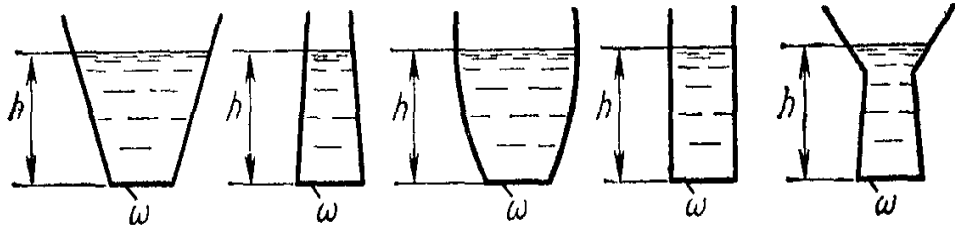


## ДОСЛІЖЕННЯ СИЛИ ТИСКУ РІДИНИ В СТАНІ СПОКОЮ НА ГОРИЗОНТАЛЬНІ І ПОХИЛІ ПЛОСКІ ПОВЕРХНІ (СТІНКИ)

Розглянемо масив рідини в стані спокою щодо Землі. Виберемо в масиві горизонтальні площадки  $\omega$  і побудуємо на них ємності різної форми. Усі точки цієї площадки знаходяться на однаковій глибині і піддаються



однаковому тиску з боку рідини. Якщо вільна поверхня рідини відкрита в атмосферу ( $p_0 = p_{\text{ат}}$ ), то сила надлишкового тиску на площадку  $\omega$

$$P_{\text{надл.}} = \rho g h \omega \quad (1)$$

тобто чисельно дорівнює вазі рідини, вміщеної у вертикальній фігурі з основою  $\omega$  і висотою  $h$ .

Сила  $P_{\text{надл.}}$  спрямована з боку рідини перпендикулярно стінці (незалежно від її положення в просторі).

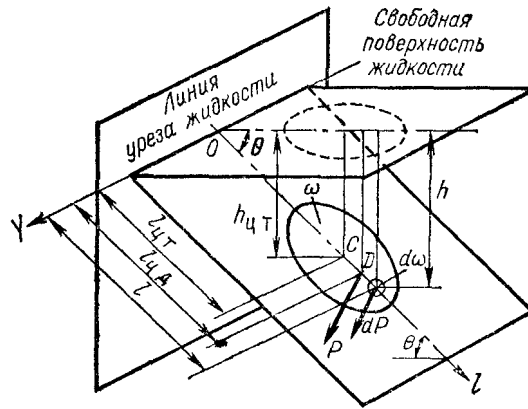
З (1) очевидно, що сила надлишкового гідростатичного тиску на дно ємності залежить від густини рідини, площі дна і висоти заповнення ємності рідиною.

При рівності тисків на вільні поверхні  $p_0$ , густини  $\rho$ , площі основи  $\omega$  і глибин  $h$  незалежно від форми і розмірів ємності сила тиску на горизонтальне дно буде однієї і тією ж (мал.) (*гідростатичний парадокс*).

## ТИСК РІДИНИ НА ПЛОСКУ ПОХИЛУ СТІНКУ.

Розглянемо плоску стінку (наприклад поверхню дамби), нахилену до обрію під кутом  $\theta$ , яка знаходиться під дією тиску рідини. Виберемо для аналізу елемент

стінки площею  $\omega$  (рис. 1). Гідростатичний тиск рідини не залишається постійним у межах змоченої поверхні стінки. Розбивши площу  $\omega$  на елементарні площадки  $d\omega$  і вважаючи в межах  $d\omega$  тиск  $p$  незмінним, виразимо значення елементарної сили тиску  $dP$  на елементарну площадку як  $dP = p d\omega$  (1). Вектор  $dP$



спрямований з боку рідини по нормалі до площадки.

Сумарна дія рідини на поверхню  $\omega$  зведеться до рівнодіючої сили  $P_{абс}$

$$P_{абс} = \int_{\omega} (p_0 + \rho gh) d\omega = p_0 \omega + \int_{\omega} \rho gh d\omega = p_0 \omega + \rho g \int_{\omega} h d\omega \quad (2)$$

Позначимо  $l$  -- відстань по змоченій поверхні від лінії урізу рідини (осі ОУ) до центру елементарної площадки  $d\omega$ . Тоді з відповідного трикутника  $ОВВ_1$

$$l = h / \sin \theta \quad (3) \quad \text{і} \quad h = l \sin \theta \quad (4)$$

Інтеграл другої складової виразу (2) матиме вигляд

$$\int_{\omega} h d\omega = \sin \theta \int_{\omega} l d\omega = \sin \theta l_{ц.т} \omega \quad (5)$$

$l_{ц.т} \omega$  (6) - визначає статичний момент площі розглядуваної змоченої поверхні  $\omega$  відносно осі ОУ (лінії урізу), який дорівнює добуткові площі  $\omega$  на плече її центру тяжіння  $l_{ц.т}$

$$\sin \theta l_{ц.т} \omega = h_{ц.т} \omega \quad (7)$$

Остаточно виразу (2) надаємо вигляд

$$P_{абс} = (p_0 + \rho gh_{ц.т}) \omega \quad (8)$$

**Висновок:** сила абсолютного тиску рідини на плоску похилу стінку дорівнює добуткові площі  $\omega$  на тиск рідини в центрі тяжіння площі змоченої поверхні стінки і спрямована з боку рідини по нормалі до стінки.

При  $p_0 = p_{ат}$  сила надлишкового тиску дорівнює  $P_{над} = \rho gh_{ц.т} \omega$  (9)

Далі силу надлишкового тиску (при  $p_0 = p_{ат}$ ) будемо позначати  $P$  (без індексу).

Лінія дії сили  $P$  перетинає площадку в якійсь точці  $D$ , яку називатимемо **центром тиску**.

Сила  $P_0 = p_0 \omega$  (10), пов'язана з дією в кожній точці змоченої площі  $\omega$  того самого тиску  $p_0$  і прикладена в центрі ваги змоченої площі (точці  $C$ ).

Сила  $P$  (надлишкового тиску) прикладена в іншій точці  $D$ , що не збігається з точкою  $C$ .

Нехай розгл. площа  $\omega$  має вертикальну вісь симетрії (її слід—лінія  $Ol$ ). Тоді центр тиску  $D$  буде розташований на осі симетрії і для визначення його

положення досить знайти відстань від лінії урізу рідини до точки D, тобто  $l_{\text{ц.тиску}}$ .

Скористаємося теоремою моментів: момент рівнодіючої сили щодо довільної осі дорівнює сумі моментів складових сил щодо тієї ж осі. За вісь моментів у даному випадку приймемо лінію урізу рідини, тобто вісь **OY**. Тоді

$$Pl_{\text{ц.тиску}} = \int l dP. \quad (11)$$

Пам'ятаючи, що  $P = \rho g h_{\text{ц.т}} \omega$ ;  $dP = \rho g h d\omega = \rho g \sin \theta l d\omega$ , (13)

підставимо ці значення в (11)  $\rho g h_{\text{ц.т}} \omega l_{\text{ц.тиску}} = \rho g \sin \theta \int_{\omega} l^2 d\omega = \rho g \sin \theta J_y$  (14)

де  $\int_{\omega} l^2 d\omega = J_y$  (15) — момент інерції змоченої площі  $\omega$  відносно осі, що збігається з лінією урізу рідини (осі **OY**).

З (14), після скорочення постійних величин маємо

$$l_{\text{ц.тиску}} = \sin \theta J_y / \omega h_{\text{ц.т}} = J_y / \omega l_{\text{ц.т}} \quad (15')$$

Моменти інерції щодо паралельних осей зв'язані між собою

співвідношенням (теорема Штейнера)  $J_y = J_c + \omega l_{\text{ц.т}}^2$  (16),

де  $J_c$  — момент інерції змоченої площі відносно осі, що проходить паралельно лінії урізу рідини через центр тяжіння **C** цієї площі.

Підставивши значення  $J_y$  у (15'), одержимо  $l_{\text{ц.тиску}} = l_{\text{ц.т}} + J_c / \omega l_{\text{ц.т}}$  (17)

**Центр тиску D сили надлишкового тиску на плоску похилу площадку розташований нижче центра ваги змоченої площі по осі симетрії стінки,**

**на величину  $J_c / \omega l_{\text{ц.т}}$**  (20)