

## Лекція 3

### Інформаційні моделі (ІМ) складових ГВК

#### План теми

- 3.1. Короткі теоретичні відомості про теорію кватерніонів як математичну основу складання інформаційних моделей (ІМ) складових ГВК
- 3.2. Особливості складання інформаційних моделей елементів ГВК
- 3.3. Інформаційні моделі маніпуляційних систем промислових роботів
- 3.4. ІМ схватів промислових роботів
- 3.5. ІМ об'єктів маніпулювання
- 3.6. ІМ технологічного обладнання
- 3.7. ІМ пристосувань технологічного обладнання

#### 3.1. Короткі теоретичні відомості про теорію кватерніонів як математичну основу складання інформаційних моделей (ІМ) складових ГВК

Кватерніон – це впорядкована четвірка дійсних чисел  $s, a, b, c$ , які зв'язані з чотирма базисними елементами  $1, i, j, k$  (рис 3.1), що мають такі властивості:

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1; i \cdot j = k; j \cdot k = i; k \cdot i = j; j \cdot i = -k; k \cdot j = -i; i \cdot k = -j. \quad (3.1.1)$$

Операції додавання і віднімання кватерніонів визначені покомпонентно. Множення кватерніонів визначається законом множення їх уявних одиниць. Будь який кватерніон може бути записаний у вигляді:

$$q = s \cdot 1 + a \cdot i + b \cdot j + c \cdot k, \quad (3.1.2)$$

де  $i, j, k$  – уявні одиниці.

Кожен кватерніон  $q$  можна записати у вигляді суми двох кватерніонів: скаляра ( $s$ ) і вектора ( $a \cdot i + b \cdot j + c \cdot k$ ), тобто:

$$q = s(q) + v(q) = [\text{scalar}; (\text{vector})], \quad (3.1.3)$$

де  $s(q) = s$  – скалярна частина кватерніона  $q$ ;  $v(q) = a \cdot i + b \cdot j + c \cdot k$  – векторна частина кватерніона  $q$ .

Наприклад, у кватерніоні  $q = 3 - 5 \cdot i + 4 \cdot k$  скалярна частина дорівнює 3, а векторна частина дорівнює  $-5 \cdot i + 4 \cdot k$ .

### 3.2. Особливості складання інформаційних моделей елементів ГВК

Подання інформації про структурні складові ГВК у виді відповідних інформаційних моделей (ІМ) характеризується реалізацією методично обумовлених кроків в такій *послідовності*:

- аналіз конструкції складової;
- складання її так званої схеми заміщення (СЗ), тобто складання ниткової моделі складової;
- заміна рухомих та / або нерухомих елементів СЗ складової її 3D-еквівалентами з використанням геометричних примітивів (ГП);
- складання ІМ складової як такої з урахуванням її можливої рухомості або нерухомості.

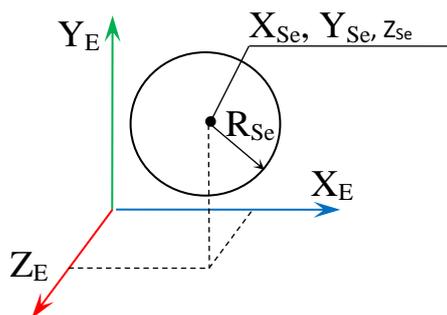
При складанні ІМ складових ГВК враховується той факт, що форма кожного із структурних елементів ГВК може бути описана з використанням кінцевої множини елементарних геометричних примітивів (ГП):

- Гр – сфера SE;
- циліндр CR;
- конус CE;
- паралелепіпед PD;
- трапеція TZ);
- їх комбінацій.

Точка відліку при описі кожного з ГП формально описується так званою *прив'язувальною точкою* з відповідними їй координатами при їх (ГП) подальшому (можливому) упорядкованому описі:

$$X_{Gp}, Y_{Gp}, Z_{Gp} | Gp \in (Pd, Cr, Se, Ce, Tz). \quad (3.2.1)$$

Нижче представлені приклади описів геометричних примітивів.



Опис ГП типу "сфера":

**Se:**  $X_{Se}, Y_{Se}, Z_{Se}, R_{Se}$

Рис. 3.2.1. Базове розташування ГП типу "сфера" в СК елемента ГВК

Тут:

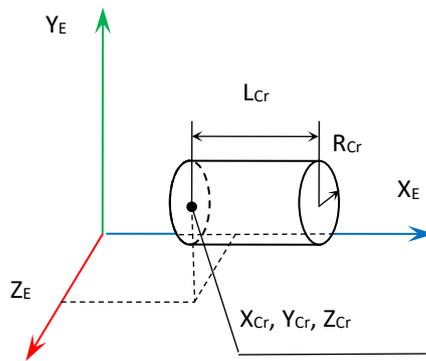
Ідентифікатор примітиву *Se* (sphere) – "сфера";

$X_{Se}$  – розташування сфери вздовж осі  $X$  в СК елемента  $E$ , мм;

$Y_{Se}$  – розташування сфери вздовж осі  $Y$  в СК елемента  $E$ , мм;

$Z_{Se}$  – розташування сфери вздовж осі  $Z$  в СК елемента  $E$ , мм;

$R_{Se}$  – радіус сфери, мм.



Опис ГП типу “циліндр”:

**Cr:**  $X_{Cr}, Y_{Cr}, Z_{Cr}, R_{Cr}, L_{Cr}$

Рис. 3.2.2. Базове розташування ГП типу “циліндр” в СК елемента ГВК  
Тут:

$Cr$  – ідентифікатор примітиву  $Cr$  (cylinder) – “циліндр”;

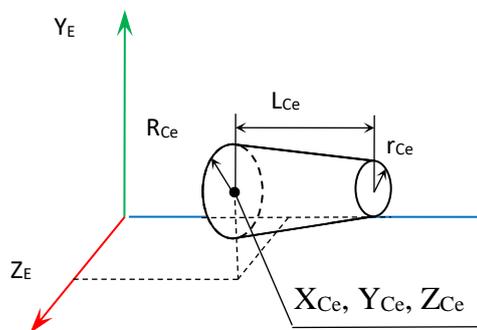
$X_{Cr}$  – розташування циліндра вздовж осі  $X$  в СК елемента  $E$ , мм;

$Y_{Cr}$  – розташування циліндра вздовж осі  $Y$  в СК елемента  $E$ , мм;

$Z_{Cr}$  – розташування циліндра вздовж осі  $Z$  в СК елемента  $E$ , мм;

$R_{Cr}$  – радіус циліндра, мм;

$L_{Cr}$  – довжина циліндра, мм.



Опис ГП типу “конус”:

**Ce:**  $X_{Ce}, Y_{Ce}, Z_{Ce}, R_{Ce}, r_{Ce}, L_{Ce}$

Рис. 3.2.3. Базове розташування ГП типу “конус”  
в СК елемента ГВК

Тут:

$Ce$  – ідентифікатор примітиву  $Ce$  (cone) – “конус”;

$X_{Ce}$  – розташування конуса вздовж осі  $X$  в СК елемента  $E$ , мм;

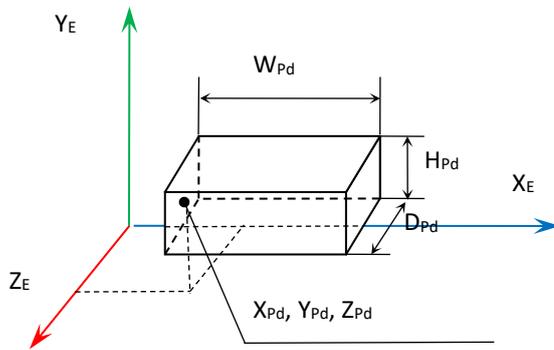
$Y_{Ce}$  – розташування конуса вздовж осі  $Y$  в СК елемента  $E$ , мм;

$Z_{Ce}$  – розташування конуса вздовж осі  $Z$  в СК елемента  $E$ , мм;

$R_{Ce}$  – лівий радіус конуса, мм;

$r_{Ce}$  – правий радіус конуса, мм;

$L_{Ce}$  – довжина конуса, мм.



Опис ГП типу “паралелепіпед”:

**Pd:**  $X_{Pd}, Y_{Pd}, Z_{Pd}, W_{Pd}, H_{Pd}, D_{Pd}$

Рис. 3.2.4. Базове розташування ГП типу “паралелепіпед” в СК елемента ГВК

Тут:

$Pd$  – ідентифікатор примітиву  $Pd$  (parallelepiped) – “паралелепіпед”;

$X_{Pd}$  – розташування паралелепіпеда вздовж осі  $X$  в СК елемента  $E$ , мм;

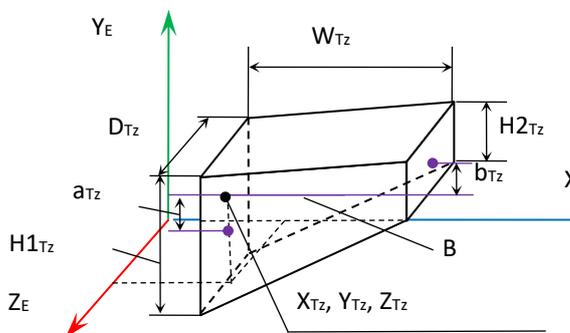
$Y_{Pd}$  – розташування паралелепіпеда вздовж осі  $Y$  в СК елемента  $E$ , мм;

$Z_{Pd}$  – розташування паралелепіпеда вздовж осі  $Z$  в СК елемента  $E$ , мм;

$W_{Pd}$  – ширина паралелепіпеда, мм;

$H_{Pd}$  – висота паралелепіпеда, мм;

$D_{Pd}$  – глибина паралелепіпеда, мм.



Опис ГП типу “трапеція”:

**Tz:**  $X_{Tz}, Y_{Tz}, Z_{Tz}, D_{Tz}, W_{Tz}, H1_{Tz}, H2_{Tz}, a_{Tz}, b_{Tz}$

Рис. 3.2.5. Базове розташування ГП типу “трапеція” в СК елемента ГВК

Тут:

$Tz$  – ідентифікатор примітиву  $Tz$  (Trapeze) – “трапеція”;

$X_{Tz}$  – розташування трапеції вздовж осі  $X$  в СК елемента  $E$ , мм;

$Y_{Tz}$  – розташування трапеції вздовж осі  $Y$  в СК елемента  $E$ , мм;

$Z_{Tz}$  – розташування трапеції вздовж осі  $Z$  в СК елемента  $E$ , мм;

$D_{Tz}$  – глибина трапеції, мм;

$W_{Tz}$  – ширина трапеції, мм;

$H1_{Tz}$  – ліва висота трапеції, мм;

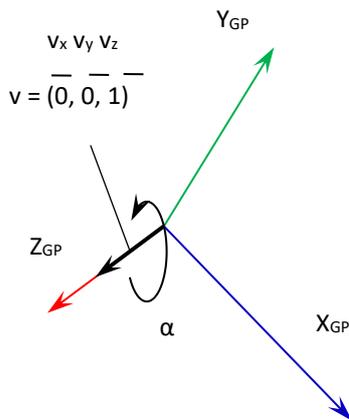
$H2_{Tz}$  – права висота трапеції, мм;

$a_{Tz}$  – відстань між базовою віссю  $B$  та центром грані із висотою  $H1$ , мм;

$b_{Tz}$  – відстань між базовою віссю  $B$  та центром грані із висотою  $H2$ , мм.

За потреби змінити орієнтацію ГП вказується кватерніон його орієнтації, що описується за рахунок 4-ох додаткових параметрів:

$$Q = [S_Q, X_Q, Y_Q, Z_Q]. \quad (3.2.2)$$



$$Q = (s, v) = (s, v_x, v_y, v_z) =$$

$$= \left( \cos \frac{\alpha}{2}, v_x \cdot \sin \frac{\alpha}{2}, v_y \cdot \sin \frac{\alpha}{2}, v_z \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \right)$$

Приклад ІМ (ММ) геометричного примітиву типу “циліндр” з осьовим розміром 200 мм до і після його орієнтації (обертання навколо осі Y на 90° за годинниковою стрілкою при погляді на вісь Y) представлено на рисунку 3.2.6.

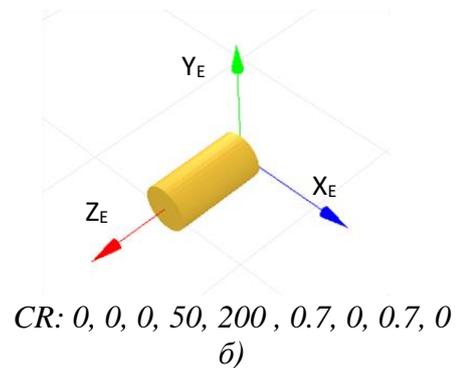
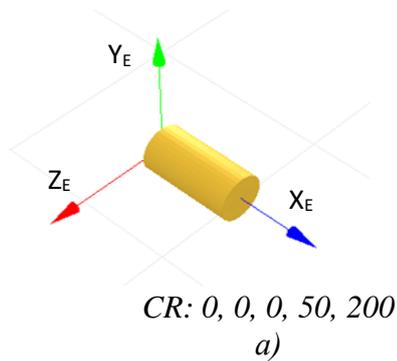


Рис. 3.2.6. Приклад опису та відповідної 3D-моделі ГП типу “циліндр”:  
а) без кватерніона орієнтації;  
б) із кватерніоном орієнтації