різцем.
2. Зовнішнє поздовжнє точіння різцем з додатковим лезом.
3. Відрізання та прорізання.

Табл. 4.2.

Вари- ант	y, ММ	z, ММ	$l_p,$ ММ	h, ММ	Параметри режиму різання та умов обробки				Матеріал інструмента заготівки
					V, М/ХВ	S, ММ/ОБ	t, ММ	$K_p$	
1	100	250	40	25	150	0,2	2	1,1	Твердий сплав конструкційна сталь
2	120	250	50	20	135	0,25	2	0,9	
3	80	250	60	16	125	0,3	2	1	
4	150	300	70	25	120	0,35	1	1	
5	120	300	80	20	110	0,4	3	1	
6	150	320	40	16	170	0,2	1	0,9	
7	150	350	50	25	150	0,25	3	0,8	
8	200	350	60	20	135	0,3	3	1	
9	150	400	70	16	125	0,35	3	1,1	
10	200	400	80	30	120	0,4	3	0,9	
11	210	400	40	25	150	0,2	3	1	
12	150	450	50	20	135	0,25	4	1	
13	200	450	60	16	125	0,3	4	1	
14	180	450	70	30	120	0,35	4	0,9	
15	200	500	80	25	110	0,4	4	0,8	
16	250	550	40	20	150	0,2	2	1	
17	220	500	50	16	135	0,1	3	1,1	
18	170	300	60	25	125	0,5	3	0,9	
19	100	350	70	20	120	0,25	3	1	
20	170	400	80	16	110	0,2	4	1	

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 38

## Практична робота № 5

### Експериментальне визначення динамічних характеристик вузлів токарного верстата

#### Загальні відомості

Коливанням, або коливальним рухом, називається рух, що характеризується тим або іншим ступенем повторюваності в часі. До коливань відносяться механічні коливання (хитання маятника, коливання струни, стрижнів і т.д.), електромагнітні коливання і ін.

Коливання називаються періодичними, якщо значення фізичних величин, що змінюються в процесі коливань, повторюються через однаковий проміжок часу. Періодом коливань  $T$  називається той найменший проміжок часу, після закінчення якого повторюються значення всіх фізичних величин, що характеризують коливальний рух. За цей час відбувається одне повне коливання. Частотою коливань  $\nu$  називається число повних коливань, що здійснюються за одиницю часу:

$$\nu = 1/T \quad (5.1)$$

Найпростішим типом періодичних коливань є гармонійні (сінусоїдальні) коливання. В цьому випадку зміщення матеріальної точки під час коливань відбувається за гармонійним законом:

$$x = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (5.2)$$

Величина  $x_0$  (найбільше значення відхилення точки від положення рівноваги) називається амплітудою коливань,  $\omega = 2\pi/T$  – кругова (або циклічна) частота коливань,  $\varphi_0$  – початкова фаза спостережень.

Диференціальне рівняння, якому задовольняє величина  $x$ , має вигляд:

$$x'' + \omega^2 x = 0 \quad (5.3)$$

Якщо на тіло, що коливається діє сила тертя, то енергія системи, а разом з нею і амплітуда коливань зменшується (енергія витрачається на роботу проти сил тертя і перетворюється в тепло). Відбувається поступове затухання коливань (рис. 1.1). Загасаючі коливання не є гармонічними. При розгляді негармонійних коливань, строго кажучи, вже не можна вживати термін "амплітуда", він має визначений сенс тільки для гармонійних коливань. Однак цей термін застосовують і до негармонійних коливань, розуміючи під амплітудою найбільше значення, якого досягає зміщення протягом одного періоду коливань. Закон убуття амплітуди коливань залежить від характеру сил тертя, що діють на тіло, що коливається.

Найбільш простим і в той же час поширеним є випадок, коли сила тертя  $F_{\text{терт}}$  пропорційна швидкості тіла, що коливається:

$$F_{\text{терт}} = -b \, dx/dt \quad \text{або} \quad F_{\text{терт}} = -b \, x' \quad (5.4)$$

У цьому випадку рівняння руху має такий вигляд:

$$m x'' + b x' + c x = F \quad (5.5)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 39

де  $m$  – ступінь "опору" системи зовнішнім впливам, її інертність (маса – в механіці, індуктивність – в електромагнітних явищах);

$b$  – ступінь уповільнення руху через незворотню дисипацію енергії (коефіцієнт тертя, активний опір);

$c$  – ступінь прагнення до положення рівноваги (коефіцієнт пружності в механіці, величина зворотна електроємності в електриці);

$F$  – зовнішня змушуюча сила.

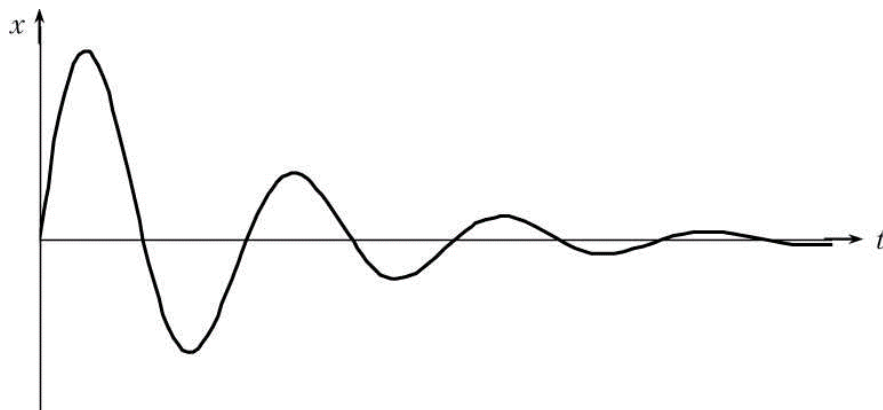


Рис. 5.1.

Якщо  $F$  постійна або відсутня, то коливання називаються власними або вільними. Основні параметри коливань визначаються властивостями самої коливальної системи, за винятком амплітуди, яка задається початковою енергією. Розв'язок рівняння (4.5) має вигляд:

$$x = x_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0); \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \quad (5.6)$$

$\beta = b/2m$  – коефіцієнт затухання;

$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$  – циклічна частота вільних коливань системи в відсутності

тертя;  $x_0, \varphi_0$  – константи, що залежать від початкових умов коливального процесу.

Амплітуда згасаючих коливань убиває з часом по експоненціальному закону:

$$A = x_0 e^{-\beta t} \quad (5.7)$$

Якщо в деякий момент часу  $t_1$  амплітуда коливань має значення  $A_1 = x_0 e^{-\beta t_1}$ , то через період  $T$  її значення буде  $A_2 = x_0 e^{-\beta(t_1+T)}$ . Відношення обох значень становить:

$$\frac{A_1}{A_2} = e^{\beta T} \quad (5.8)$$

Таким чином, відношення значень двох послідовних амплітуд коливань

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \frac{A_n}{A_{n+1}} = \text{const} = e^{\beta T} \quad (5.9)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 40

є величина постійна, звана **декрементом затухання**. Натуральний логарифм цього відношення називається **логарифмічним декрементом затухання**:

$$\lambda = \ln \frac{A_n}{A_{n+1}} = \beta T \quad (5.10)$$

Логарифмічний декремент затухання – величина, зворотна числу коливань  $N$ , після закінчення яких амплітуда зменшується в  $e$  раз:  $\lambda = 1/N$  ( $e$  – основа натуральних логарифмів).

Проміжок часу  $\tau$ , необхідний для цього, називається часом релаксації:

$$\tau = NT = \frac{1}{\beta} \quad (5.11)$$

Залежно від величини  $\tau$  коливання в контурі виходить слабо або сильно затухаючими. Чим менше тертя і чим більше  $\tau$ , тим менше загасання, тобто тим ближче коливальний процес (5.6) наближається до синусоїди (5.2). При значному зростанні тертя декремент затухання так само, як і період збільшується:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \quad (5.12)$$

При  $\beta = \omega_0$  вираз (4.12) обертається в нескінченність і рух з коливального перетворюється в апериодичний (рис. 4.2).

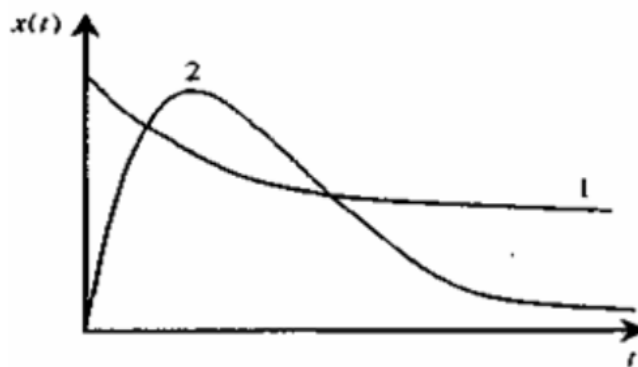


Рис. 5.2. Залежність зміщення  $x$  від часу при сильному згасанні

У експериментальних дослідженнях було використано стандартне вимірювальне обладнання (рис. 5.3.).

Запис даних виконується за допомогою п'єзоакселерометрів ДНЗ, ДН5, встановлених в різних точках досліджуваних вузлів верстата, за допомогою сучасної вимірювальної системи для віброакустичних досліджень Е20-10 виробництва L-CARD (1, рис. 5.3.) і спеціалізованого програмного забезпечення LGraph, встановленого на ПЕОМ.



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 41

Вимірювальна система E20-10 представляє собою швидкодіючий зовнішній 4-х каналний модуль вводу-виводу на шину USB 2.0 з розрядністю АЦП – 14 біт та відношенням сигнал/шум каналу АЦП – 73 Дб.



Рис. 5.3. Дослідна установка для запису вібраційного сигналу. 1 – вимірювальна система для віброакустичних досліджень E20-10 виробництва L-CARD. 2 – ПЕОМ з спеціалізованим програмним забезпечення LGraph.

З точки зору динаміки реальна пружна система верстата – складна коливальна система з розподіленими інерційними та пружними параметрами, що має безкінечну кількість ступенів волі і, відповідно, безкінечне число власних частот коливань. Звичайно пружну систему верстата поділяють на три підсистеми: підсистему привода головного руху, підсистему шпindelної групи і підсистему супорта. Але вплив цих складових на результуючі коливання інструмента і заготовки різних.

Метод вільних коливань використовує експериментальні записи вільних затухаючих коливань досліджуємого вузла системи для визначення основних динамічних параметрів досліджуваного вузла (власних частот коливань, параметрів затухання). До досліджуємого вузла по заданому напрямку прикладається ударне навантаження з вимірюванням коливань, що відбувалися, дослідною установкою. Записані віброприскорення, за допомогою відповідного програмного забезпечення, інтегруються, і після опрацювання отримуються графіки віброшвидкостей та вібропереміщень досліджуємих вузлів верстата по встановленим осям на певному відрізку часу, а також спектральні характеристики процесу (приклад: рис. 5.5).

### Послідовність виконання роботи

1. Зібрати та підключити до живлення дослідну установку (рис. 5.3).
2. Встановити датчик в точці знімання вібрацій з шпindelного вузла верстата 16K20 (КА-280).

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 42

3. Виконати ударне навантаження шпинделя поперечною силою на непрацюючому верстаті та запис і обробку отриманого віброакустичного сигналу.

4. Визначити характерні частоти на спектрі вільних коливань системи шпиндельного вузла та виконати їх аналіз (піки 1, 2, 3 – рис. 5.5, б).

5. Визначити наближено період та власну частоту поперечних коливань шпинделя за записом коливального процесу (рис. 5.5, а), порівняти отримане значення частоти з частотою з п. 4 та розрахувати проміжні параметри динаміки підсистеми шпиндельного вузла.

7. Виконати аналіз спектру віброакустичного сигналу та оцінити співвідношення потужності коливань системи та амплітуди на характерних (власних) частотах відносно середнього рівня потужності (амплітуди) сигналу (рис. 5.5, б).

8. Заповнити таблицю (табл. 5.1).

9. Зробити висновки по роботі.

### Зміст звіту

1. Тема.
2. Короткі теоретичні відомості.
3. Опис дослідної установки.
4. Зображення запису вібраційного сигналу та його спектру з вказуванням характерних значень параметрів (приклад: рис. 5.5).
6. Формули для розрахунків.
7. Заповнена таблиця вхідних даних та результатів розрахунків (приклад: табл. 5.1).
8. Висновки по роботі.

Табл. 5.1.

Період коливань, Т, с	Частота коливань $\nu$ за рис. а, Гц	Частота коливань, $\nu$ за рис. б, Гц	Абсолютна/відносна похибки, с/%	декремент затухання коливань, та	логарифмічний декремент затухання коливань, $\lambda$ ,	Коефіцієнт затухання, $\beta$ , с <sup>-1</sup>	час релаксації, $\tau$ , с	Перевіщення потужності сигналу на власній частоті відносно середнього рівня, Дб/раз	Кількість коливань N, що дають зниження амплітуди в e раз
0,0033	333	305	28/8,4	1,03	0,0296	8,89	0,1125	28/640	34,1

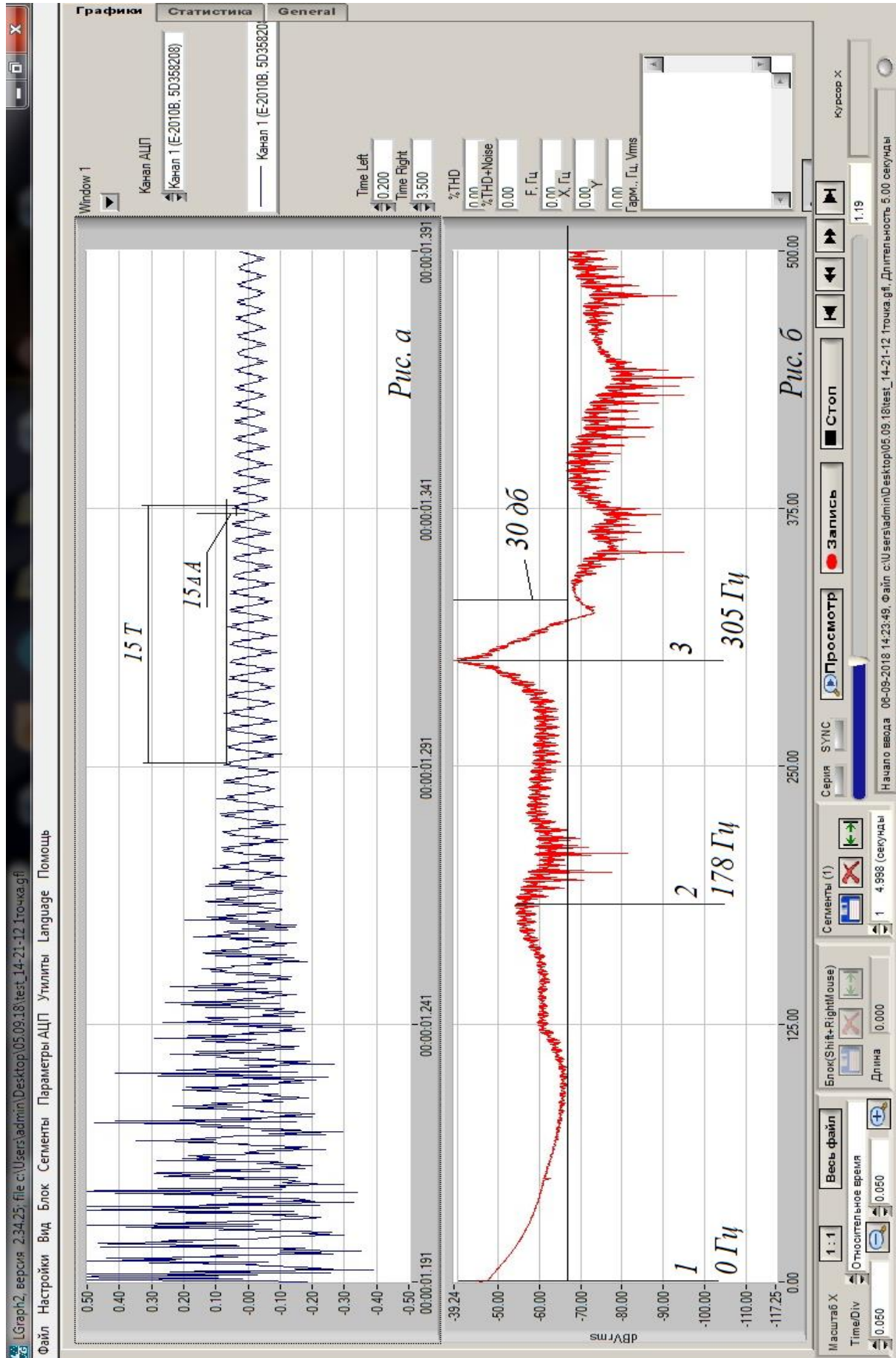


Рис. 5.5. Запис сигналу вільних коливань підсистеми заготовки верстага (а) та його спектр (б)

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 44

## Практична робота № 6

### Визначення динамічних характеристик верстата за результатами статичних випробувань

#### Загальні відомості

Величини демпфуючих сил (сил, що забезпечують розсіювання енергії коливань) у багатьох механічних системах вважаються малими в порівнянні з величинами пружних сил і сил інерції. Однак ці малі сили істотно впливають на характер руху. Демпфування є одним з основних факторів, що визначають амплітуди усталених вимушених коливань, автоколевань і коливань при випадковому збудженні. Воно має також визначальний вплив на стан границь стійкості динамічних систем.

Поки дослідження коливань обмежується визначенням частот, можна отримувати цілком задовільні результати, не враховуючи втрат в системі. Але для повного динамічного розрахунку, для розрахунку стійкості механічних систем, крім визначення частот, необхідно вміти оцінити за величиною і амплітуди коливань.

З властивостей коливальних систем здатність поглинати енергію коливань залишається найменш вивченою як теоретично, так і експериментально, про що нерідко говорять розбіжності між даними розрахунків і експериментів.

В результаті демпфування коливань деталей і вузлів, особливо в умовах вимушених резонансних і автоколивань змінюється динамічна стійкість металорізальних верстатів. При збільшенні демпфування можна забезпечити безвібраційних обробку в широкому діапазоні зміни умов різання. Тому облік демпфування коливань в вузлах верстатів необхідний не тільки для розрахунків вибростійкості і визначення її порівняльної оцінки, але і для розробки конструктивних заходів щодо підвищення динамічної стійкості пружної системи.

Під демпфуванням розуміється розсіювання енергії коливань в механічній системі. Воно може бути викликано впливом зовнішнього середовища, особливостями конструкції і внутрішнім тертям в матеріалі деталей. Енергія коливань або відводиться від механічної системи, або розсіюється всередині самої системи. Зазвичай перші два фактори вважають зовнішніми втратами, а третій – внутрішніми або гістерезисними втратами енергії.

Розсіювання енергії коливань за рахунок зовнішніх і внутрішніх втрат в механічній системі неоднаково і може змінюватися в широких межах. Зазвичай зовнішні втрати в кілька разів перевищують внутрішні, однак є ряд важливих завдань, в яких основним видом демпфування є гістерезисна втрата енергії коливань всередині матеріалу (наприклад, в лопатках турбін).

В результаті досліджень встановлено, що в вузлах машин переважає конструкційне демпфування, тобто енергетичні втрати, що виникають

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 45

внаслідок дії сил тертя на контактних поверхнях в з'єднаннях при коливаннях механічних систем.

У вузлах верстатів, як правило, конструкційне демпфування значно перевершує демпфування в матеріалі деталей. Так, якщо логарифмічний декремент конструкційних коливань радіально-свердлильних верстатів становить 0,13, токарних – 0,23, фрезерних – 0,27, шліфувальних – 0,30, то декремент коливань деталей за рахунок енергетичних втрат тільки внутрішнього тертя становить приблизно 0,01 – 0,02.

Конструкційне демпфування в верстаті залежить від тертя в стиках деталей. Якщо деталі, що утворюють стик, не мають заданого відносного руху, але в результаті деформації системи відносний рух деталей все-таки виникає, то сили тертя розсіюють частину енергії, що витрачається на деформування системи, тобто демпфують коливання.

В результаті введення додаткових стиків знижується жорсткість конструкції, але збільшується демпфування. Це може іноді усунути коливання при різанні і забезпечити отримання необхідної якості поверхні деталі. Якщо стиків немає, демпфування зменшується, але підвищується жорсткість конструкції. Така протилежна по своєму ефекту роль стиків деталей верстата, з одного боку, в демпфуванні коливань пружної системи і, з іншого – в її деформуемості, значно ускладнює вирішення питань про доцільність усунення або збільшення того чи іншого стику.

При кількісних дослідженнях демпфування зазвичай спостерігають затухаючі вільні коливання або ж вимірюють вимушені коливання, що встановилися, при резонансі. У будь-якому випадку можна визначити величину повної енергії, що розсіюється за період коливань. Однак не завжди можна вказати, як змінюється швидкість розсіювання енергії в межах періоду коливань. Тому зручною кількісною характеристикою демпфування є відносне розсіювання енергії або коефіцієнт поглинання  $\psi$  (пси), рівний відношенню енергії, що розсіюється за період коливань, до максимального значення енергії, накопиченої в системі за цей період. Якщо система лінійна, то коефіцієнт поглинання енергії залежить від частоти, а не від амплітуди коливань.

Демпфуюча здатність шпиндельних вузлів залежить від великого числа різних факторів: ступеня і якості мастила, підшипників, стиків, регулювання підшипників, затягування болтових з'єднань і ін. Встановлено, проте, що саме сили непружного опору найбільшою мірою сприяють згасанню коливань, що виникають при різанні металів.

Декремент коливань  $\lambda$  досліджуваної системи наближено розраховують за формулою для спрощеної моделі системи. Але у більшості випадків це завдання вирішується експериментально, тому що найбільш надійні оцінки інтенсивності конструкційного демпфування в складних механічних системах можна отримати тільки експериментальним шляхом.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 46

Між розсіюванням енергії  $i$  і логарифмічним декрементом затухання коливань встановлена наближена залежність:

$$\psi = 2\lambda \quad (6.1)$$

Сумарна робота, витрачена системою за цикл коливань для випадку її лінійної моделі розраховується за формулою:

$$\Delta\Pi = \psi \Pi \quad (6.2)$$

де  $\psi$  – коефіцієнт розсіювання енергії системи  
 $\Pi$  – повна потенційна енергія системи.

Існують три основні способи експериментального визначення декременту коливань:

1. Статичний спосіб. Мірою втрат енергії коливань в цьому способі служить площа петлі гістерезису. Залежність між зовнішнім навантаженням і переміщенням пружної системи нелінійна і різна при навантаженні і розвантаженні. При циклічній зміні сили ця залежність після достатнього числа повторень представляється замкнутою кривою петлі гістерезиса (рис. 5.2). Площа петлі гістерезиса дорівнює роботі, яку здійснюють демпфуючі сили за один цикл коливань. Це дозволяє знайти коефіцієнт поглинання енергії  $\psi$  і логарифмічний декремент коливань  $\lambda$ . Такий спосіб найкраще застосовувати при дослідженні конструкцій з великими поглинаючими властивостями.

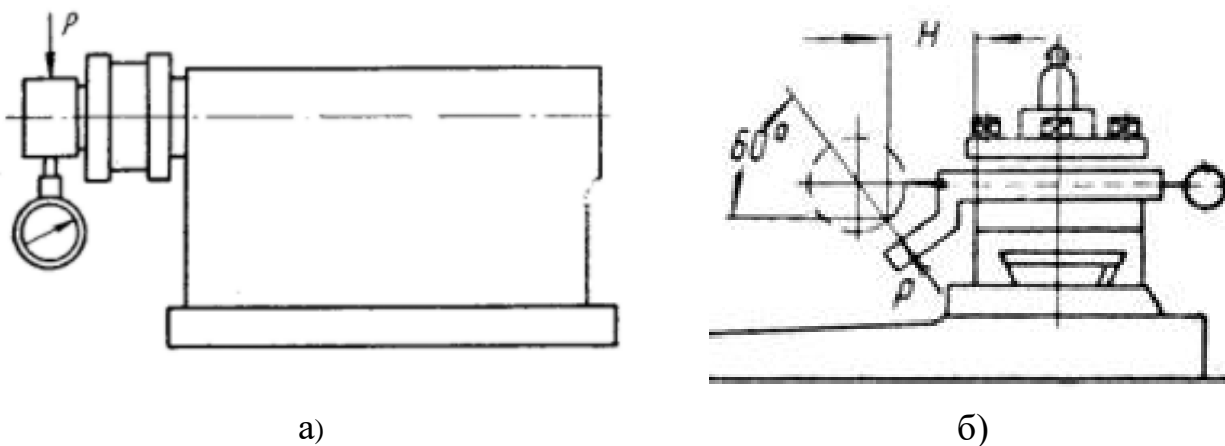


Рис. 6.1. Схеми до визначення статичної жорсткості верстата

2. Спосіб вільних згасаючих коливань. У конструкції штучно створюються і потім реєструються вільні затухаючі коливання. Отримані віброграми обробляють і визначають декремент коливань  $\lambda$ .

3. Спосіб вимушених коливань (спосіб резонансу). Суть методу полягає в тому, що досліджувана конструкція піддається дії вимушених коливань з поступово зростаючою частотою. Декремент коливань визначають за максимальною амплітудою  $A_{\text{макс}}$  при резонансі.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 47

### Послідовність виконання роботи

За діаграмою результатів статичного дослідження підсистеми заготовки металорізального верстата (рис. 6.2), згідно заданого варіанта визначити:

1. Статичну жорсткість системи для кожного досліду:  $c_i = F_i/y_i$
2. Середню жорсткість системи:  $c_{сер} = \frac{\sum_{i=1}^n c_i}{n}$
3. Площу петлі гістерезіса статичного дослідження (геометрично), яка чисельно дорівнює роботі демпфуючих сил:  $A = \Delta\Pi$ .
4. Повну потенційну енергію системи  $\Pi$ .
5. Коефіцієнт розсіювання енергії системи:  $\psi = \Delta\Pi / \Pi$
6. Логарифмічний декремент затухання коливань:  $\lambda = \psi / 2$
7. Заповнити табл. 2.1 та 2.2 обробки результатів досліду.

Табл. 6.1.

Точка, рис. 5.2.	1	2	3	4	5	6	7	...	i
Сила $F_i$ , Н									
Деформація, у, мм									
Жорсткість $c_i$ , Н/мм									

Табл. 6.2.

Площа петлі гістерезіса у одиницях площі	Робота демпфуюч их сил: $A$ $= \Delta\Pi$ , Н·мм	Повна енергія системи $\Pi$ , Н·мм	Середня жорсткість системи $c_{сер}$ , Н/мм	Коефіцієнт розсіювання енергії системи $\psi$	Логариф- мічний декремент затухання $\lambda$

### Зміст звіту

1. Тема, завдання до роботи.
2. Короткі теоретичні відомості.
3. Схема установки для досліджень.
4. Діаграма статичної жорсткості підсистеми заготовки металорізального верстата (рис. 6.2.) з виділенням досліджуваної ділянки і вказуванням характерних точок для обчислювання площі петлі гістерезіса та потенційної енергії системи.
5. Послідовність визначення параметрів геометрично і за формулами для розрахунків.
6. Заповнені таблиці вхідних даних та результатів розрахунків (табл. 6.1 та 6.2).
7. Висновки по роботі.

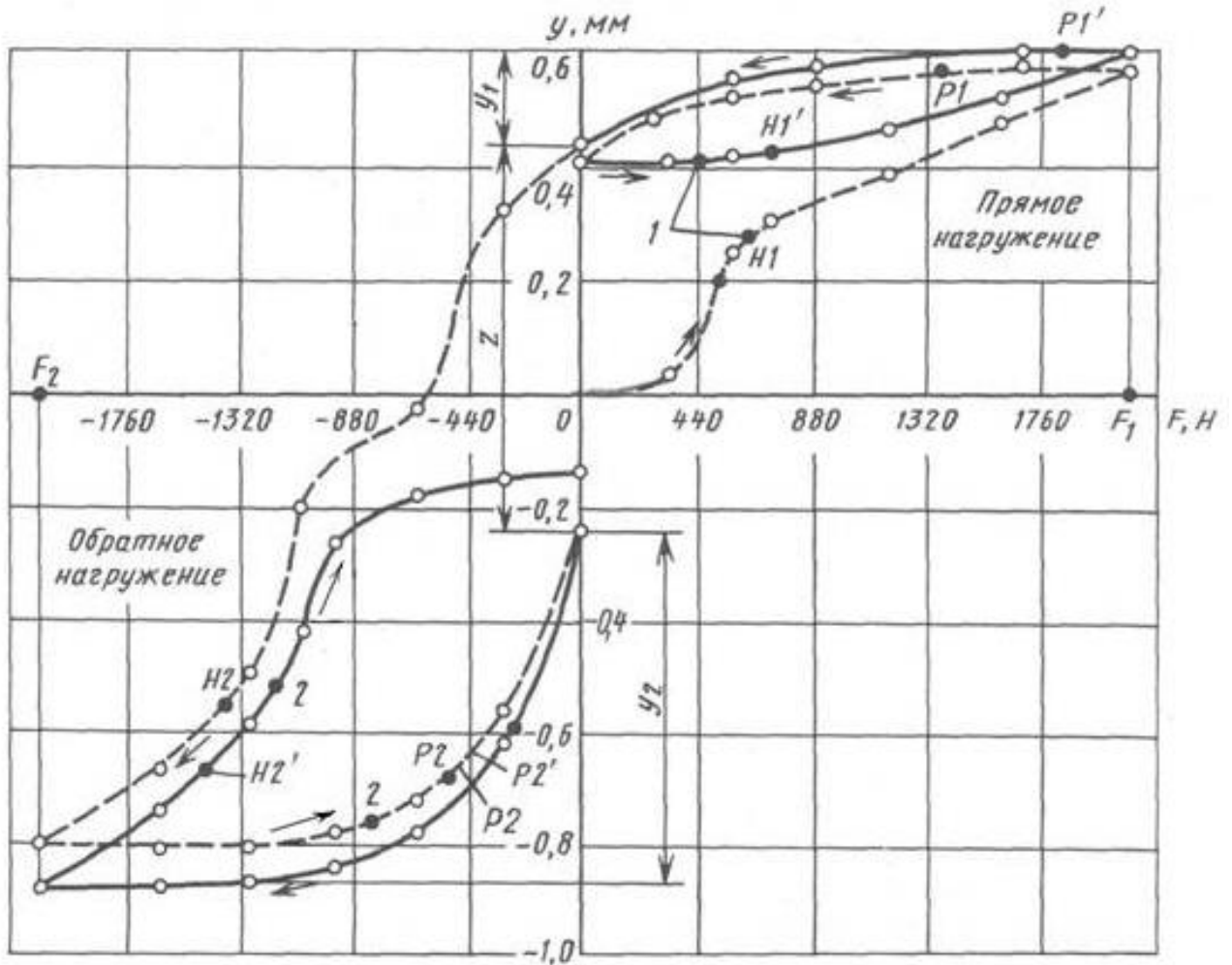


Рис. 6.2. Діаграма статичної жорсткості підсистеми заготовки металорізального верстата

### Варіанти завдання до практичної роботи 6

#### Частина діаграми статичної жорсткості (рис. 6.2)

Варіант	Лінія	Від т. з координатами		До т. з координатами	
		F, Н	y, мм	F, Н	y, мм
		1	суцільна	0	0,4
2	штрихова	0	0	0	0,4
3	суцільна	0	-0,14	0	-0,24
4	штрихова	-620	0	0	-0,24
5	штрихова	0	0	-620	0
6	штрихова	0	0,44	0	-0,24
7	штрихова	0	0	0	-0,24



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 49

## Практична робота № 7

### Дослідження частотних характеристик коливальної системи

#### Загальні відомості

В динаміці машин широко використовують поняття та математичний апарат теорії автоматичного управління. Відповідно, фізичну величину, що характеризує вплив на ПС, називають вхідною, а результат впливу – вихідною координатою: наприклад вхідна координата – силовий вплив, а вихідна – викликане силою переміщення (зміщення).

Передаточна функція елемента або системи є відношення вихідної координати  $x_{\text{вих}}$  до вхідної  $x_{\text{вхід}}$ , записане в операторній формі (для даного випадку пружного переміщення  $y$  до сили  $F$ ):

$$W(p) = \frac{x_{\text{вих}}}{x_{\text{вхід}}} = \frac{y(p)}{F(p)} = \frac{K_{\text{ст}}}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1} \quad (7.1)$$

В усталеному режимі ( $p=0$ ) передаточна функція переходить у статичну характеристику (статичну податливість системи)  $K_{\text{ст}} = y/F$ .

З рівняння (8.1) шляхом заміни оператора диференціювання  $d/dt \equiv p$  на  $j\omega$  отримуємо частотну передаточну функцію ( $j = (-1)^{0,5}$ ,  $j^2 = -1$ ):

$$W(\omega j) = \frac{K_{\text{ст}}}{1 - T^2 \omega^2 + j2\xi T \omega} \quad (7.2)$$

Після перетворень це рівняння може бути представлено у вигляді:

$$W(\omega j) = Re(\omega) + jIm(\omega) \quad (7.3)$$

де

$$Re(\omega) = \frac{K_{\text{ст}}(1 - T^2 \omega^2)}{(1 - T^2 \omega^2)^2 + (2\xi T \omega)^2} \quad (7.4)$$

$$Im(\omega) = - \frac{K_{\text{ст}}(2\xi T \omega)}{(1 - T^2 \omega^2)^2 + (2\xi T \omega)^2}$$

Тоді відношення амплітуд вихідної координати до вхідної (динамічна податливість) визначається за формулою:

$$A(\omega) = \sqrt{Re^2 + Im^2} = \frac{K_{\text{ст}}}{\sqrt{(1 - T^2 \omega^2)^2 + (2\xi T \omega)^2}} \quad (7.5)$$

А фазовий кут:

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{Im}{Re} = -\arctg \frac{2\xi T \omega}{1 - T^2 \omega^2} \quad (7.6)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 50

**Завдання:** За умовами практичного заняття № 3 для визначених параметрів одномасової системи (рівняння (3.5)) виконати побудову її частотних характеристик та їх дослідження у такій послідовності:

1. Використовуючи формули передаточної функції системи (7.1), реальної та уявної частин (7.4), амплітуди (7.5) та фазового кута (7.6) побудувати амплітудно-частотну характеристику та амплітудно-фазову частотну характеристику досліджуваної одномасової системи для трьох значень відносного коефіцієнту демпфування  $\zeta$  (приклад – рис. 7.1, 7.2). Кожне значення  $\zeta$  змінювати мінімум в 2 рази відносно початкового.

2. Позначити на одному графіку АФЧХ значення амплітуди (динамічної податливості) та фазового кута для трьох значень частоти:  $\omega_0$ ,  $0,99\omega_0$ ,  $1,01\omega_0$  (рис. 8.2) і вказати вихідні параметри.

3. Використовуючи ті самі формули передаточної функції системи (7.1), реальної та уявної частин (7.4), амплітуди (7.5) та фазового кута (7.6) побудувати амплітудно-частотну характеристику та амплітудно-фазову частотну характеристику досліджуваної одномасової системи для трьох значень власної частоти системи  $\omega_0$  (приклад – рис. 7.3, 7.4). Кожне значення  $\omega_0$  змінювати мінімум в 2 рази відносно попереднього за рахунок пропорційної зміни маси і жорсткості ( $\omega_0 = (c/m)^{0,5} = 1/T$ , тобто збільшення власної частоти системи у два рази досягається одночасним збільшенням жорсткості і зменшенням маси теж у два рази).

4. Позначити на кожному графіку АФЧХ значення амплітуди (динамічної податливості) та фазового кута для трьох значень частоти:  $\omega_0$ ,  $0,99\omega_0$ ,  $1,01\omega_0$  (як на рис. 7.2) і вказати вихідні параметри.

5. Зробити висновки по дослідженню динамічних властивостей одномасової коливальної системи в яких оцінити вплив відносного коефіцієнту демпфування  $\zeta$  та жорсткості  $c$  на динамічну податливість (амплітуду) та фазовий кут між коливаннями сили і координати.

### Зміст звіту

1. Тема, мета роботи.
2. Короткі теоретичні відомості.
3. Схеми до досліджень та методик розрахунків.
4. Формули та розрахунки проміжних та кінцевих параметрів.
5. Заповнена таблиця вимірювань та результатів розрахунків.
6. Висновки по роботі.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 51

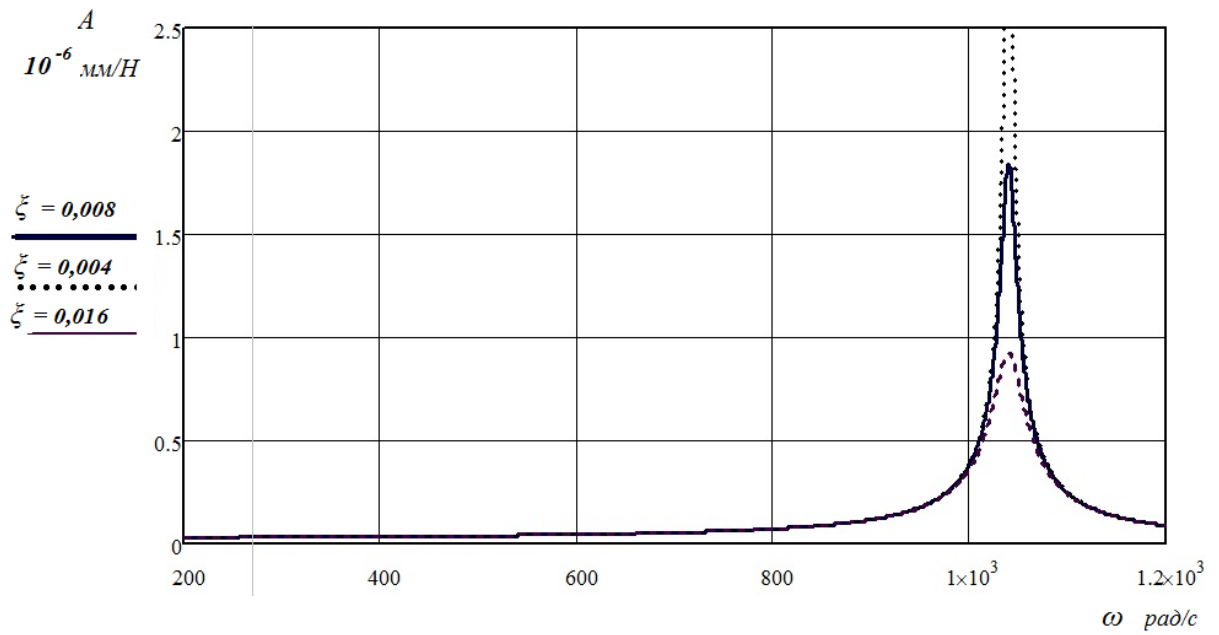


Рис. 7.1. Амплітудно-частотні характеристики одномасової системи в залежності від зміни відносного коефіцієнту демпфування  $\zeta$ .

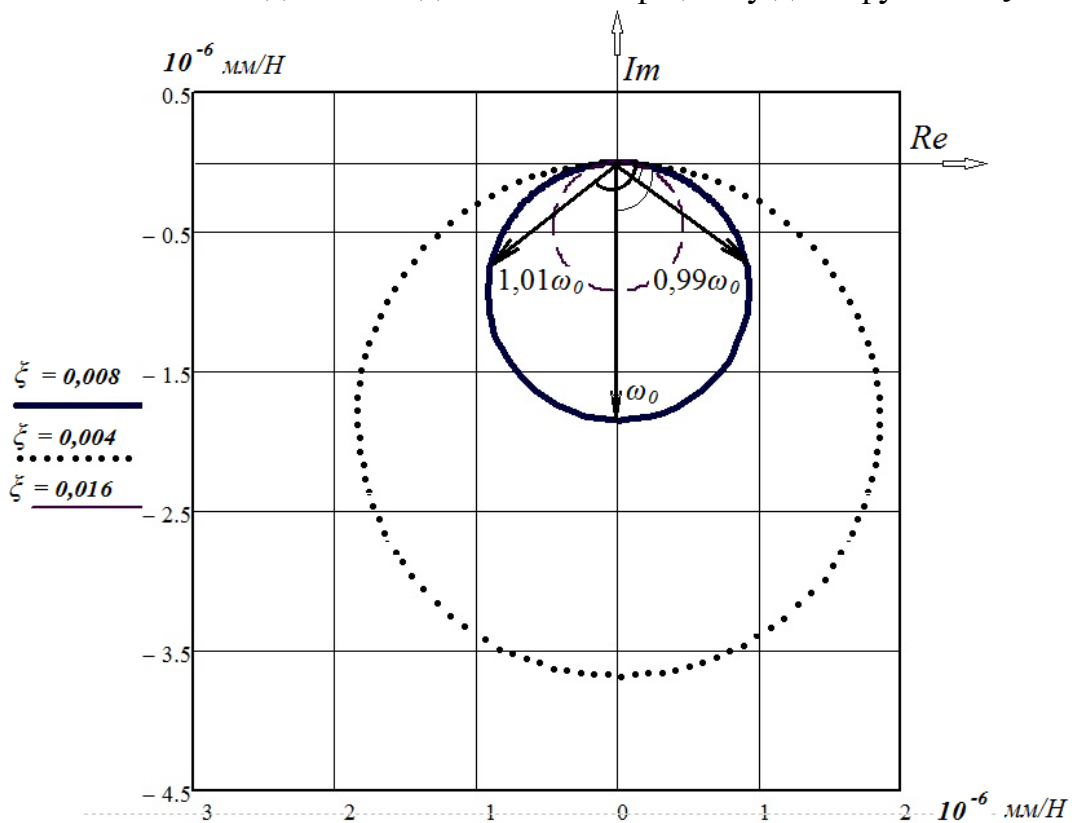


Рис. 7.2. Амплітудно-фазові частотні характеристики одномасової системи в залежності від зміни відносного коефіцієнту демпфування  $\zeta$ .

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 52

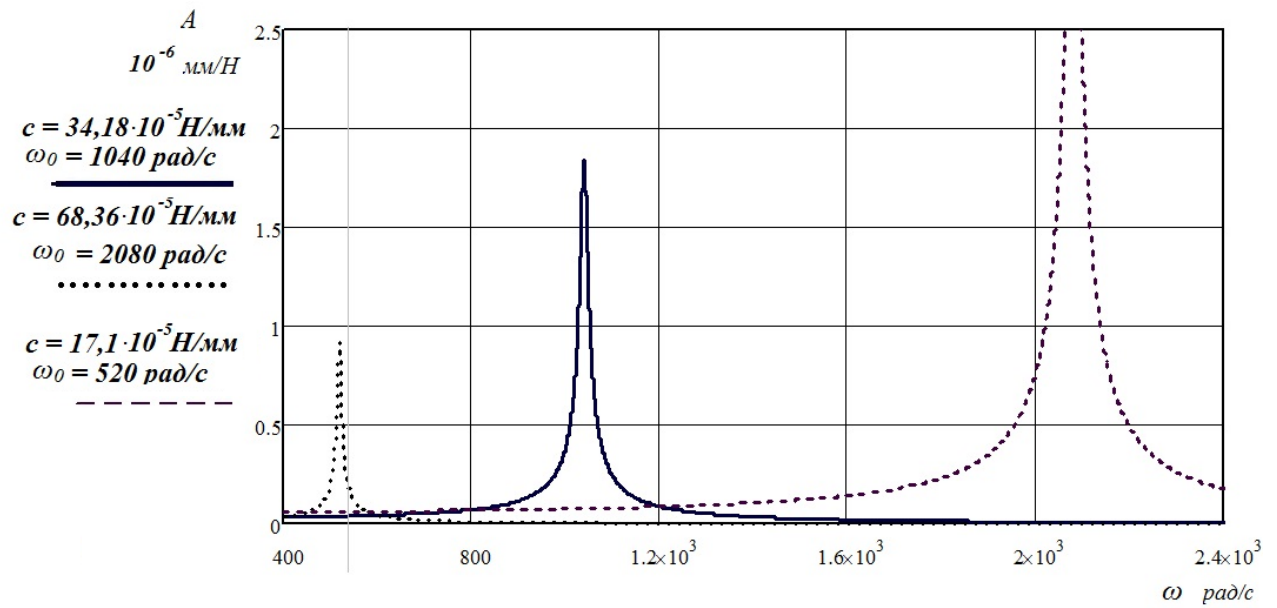


Рис. 7.3. Амплітудно-частотні характеристики одномасової системи в залежності від зміни власної частоти коливань системи  $\omega_0$  та жорсткості.

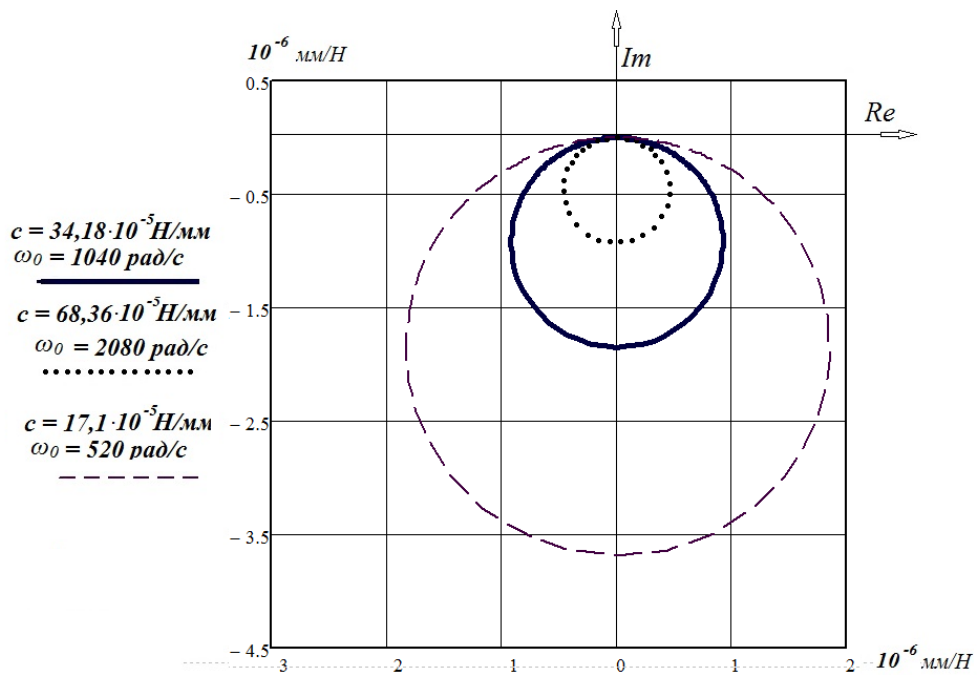


Рис. 7.4. Амплітудно-фазові частотні характеристики одномасової системи в залежності від зміни власної частоти коливань системи  $\omega_0$  та жорсткості.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 53

## Практична робота № 8

### Визначення динамічних характеристик коливальної системи

**Завдання:** За умовами практичного заняття № 3 для визначених параметрів одномасової системи (рівняння (3.5) з визначеними коефіцієнтами) виконати її дослідження за графіками перехідних процесів у такій послідовності:

1. Змінюючи у розв'язку (3.8) рівняння (3.5) відносний коефіцієнт демпфування  $\zeta$  визначити його значення, при якому перехідний процес не коливальний і побудувати графіки перехідних процесів від коливального до неколивального (приклад – рис. 8.3-8.6) та вказати вихідні параметрів.

2. Змінюючи у рівнянні (3.5) значення власної частоти системи  $\omega_0$  побудувати графіки перехідних процесів (приклад – рис. 8.3, 8.7, 8.8). Кожне значення  $\omega_0$  змінювати в  $n$  раз (згідно варіанту завдання – табл. 8.1) відносно попереднього за рахунок пропорційної зміни маси ( $\omega_0 = (c/m)^{0,5} = 1/T$ ).

Тобто, наприклад, збільшення власної частоти системи у  $n$  раз досягається одночасним зменшенням маси у  $n^2$  раз при постійній жорсткості).

3. Змінюючи у рівнянні (3.5) значення власної частоти системи  $\omega_0$  побудувати графіки перехідних процесів (приклад – рис. 8.3, 8.9, 8.10). Кожне значення  $\omega_0$  змінювати  $n/2$  раз відносно попереднього за рахунок пропорційної зміни жорсткості ( $\omega_0 = (c/m)^{0,5} = 1/T$ ).

Тобто, наприклад, збільшення власної частоти системи у  $n/2$  раз досягається одночасним збільшенням жорсткості у  $(n/2)^2$  раз при постійній масі).

4. Зробити висновки по дослідженню динаміки одномасової коливальної системи в яких оцінити вплив її основних характеристик на особливості перехідних процесів.

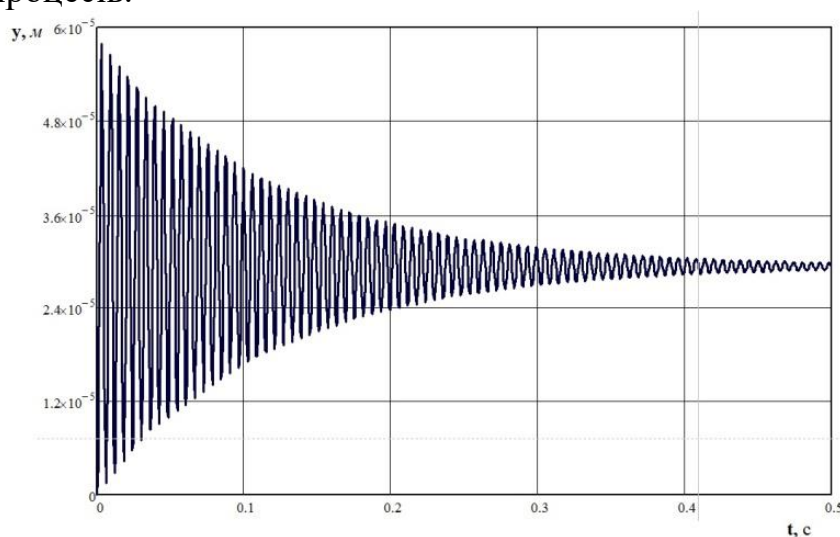


Рис. 8.3. Графік перехідного процесу одномасової системи.  $m = 31,5$  кг,  $\zeta = 0,008$  ( $\lambda = 0,05$ ),  $c = 34,18 \cdot 10^3$  Н/мм,  $K_{cm} = 2,93 \cdot 10^{-5}$  мм/Н,  $\omega = 1040$  с<sup>-1</sup>

### Умови завдання до практичного заняття № 8

Табл. 8.1.

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
n	2	1,5	1,2	1,8	1,3	1,7	2,5	2	1,5	1,2	1,8	1,3	1,7	2,5	2

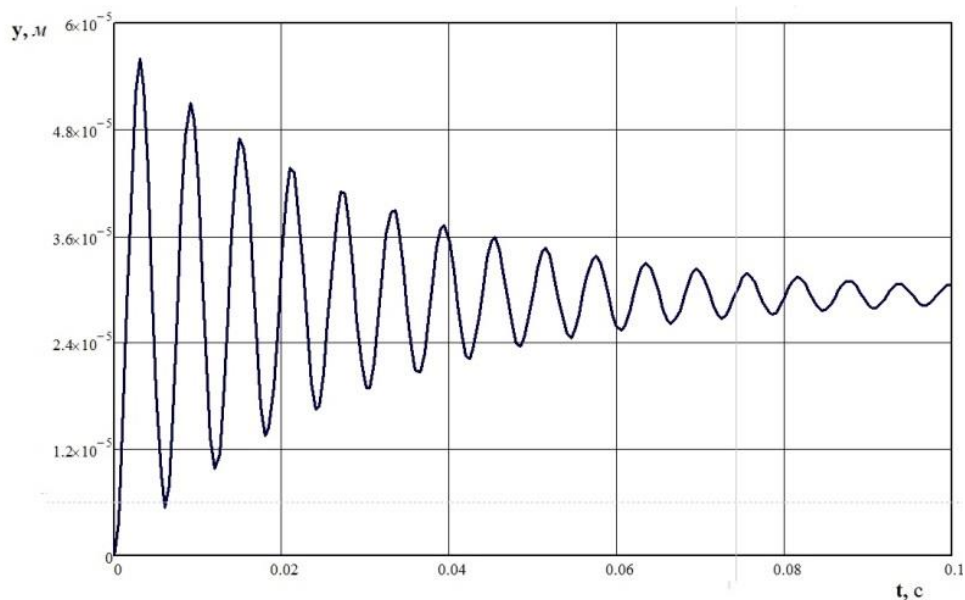


Рис. 8.4. Графік перехідного процесу одномасової системи.  $m = 31,5$  кг,  $\xi = 0,032$  ( $\lambda = 0,2$ ),  $c = 34,18 \cdot 10^3$  Н/мм,  $K_{cm} = 2,93 \cdot 10^{-5}$  мм/Н,  $\omega = 1040$  с<sup>-1</sup>

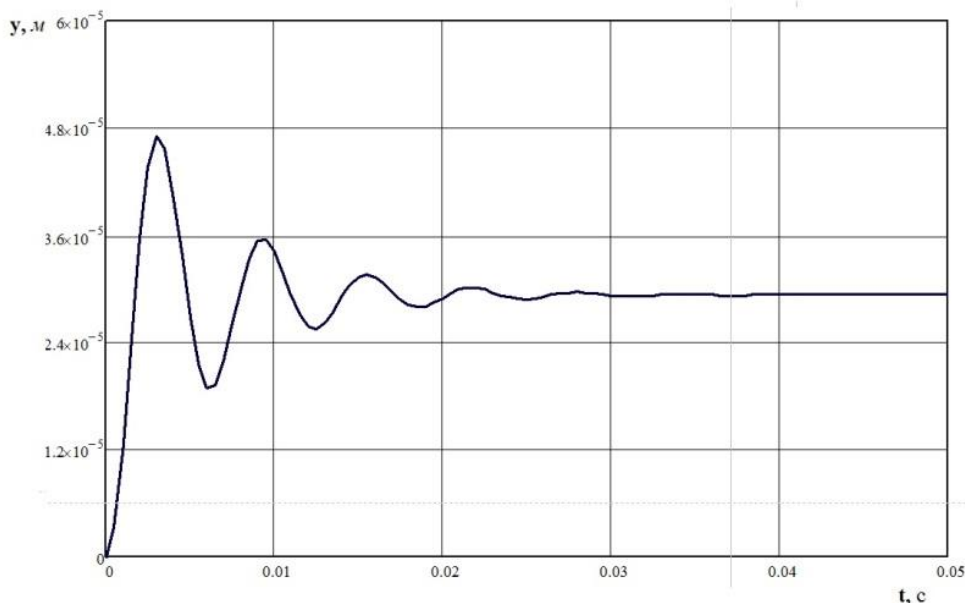


Рис. 8.5. Графік перехідного процесу одномасової системи.  $m = 31,5$  кг,  $\xi = 0,16$  ( $\lambda = 1$ ),  $c = 34,18 \cdot 10^3$  Н/мм,  $K_{cm} = 2,93 \cdot 10^{-5}$  мм/Н,  $\omega = 1040$  с<sup>-1</sup>

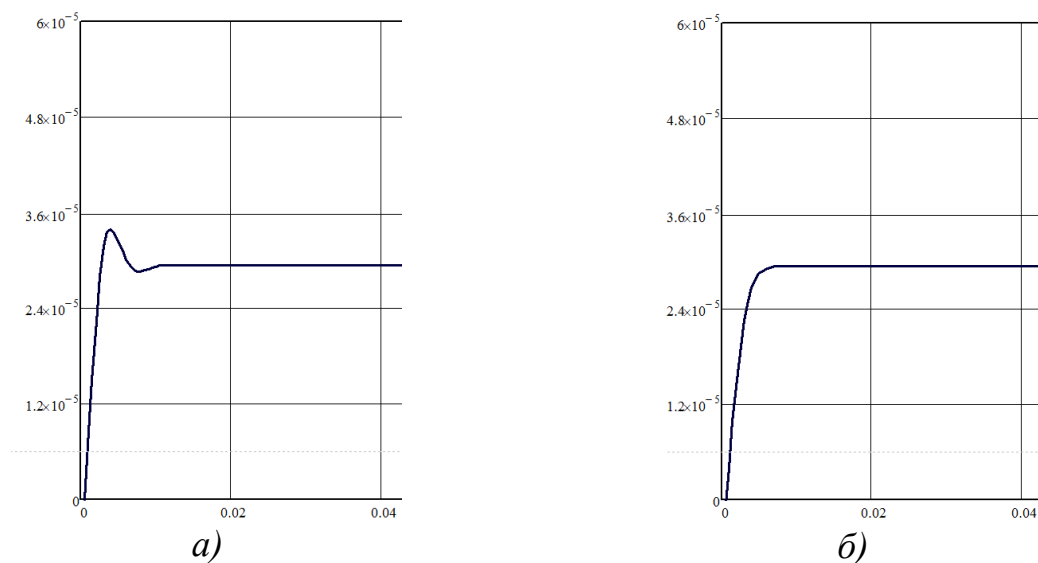


Рис. 8.6. Графік перехідного процесу одномасової системи.  $m = 31,5 \text{ кг}$ ,  $c = 34,18 \cdot 10^3 \text{ Н/мм}$ ,  $K_{cm} = 2,93 \cdot 10^{-5} \text{ мм/Н}$ ,  $\omega = 1040 \text{ с}^{-1}$ . а:  $\xi = 0,48$  ( $\lambda = 3$ ), б:  $\xi = 0,8$  ( $\lambda = 5$ )

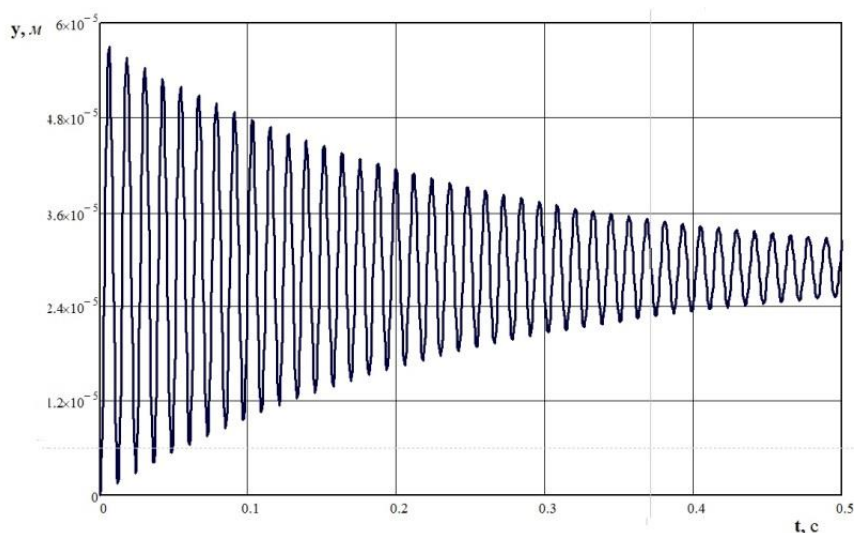


Рис. 8.7. Графік перехідного процесу одномасової системи.  $m = 126 \text{ кг}$ ,  $\xi = 0,008$  ( $\lambda = 0,05$ ),  $c = 34,18 \cdot 10^3 \text{ Н/мм}$ ,  $K_{cm} = 2,93 \cdot 10^{-5} \text{ мм/Н}$ ,  $\omega = 520 \text{ с}^{-1}$

### Зміст звіту

1. Тема, мета роботи.
2. Короткі теоретичні відомості.
3. Схеми до досліджень та методик розрахунків.
4. Формули та розрахунки проміжних та кінцевих параметрів.
5. Заповнена таблиця вимірювань та результатів розрахунків.
6. Висновки по роботі.

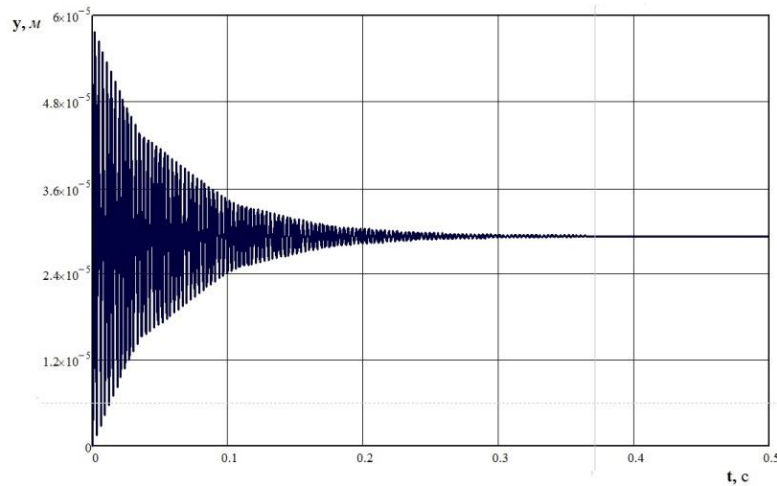


Рис. 8.8. Графік перехідного процесу одномасової системи.  $m = 7,9 \text{ кг}$ ,  $\xi = 0,008$  ( $\lambda = 0,05$ ),  $c = 34,18 \cdot 10^3 \text{ Н/мм}$ ,  $K_{cm} = 2,93 \cdot 10^{-5} \text{ мм/Н}$ ,  $\omega = 2080 \text{ с}^{-1}$

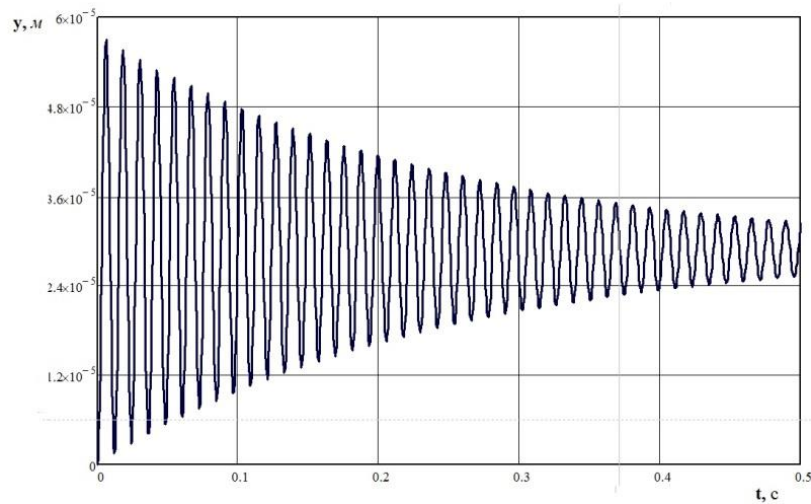


Рис. 8.9. Графік перехідного процесу одномасової системи.  $m = 31,5 \text{ кг}$ ,  $\xi = 0,008$  ( $\lambda = 0,05$ ),  $c = 8,55 \cdot 10^3 \text{ Н/мм}$ ,  $K_{cm} = 2,93 \cdot 10^{-5} \text{ мм/Н}$ ,  $\omega = 520 \text{ с}^{-1}$

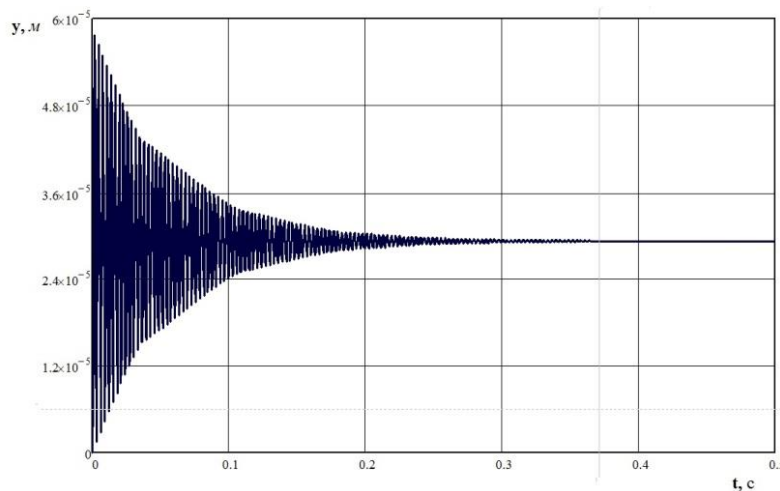


Рис. 8.10. Графік перехідного процесу одномасової системи.  $m = 31,5 \text{ кг}$ ,  $\xi = 0,008$  ( $\lambda = 0,05$ ),  $c = 136,7 \cdot 10^3 \text{ Н/мм}$ ,  $K_{cm} = 2,93 \cdot 10^{-5} \text{ мм/Н}$ ,  $\omega = 2080 \text{ с}^{-1}$



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/М /ОК 05-2021
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 57

## ЛІТЕРАТУРА

1. Ловейкін В.С. Динаміка машин / В.С. Ловейкін, Ю.О. Ромасевич. – К.: ЦП «КОМПРИНТ», 2013. – 227 с.
2. Технологія автоматизованого виробництва: Підручник / О.О. Жолобов, В.А. Кирилович, П. П. Мельничук, В.А. Яновський. – Житомир: ЖДТУ, 2008. – 1014 с.
3. Василюк Г.Д., Лоев В.Ю., Мельничук П.П. Конструювання, розрахунок та експлуатація токарних верстатів з ЧПК: Навчальний посібник для студентів спеціальностей 7.090202 „Технологія машинобудування” і 7.090203 „Металорізальні верстати та системи”. – Житомир: ЖІТІ, 2001.– 400 с.
4. Крижанівський В.А., Кузнєцов Ю.М., Кириченко А.М., Гречка А.І., Смірнов В.В. Агрегатно-модульне технологічне обладнання : підручник, Ч.2 : Проектування та дослідження вузлів агрегатно-модульного технологічного обладнання. Кіровоград, 2003. – 286с.
5. Кузнєцов Ю.М., Саленко О.Ф., Харченко О.О., Щетинін В.Т. Технологічне обладнання з ЧПК: механізми і оснащення: Навч. посібник для студентів вищих навчальних закладів / Ю.М. Кузнєцов, О.Ф. Саленко, О.О. Харченко, В.Т. Щетинін. – Київ-Кременчук-Севастополь: Вид-во «Точка», 2014. – 5000 с.: іл.
6. Математичне моделювання процесів і систем [Електронний ресурс] : Навч. посіб. / А. І. Жученко, Л. Р. Ладієва, М. С. Піргач, Я. Ю. Жураковський; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 351 с
7. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з курсу “Динаміка та дослідження машин” для студентів спеціальності 133 «Галузеве машинобудування» всіх форм навчання. Укладачі Шевченко О.В., Степчин Я.А. – Житомир: ЖДТУ, 2018.– 14 с.
8. «Динаміка та дослідження машин». Методичні вказівки до організації самостійної роботи студентів зі спеціальності 133 «Галузеве машинобудування» всіх форм навчання. Укладач Степчин Я.А. – Житомир: ЖДТУ, 2018. – 8 с.
9. Курмаз Л.В. Основи конструювання деталей машин: навч. посібник / Л.В. Курмаз. – Харків: Видавництво «Підручник НТУ «ХПІ», 2010. – 532 с.
10. Гайдамака А. В. Підшипники кочення. Базові знання та напрямки вдосконалення : навч. посіб. / А. В. Гайдамака. – Х. : НТУ «ХПІ», 2009. – 248 с.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.05- 05.02/2/131.00.1/ М/ОК 05-2024
	Екземпляр № 1	Арк 58 / 58

Степчин Ярослав  
Анатолійович

## Динаміка та дослідження машин

Методичні рекомендації до виконання практичних робіт

Автор

*Я.А. Степчин*

Редактор

Технічне редагування

Комп'ютерний набір та верстка

Макетування

*Я.А. Степчин*

Підписано до друку формат 1/16  
Папір офсетний. Гарнітура Таймс. Умовн. друк. арк.  
Наклад 50 прим. Зам.

Редакційно-видавничий відділ державного університету  
«Житомирська політехніка»

Адреса: «Житомирська політехніка», вул. Чуднівська, 103, м. Житомир,  
10005