ЛЕКЦІЯ 2.

ТЕОРІЯ ВІДНОШЕНЬ

ПЛАН

1. Поняття відношення

2. Способи задання бінарних відношень

3. Операції над відношеннями

4. Типи відношень

ПОНЯТТЯ ВІДНОШЕННЯ

ТЕОРІЯ ВІДНОШЕНЬ

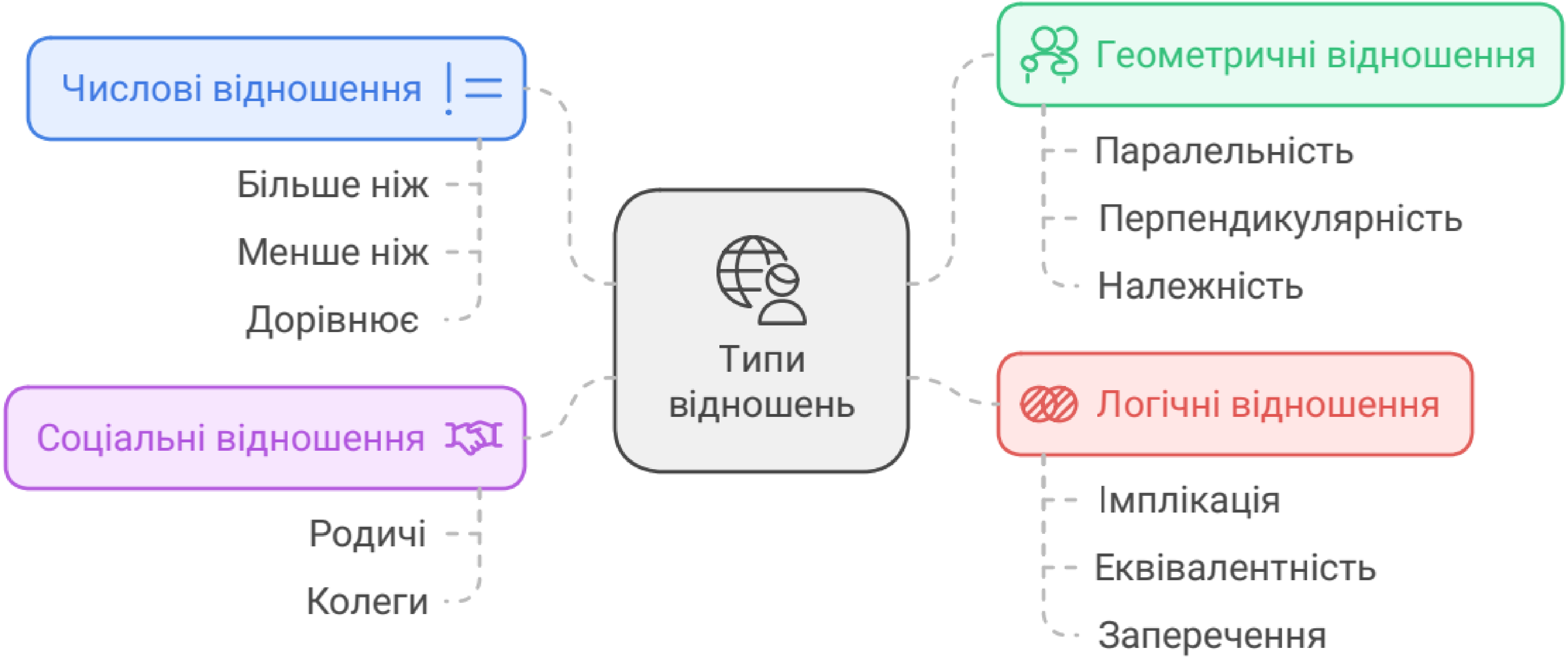
– це розділ математики, який вивчає зв'язки між елементами множин;

це фундаментальне поняття, що виражає зв'язок між двома чи більше об'єктами, подіями чи ідеями.

Цей зв'язок може бути різноманітним, від простого порівняння до складних причинно-наслідкових залежностей.

Відношення дозволяють формалізувати різноманітні поняття та процеси, що зустрічаються у різних галузях знань.

ПРИКЛАДИ ВІДНОШЕНЬ



ДЕКАРТОВ ДОБУТОК

Якщо a і b – об'єкти, то (a, b) – це впорядкована пара.

Декартовим добутком множин A і B (позначається $A \times B$), є множина $\{(a, b) \mid a \in A \text{ і } b \in B\}$.

Декртовий добуток $A\times A\times A\times \ldots \times A$, в якому одна множина A помножується сама на себе n разів називається *декатовим степенем множини* і позначається A^n.

Множину A^2 називають *декартовим квадратом множини* A, A^3 – *декартовим кубом*.

Перший декартовий степінь будь-якої множини A є сама множина A, тобто $A^1=A$.

ПОНЯТТЯ ВІДНОШЕННЯ

Відношенням R множин A і B називається довільна підмножина A×B.
Якщо (a, b) $\in$ R, це можна записати як aRb; при цьому говорять, що *a і b перебувають у відношенні R*, або *a відноситься до b*.
Якщо ж два елементи a, b не зв'язані відношенням R , то записують (a, b) $\notin$R або $\overline{(a,b)}$, або $\overline{aRb}$.

Для будь-яких двох множин A і B довільна підмножина R $\subseteq$ A×B називається бінарним відношенням між A і B.

Якщо A = B, то відношення є підмножиною A×A і таке відношення називають бінарним відношенням на A.

ВИДИ ВІДНОШЕНЬ

n-арні відношення – це узагальнення бінарних і тернарних відншень, що встановлюють зв'язок між n елементами.

Наприклад:
"є батьком для" на множині людей - це відношення може бути n-арним, якщо враховувати всіх дітей людини (n може бути довільним).

ВИДИ ВІДНОШЕНЬ

Бінарні відношення найбільш поширений тип відношень, який встановлює зв'язок між двома елементами.

Наприклад:
"більш ніж", "менш ніж", "дорівнює"; "є батьком".

ВИДИ ВІДНОШЕНЬ

Тернарні відношення встановлюють зв'язок між трьома елементами.

Наприклад:
"Точка лежить між двома іншими точками" . Тут маємо три точки на прямій, і відношення встановлює порядок їх розташування.

"Студент вивчає предмет у певній аудиторії". Тут три елементи: студент, предмет та аудиторія.

ВЛАСТИВОСТІ ДЕКАРТОВОГО ДОБУТКУ

Декартів добуток має наступні властивості:

1) $A \times B \neq B \times A$ – некомутативність;
2) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ – дистрибутивність відносно $\cup$;
3) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ – дистрибутивність відносно $\cap$;
4) $A \times \varnothing = \varnothing \times A = A$.

Приклад. Нехай $A = \{0, 1\}$, $B = \{x, y\}$.

Тоді

$A \times B = \{(0, x), (0, y), (1, x), (1, y)\}$

$B \times A = \{(x, 0), (x, 1), (y, 0), (y, 1)\}$

ПРИКЛАД

Нехай $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Визначимо на цій множині відношення

$R \subseteq A\text{x}A$: $R=\{(x, y)$: $x, y \in A$, x- дільник y, $x<=3$ і $y<6\}$

Явний запис відношення має наступний вигляд:

R = {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 2), (2, 4), (3, 3)}

Нехай $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B= \{1,2,3,4,5,6,7\}$, а відношення **$R = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B, x$ *дільник* $y\}$**

Тоді відношення R визначається парами елементів множин A і B:

R = {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (2, 2), (2, 4), (2, 6), (3, 3), (3, 6), (4, 4), (5, 5), (6, 6)}

Тому R є підмножиною множини, що складається з усіх впорядкованих пар елементів по одному з кожної множини A та B

Відношення R можна зобразити за допомогою діаграми, де елементи множин A і B з'єднані стрілками, які показують відношення " *x- дільник y* ".

ПРИКЛАД

Нехай $A = (a_1, a_2, a_3)$; $B = (b_1, b_2)$; $C = (c_1, c_2)$.

Знайти $A\times B$, $B\times A$, $A\times B \times C$, B^2

$A\times B = \{(a_1, b_1), (a_1, b_2), (a_2, b_1), (a_2, b_2), (a_3, b_1), (a_3, b_2)\}$.

$B\times A = \{(b_1, a_1), (b_1, a_2), (b_1, a_3), (b_2, a_1), (b_2, a_2), (b_2, a_3)\}$.

$A\times B \times C = \{(a_1, b_1, c_1), (a_1, b_2, c_1), (a_2, b_1, c_1), (a_2, b_2, c_1), (a_3, b_1, c_1), (a_3, b_2, c_1),$
$(a_1, b_1, c_2),(a_1, b_2, c_2), (a_2, b_1, c_2), (a_2, b_2, c_2), (a_3, b_1, c_2), (a_3, b_2, c_2)\}$.

$B^2 = \{(b_1, b_1), (b_1, b_2), (b_2, b_1), (b_2, b_2)\}$.

Область визначення (D) бінарного відношення R – це множина ***всіх перших елементів пар***, що належать R. Тобто, це множина всіх елементів з першої множини, які беруть участь у відношенні.

Область значень (E) бінарного відношення R – це множина ***всіх інших елементів пар***, що належать R. Тобто, це множина всіх елементів з іншої множини, які є результатом застосування відношення.

Приклад

Нехай маємо множини A = {1, 2, 3} та B = {a, b}.
Відношення "більш ніж" між A та B можна задати як множину пар: R = {(2, a), (3, a), (3, b)}.
Пара (2, a) означає, що число 2 більше букви a.

D(R) = {2, 3} – це всі числа, які беруть участь у відношенні "більш ніж".
E(R) = {a, b} – це всі букви, які є результатом цього відношення.

Для відношення R = {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 2), (2, 4), (3, 3)} з попереднього прикладу:
Область визначення D(R) = {1, 2, 3}.
Область значень E(R) = {1, 2, 3, 4, 5}.

СПОСОБИ ЗАДАННЯ БІНАРНИХ ВІДНОШЕНЬ

ПЕРЕЛІКОМ ПАР

Будь-яке бінарне відношення може бути задане у вигляді списку, елементами якого є пари, з якого складається відношення.

Приклад.

На множинах A={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}; B={24, 25, 26} побудуємо відношення «дільник», яке складається з упорядкованих пар (x, y), де x – дільник y, $x \in A$, $y \in B$.

R= {(1, 24), (1, 25), (1, 26), (2, 24), (2, 26), (3, 24), (4, 24), (5, 25), (6, 24), (8, 24)}.

МАТРИЦЕЮ СУМІЖНОСТІ

Бінарне відношення R на множинах X, Y може бути задане за допомогою матриці суміжності W(R), рядки якої відповідають елементам множини X, а стовпці – елементам множини Y. Кожен елемент цієї матриці w_{ij} відповідає парі $(x_i, y_j) \in A \times B$, причому $w_{ij}=0$, якщо $(x_i, y_j) \notin R$, і $w_{ij}=1$, якщо $(x_i, y_j) \in R$.

Розмір матриці суміжності дорівнює | X | × | Y |, де | X | і | Y | – потужності множин X та Y відповідно.

Приклад.

На множинах A={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}; B={24, 25, 26} побудуємо відношення «дільник», яке складається з упорядкованих пар (x, y), де x – дільник y, $x \in A$, $y \in B$.

R= {(1, 24), (1, 25), (1, 26), (2, 24), (2, 26), (3, 24), (4, 24), (5, 25), (6, 24), (8, 24)}.

A\B	24	25	26
1	1	1	1
2	1	0	1
3	1	0	0
4	1	0	0
5	0	1	0
6	1	0	0
7	0	0	0
8	1	0	0
9	0	0	0

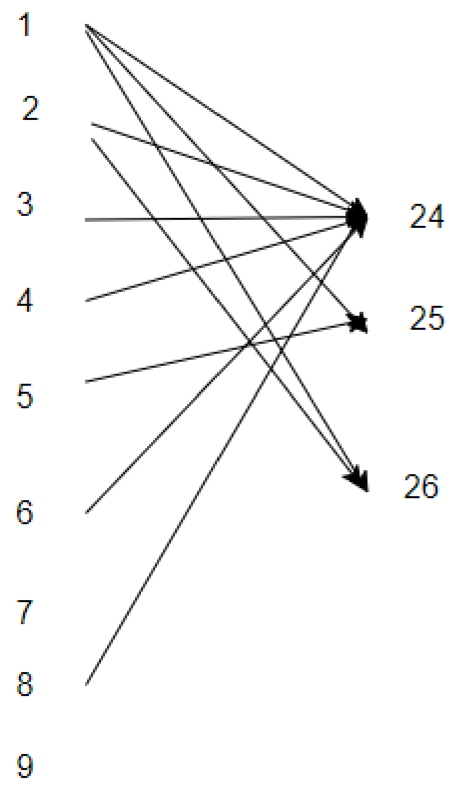
СТРІЛКАМИ

Спосіб завдання відношень стрілками

Приклад.

На множинах A={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}; B={24, 25, 26} побудуємо відношення «дільник», яке складається з упорядкованих пар (x, y), де x – дільник y, $x \in A$, $y \in B$.

R= {(1, 24), (1, 25), (1, 26), (2, 24), (2, 26), (3, 24), (4, 24), (5, 25), (6, 24), (8, 24)}.

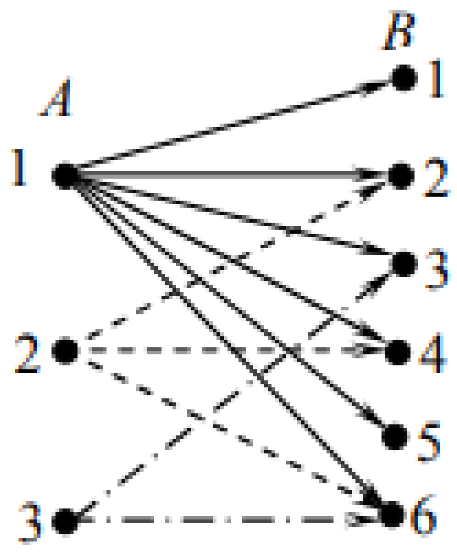


Приклад.

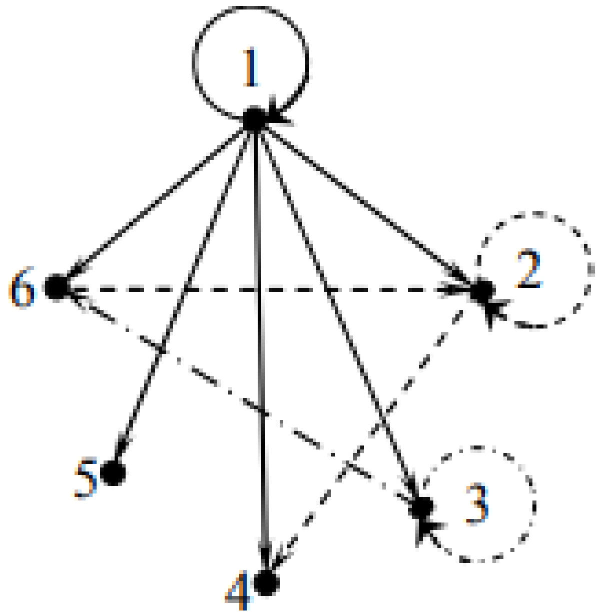
На множинах A={1, 2, 3}; B={1, 2, 3, 4, 5, 6} виконується відношення

R = {(1,1) , (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,2), (2,4), (2,6), (3,3), (3,6)}.

1)



2)



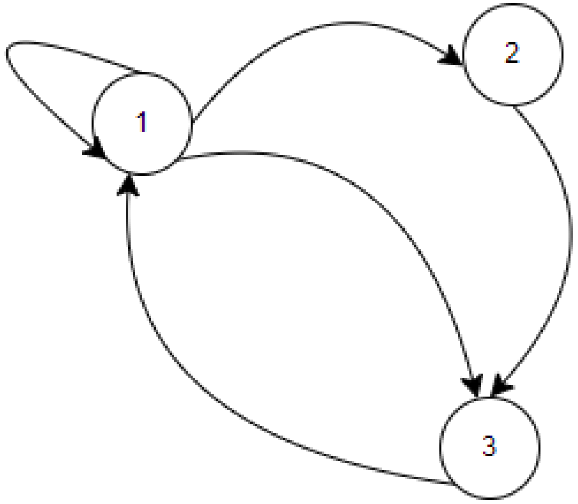
ГРАФОМ ВІДНОШЕННЯ

Бінарне відношення R на множинах X, Y може бути задане графом відношення.

Позначимо на площині точками елементи множин X і Y, якщо пара $(x_i, y_j) \in$ R, поєднаємо відповідні точки лінією, що спрямована від x_i до y_j.

Лінії називаються дугами, а точки – вершинами графа.

Приклад.
Бінарне відношення має вигляд R = {(1,1), (1,2), (1,3), (2,3), (3,1)}, задати граф бінарного відношення



ГРАФІКОМ ВІДНОШЕННЯ

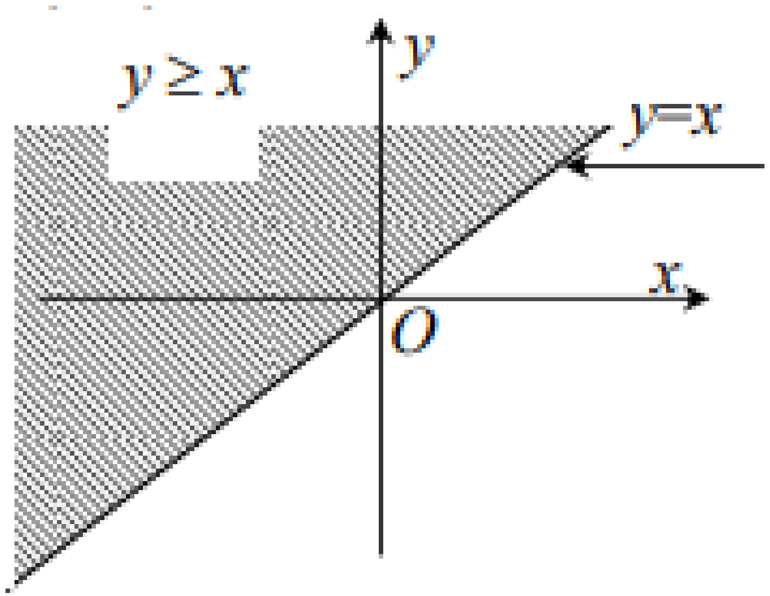
Зображення відношення R ($R \subseteq A \times B$) на координатній сітці називають графіком відношення

Приклад.

Відношення нестрогого порядку

x <= y (x, y ∈ R)

Відношення нестрогого порядку має три основні властивості: рефлексивність, антисиметричність, транзитивність



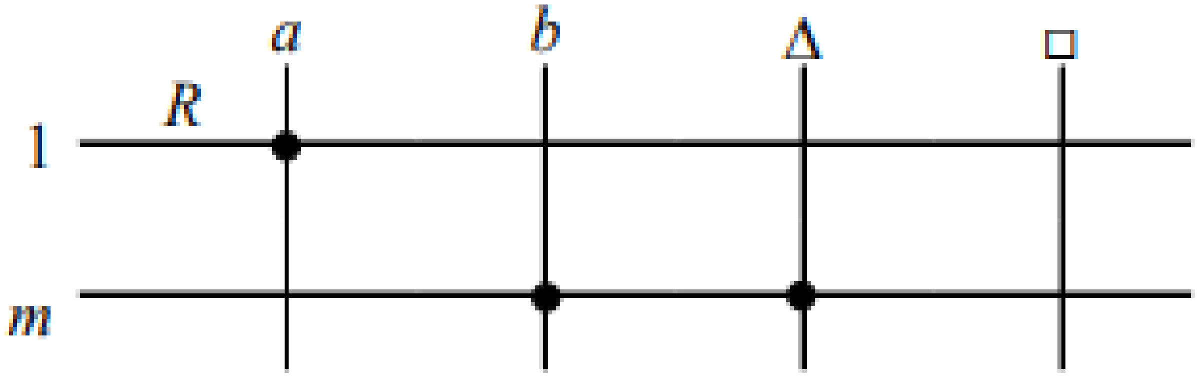
ГРАФІК ВІДПОВІДНОСТІ

Приклад.

Позначимо в таблиці точками елементи, які належать до

R={(a, 1), (b, m), (∆, m)} декартового добутку множин

A ={a, b, ∆, □} та B={1, m}



ПРОЕКЦІЯ

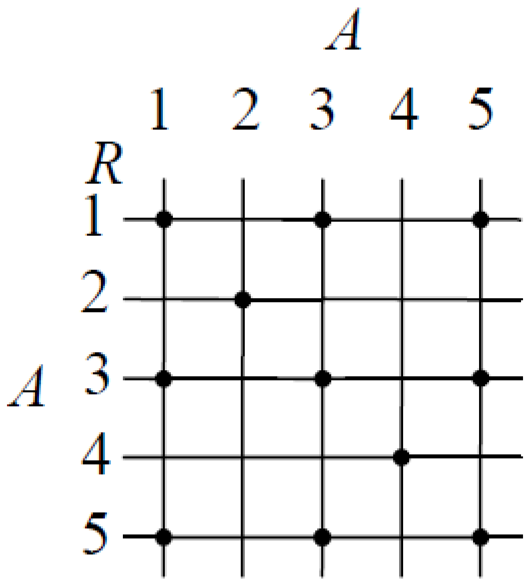
Нехай c = (a , b) – кортеж довжиною 2 (де $c \in A \times B$). Елемент a називається проекцією елемента c на множину A (або на першу вісь).

Позначається як $\text{пр}_{A}c = \text{пр}_1\, c = a$.

Приклад.

Нехай A = {1, 2, 3, 4, 5},

R = {(1,1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (1 , 3), (1, 5), (3,1), (3, 5), (5,1), (5, 3)}



Знайти: 1) $\text{пр}_{R}(1, 3)$; 2) пр_1R

1) $\text{пр}_{R}(1, 3)= \{1, 3, 5\}$
2) 2) $\text{пр}_1R = A$

ОПЕРАЦІЇ НАД ВІДНОШЕННЯМИ

ОПЕРАЦІЇ НАД ВІДНОШЕННЯМИ

Оскільки відношення є множиною, то усі операції для множин можна робити і над відношеннями.

Приклад:
На декартовому добутку множин A={1, 2, 3} та B={1, 2, 3, 4} визначені відношення :

R_1 ={(1,1), (2,2), (3,3)}, R_2={(1,1), (1,2), (1,3), (1,4)}.

Тоді

$R_1 \cup R_2$ ={(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,2), (3,3)}
$R_1 \cap R_2$ ={(1,1)}
$R_1 \setminus R_2$ = {(2,2), (3,3)}
$R_2 \setminus R_1$={(1,2), (1,3), (1,4)}.

ОБЕРНЕНЕ ВІДНОШЕННЯ. КОМПОЗИЦІЯ

Нехай $R \subseteq A \times B$ є відношення на $A \times B$. Тоді відношення R^{-1} називається **обереним відношенням** до даного відношення на $B \times A$ визначається R в такий спосіб:

$$R^{-1} = \{(b,a) : (a,b) \in R\}.$$

Нехай $R_1 \subseteq A \times C$ - відношення на $A \times C$, а $R_2 \subseteq C \times B$ - відношення на $C \times B$.

Композицією відношень R_2 і R_1 називається відношення $R \subseteq A \times B$, задане в такий спосіб:

$$\boldsymbol{R = \{(a, b) : \text{існує такий } c \text{ з } C, \text{ що } (a, c) \in R_1 \text{ і } (c, b) \in R_2\}.}$$

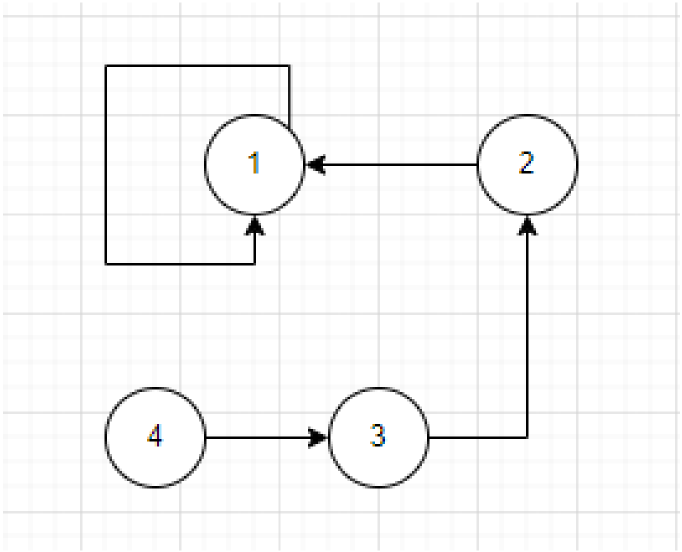
Ця множина позначається $\boldsymbol{R = R_2 \circ R_1}$.

Приклад

Нехай на
 множині $A=\{1, 2, 3, 4\}$
задано відношення

$R=\{(1,1), (2,1), (3,2), (4,3)\}$.

 Знайдемо R^n, $n=2,3,4,5$:



Розв'язання задачі:

Знайти R^3:
Можна уявити елементи множини A як вершини графа, а пари відношення як стрілки, що з'єднують ці вершини. Тоді R^n показує, яких вершин можна досягти, рухаючись по цих стрілках рівно n кроків.

Спочатку знайдемо R^2:
$(1,1) \in R^2$, $(1,1) \in R^1$ і $(1,1) \in R$.
$(2,1) \in R^2$, $(2,1) \in R^1$ і $(2,1) \in R$.
$(3,1) \in R^2$, $(3,2) \in R^1$ і $(2,1) \in R$.
$(4,2) \in R^2$, $(4,3) \in R^1$ і $(3,2) \in R$.

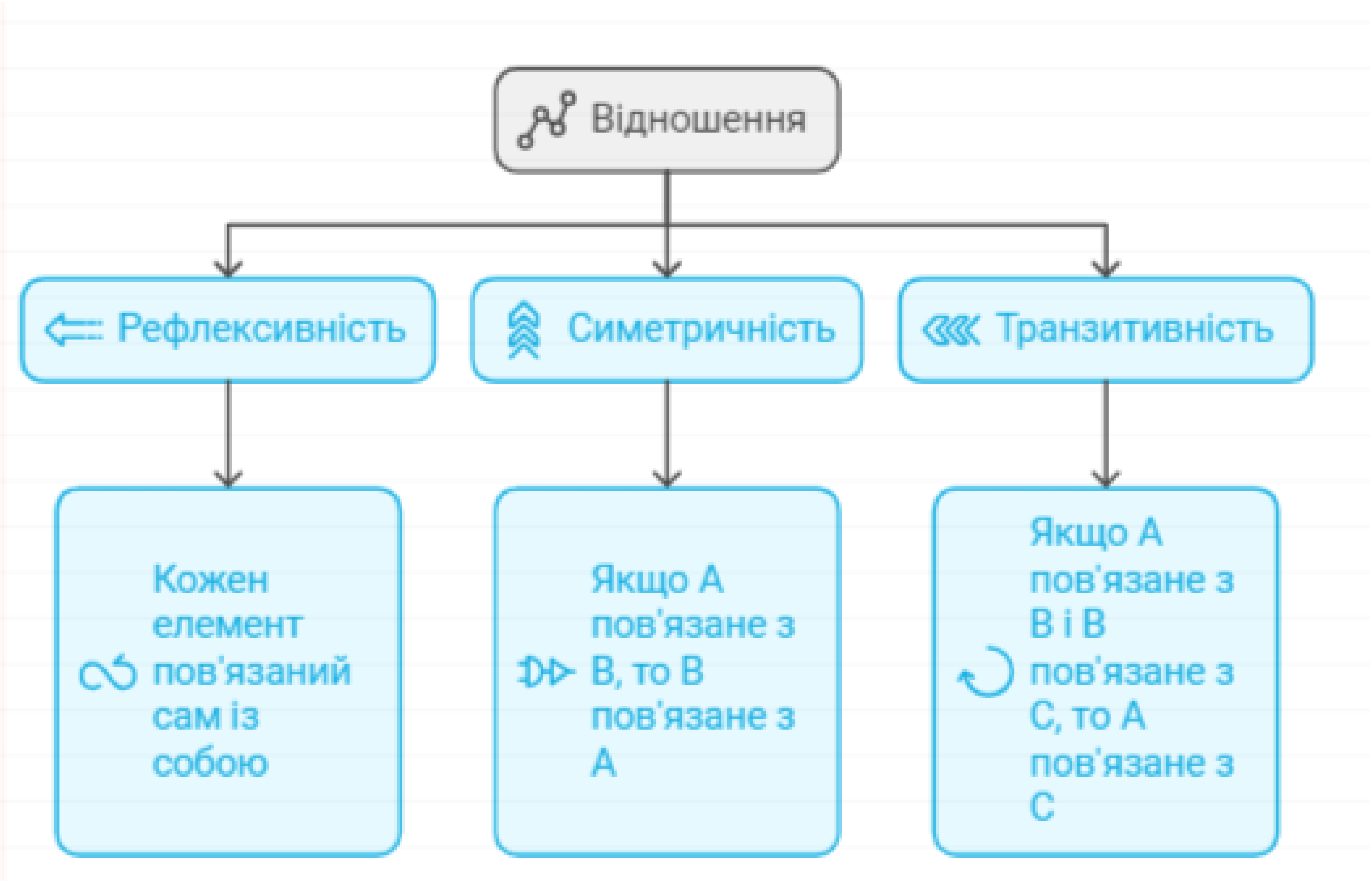
$R^2 = \{(1, 1), (2, 1), (3, 1), (4, 2)\}$

Наступним кроком знайдемо R^3:
аналогічно R

$R^3 = \{(1,1), (2,1), (3,1), (4,1)\}$.

ТИПИ ВІДНОШЕНЬ

ВЛАСТИВОСТІ ВІДНОШЕНЬ



РЕФЛЕКСИВНІСТЬ

Відношення R на множині A називається **рефлексивним**, якщо кожен елемент цієї множини перебуває у відношенні до самого себе.

Для будь-якого елемента a з множини A виконується умова:

aRa

властивість	приклад
Рефлексивне	Будь-яка пряма паралельна сама собі.
Не рефлексивне	Людина не може бути старшою за себе.
Рефлексивне	Для будь-якого числа x, x = x.
Рефлексивне	Для будь-якої множини A, A ⊆ A.
Антірефлексивне	умова рефлексивності не виконується ні для жодного елементу множини

ПРИКЛАД У МАТРИЧНОМУ ПОДАННІ

Нехай маємо множину

A = {a, b, c}

і відношення R на A.

Матриця відношення R

	a	b	c
a	1	0	0
b	0	1	0
c	0	0	1

СИМЕТРИЧНІСТЬ

Відношення R на множині A називається **симетричним**, якщо для будь-яких елементів a і b з множини A, a перебуває у відношенні до b, і b перебуває у відношенні до a.

Формально можна записати:

Якщо aRb, то bRa

Асиметричне

$\forall a, b \in A: (aRb) \Rightarrow \neg(bRa)$

властивість	приклад
Симетричне	Якщо пряма a паралельна прямій b, то пряма b паралельна прямій a.
Не симетричні	Якщо Аліса старша за Бориса, то Борис не може бути старшим за Алісу.
Антисиметричне	"менше або дорівнює«, Якщо a ≤ b і b ≤ a, то a = b.
Антисиметричне	Якщо множина A є підмножиною множини B і одночасно множина B є підмножиною множини A, то множини A і B рівні.
Асиметричне	Якщо 5 > 3, то 3 не може бути більше 5.

ТРАНЗИТИВНІСТЬ

Відношення R на множині A називається **транзитивним**, якщо для будь-яких елементів a, b і c з множини A, a перебуває у відношенні до b і b перебуває у відношенні до c, то і a перебуває у відношенні до c.

Формально:

Якщо **aRb і bRc, то aRc**

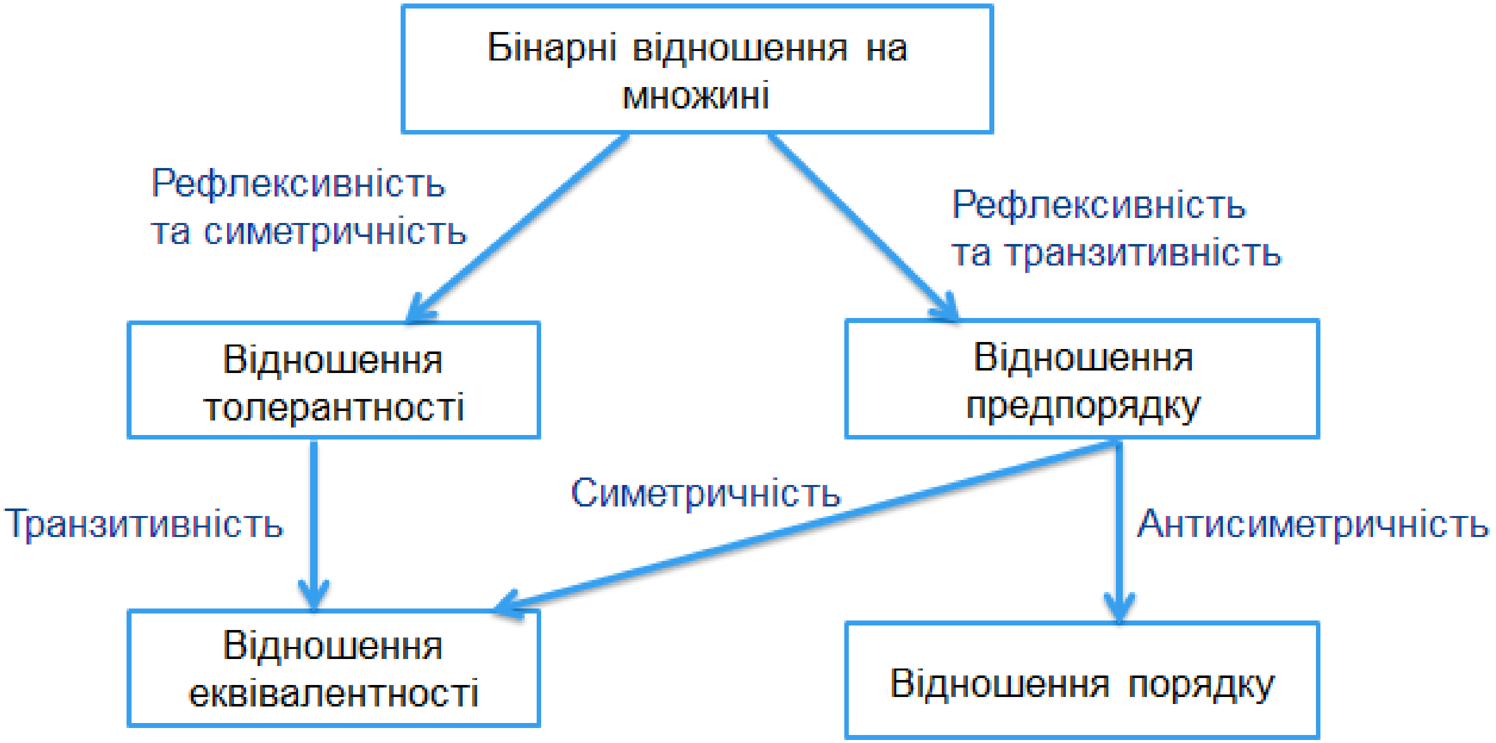
властивість	приклад
Транзитивне	Якщо Аліса старша за Бориса, а Борис старший за Карлоса, то Аліса старша за Карлоса.
Транзитивне	Якщо пряма *a* паралельна прямій *b*, а пряма *b* паралельна прямій *c*, то пряма *a* паралельна прямій *c*.

КОМБІНАЦІЇ ВЛАСТИВОСТЕЙ

Різні комбінації цих властивостей визначають різні типи відношень.

Наприклад:

Відношення еквівалентності - це відношення, яке є рефлексивним, симетричним та транзитивним (равенство чисел).

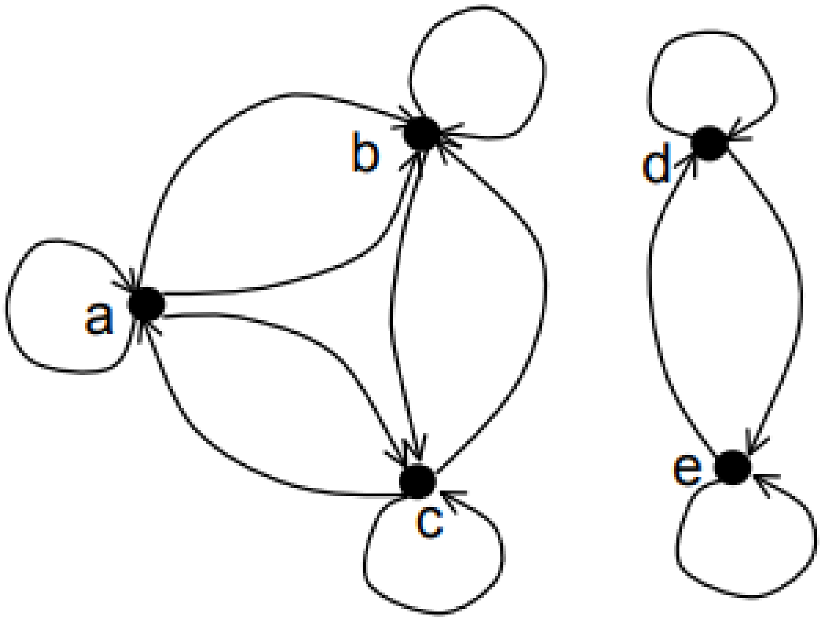


ВІДНОШЕННЯ ЕКВІВАЛЕНТНОСТІ

A = { a, b, c, d, e }

R = { (a, a), (a, b), (a, c), (b, a), (b, b), (b, c), (c, b), (c, c), (d, d), (d, e), (e, d), (e, e)}

$$
\begin{array}{c|ccccc|}
 & a & b & c & d & e \\
a & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
b & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
c & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
d & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
e & 0 & 0 & 0 & 1 & 1
\end{array}
$$



ЧАСТКОВО ВПОРЯДКОВАНІ МНОЖИНИ

Відношення *R* на *A* називають відношенням *часткового порядку*, якщо воно *рефлексивне, симетричне і транзитивне*.

Якщо відношення *R* на *A* є відношенням часткового порядку, то (*A*,*R*) називають *частково впорядкованою множиною*, або *ЧВ-множиною* з порядком *R*.

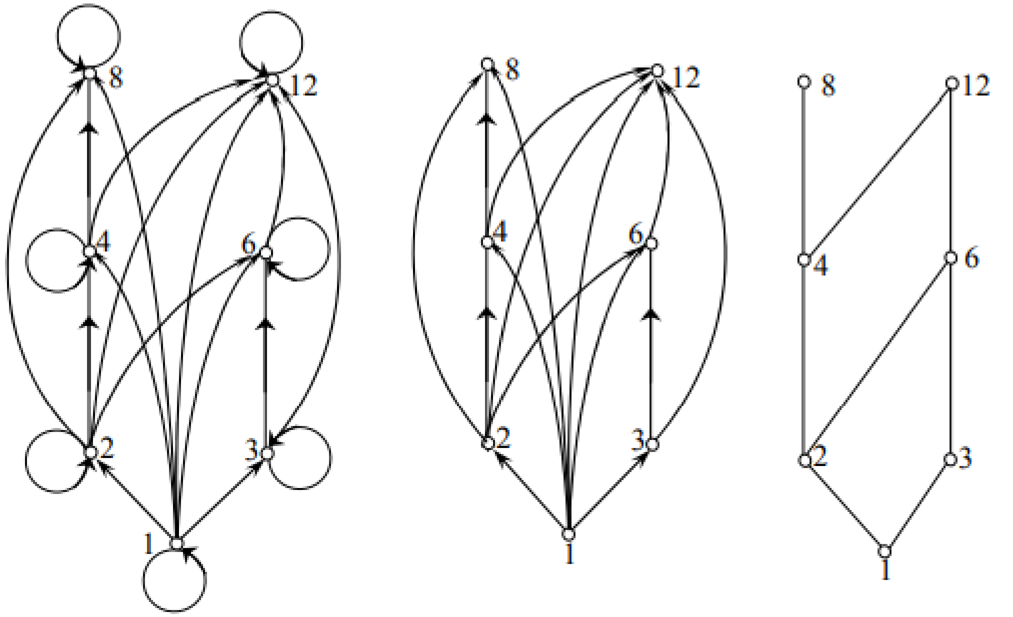
Часто частковий порядок зображують як діаграми Гассе, де елементи представлені точками, а відносини порядку – відрізками чи дугами. Елемент, що знаходиться нижче за інше, вважається "меншим"..

ПРИКЛАД

Відношення "ділитися на" на множині A= {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12}

Відношення R задамо наступним чином: (a, b) ∈ R, тоді й лише тоді, коли a дільник b. Отже,

R = {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 6), (1, 8), (1, 12), (2, 2), (2, 4), (2, 6),)2, 8), (2, 12), (3, 3), (3, 6), (3, 12), (4, 4), (4, 8), (4, 12), (6, 6), (6, 12), (8, 8), (12, 12)}.



Відношення R :

- Рефлексивним – $\forall a \in A \ aRa$
- Антирефлексивним – $\forall a \in A \ \neg aRa$
- Симетричним – $\forall a, b \in A \ aRb \rightarrow bRa$
- Антисиметричним – $\forall a, b \in A \ aRb \wedge bRa \rightarrow a = b$
- Транзитивним – $\forall a, b, c \in A \ aRb \wedge bRc \rightarrow aRc$
- Повним - $\forall a, b \in A \ a = b \vee aRb \vee bRa$

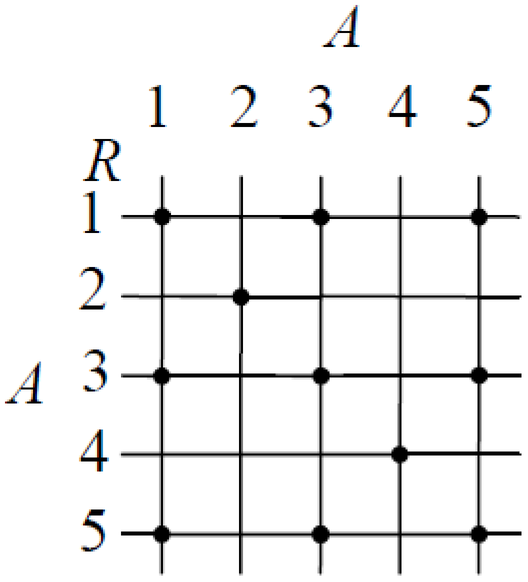
ПРИКЛАД

Нехай $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. До якого типу належить відношення
$R = \{(1,1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (1, 3), (1, 5), (3,1), (3, 5), (5,1), (5, 3)\}$.

1) Відношення R − рефлексивне, оскільки для кожного $a \in A$, маємо $(a, a) \in R$;
2) відношення R − симетричне, оскільки для всіх пар

   $(a, b) \in R (a \neq b)$

3) відношення R − транзитивне



ЗАВДАННЯ 1

Перевірити чи істина рівність
$(A \cup B) \times (C \cup D) = (A \times C) \cup (B \times C) \cup (A \times D) \cup (B \times D)$

Нехай $x \in (A \cup B)$ а $y \in (C \cup D)$

Розглянемо всі можливі комбінації для x та y:
якщо $x \in A$ а $y \in C$, то $(x, y) \in A \times C$
якщо $x \in A$ а $y \in D$, то $(x, y) \in A \times D$
якщо $x \in B$ а $y \in C$, то $(x, y) \in B \times C$
якщо $x \in B$ а $y \in D$, то $(x, y) \in B \times D$

Отже, у будь-якому випадку, якщо $(x, y) \in (A \cup B) \times (C \cup D)$, то (x, y) належить одній з множин $A \times C$, $B \times C$, $A \times D$ або $B \times D$.

Таким чином, $(A \cup B) \times (C \cup D) = (A \times C) \cup (B \times C) \cup (A \times D) \cup (B \times D)$.

ЗАВДАННЯ 1

Перевірити чи істинна рівність

$A\times (B \cap C \cup D) = (A\times B) \cap (A\times C) \cup (A\times D)$

Нехай $(x, y) \in A\times (B \cap C \cup D)$, це значить що $x \in A$, $y \in B \cap C \cup D$. Оскільки $y \in B \cap C \cup D$, то y належить хоча б одній з множин B, C або D.

Якщо $y \in B$, то $(x, y) \in A\times B$, отже $(x, y) \in (A\times B) \cap (A\times C) \cup (A\times D)$.
Якщо $y \in C$, то $(x, y) \in A\times C$, отже $(x, y) \in (A\times B) \cap (A\times C) \cup (A\times D)$.
Якщо $y \in D$, то $(x, y) \in A\times D$, отже $(x, y) \in (A\times B) \cap (A\times C) \cup (A\times D)$.
Отже, у будь-якому випадку, якщо $(x, y) \in A\times (B \cap C \cup D)$, то $(x, y) \in (A\times B) \cap (A\times C) \cup (A\times D)$.
Це доводитиме першу включеність.

Нехай $(x, y) \in (A\times B) \cap (A\times C) \cup (A\times D)$. Це значить, що $(x, y) \in A\times B$, або $(x, y) \in A\times C$, або $(x, y) \in A\times D$.
Якщо $(x, y) \in A\times B$, то $x \in A$ і $y \in B$, отже $y \in B \cap C \cup D$, і таким чином $(x, y) \in A\times (B \cap C \cup D)$.
Якщо $(x, y) \in A\times C$ або $(x, y) \in A\times D$, то $(x, y) \in A\times (B \cap C \cup D)$.

У будь-якому випадку, якщо $(x, y) \in (A\times B) \cap (A\times C) \cup (A\times D)$, то $(x, y) \in A\times (B \cap C \cup D)$.
Це доводить другу включеність.

Отже, рівність $A\times(B\cap C\cup D) = (A\times B)\cap(A\times C)\cup(A\times D)$ є вірним

ЗАВДАННЯ 1

Перевірити чи істина рівність

$A \times (B \cap C \cup D) = (A \times B) \cap (A \times C) \cup (A \times D)$

Розглянемо ліву частину $A \times (B \cap C \cup D)$

Якщо застосувати дистрибутивність до виразу отримаємо:

$A \times (B \cap C \cup D) = A \times [(B \cap C) \cup D] = \; = [A \times (B \cap C)] \cup (A \times D) = [(A \times B) \cap (A \times C)] \cup (A \times D)$

Порівняємо з правою частиною

$A \times (B \cap C \cup D) = (A \times B) \cap (A \times C) \cup (A \times D)$

ЗАВДАННЯ 2

Знайти матрицю відношення $R \subset M \times 2^M : R = \{(x, y) | x \in M \ \& \ y \subset M \ \& \ y = x \}$,
де $M = \{ x | x \in Z \ \& \ -5 < x \leq 1\}$, Z - множина цілих чисел.

M - це множина цілих чисел від -4 до 1 включно: $M = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1\}$.

Оскільки відношення R визначається як x = y, то y завжди дорівнює {x}, то пара (x, y) належить R тільки тоді, коли y - одноелементна множина.

$R = \{(-4, \{-4\}), (-3, \{ -3\}), (-2, \{-2\}), (-1, \{-1\}), (0, \{0\}), (1, \{1\})\}$

ЗАВДАННЯ 3

Зобразити відношення графічно: $\alpha=\{(x, y)|\ (x, y) \in R^2\ \&\ |1-2y|=x\}$,
де R - множина дійсних чисел.

$x = 0,\ y = ½$ і $y = -2,\ x = 5$
$x = 0,\ y = ½$ і $y = 2,\ x = 3$

Графік складається з двох прямих, що починаються в точці (0, 1/2) і йдуть у протилежних напрямках. Графік симетричний щодо осі абсцис.

Графік відношення α є двома лучами, що розходяться з однієї точки. Це геометричне місце точок, які задовольняють заданому рівнянню.

ЗАВДАННЯ 4

Навести приклад бінарного відношення $R \subset A \times A$, де $A = \{a, b, c, d, e\}$, яке є антирефлексивне, антисиметричне, транзитивне, та побудувати його матрицю.

Антирефлексивне відношення означає, що жодний елемент не перебуває у відношенні сам із собою. Тобто у відношенні немає пар виду (x, x).

Антисиметричне відношення означає, що якщо a стоїть у відношенні до b, то b не може стоять у відношенні до a. Якщо $(a, b) \in R$, то $(b, a) \notin R$.

Транзитивне відношення означає, якщо a стоїть у відношенні до b, a b стоїть у відношенні до c, то a також стоїть у відношенні до c.
(a, b) і $(b, c) \in R$, тоді $(a, c) \in R$.

	a	b	c	d	e
a	0	1	1	0	1
b	0	0	1	0	0
c	0	0	0	0	0
d	1	0	0	0	1
e	0	0	0	0	0

THANK YOU